

DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

419



NICE du 20 au 24 MAI 1985

LOBE ENERGETIQUE D'EMISSION-RECEPTION EN BANDE LARGE DANS LE CAS DES
ANTENNES LINEAIRES A DEPOINTAGE ELECTRONIQUE

LARGE BANDWIDTH ENERGY GRATING LOBE IN THE CASE OF LINEAR PHASED ARRAYS

D. PERNY

THOMSON-CSF Division des Activités Sous-Marines
Route du Conquet - 29283 BREST CEDEX

THOMSON-CSF ASM Division
Route du Conquet - 29283 BREST CEDEX - FRANCE

RESUME

Cette communication a pour but de montrer la filiation simple qui existe entre le lobe monochromatique d'émission-réception d'une antenne linéaire à dépointage électronique effectué par déphasage des signaux issus des hydrophones, et le lobe en bande large.

Plus précisément, on montre que le lobe en bande large résulte de la convolution du lobe monochromatique par un noyau connu, d'étendue variable en gisement :

- la forme du noyau est celle de la densité spectrale de l'impulsion en bande de base.
- son étendue croît linéairement avec le gisement, selon un facteur d'expansion qui n'est autre que la bande relative B/f_0 de l'impulsion (f_0 = fréquence centrale, B = bande de l'impulsion).

Outre la compréhension plus intuitive des mécanismes de dégradation des lobes avec l'élargissement de la bande, ces considérations conduisent à un algorithme simple de calcul des lobes en bande large.

SUMMARY

The purpose of this paper is to show the straightforward filiation between the large bandwidth energy grating lobe and its monochromatic counterpart in the case of linear phased arrays when beam steering is achieved with complex phasors on each hydrophones

More accurately, we show that the large bandwidth energy grating lobe comes from convolving the energy monochromatic grating lobe with a space varying bearing kernel.

- the shape of this kernel is that of the emitted pulse baseband spectral density.
- its width linearly increases with bearing according to an expanding rate which is equal to the relative bandwidth of the emitted pulse B/f_0 (where f_0 is the central frequency and B the bandwidth).

These considerations give a more intuitive approach of monochromatic grating lobe degradation with pulse bandwidth increase.

Besides, they lead to a very simple algorithm for the computation of large bandwidth grating lobes.



Introduction

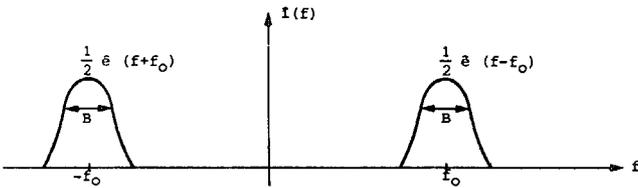
Nous considèrerons ici les sonars actifs dont les antennes d'émission et de réception sont linéaires et fonctionnent en zone de Fraunhofer, où la focalisation n'est pas nécessaire.

L'émission

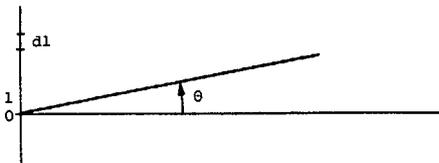
Nous prendrons ici une antenne d'émission continue. Considérons une impulsion de durée limitée, dont le spectre s'écrit :

$$i(f) = \bar{e}(f) * \left\{ \frac{1}{2} \delta(f-f_0) + \frac{1}{2} \delta(f+f_0) \right\}$$

où $\bar{e}(f)$ est le spectre de l'impulsion en bande de base et f_0 la fréquence de la porteuse.



Compte tenu de la géométrie suivante :



L'impulsion émise par l'élément dl de l'antenne à l'abscisse l vaut dans la direction θ :

$$p_e(l) i\left(t + \frac{l \sin \theta}{c}\right) dl$$

où $p_e(l)$ est la pondération d'antenne d'émission

$i(t)$ l'impulsion émise et où le terme $t + \frac{l \sin \theta}{c}$

tient compte de l'avance spatiale de l'élément dl dans la direction θ qui se traduit de façon équivalente par une avance temporelle.

En remarquant que :

$$p_e(l) i\left(t + \frac{l \sin \theta}{c}\right) = i(t) * \int p_e(l) \delta\left(t + \frac{l \sin \theta}{c}\right) dl$$

(* \int_t signifie convolution temporelle et \int_f convolution fréquentielle)

L'impulsion totale émise par l'antenne de longueur L_e vaut donc dans cette direction :

$$I(t) = \int_{-L_e/2}^{L_e/2} i(t) * \int p_e(l) \delta\left(t + \frac{l \sin \theta}{c}\right) dl$$

$$I(t) = i(t) * \int_{-L_e/2}^{L_e/2} p_e(l) \delta\left(t + \frac{l \sin \theta}{c}\right) dl$$

soit le changement de variable $m = \frac{l \sin \theta}{c}$,

$$dm = \frac{\sin \theta}{c} dl ; \text{ lorsque } \theta \neq 0$$

$$I(t) = i(t) * \int_{-\frac{L_e \sin \theta}{2c}}^{\frac{L_e \sin \theta}{2c}} p_e\left(\frac{cm}{\sin \theta}\right) \delta(t+m) dm$$

l'intégrale vaut $p_e\left(\frac{-ct}{\sin \theta}\right)$ tant que t ne dépasse pas les bornes d'intégration : $-\frac{L_e \sin \theta}{2c} \leq t \leq \frac{L_e \sin \theta}{2c}$

ainsi :

$$\begin{cases} I(t) = i(t) * \frac{c}{\sin \theta} p_e\left(\frac{-ct}{\sin \theta}\right) \text{ rect}\left(\frac{ct}{L_e \sin \theta}\right), & \theta \neq 0 \\ I(t) = i(t) \int_{-L_e/2}^{L_e/2} p_e(l) dl, & \theta = 0 \end{cases}$$

$$\text{où } \text{rect}(x) = \begin{cases} 1, & -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Note : pour $\theta \neq 0$ et dans le cas d'une pondération uniforme,

$$I(t) = i(t) * \frac{c}{\sin \theta} \text{ rect}\left(\frac{ct}{L_e \sin \theta}\right)$$

qui est l'intégrale de $i(\tau)$ sur une fenêtre glissante de largeur $\frac{L_e \sin \theta}{c}$

Cette expression constitue un moyen commode de calcul de $I(t)$ dans la direction θ

Pour $\theta = 0$ le noyau de convolution se réduit au dirac $L_e \delta(t)$ et

$$I(t) = i(t) * L_e \delta(t)$$

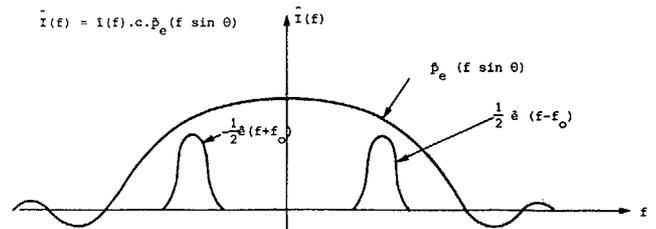
Transposons ces résultats dans le domaine fréquentiel

$$p_e(-ct) \text{ rect}\left(\frac{ct}{L_e}\right) \xrightarrow{F} \hat{p}_e(f)$$

$$p_e\left(\frac{-ct}{\sin \theta}\right) \text{ rect}\left(\frac{ct}{L_e \sin \theta}\right) \xrightarrow{F} \sin \theta \cdot \hat{p}_e(f \sin \theta)$$

Il vient :

$$\hat{I}(f) = \hat{i}(f) \cdot c \cdot \hat{p}_e(f \sin \theta)$$



LOBE ENERGETIQUE D'EMISSION-RECEPTION EN BANDE LARGE DANS LE CAS DES ANTENNES LINEAIRES A DEPOINTAGE ELECTRONIQUE

LARGE BANDWIDTH ENERGY GRATING LOBE IN THE CASE OF LINEAR PHASED ARRAYS

Note : dans le cas de la pondération uniforme,

$$\hat{I}(f) = \hat{i}(f) \cdot L_e \frac{\sin \frac{L_e}{c} \sin \theta f}{\frac{L_e}{c} \sin \theta f}$$

Calculons l'énergie émise dans la direction θ :

$$E(\theta) = c^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{i}(f)|^2 \cdot |\hat{p}_e(f \sin \theta)|^2 df$$

$$E(\theta) = \frac{c^2}{2} \int_0^{+\infty} |\hat{e}(f-f_0)|^2 \cdot |\hat{p}_e(f \sin \theta)|^2 df$$

en admettant que $\hat{e}(f-f_0)$ soit borné dans $[0, +\infty[$

Dans le cas monochromatique :

Par abus de notation nous écrirons $|\hat{e}(f-f_0)|^2 = \delta(f-f_0)$

Il vient :

$$E(\theta) = \frac{c^2}{2} \int_0^{+\infty} \delta(f-f_0) |\hat{p}_e(f \sin \theta)|^2 df$$

$$E(\theta) = \frac{c^2}{2} |\hat{p}_e(f_0 \sin \theta)|^2$$

Le lobe énergétique d'émission est bien le module au carré de la transformée de Fourier de la pondération d'antenne.

Note : pour la pondération uniforme, il vient :

$$E(\theta) = \frac{1}{2} L_e^2 \frac{\sin^2 \frac{L_e}{c} \sin \theta f_0}{(\frac{L_e}{c} \sin \theta f_0)^2} = \frac{1}{2} L_e^2 \frac{\sin^2 \frac{L_e}{\lambda} \sin \theta}{(\frac{L_e}{\lambda} \sin \theta)^2}$$

En bande large :

$$\text{soit } g = \sin \theta \frac{f}{f_0}, \quad dg = \frac{\sin \theta}{f_0} df$$

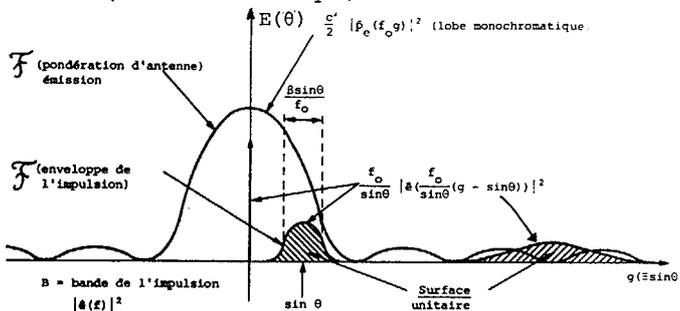
$$E(\theta) = \frac{c^2}{2} \frac{f_0}{\sin \theta} \int_0^{\infty} \underbrace{\left| \hat{e} \left(\frac{f_0}{\sin \theta} (g - \sin \theta) \right) \right|^2}_{\text{lobe monochromatique}} \cdot |\hat{p}_e(f_0 g)|^2 dg$$

Ainsi le lobe d'émission en bande large résulte de la convolution du lobe monochromatique par le noyau variable

$$\frac{f_0}{\sin \theta} \cdot \left| \hat{e} \left(\frac{f_0 g}{\sin \theta} \right) \right|^2$$

$$\text{En posant } \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{e}(f)|^2 df = \frac{f_0}{\sin \theta} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \hat{e} \left(\frac{f_0 g}{\sin \theta} \right) \right|^2 dg = 1$$

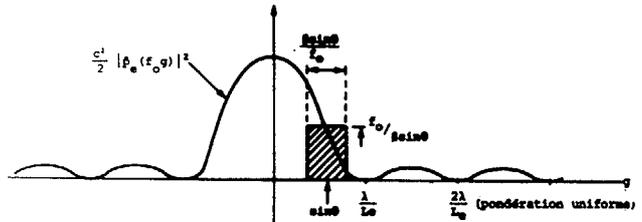
Le noyau se réduit au dirac pour $\sin \theta = 0$ ou lorsque $B = 0$ (cas monochromatique).



Note : en approximant $|\hat{e}(f)|^2$ par $\frac{1}{B} \text{rect} \left(\frac{f}{B} \right)$ où B est la bande de l'impulsion, il vient :

$$E(\theta) = \int_0^{\infty} \frac{c^2}{2} |\hat{p}_e(f_0 g)|^2 \frac{f_0}{B \sin \theta} \text{rect} \left(\frac{g - \sin \theta}{\frac{B \sin \theta}{f_0}} \right) dg$$

qui est un moyen rapide de calcul du lobe énergétique d'émission en bande large.



La largeur du noyau variable de convolution par rapport à sa position vaut :

$$\frac{B \sin \theta}{f_0} \cdot \frac{1}{\sin \theta} = \frac{B}{f_0} \text{ qui n'est autre que la bande relative de l'impulsion émise.}$$

Bien entendu le lobe en bande large sera d'autant plus proche du lobe monochromatique que $\frac{B}{f_0}$ sera petit (critère classique de monochromaticité)

Réponse du fond :

Le point du fond de coordonnées (ρ, u) avec $u = \sin \theta$, réémet le signal $r(\rho, u) I(t - \frac{\rho}{c}, u)$

où $r(\rho, u)$ est la réponse ponctuelle du fond et $I(t, u)$ l'impulsion émise dans la direction u .

$$\text{Soit encore } r(\rho, u) \left\{ I(t, u) * \delta \left(t - \frac{\rho}{c} \right) \right\} = I(t, u) * r(\rho, u) * \delta \left(t - \frac{\rho}{c} \right)$$

La réponse globale du fond dans la direction u et à l'instant t , au centre de l'antenne de réception placée au même endroit que l'antenne d'émission vaut :

$$g(t, u) = I(t, u) * \int_0^{\infty} r(\rho, u) \delta \left(t - \frac{2\rho}{c} \right) d\rho$$

$$\text{soit } g(t, u) = I(t, u) * \frac{c}{2} r \left(\frac{ct}{2}, u \right)$$

Ainsi la réponse globale du fond dans la direction u et à l'instant t au centre de l'antenne de réception vaut la convolution temporelle de l'impulsion émise dans cette direction par la réponse du terrain $\frac{c}{2} r \left(\frac{ct}{2}, u \right)$

Dans le domaine fréquentiel :

$$\hat{g}(f, u) = \frac{c}{2} \hat{I}(f, u) \cdot \hat{r}(f, u) \text{ avec } r \left(\frac{ct}{2}, u \right) \xrightarrow{F} \hat{r}(f, u)$$



Réception : la contribution du fond dans la direction $u = \sin\theta$ au point 1 de l'antenne de réception vaut :

$$y(t, 1, u) = p_r(1) g\left(t + \frac{lu}{c}, u\right)$$

où $p_r(1)$ est la pondération de l'antenne de réception au point d'abscisse 1.

Pour alléger les calculs, nous nous placerons dans le cas d'une antenne de réception comportant N capteurs ponctuels espacés tous les Δ sur une longueur L_r :

$$L_r = (N-1) \Delta$$

La contribution du fond dans la direction $u = \sin\theta$ au n.ième capteur de l'antenne de réception vaut :

$$y(t, n, u) = p_r(n\Delta) g\left(t + \frac{n\Delta u}{c}, u\right)$$

pour $n \in \left\{ -\frac{N-1}{2}, \dots, 0, \dots, \frac{N-1}{2} \right\}$ (N impair)

Considérons le signal analytique :

$$y_a(t, n, u) = p_r(n\Delta) g\left(t + \frac{n\Delta u}{c}, u\right) \exp - j2\pi f_0 t$$

dans la bande B de l'impulsion $i(t)$.

On peut écrire :

$$y_a(t, n, u) = p_r(n\Delta) g\left(t + \frac{n\Delta u}{c}, u\right) \exp - j2\pi f_0 \left(t + \frac{n\Delta u}{c}\right) \exp j2\pi f_0 \frac{n\Delta u}{c}$$

soit

$$y_a(t, n, u) = p_r(n\Delta) \left\{ g\left(t, u\right) \exp - j2\pi f_0 t \delta\left(t + \frac{n\Delta u}{c}\right) \right\} \exp j2\pi f_0 \frac{n\Delta u}{c}$$

Considérons un dépointage de l'antenne dans la direction ψ accompli par déphasage électronique, il vient :

$$y_{a,\psi}(t, n, u) = g(t, u) \exp - j2\pi f_0 t p_r(n\Delta) \delta\left(t + \frac{n\Delta u}{c}\right)$$

$$\exp j2\pi f_0 \frac{n\Delta u}{c} \exp - j2\pi f_0 n \frac{\Delta}{c} \sin\psi$$

soit $\frac{\Delta}{c} = \tau$, en passant dans le domaine fréquentiel, il vient :

$$\hat{y}_{a,\psi}(f, n, u) = \hat{g}(f + f_0, u) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} p_r(n\Delta) \delta(t + n\tau u) \exp j2\pi f_0 n\tau(u - \sin\psi) \cdot \exp - j2\pi f t dt$$

$$= \hat{g}(f + f_0, u) p_r(n\Delta) \exp j2\pi(f + f_0)n\tau u \exp - j2\pi f_0 n\tau \sin\psi$$

La sommation sur tous les capteurs donne :

$$\hat{y}_{a,\psi}(f, u) = \hat{g}(f + f_0, u) \sum_n p_r(n\Delta) \exp j2\pi(f + f_0)n\tau u$$

$$\exp - j2\pi f_0 n\tau \sin\psi$$

soit $\hat{p}_r(f) = \sum_n p_r(-n\Delta) \exp - j2\pi f n\tau$ la transformée de Fourier de $p_r(-cn\tau) = p_r(-n\Delta)$

$\hat{p}_r(f)$ est périodique de période $\frac{1}{\tau}$.

Il vient

$$\hat{y}_{a,\psi}(f, u) = \hat{g}(f + f_0, u) \cdot \hat{p}_r((f + f_0)u - f_0 \sin\psi)$$

soit en remplaçant $\hat{g}(f + f_0, u)$ et en négligeant les constantes :

$$\hat{y}_{a,\psi}(f, u) = \hat{f}(f + f_0, u) \hat{e}(f) \hat{p}_e((f + f_0)u) \hat{p}_r((f + f_0)u - f_0 \sin\psi)$$

$f \in \left[-\frac{B}{2}, \frac{B}{2} \right]$ fond impulsion produit lobe émission-réception

Lobe énergétique d'émission réception

L'énergie recueillie dans la direction $u = \sin\theta$ pour un dépointage électronique de l'antenne dans la direction $\sin\psi$ vaut :

$$E(u) = \int_{-B/2}^{B/2} |\hat{f}(f + f_0, u)|^2 \cdot |\hat{e}(f)|^2 \cdot |\hat{p}_e((f + f_0)u)|^2 \cdot |\hat{p}_r((f + f_0)u - f_0 \sin\psi)|^2 df$$

et en considérant un fond tel que $|\hat{f}(f + f_0, u)|^2 = 1$ dans la bande B, il vient :

$$E(u) = \int_{-B/2}^{B/2} |\hat{e}(f)|^2 |\hat{p}_e((f + f_0)u)|^2 \cdot |\hat{p}_r((f + f_0)u - f_0 \sin\psi)|^2 df$$

Cas monochromatique : par abus de notation $|e(f)|^2 = \delta(f)$

$$E(u) = |\hat{p}_e(f_0 u)|^2 \cdot |\hat{p}_r(f_0(u - \sin\psi))|^2$$

On retrouve le produit du lobe énergétique d'émission par le lobe énergétique de réception.

En bande large

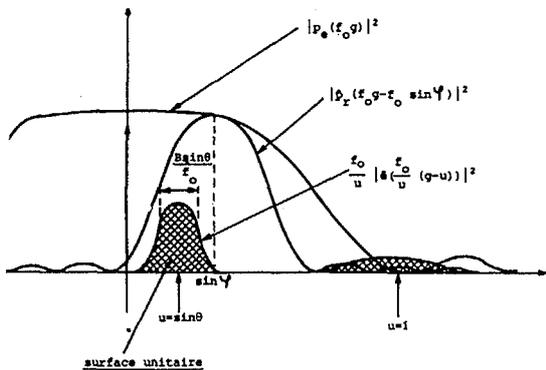
soit à nouveau $g = \frac{f + f_0}{f_0} u$

($g \equiv u$ pour $f = 0$)

$$E(u) = \int_{u - \frac{B}{2f_0}}^{u + \frac{B}{2f_0}} \frac{f_0}{u} \left| \hat{e}\left(\frac{f_0}{u}(g - u)\right) \right|^2 \cdot |\hat{p}_e(f_0 g)|^2 \cdot \left| \hat{p}_r(f_0 g - f_0 \sin\psi) \right|^2 dg$$

LOBE ENERGETIQUE D'EMISSION-RECEPTION EN BANDE LARGE DANS LE CAS DES ANTENNES LINEAIRES A DEPOINTAGE ELECTRONIQUE

LARGE BANDWIDTH ENERGY GRATING LOBE IN THE CASE OF LINEAR PHASED ARRAYS



Ainsi le lobe énergétique en bande large résulte de la convolution du produit émission réception des lobes monochromatiques par le noyau variable :

$$\frac{f_o}{\sin \theta} \left| a \left(\frac{f_o g}{\sin \theta} \right) \right|^2 \text{ qui se réduit au dirac } \delta(g) \text{ pour}$$

$\sin \theta = 0$ où lorsque la bande B est nulle (monochromatisme).

L'algorithme de calcul du lobe d'émission réception en large bande est alors trivial puisqu'il s'agit d'opérer cette convolution à noyau variable sur le lobe monochromatique. Pour ce faire, on peut approximer le noyau par un signal rectangulaire de largeur $\frac{B}{f_o} \sin \theta$ et de hauteur $\frac{f_o}{B \sin \theta}$

Condition de quasimonochromaticité :

Dans cette perspective, on peut poser comme condition de quasimonochromaticité, celle qui consiste à ne tolérer une largeur du noyau variable de convolution inférieure ou égale à la largeur du lobe monochromatique de réception :

$$\frac{B}{f_o} \sin \theta < \frac{\lambda_o}{L_r}$$

$$\text{soit } \frac{L_r \sin \theta}{c} B < 1$$

On retrouve la profondeur d'antenne :

$$\tau_r = \frac{L_r \sin \theta}{c}$$

et la relation classique : $\tau_r \cdot B < 1$

CONCLUSION

Nous avons montré comment le lobe énergétique d'émission-réception en large bande se déduisait du lobe monochromatique et quel type de dégradation ce dernier subissait avec l'augmentation de la bande relative.

Du fait de la simplicité de cette dégradation, nous en avons déduit un algorithme simple de calcul des lobes en bande large à partir du lobe monochromatique.

A titre d'exemple nous donnons ci-dessous les lobes d'une antenne de 100 capteurs espacés tous les 4λ pour un dépointage nul avec une bande relative de 0,0.2, et 1 et pour un dépointage de 2.5° avec une bande relative de 0.2.

