

# DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 20 au 24 MAI 1985

## ETUDE COMPARATIVE DE FILTRES ADAPTATIFS EN TREILLIS - Application au Traitement d'Antenne - (\*)

G.FAVIER<sup>(\*)</sup>, M.CRESP, G.BIENVENU<sup>(\*\*)</sup>

(\*) Laboratoire de Signaux et Systèmes, ERA 835 du CNRS  
Univ. de NICE, Bd.Napoléon III - F-06041 NICE CEDEX

(\*\*) THOMSON - CSF, Département ASM,  
Chemin des Travaux, F-06801 CAGNES-sur-MER

### RESUME

Une fonction essentielle de l'écoute passive en sonar est de séparer angulairement les sources qui se trouvent dans le milieu. Traditionnellement, cette fonction est réalisée à l'aide d'une formation de voie classique qui consiste à :

- retarder les signaux issus des capteurs conformément à la direction d'observation et à la géométrie de l'antenne,

- pondérer les signaux retardés afin de donner une forme a priori au diagramme de directivité de l'antenne.

Le traitement adaptatif d'antenne consiste à remplacer les pondérations a priori, qui ne prennent pas en compte les non stationnarités du milieu, par des filtres adaptatifs déterminés de telle sorte que l'énergie de sortie soit minimum avec la contrainte que les signaux inconnus correspondant aux sources ne subissent pas de distorsion.

Après une présentation synthétique de divers algorithmes de filtrage en treillis (temporel et spatial), nous montrons comment ce type de filtres peut être utilisé pour un traitement d'antenne adaptative basé sur le principe du "soustracteur de bruit".

### SUMMARY

The main function of a passive sonar is the angular discrimination of signals (sources) coming from different directions in the noise field. Traditionally, this function is realized by use of a conventional beamformer which consists in :

- delaying the signals received on the different sensors with respect to the look direction and the antenna geometry,

- weighting the delayed signals in order to give an a priori form to the directivity diagram of the antenna.

The adaptive processing of antenna consists in replacing the a priori weights, which do not take into account the changes of the noise distribution, by adaptive filters such that the output power is minimum with the constraint that the unknown signals corresponding to the sources, be undistorted.

After a synthetic presentation of various lattice filters in the space and time domains, we show how this type of filters can be used in an adaptive antenna.



**I - INTRODUCTION**

Les filtres en treillis ont fait l'objet de nombreuses publications ces dernières années tant sur le plan théorique qu'au niveau des applications (analyse et synthèse de la parole, estimation spectrale, égalisation de données, déconvolution de signaux sismiques).

L'utilisation d'une structure en treillis présente les avantages suivants : possibilité d'une double récursivité (ordre/temps) et d'une implémentation hardware du type VLSI, test aisé de stabilité, faible sensibilité aux erreurs de troncature, rapidité de convergence.

Le but du présent article est double :

- d'une part présenter de manière unifiée divers algorithmes de filtrage en treillis, à la fois dans les domaines temporel et spatial,
- d'autre part décrire une application de ce type d'algorithmes pour le traitement adaptatif d'antenne. Ces deux points font l'objet respectivement des §II et III de l'article. Dans le §IV nous présentons des résultats de simulation obtenus à l'aide de la structure de traitement proposée et testée sur des signaux sonar synthétiques. Enfin dans le §V nous tirons les conclusions de cette étude.

**II - ALGORITHMES de DECORRELATION SPATIALE et TEMPORELLE en TREILLIS**

Nous allons tout d'abord décrire des filtres en cascade ayant une structure modulaire en treillis et permettant d'effectuer une décorrélation spatiale d'une part et temporelle d'autre part. Puis nous présenterons différentes méthodes de calcul des coefficients de corrélation partielle caractéristiques de ces structures.

**II.1 Filtres de décorrélation spatiale**

Deux filtres de décorrélation spatiale sont présentés ci-après. Ces filtres possèdent une structure modulaire en cascade, chaque module ayant :

- soit une structure triangulaire (Fig.1),
- soit une structure en treillis (Fig.2).

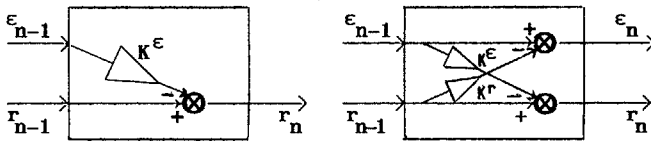


Fig.1 Module à structure triangulaire

Fig.2 Module à structure en treillis

Ces modules de base sont associés aux équations suivantes :

$$\epsilon_n = \epsilon_{n-1} - K^R r_{n-1} \quad (1)$$

$$r_n = r_{n-1} - K^E \epsilon_{n-1} \quad (2)$$

$\epsilon_{n-1}$  et  $r_{n-1}$  étant deux variables aléatoires réelles, centrées et corrélées, les gains  $K^E$  et  $K^R$  sont ajustés de manière à décorréler  $\epsilon_n$  de  $r_{n-1}$  et  $r_n$  de  $\epsilon_{n-1}$ , ce qui nous donne :

$$K^E = E[\epsilon_{n-1} r_{n-1}] / E[\epsilon_{n-1}^2] \quad (3)$$

$$K^R = E[\epsilon_{n-1} r_{n-1}] / E[r_{n-1}^2] \quad (4)$$

A noter que ce choix de  $K^E$  et de  $K^R$  correspond à la minimisation de la variance de  $r_n$  et de  $\epsilon_n$  par rapport respectivement à  $K^E$  et à  $K^R$ , c'est-à-dire :

$$\text{Min}_{K^E} E[r_n^2] \Leftrightarrow E[r_n \epsilon_{n-1}] = 0 \quad (5)$$

$$\text{Min}_{K^R} E[\epsilon_n^2] \Leftrightarrow E[\epsilon_n r_{n-1}] = 0 \quad (6)$$

**a) Filtre en cascade avec modules à structure triangulaire**

Considérons P signaux  $x_i(t)$ ,  $i \in [1, P]$ , fournis à l'instant t par un réseau de P capteurs constituant une antenne

La décorrélation spatiale des P signaux  $x_i(t)$  peut être réalisée à l'aide de la structure en cascade décrite sur la Fig.3, où chaque module (p,n) représenté sur la Fig.4 a une structure triangulaire identique à celle de la Fig.1.  $n \in [0, P-1]$  représente le numéro de l'étage, et  $p \in [1, P-n]$ , avec :

$$r_{i,0}(t) = x_i(t) \quad i \in [1, P] \quad (7)$$

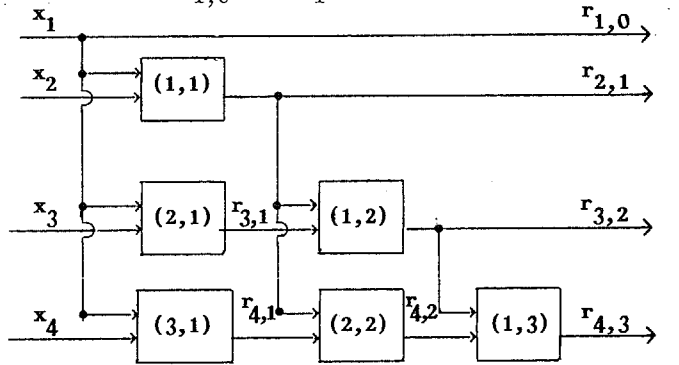


Fig.3 Filtre de décorrélation spatiale avec modules à structure triangulaire

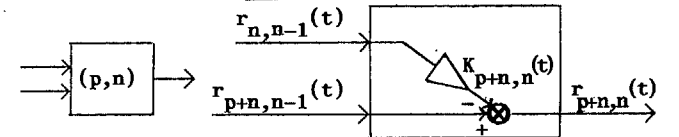


Fig.4 Module (p,n) à structure triangulaire

Le gain  $K_{p+n,n}(t)$  qui caractérise le module (p,n), est ajusté de manière que  $r_{p+n,n}(t)$  soit décorrélé de  $r_{n,n-1}(t)$  ; d'où :

$$K_{p+n,n}(t) = E[r_{p+n,n-1}(t) r_{n,n-1}(t)] / E[r_{n,n-1}^2(t)] \quad (8)$$

Il est facile de vérifier que nous avons alors  $E[r_{i,i-1}(t) r_{j,j-1}(t)] = \sigma_i^2(t) \delta_{ij} \quad \forall i, j \in [1, P] \quad (9)$

ou de manière équivalente  $r_{i,i-1}(t) \perp r_{j,j-1}(t) \quad \forall i \neq j, i \text{ et } j \in [1, P] \quad (10)$

c'est-à-dire que les signaux  $r_{i,i-1}(t)$ ,  $i \in [1, P]$ , sont mutuellement décorrélés et constituent une base spatiale orthogonale.

Nous pouvons noter également que les signaux  $r_{q,n}(t)$  apparaissant en sortie de l'étage n, avec  $n \in [1, P-1]$  et  $q \in [n+1, P]$ , sont décorrélés des signaux  $x_i(t)$  pour  $i \in [1, n]$ , c'est-à-dire :

$$r_{q,n}(t) \perp x_i(t) \quad \forall i \in [1, n] \quad (11)$$

On écrira :  $r_{q,n} \perp S_{1,n}$ , où  $S_{k,\ell}$  représente l'ensemble des signaux  $x_i(t)$ ,  $i \in [k, \ell]$ , avec  $\ell > k$ .

**b) Filtre en cascade avec modules à structure en treillis**

Ce filtre de décorrélation spatiale introduit par [SHARMAN, DURRANI-1983], est représenté sur la Fig.6. Il utilise comme cellule de base (Fig.5) le module à structure en treillis de la Fig.2.

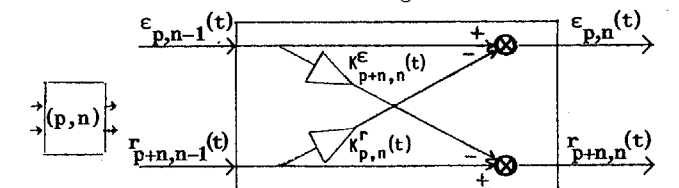


Fig.5 Module (p,n) à structure en treillis

avec :

$$\epsilon_{p,0}(t) = r_{p,0}(t) = x_p(t) \quad p \in [1, P] \quad (12)$$

ETUDE COMPARATIVE DE FILTRES EN TREILLIS  
- Application au traitement d'Antenne -

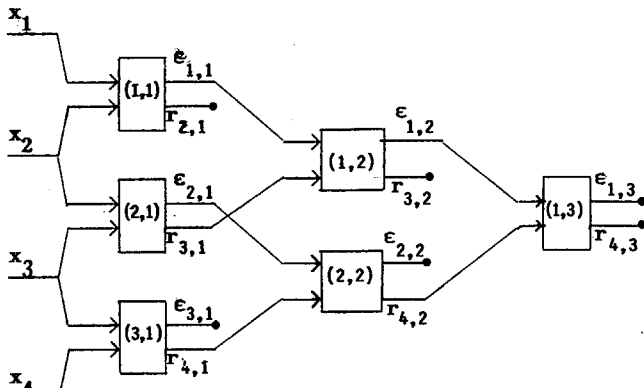


Fig. 6 Filtre de décorrélation spatiale avec modules à structure en treillis

Par construction, nous avons pour  $n \in [1, P-1]$   
 $\epsilon_{p,n} \in S_{p,p+n}$  avec :  $p \in [1, P-n]$  (13)  
 $r_{p,n} \in S_{p-n,p}$  avec :  $p \in [n+1, P]$  (14)

où le signe  $\in$  signifie "est une combinaison linéaire des éléments de".  
 D'autre part, en utilisant les formules (3)-(4) les gains  $K^e$  et  $K^r$  s'expriment comme

$$K_{p,n}^e(t) = E[\epsilon_{p,n-1}(t) r_{p+n,n-1}(t)] / E[\epsilon_{p,n-1}^2(t)] \quad (15)$$

$$K_{p,n}^r(t) = E[\epsilon_{p,n-1}(t) r_{p+n,n-1}(t)] / E[r_{p+n,n-1}^2(t)] \quad (16)$$

et il est facile de montrer par récurrence sur  $n$  que nous avons

$$\epsilon_{p,n} \perp S_{p+1,p+n}, r_{p,n} \perp S_{p-n,p-1} \quad (17)$$

A partir des relations (13)-(14) et (17) nous pouvons déduire alors que

$$\epsilon_{p,n} \perp \epsilon_{p-q,q} \quad \forall q \neq n, q \text{ et } n \in [0, P-1] \quad (18)$$

De même

$$r_{p,p-1} \perp r_{q,q-1} \quad \forall p \neq q, p \text{ et } q \in [1, P] \quad (19)$$

Par suite les deux séquences composées des  $P$  signaux  $\{\epsilon_{p,0} \epsilon_{p-1,1} \dots \epsilon_{1,P-1}\}$  et  $\{r_{1,0} r_{2,1} \dots r_{P,P-1}\}$  constituent deux bases spatiales orthogonales équivalentes à l'ensemble  $S_{1,P}$ .

Remarques :

- les filtres de décorrélation spatiale décrits à l'aide des Fig. 3 et 6 utilisent  $P(P+1)/2$  cellules de base, à structure triangulaire ou en treillis.
- les signaux  $\epsilon_{p,n}$  et  $r_{p,n}$  peuvent s'interpréter respectivement comme des erreurs de prédiction d'ordre  $n$ , à gauche et à droite, de  $x_p$ , c'est-à-dire

$$\epsilon_{p,n}(t) \triangleq x_p(t) - \hat{x}_{p,n}^g(t) \quad (20)$$

et

$$r_{p,n}(t) \triangleq x_p(t) - \hat{x}_{p,n}^d(t) \quad (21)$$

où  $\hat{x}_{p,n}^g$  et  $\hat{x}_{p,n}^d$  représentent des prédictions d'ordre  $n$ , à gauche et à droite, de  $x_p$

$$\hat{x}_{p,n}^g(t) = \sum_{i=1}^n a_{p,n,i} x_{p+i}(t) \quad (22)$$

$$\hat{x}_{p,n}^d(t) = \sum_{i=1}^n b_{p,n,i} x_{p-i}(t) \quad (23)$$

Les formules (20)-(23) sont schématisées à l'aide de la Fig. 7.

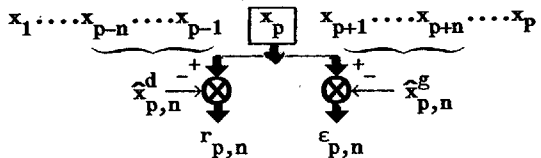


Fig. 7 Prédictions spatiales à gauche et à droite

II.2 Filtre de décorrélation temporelle en treillis

La structure en treillis du filtre de décorrélation temporelle étant bien connue (voir Fig. 8-9), nous rappelons simplement les principaux résultats associés à cette structure.

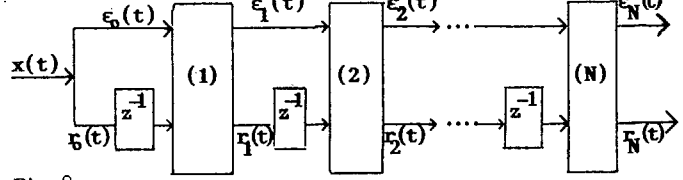


Fig. 8 Filtre de décorrélation temporelle en treillis

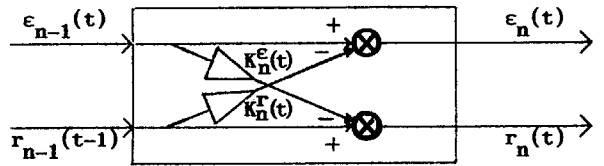


Fig. 9 Cellule de base (n) en treillis

La décorrélation temporelle du processus  $x(t)$  est réalisée étage par étage en fixant les gains  $K_n^e$  et  $K_n^r$  à l'aide des formules (3) et (4), c'est-à-dire

$$K_n^e(t) = E[\epsilon_{n-1}(t) r_{n-1}(t-1)] / E[\epsilon_{n-1}^2(t)] \quad (24)$$

$$K_n^r(t) = E[\epsilon_{n-1}(t) r_{n-1}(t-1)] / E[r_{n-1}^2(t-1)] \quad (25)$$

Par construction, nous avons pour  $n \in [1, N]$

$$\epsilon_n(t) \in X_{t-n,t}, r_n(t) \in X_{t-n,t} \quad (26)$$

où  $X_{k,l}$  représente l'ensemble des signaux  $x(\tau), \tau \in [k,l]$ , avec  $k, l > k$ .

Compte tenu des choix (24)-(25), il est facile de montrer par récurrence sur  $n$  que nous avons

$$\epsilon_n(t) \perp X_{t-n,t-1}, r_n(t) \perp X_{t-n+1,t} \quad (27)$$

$\epsilon_n(t)$  et  $r_n(t)$  peuvent s'interpréter comme des erreurs de prédiction d'ordre  $n$ , directe et rétrograde, de  $x(t)$ . Voir Fig. 10.

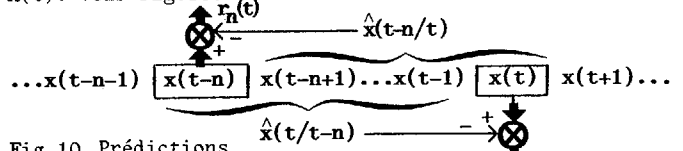


Fig. 10 Prédictions temporelles directe et rétrograde

$\hat{x}(t/t-n)$  et  $\hat{x}(t-n/t)$  représentent respectivement des prédictions à  $n$  pas de  $x(t)$  dans le sens direct, et de  $x(t-n)$  dans le sens rétrograde.

De plus, à partir de (26)-(27), nous pouvons déduire que

$$\epsilon_n(t) \perp \epsilon_q(t) \quad \forall q \neq n, q \text{ et } n \in [1, N] \quad (28)$$

et

$$r_n(t) \perp r_q(t) \quad \forall q \neq n, q \text{ et } n \in [1, N] \quad (29)$$

Par suite les deux séquences composées des  $N$  résidus directs  $\{\epsilon_1(t) \dots \epsilon_N(t)\}$  d'une part et des  $N$  résidus rétrogrades  $\{r_1(t) \dots r_N(t)\}$  d'autre part, constituent deux bases temporelles orthogonales.

A noter que le filtre de décorrélation temporelle décrit à l'aide des Fig. 8 et 9 ne comprend que  $N$  cellules de base en treillis.

II.3 Algorithmes de calcul des coefficients  $K^e$  et  $K^r$

Nous décrivons dans ce paragraphe différentes méthodes de calcul des coefficients  $K^r$  et  $K^e$ , paramètres caractéristiques des cellules en treillis (Fig. 5 et 9) relatives aux filtres de décorrélation spatiale (Fig. 6) et temporelle (Fig. 8).

Ces coefficients sont appelés coefficients de corrélation partielle (PARCOR), ou encore coefficients de réflexion (rétrograde ou avance pour le filtre temporel et à gauche ou à droite pour le filtre spatial).



## ETUDE COMPARATIVE DE FILTRES EN TREILLIS

- Application au traitement d'Antenne -

Deux classes de méthodes peuvent être utilisées pour le calcul des coefficients de réflexion :

\* **Méthodes globales ou non récursives** consistant à estimer des fonctions de corrélation à partir d'un bloc de données et à appliquer des formules telles que (15)-(16) ou (24)-(25).

Compte tenu des relations (5)-(6), nous pouvons conclure que ces formules correspondent à la minimisation de l'énergie des résidus obtenus en sortie des cellules (p,n) pour le filtre spatial ou (n) pour le filtre temporel.

Il est à noter que d'autres formulations globales ont été développées pour le calcul des coefficients PARCOR, comme par exemple la méthode de la moyenne harmonique [BURG-1975] qui revient à prendre une cellule en treillis à un seul coefficient égal à la moyenne harmonique des coefficients  $K^E$  et  $K^R$ ; ce coefficient peut être obtenu à partir de la minimisation de la somme des énergies des résidus en sortie de la cellule. (Voir [MAKHOUL-1977] pour une présentation unifiée des principales méthodes globales).

L'inconvénient de ce type de méthodes est qu'elles font appel à un calcul de corrélations, ce qui nécessite des hypothèses sous-jacentes de stationnarité des signaux traités. Cette hypothèse étant rarement satisfaite en pratique, la deuxième classe de méthodes est en général mieux adaptée pour les applications.

\* **Méthodes récursives par rapport au temps** qui, comme leur nom l'indique, consistent à réajuster les coefficients de réflexion à chaque instant d'échantillonnage.

Deux types de méthodes récursives ont été développées :

- **Méthodes optimales** correspondant à la minimisation d'un critère du type Moindres Carrés (algorithme avec fenêtre antérieure, algorithme de covariance à mémoire croissante, algorithme de covariance sur fenêtre glissante). Ces méthodes correspondent aux filtres en treillis adaptatifs basés sur les Moindres Carrés. (Voir l'article de [FRIEDLANDER-1982] pour une présentation synthétique de ces différents algorithmes).

- **Méthodes sous-optimales** obtenues :

- soit à partir des formules non récursives,
- soit en utilisant l'algorithme LMS (treillis avec gradient),
- soit en utilisant l'algorithme du signe.

Par manque de place nous limiterons notre exposé à cette dernière classe de méthodes sous-optimales qui présentent l'avantage d'une complexité moindre et qui nécessitent donc un volume de calcul moins important. En contre partie ces méthodes ont des propriétés de convergence moins bonnes.

Nous décrivons ci-après ces méthodes sous-optimales pour le calcul des coefficients  $K^E$  et  $K^R$  relatifs à la cellule (p,n) du treillis spatial. Des formules identiques peuvent être obtenues pour le treillis temporel.

### II.3-1 Méthode récursive sous-optimale obtenue à partir des formules non récursives

Cette première méthode consiste à utiliser une estimation récursive des fonctions de corrélation intervenant dans les formules (15)-(16).

Soit

$$K_{p+n,n}^E(t) = \hat{E}[\varepsilon_{p,n-1} r_{p+n,n-1}]_t / \hat{E}[\varepsilon_{p,n-1}^2]_t \quad (30)$$

$$K_{p,n}^R(t) = \hat{E}[\varepsilon_{p,n-1} r_{p+n,n-1}]_t / \hat{E}[r_{p+n,n-1}^2]_t \quad (31)$$

avec

$$\hat{E}[\varepsilon_{p,n-1} r_{p+n,n-1}]_t = \lambda \hat{E}[\varepsilon_{p,n-1} r_{p+n,n-1}]_{t-1} + \varepsilon_{p,n-1}(t-1) r_{p+n,n-1}(t-1) \quad (32)$$

$$\hat{E}[\varepsilon_{p,n-1}^2]_t = \lambda \hat{E}[\varepsilon_{p,n-1}^2]_{t-1} + \varepsilon_{p,n-1}^2(t-1) \quad (33)$$

$$\hat{E}[r_{p+n,n-1}^2]_t = \lambda \hat{E}[r_{p+n,n-1}^2]_{t-1} + r_{p+n,n-1}^2(t-1) \quad (34)$$

où  $\lambda (\leq 1)$  est un facteur d'oubli fixant la longueur de la fenêtre sur laquelle sont estimées les fonctions de corrélation et permettant ainsi de suivre d'éventuelles non stationnarités intervenant dans les signaux. Notons que les valeurs initiales des estimés  $\hat{E}[r]$ ,  $\hat{E}[\varepsilon^2]$  et  $\hat{E}[r^2]$  peuvent être choisies de manière arbitraire ou calculées à partir du traitement d'un bloc de données.

### II.3-2 Méthodes récursives sous-optimales obtenues en utilisant l'algorithme LMS

Nous avons dans ce cas

$$K_{p+n,n}^E(t+1) = K_{p+n,n}^E(t) + v^E(-\hat{V}^E(t)) \quad (35)$$

$$K_{p,n}^R(t+1) = K_{p,n}^R(t) + v^R(-\hat{V}^R(t)) \quad (36)$$

où  $\hat{V}^E$  et  $\hat{V}^R$  représentent des valeurs estimées des gradients  $\nabla^E$  et  $\nabla^R$  relatifs aux critères minimisés pour le calcul de  $K^E$  et de  $K^R$  respectivement (voir (4)-(5)). Soit :

$$\nabla^E = -2E[\varepsilon_{p,n-1}(t) r_{p+n,n}(t)] \quad (37)$$

$$\nabla^R = -2E[r_{p+n,n-1}(t) \varepsilon_{p,n}(t)] \quad (38)$$

L'algorithme LMS est obtenu en prenant comme valeurs estimées  $\hat{V}^E$  et  $\hat{V}^R$  les valeurs instantanées, c'est-à-dire

$$\hat{V}^E(t) = -2\varepsilon_{p,n-1}(t) r_{p+n,n}(t) \quad (39)$$

$$\hat{V}^R(t) = -2r_{p+n,n-1}(t) \varepsilon_{p,n}(t) \quad (40)$$

D'où les formules de réactualisation suivantes pour le calcul des coefficients de réflexion

$$K_{p+n,n}^E(t+1) = K_{p+n,n}^E(t) + \mu^E \varepsilon_{p,n-1}(t) r_{p+n,n}(t) \quad (41)$$

$$K_{p,n}^R(t+1) = K_{p,n}^R(t) + \mu^R r_{p+n,n-1}(t) \varepsilon_{p,n}(t) \quad (42)$$

Algorithme LMS - Version non normalisée à deux coefficients

Les paramètres scalaires  $\mu^E (= 2v^E)$  et  $\mu^R (= 2v^R)$ , appelés taux de convergence, permettent de contrôler la stabilité et la vitesse d'adaptation de l'algorithme. Les algorithmes en treillis adaptatifs utilisant l'algorithme LMS ont été introduits par [GRIFFITHS-1977, 1978].

Comme nous l'avons signalé précédemment, une version simplifiée à un seul coefficient de réflexion par cellule peut être dérivée de l'algorithme de BURG. Nous avons alors

$$K_{p+n,n}^E(t) = K_{p,n}^R(t) = K_{p,n}(t) \quad (43)$$

avec la formule de réactualisation suivante :

$$K_{p,n}(t+1) = K_{p,n}(t) + \mu[\varepsilon_{p,n-1}(t) r_{p+n,n}(t) + r_{p+n,n-1}(t) \varepsilon_{p,n}(t)] \quad (44)$$

Algorithme LMS - Version non normalisée à un coefficient

D'autre part, comme pour les filtres en treillis temporels [GRIFFITHS, MEDAUGH-1979], il est possible de donner une version normalisée des algorithmes (41)-(42) d'une part et (44) d'autre part, en choisissant les taux de convergence  $\mu^E$ ,  $\mu^R$  et  $\mu$  inversement proportionnels à l'énergie des résidus se trouvant à l'entrée de la cellule. Nous obtenons les deux algorithmes suivants :

$$K_{p+n,n}^E(t+1) = K_{p+n,n}^E(t) + \alpha^E \varepsilon_{p,n-1}(t) r_{p+n,n}(t) / R_{p,n-1}^E(t) \quad (45)$$

$$K_{p,n}^R(t+1) = K_{p,n}^R(t) + \alpha^R r_{p+n,n-1}(t) \varepsilon_{p,n}(t) / R_{p+n,n-1}^R(t) \quad (46)$$

$$R_{p,n-1}^E(t) = \lambda R_{p,n-1}^E(t-1) + \varepsilon_{p,n-1}^2(t) \quad (47)$$

$$R_{p+n,n-1}^R(t) = \lambda R_{p+n,n-1}^R(t-1) + r_{p+n,n-1}^2(t) \quad (48)$$

Algorithme LMS - Version normalisée à deux coefficients

ETUDE COMPARATIVE DE FILTRES EN TREILLIS

- Application au traitement d'Antenne -

$$K_{p,n}(t+1) = K_{p,n}(t) + \alpha [\epsilon_{p,n-1}(t) r_{p+n,n}(t) + r_{p+n,n-1}(t) \epsilon_{p,n}(t)] / R_{p,n}(t) \quad (49)$$

$$R_{p,n}(t) = \lambda R_{p,n}(t-1) + [\epsilon_{p,n-1}^2(t) + r_{p+n,n-1}^2(t)] \quad (50)$$

Algorithme LMS - Version normalisée à un coefficient

II.3-3 Méthodes récursives sous-optimales obtenues en utilisant l'algorithme du signe

En utilisant l'algorithme du signe, les versions normalisées à deux coefficients et à un coefficient se simplifient comme suit :

$$K_{p+n,n}^{\epsilon}(t+1) = K_{p+n,n}^{\epsilon}(t) + \alpha^{\epsilon} \sigma \{ r_{p+n,n}(t) \} \epsilon_{p,n-1}(t) / \rho_{p,n-1}^{\epsilon}(t) \quad (51)$$

$$K_{p,n}^r(t+1) = K_{p,n}^r(t) + \alpha^r \sigma \{ \epsilon_{p,n}(t) \} r_{p+n,n-1}(t) / \rho_{p+n,n-1}^r(t) \quad (52)$$

$$\rho_{p,n-1}^{\epsilon}(t) = \lambda \rho_{p,n-1}^{\epsilon}(t-1) + |\epsilon_{p,n-1}(t)| \quad (53)$$

$$\rho_{p+n,n-1}^r(t) = \lambda \rho_{p+n,n-1}^r(t-1) + |r_{p+n,n-1}(t)| \quad (54)$$

Algorithme du signe - Version à deux coefficients

où 
$$\sigma(x) = \begin{cases} +1 & \text{si } x \geq 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad (55)$$

$$K_{p,n}(t+1) = K_{p,n}(t) + \alpha [\sigma \{ r_{p+n,n}(t) \} \epsilon_{p,n-1}(t) + \sigma \{ \epsilon_{p,n}(t) \} r_{p+n,n-1}(t)] / \rho_{p,n}(t) \quad (56)$$

$$\rho_{p,n}(t) = \lambda \rho_{p,n}(t-1) + |\epsilon_{p,n-1}(t)| + |r_{p+n,n-1}(t)| \quad (57)$$

Algorithme du signe - Version à un coefficient

La version à un coefficient utilisant l'algorithme du signe a été proposée récemment par [YOUN, MATHEWS, CHO-1985] pour la réalisation du filtre en treillis temporel.

III - APPLICATION des ALGORITHMES en TREILLIS au TRAITEMENT d'ANTENNE

Dans le §III.1 nous rappelons tout d'abord le principe du soustracteur de bruit appliqué au traitement d'antenne adaptative, avec utilisation de filtres transversaux [BIENVENU, MERMOZ-1979]. Puis dans le §III.2 nous décrivons une nouvelle méthode de traitement basée sur l'utilisation des filtres en treillis présentés dans le paragraphe précédent.

III.1 Traitement d'antenne adaptative avec utilisation de filtres transversaux

Le traitement d'antenne adaptative basé sur le principe du soustracteur de bruit, est composé des trois étapes suivantes :

a/ Remise en phase des signaux issus des P capteurs, conformément à la direction d'observation et à la géométrie de l'antenne.

Les P signaux ainsi remis en phase peuvent s'écrire :

$$x_i(t) = s(t) + b_i(t) \quad (58)$$

où : s(t) = "signal utile" émis par une source se trouvant dans la direction d'observation.

b\_i(t) = bruit relatif au capteur n°i, pouvant provenir à la fois de l'antenne (bruit de mesure) et du milieu (bruit de fond, signaux émis par d'autres sources que celle se trouvant dans la direction d'observation).

Nous supposons dans la suite que les signaux s(t) et b\_i(t), i ∈ [1,P], sont non corrélés.

b/ Formation de voie classique, appelée "voie signal + bruit", à partir d'une simple sommation sans pondération des signaux x\_i(t).

D'autre part, formation de (P-1) "voies références bruit seul", obtenues par différence de deux canaux adjacents, ce qui permet d'éliminer le signal utile se trouvant dans la direction d'observation. Il ne reste alors que les signaux provenant d'autres direc-

tions, et qui "polluent" la voie classique.

c/ Traitement adaptatif des "références bruit seul" à l'aide de filtres numériques transversaux (c'est-à-dire à réponse impulsionnelle finie) dont les coefficients sont réajustés en utilisant l'algorithme LMS, de manière à minimiser la puissance de sortie de l'antenne. Ceci revient à déterminer la meilleure estimation  $\hat{b}$  du bruit polluant la voie classique à partir des (P-1) "références bruit seul". Ces trois étapes sont résumées à l'aide de la Fig.11.

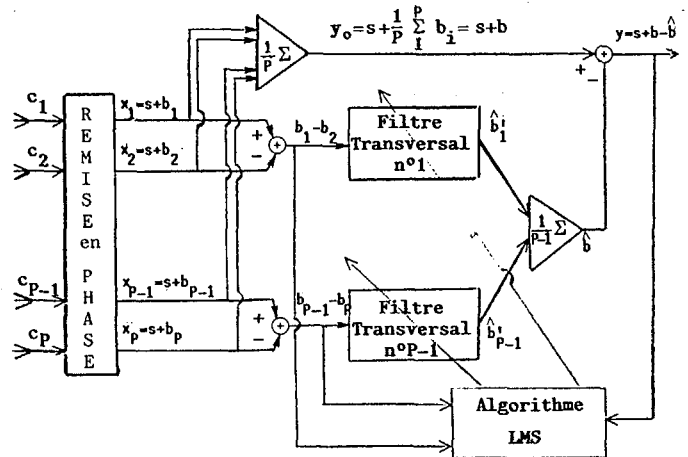


Fig.11 Antenne adaptative basée sur le principe du soustracteur de bruit. Utilisation de filtres transversaux.

Remarque : Calcul adaptatif des coefficients des filtres transversaux.

Le filtre transversal relatif à la "voie référence bruit seul" n°p étant supposé d'ordre Lp, nous avons

$$\hat{b}_p(t) = \sum_{i=0}^{L_p} w_{p,i}(t) [b_p(t-i) - b_{p+1}(t-i)] = W_p^T(t) B_p(t) \quad (59)$$

où : 
$$W_p(t) = [w_{p,0}(t) \dots w_{p,L_p}(t)]^T \quad (60)$$

$$B_p(t) = [b_p(t) - b_{p+1}(t) \dots (b_p(t - L_p) - b_{p+1}(t - L_p))]^T \quad (61)$$

Les coefficients w\_{p,i} sont estimés à l'aide de l'algorithme LMS, de manière à minimiser la puissance de la sortie y de l'antenne, soit :

$$w_{p,i}(t+1) = w_{p,i}(t) + \mu (b_p(t-i) - b_{p+1}(t-i)) y(t) \quad (62)$$

où le coefficient scalaire  $\mu$  représente le taux de convergence de l'algorithme. Une version normalisée peut également être utilisée (voir (45)-(48) et (49)-(50)).

A noter enfin que ce type de traitement nécessite de connaître de manière exacte la forme du front d'onde issu de la source associée au signal s(t), afin de pouvoir constituer de manière effective des "voies références bruit seul". Dans le cas contraire, c'est-à-dire si une "portion" du signal s(t) apparaît dans les "références bruit seul", ce traitement d'antenne entraîne une distorsion du signal utile, distorsion qui est d'autant plus grande que le rapport signal/bruit est plus élevé (voir [BIENVENU, MERMOZ-1979] pour une illustration de cette remarque).

III.2 Traitement d'antenne adaptative avec utilisation de filtres en treillis et en échelle

La structure de traitement proposée est constituée de deux étages en cascade :

- Un premier étage réalise la décorrélation spatiale des (P-1) "voies références bruit seul" à l'aide d'un filtre en treillis triangulaire (Fig.6) aboutissant à l'obtention d'une base spatiale orthogonale.

- Un deuxième étage, lui-même en cascade, effectuée :  
• D'une part, la décorrélation temporelle de chaque voie obtenue en sortie du premier étage. Cette décorré-



ETUDE COMPARATIVE DE FILTRES EN TREILLIS

- Application au traitement d'Antenne -

lation est réalisée à l'aide d'un filtre de blanchiment en treillis (Fig.8) conduisant à une base temporelle orthogonale.

D'autre part, la décorrélation de la "voie signal + bruit" des différentes "voies bruit seul" qui ont été orthogonalisées à la fois spatialement et temporellement. Cette décorrélation est réalisée en cascade, à l'aide d'une partie en échelle venant se rajouter au filtre en treillis temporel.

Cette nouvelle structure de traitement est représentée à l'aide des Fig.12 et 13.

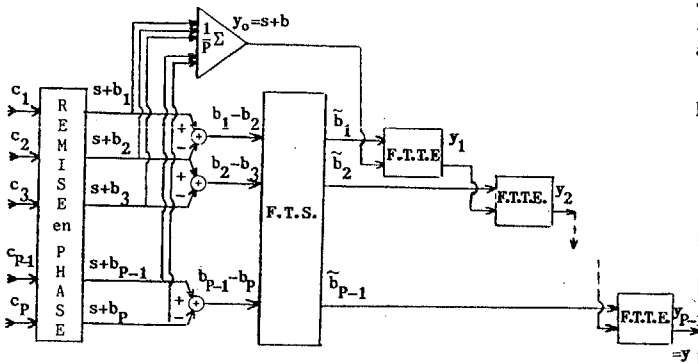


Fig.12 Antenne adaptative basée sur le principe du soustracteur de bruit. Utilisation de filtres en treillis et en échelle

F.T.S. = Filtre en treillis spatial (Fig.6)  
 F.T.T.E. = Filtre en treillis temporel et en Echelle (Fig.13).  
 L'ensemble des signaux  $(b_1, \dots, \tilde{b}_{p-1})$  représente une des deux bases spatiales orthogonales mises en évidence sur la Fig.6.

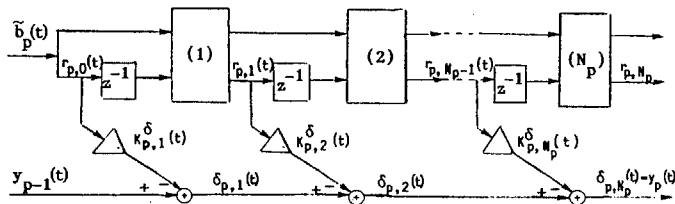


Fig.13 Cellule F.T.T.E. - Filtre en treillis et en échelle

Par analogie avec les formules (41)-(42), les coefficients  $K_{p,n}^\delta$ ,  $n \in [1, N_p]$ , de la partie échelle sont réajustés à l'aide de l'équation suivante :

$$K_{p,n}^\delta(t+1) = K_{p,n}^\delta(t) + \mu r_{p,n-1}^\delta(t) \delta_{p,n}^\delta(t) \quad (63)$$

A noter qu'il est possible d'utiliser des algorithmes à double récursivité (ordre/temps) ainsi que des algorithmes normalisés pour le calcul des coefficients de corrélation partielle.

Enfin nous devons remarquer qu'une solution simplifiée peut être obtenue en remplaçant les cellules F.T.T.E. de la Fig.12 par des cellules de décorrélation spatiale à structure triangulaire (Fig.1).

IV - RESULTATS de SIMULATION

Faute de place les résultats de simulation seront présentés lors de la conférence. Ces résultats numériques obtenus à partir du traitement de signaux sonar synthétiques permettent de mettre en évidence l'effet des deux étages de décorrélation (spatiale

et temporelle). D'autre part, les performances numériques résultant de l'application de la méthode de traitement proposée sont comparées à celles obtenues à l'aide de la solution de la Fig.11.

V - CONCLUSION

Cet article nous a permis tout d'abord de donner une présentation originale des filtres de décorrélation spatiale et temporelle en treillis. Différentes méthodes sous-optimales ont été proposées pour le calcul récursif vis-à-vis du temps des coefficients de réflexion partielle, caractéristiques des filtres en treillis. Une nouvelle méthode de traitement d'antenne adaptative utilisant des filtres de décorrélation spatiale et temporelle a été proposée. Cette méthode a été testée sur des signaux sonar synthétiques.

REFERENCES

[Bienvenu, Mermoz-1979], Adaptive array processing for passive detection, Int. Seminar on "Case Studies in Advanced Signal Processing", Peebles, Scotland, Sept.  
 [Burg - 1975], Maximum entropy spectrum analysis, Ph.D Stanford Univ.  
 [Friedlander-1982], Lattice filters for adaptive processing, Proc. of the IEE, vol.70, n°8, 829-867, Aug.  
 [Griffiths-1977], A continuously adaptive filter implemented as a lattice structure, Proc. ICASSP, 683-686  
 [Griffiths-1978], An adaptive lattice structure for noise cancelling applications, Proc. ICASSP, 87-90  
 [Griffiths, Medaugh-1979], Convergence properties of an adaptive noise cancelling lattice structure, Proc.IEEE-CDC, 1357-1361  
 [Makhoul-1977], Stable and efficient lattice methods for linear prediction, IEEE vol.ASSP-25, n°5, 423-428, Oct.  
 [Sharman, Durrani-1983], Spatial lattice filter for High-resolution spectral analysis of array data, IEE Proc., vol.130, Pt.F, n°3, 279-287, April  
 [Youn, Mathews, Cho-1985], An efficient lattice predictor algorithm for instantaneous frequency estimation, à paraître dans Signal Processing.