

# DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 20 au 24 MAI 1985

DETECTION PAR LES VALEURS PROPRES : PERFORMANCES THEORIQUES ET ESSAIS  
SUR SIGNAUX REELS

J.M. PASSERIEUX - L. KOPP

THOMSON-CSF DASM Cagnes, Chemin des Travaux 06801 CAGNES/MER FRANCE

## RESUME

L'utilisation en acoustique sous-marine des méthodes haute résolution basées sur la décomposition en ses éléments propres de la matrice de densité spectrale estimée nécessite la connaissance préalable de l'ordre du modèle (problème de la détection) et celle de la cohérence spatiale du bruit de fond. Dans un contexte habituel : signaux gaussiens et stationnaires, sources spatialement cohérentes et décorellées, cohérence spatiale du bruit de fond connue, le nombre de sources peut être déterminé par une séquence de tests de rapport de vraisemblance (test de Sphéricité-Ligett [1]) ou par des critères généraux d'estimation de l'ordre d'un modèle (par exemple critère d'Akaike [3], [6]). Le plus souvent la cohérence spatiale du bruit de fond est inconnue mais peut être modélisée par un faible nombre de paramètres qui sont estimés conjointement à ceux caractérisant les sources : une erreur sur la modélisation du bruit de fond se traduisant par une augmentation du nombre de sources détectées. Une autre approche consiste à former des sous-voies directives pointées et à admettre que le bruit de fond est pratiquement isotrope dans le secteur angulaire qu'elles couvrent. La matrice de densité spectrale des sous-voies peut être utilisée soit pour estimer d'éventuelles anisotropies de la répartition spatiale du bruit de fond, soit pour appliquer la méthode de détection par les valeurs propres à une zone limitée de l'horizon. Quelques exemples d'application de ces méthodes à des enregistrements de signaux recueillis en mer sont finalement présentés. Lorsqu'elle est utilisée avec des méthodes de stabilisation (intégration temporelle ou fréquentielle, formation de sous-voies) et après une énergique réduction du nombre de capteurs (antenne suréchantillonnée), cette méthode de détection, théoriquement destinée à fixer l'ordre d'un modèle, peut fournir des informations appréciables sur le champ de bruit.

## SUMMARY

In underwater passive listening the implementation of any narrow band high resolution method such as those using the eigensystem of the spectral matrix requires the a priori knowledge of the spatial coherence of the background noise and an estimate of the number of sources. When the spatial coherence of the background noise is known the number of sources can be estimated from the characteristic roots of the estimated spectral matrix after a spatial Whitening. Maximum Likelihood ratio tests (Sphericity test, Ligett [1]) or Akaike's like criteria ([3], [6]) could be used. Practically the spatial coherence of the background noise is unknown but it could sometimes be described with a small set of parameters. These, and those describing the sources, could be jointly estimated : any discrepancy on the spatial coherence of the background noise will introduce false sources. In an alternative way of processing the antenna is split into several steered sub-arrays and the background noise is assumed locally isotropic. The spectral matrix of these sub-arrays is then used to estimate anisotropies of the background noise and to determine the number of sources in the main lobe of the sub-arrays. Some at sea results finally show that when used with technics such as frequency or time integration, formation of sub-arrays and reduction of the number of sensors (spatially oversampled noise field) this new method of detection, theoretically built up to estimate the order of a model, could give valuable informations on the noise field.



### 1 - GENERALITES

Le but de l'écoute passive en acoustique sous-marine est triple : détecter, localiser et identifier les bruiteurs marins présents au voisinage d'un réseau de capteurs immergés. Cette étude se restreint au problème de la détection par un système fonctionnant en bande étroite.

L'observation utilisée par le récepteur consiste en  $N$  vecteurs  $\vec{X}_i$  à  $K$  composantes complexes obtenus par transformée de Fourier à la fréquence  $f$  sur  $N$  tranches temporelles successives jointives des  $K$  signaux d'entrée :  $(\vec{X}_i, i = 1, N)$ . Si la résolution de l'analyse spectrale est suffisante ces  $\vec{X}_i$  constituent  $N$  réalisations indépendantes d'un processus gaussien complexe  $\vec{X}(f)$  de matrice de covariance  $\Gamma(f)$ , leur densité de probabilité s'écrit :

$$p(\vec{X}_1, \dots, \vec{X}_N) = (\pi)^{-K \cdot N} |\Gamma|^{-N} \exp\{-\text{tr}(\hat{\Gamma}^{-1})\} \quad (1)$$

(+ désigne le transpose conjugué d'un vecteur ou d'une matrice  $|\cdot|$  et  $\text{tr}(\cdot)$  le déterminant ou la trace)

$\hat{\Gamma} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{X}_i \vec{X}_i^+$  est une estimée de la matrice de

covariance  $\Gamma(f)$ .

Le modèle idéalisé retenu consiste à admettre l'existence de  $p$  sources ponctuelles dans un milieu linéaire et invariant. Dans ces conditions :

$$\Gamma(f) = \sigma(f) \cdot J(f) + \sum_{i=1}^p \gamma_i(f) \vec{d}_i(f) \vec{d}_i^+(f) \quad (2)$$

-  $p$  est le nombre de sources ( $p < K$ )

-  $\gamma_i(f)$  et  $\vec{d}_i(f)$  la densité spectrale et le vecteur position de la source  $i$ .

-  $\sigma(f)$  et  $J(f)$  la densité spectrale et la matrice de spectrale du bruit de fond.

Lorsque la cohérence spatiale du bruit de fond est connue un changement de base permet de se ramener au cas d'un bruit de fond incohérent ( $J=I$ ). Il suffit pour cela de s'intéresser au processus blanchi :  $C^{-1} \vec{X}$  de matrice de covariance :

$$\Gamma_b = \sigma I + \sum_{i=1}^p \gamma_i (C^{-1} \vec{d}_i) (C^{-1} \vec{d}_i)^+ \quad (3)$$

$C$  désigne une racine carrée de  $J(f)$  ( $CC^+ = J$ ) et la fréquence est désormais omise.

Avec cette modélisation le problème de l'écoute passive se ramène lorsque  $J$  et  $p$  sont connus à un problème d'identification de paramètres.  $\sigma$ ,  $\gamma_i$ ,  $\vec{d}_i$  peuvent être estimés en maximisant la vraisemblance logarithmique :

$$\mathcal{L} = -N \text{Log} |\Gamma| - N \text{tr}(\hat{\Gamma}^{-1}) \quad (4)$$

La solution de ce problème d'optimisation n'est simple que si les vecteurs position  $\vec{d}_i$  ne sont pas contraints, c'est-à-dire si le modèle de propagation est ignoré. Les éléments propres de  $\hat{\Gamma}(f)$  apparaissent alors spontanément. Plus précisément l'espace est séparé au sens du maximum de vraisemblance en deux sous-espaces orthogonaux : l'espace "source", sous-tendu par les vecteurs position des  $p$  sources et l'espace "bruit". Diverses techniques permettent alors, en utilisant le modèle de propagation, de remonter aux paramètres désirés ([4], [6]).

Le maximum de la vraisemblance, calculé avec  $p$  sources a pour valeur :

$$\text{Max}_p \left( \vec{X}_1, \dots, \vec{X}_N \right) = (\pi)^{-K \cdot N} \left( \frac{\hat{\sigma}_p}{\hat{\sigma}_p} \right)^{N \cdot (K-p)} \quad (5)$$

$p$  sources

Il ne dépend que de  $\hat{\sigma}_p$  et  $\hat{\sigma}_p$  qui sont respectivement les moyennes géométrique et arithmétique des  $K-p$  plus petites valeurs propres de  $\hat{\Gamma}$ .

### 2 - METHODES DE DETECTION :

Dans cette partie  $J$  est parfaitement connue et utilisée pour le blanchiment spatial. Dans ces conditions (3) montre que les valeurs propres de  $\Gamma$  sont :

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p > \lambda_{p+1} = \dots = \lambda_K = \gamma$$

La plus petite de ces valeurs propres a pour multiplicité  $K-p$ , les autres, autant que de sources cohérentes lui sont supérieures, ceci d'autant plus que les sources sont fortes et bien séparées spatialement. Cette propriété de la décomposition spectrale de  $\Gamma$  est utilisée : le nombre de sources est déterminé en estimant la multiplicité de sa plus petite valeur propre. En pratique  $\hat{\Gamma}$  seule est connue : ses valeurs propres sont toutes distinctes mais en présence de  $p$  sources les  $K-p$  plus petites "focalisent". Cette approche heuristique peut être formalisée rigoureusement ([5], [8]).

### TEST DE SPHERICITE (Ligett [1]) :

Le nombre de sources est déterminé par une séquence de tests d'hypothèse. Partant de  $p = 0$ , et pour des valeurs croissantes de  $p$  on teste :

$$V_p = \left( \frac{\hat{\sigma}_p}{\hat{\sigma}_p} \right)^{K-p} \leq \eta_p \quad (6)$$

$\hat{\sigma}_p$  est la première valeur de  $p$  pour laquelle la quantité test  $V_p$  excède le seuil  $\eta_p$ .

Les seuils sont déterminés par :

$$\text{Proba} \{ V_p < \eta_p / p \text{ sources} \} = \alpha_p \quad (7)$$

$\alpha_p$  est le degré de confiance du test. Une théorie asymptotique, valide lorsque  $N \rightarrow \infty$ , ([10]) permet de relier les  $\eta_p$  aux  $\alpha_p$ .

### CRITERES D'AKAIKE ET DE RISSANEN

L'utilisation de critères généraux d'estimation de l'ordre d'un modèle, tels que les critères d'Akaike (AIC) ou de Rissanen (MDL) permet d'éviter le choix arbitraire des  $\eta_p$ . Le nombre de sources est déterminé en minimisant des fonctions de  $p$  :

$$\text{AIC}(p) = -N \log \left( \frac{V_p}{p} \right) + p(2K - p) \quad (\text{Akaike}) \quad (8a)$$

$$\text{MDL}(p) = -N \log \left( \frac{V_p}{p} \right) + p(2K - p) \log(N) / 2 \quad (\text{Rissanen}) \quad (8b)$$

Des simulations sur ordinateur ont permis d'évaluer les performances de ces tests. Par rapport au récepteur optimal (formation d'une voie pointée dans la direction supposée de la source) la dégradation des performances en détection sur une source unique serait de l'ordre de  $K^{1/2}$  ([12]).

Cette perte peut sembler acceptable compte tenu du pouvoir séparateur et de la robustesse de ces méthodes utilisables lorsque la géométrie de l'antenne ou les conditions de propagation sont complètement inconnues.

### 3 - ESTIMATION DE LA MATRICE DE COHERENCE SPATIALE DU BRUIT DE FOND

Diverses méthodes exposées maintenant permettent d'estimer  $J$ , inconnue en pratique, ou de rendre le système relativement peu sensible à cette ignorance.

### 3.1. Modélisation explicite du bruit de fond :

Plusieurs modèles de cohérence spatiale du bruit de fond sont utilisés : pour tous, le bruit de fond est dû à une infinité de petites sources, éventuellement directives, de densité spatiale de puissance à la fréquence  $f$  lentement variable  $b(\theta)$ . Parmi ceux-ci le modèle de bruit de surface de Bron et Sherman ([11]) conduit à une famille de fonctions de cohérence horizontale :

$$\text{Coh}_m(x) = \frac{2^m m!}{(2\pi\alpha)^m} \text{Bes}_m(2\pi\alpha) \quad (9)$$

$\text{Bes}_m$  est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre  $m$ ,  $\alpha = x/\lambda$  et  $m$  est un paramètre qui contrôle la directivité des sources élémentaires situées sur la surface.

Un autre modèle consiste à admettre l'existence de petites sources à l'infini dans un plan horizontal contenant l'antenne et à développer  $b(\theta)$  en une série tronquée d'harmoniques du gisement :

$$b(\theta) = \sum_{k=0}^{Nb-1} m_k \cos k \theta \quad (10)$$

$k = 0$   
(modèle a Nb paramètres :  $m_0, m_1, \dots$ )

Ainsi modélisée la cohérence spatiale du bruit de fond peut être déterminée en estimant  $m$  ; il suffit pour cela de maximiser la vraisemblance logarithmique (4) ( $p$  connu) ou d'utiliser les critères AIC ou MDL. Le calcul fait intervenir les éléments propres de  $\hat{J}$  après blanchiment par  $J(m)$  et seules des méthodes numériques, coûteuses avec un modèle riche, permettent d'aboutir à un résultat.

Un inconvénient de ces méthodes tient au couplage entre l'estimation de  $p$  (qui dépend du choix des seuils ou d'un critère) et celle de  $m$ . Aussi un estimateur heuristique qui évite ce couplage a été proposé ("algorithme de focalisation des valeurs propres").

Il détermine  $m$  en maximisant :

$$F(m) = \sum_{p=0}^{K-1} V_p(m) \quad (11)$$

Les  $V_p(m)$  sont calculées en blanchissant avec  $J(m)$ .

### 3.2. Formation de sous-voies

Lorsque le bruit de fond semble trop complexe pour pouvoir être décrit à l'aide d'un nombre suffisamment restreint de paramètres (bruit de trafic) une méthode approximative permet d'obtenir directement pour chaque direction de pointage  $\theta$  une estimée de  $b(\theta)$ . L'antenne de  $K$  capteurs est partitionnée afin de former un nombre inférieur  $L$  de sous-antennes directives pointées en  $\theta$  : les sous-voies. On fait l'hypothèse que le bruit de fond est localement isotrope ( $b(\theta)$  constante dans le lobe de directivité des sous-voies) et on blanchit la matrice de densité spectrale des signaux après formation de sous-voies. La plus petite valeur propre de cette matrice constitue une bonne estimée de  $b(\theta)$  ([6]). Cette estimée peut être utilisée pour reconstruire une matrice  $\hat{J}$  et réaliser le blanchiment spatial de  $\hat{J}$ . Une autre utilisation possible de ces sous-voies consiste à ne pas utiliser la méthode de détection de manière panoramique mais à se restreindre à la zone couverte par les sous-antennes. Les avantages de cette technique sont abordés dans [12].

### 3.3. Cas des antennes suréchantillonnées

Lorsque l'antenne est suréchantillonnée (les capteurs sont à des distances inférieures à  $\lambda/2$ ) le bruit de fond sur les capteurs devient fortement corrélé et les matrices  $J$ , obtenues par exemple par (9) ou (10) deviennent pratiquement singulières. Parallèlement le modèle de propagation devient ambigu : la matrice de densité spectrale d'un champ de bruit correspondant à  $K$  sources distinctes bien séparées est elle aussi pratiquement singulière. Un blanchiment spatial brutal (qui utiliserait C-1) risque alors de suramplifier des phénomènes parasites tels que des bruits électriques dans la chaîne d'enregistrement, des erreurs numériques, le biais de mesure, etc... qui seront interprétés comme des sources par les tests.

La solution retenue utilise une pseudo-inverse de la matrice  $C$  qui restreint l'espace des signaux à un sous-espace de dimension  $Kr < K$  sous-tendu par les vecteurs propres de  $J$  correspondants aux plus grandes valeurs propres. Pratiquement le nombre de degrés de liberté est réduit énergiquement :  $Kr$  est pris très légèrement supérieur au nombre de capteurs qu'aurait une antenne de même dimension que l'antenne réelle, mais formée de capteurs séparés de  $\lambda/2$ .

## 4 - ESSAI SUR SIGNAUX REELS

Les enregistrements présentés maintenant ont été réalisés en Méditerranée sur une antenne linéaire horizontale tractée par un navire de surface. Nous disposons des signaux sur 31 capteurs équidistants séparés de  $d = 1$  mètre pendant deux heures. Une source synthétique pulsée  $B1$  émet un signal bande étroite autour de  $f = 525$  Hz. Chaque émission de  $B1$ , d'une durée de 15 minutes, est suivie par un silence de 5 minutes puis par une nouvelle émission. Le niveau sonore est à chaque fois réduit de 6 dB environ. Les évolutions du bateau et de l'antenne sont décrites figure 1.

Les matrices  $\hat{J}$  sont estimées sur 13.33 secondes ( $\text{Res} = 7.5$  Hz et  $N = 100$ ). Figure 2 est tracée une réponse d'antenne obtenue à  $f = 525$  Hz par la méthode du goniomètre adaptatif. Plusieurs sources apparaissent clairement (pistes sombres) :

- la source pulsée  $B1$  se manifeste par plusieurs traces parallèles autour de 70 degrés environ. Les pulsations sont moins nettes lorsque le niveau émis diminue.
  - une autre source, stable et assez forte, notée  $B2$ .
  - plusieurs petites sources,  $B3$  à  $B5$ , peu stables. La fin de l'expérimentation, complexe, correspond au moment où la flûte, en giration passe et repasse devant la source pulsée.
- Les valeurs propres des matrices, sans blanchiment spatial sont tracées Figure 3 avec une échelle logarithmique en ordonnée. Elles se répartissent en trois groupes :
- les plus fortes, 4 ou 5 pendant le fonctionnement de  $B1$ , vraisemblablement liées aux sources.
  - les suivantes, assez bien groupées.
  - les 7 ou 8 plus faibles correspondent à des composantes fortement corrélées de bruit de fond.
- L'algorithme de focalisation des valeurs propres appliqué avec le modèle (9) conduit à une valeur de  $m$  voisine de 0.5, utilisée pour blanchir. Les valeurs propres des matrices  $\hat{J}$  après ce blanchiment sont tracées Figure 3. Le nombre de degrés de liberté est réduit à  $Kr = 22$ . Par rapport à la figure 3 le changement est très faible. Le blanchiment par  $J$  se comporte comme une projection qui supprime les composantes corrélées du bruit de fond.



Les sorties des tests sont représentées Figure 5-a à 5-d. Avec des seuils durs (5-b ou 5-d) les pulsations de B1 sont évidentes, du moins au début, mais  $\hat{p}$  est un peu faible. Des seuils plus doux (5-a ou 5-c), s'ils augmentent la sortie des tests la rendent erratique et difficile à relier aux bruiteurs présents sur la réponse d'antenne ou réellement dans l'eau.

Une autre manière de procéder, pour les tests de détection consiste à ne pas blanchir les matrices  $\hat{r}$ , mais à tester l'égalité d'une des valeurs propres, pas la plus petite : les matrices  $\hat{r}$  ne sont pas blanchies mais leurs plus petites valeurs propres sont éliminées avant d'appliquer les tests. Les sorties obtenues ainsi sont pratiquement indiscernables de celles obtenues en blanchissant par  $J_0, 5$ . L'allumage de B1 se traduit, du moins en début d'expérimentation par l'apparition de trois valeurs propres fortes, ce qui semble contredire l'hypothèse de cohérence spatiale parfaite mais peut s'expliquer par :

- une erreur sur la cohérence spatiale du bruit de fond
- l'existence de trajets multiples décorellés (ce que semble confirmer la Figure 2)
- des non-linéarités dans la chaîne d'enregistrement
- la décohérence due au biais d'estimation des matrices.

Les tests ont été utilisés après formation de sous-voies pointées dans la direction de B1, quatre sous-voies sont formées avec des groupements de 11 capteurs, une pondération d'antenne de Hann (lobes de la directivité des sous-voies à -30 dB) est utilisée, ainsi la zone couverte s'étend environ de 20 à 90 degrés. Les valeurs propres et les sorties des tests sont tracées Figurés 6 et 7. Les pulsations de B1 apparaissent mieux et la qualité du blanchiment est attestée par le fait que, B2 rejetée, aucune source n'est détectée pendant le premier silence.

La stabilité de la sortie des tests peut être grandement améliorée par intégration incohérente des quantités test. Cette méthode, développée en [7], pour obtenir un test de détection valable en bande large, consiste à intégrer sur plusieurs canaux fréquentiels les quantités test  $V_q$  en prenant leur moyenne géométrique. Cette approche est illustrée par la Figure 8. Des sous-voies sont formées dans le gisement 5 degrés avec les mêmes groupements pour 42 canaux fréquentiels adjacents séparés de 7.5 Hz de 300 à 660 Hz. Seule la fin de l'essai (40 minutes) est traitée. La sortie du test MDL est stabilisée par rapport à un traitement bande étroite : seule la source B3 est présente au début, vient s'y ajouter B4 ensuite, la sortie du test sature pendant la giration, puis revient à 0, etc... Cette approche peut aussi être utilisée en bande étroite les canaux fréquentiels indépendants sont alors remplacés par des tranches de temps indépendantes.

## 5 - CONCLUSIONS

Des méthodes de détection et d'estimation de la cohérence spatiale du bruit de fond sont proposées. Ces méthodes théoriquement destinées à estimer l'ordre d'un modèle peuvent, moyennant une stabilisation de la sortie (intégration fréquentielle ou temporelle, formation de sous-antennes) fournir à elles seules une information appréciable sur le champ de bruit.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] W.S. Ligett "Passive sonar : fitting models to

multiple time series" NATO ASI on signal processing Loughborough UK (1972) pp 327-345 Academic press (1973)

- [2] I.N. BEHERY, R.H. Mac Phie "Maximum likelihood estimation of the number, direction and strength of point radio sources from variable baseline interferometer data." IEEE trans, Vol AC-26, 2 pp 294-301 (1978)
- [3] M. Wax, T. Kailath "Determining the number of signals by information theoretic criteria" IEEE ASSP work. spec. est. Tampa, Fl (1983)
- [4] G. Vezzosi, P. Nicolas "Separation de fronts d'onde corrélés." GRETSI Nice 16-20 mai 1983
- [5] G. Bienvenu, L. Kopp "Optimality of high resolution array processing using the eigensystem approach." IEEE trans, Vol ASSP-31, 5 pp 1235-1248 (1983)
- [6] L. Kopp, G. Bienvenu "High resolution array processing using eigensystem" Proc NORDA workshop on high resolution spatial processing, Bay St Louis 12-14 Oct 1984
- [7] G. Bienvenu "Propriétés haute résolution de la matrice de corrélation spatiale", GRETSI Nice 16-20 mai 1983
- [8] T.W. Anderson "Asymptotic theory for the Principal component analysis " Ann. Math. Stat. Vol 34-1 pp 122-148
- [9] N.R. Goodman "Statistical analysis based on a certain multivariate complex gaussian distribution." Ann. Math. Stat. Vol 34-1 pp 155-177 (1963)
- [10] R.J. Muirhead "An introduction to multivariate statistical analysis" John Wiley & Sons NY (1982)
- [11] B.F. Bron, C.H. Sherman "Spatial correlation function for various noise models" JASA Vol 34-11 pp 1732-1736 (1962)
- [12] G. Bienvenu, L. Kopp "Méthode haute résolution après formation de voies. Bilan coût performances" GRETSI Nice 21-25 mai 1985

DETECTION PAR LES VALEURS PROPRES : PERFORMANCES THEORIQUES ET ESSAIS SUR SIGNAUX REELS

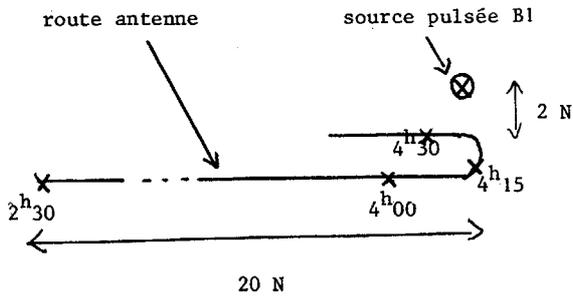


FIGURE 1

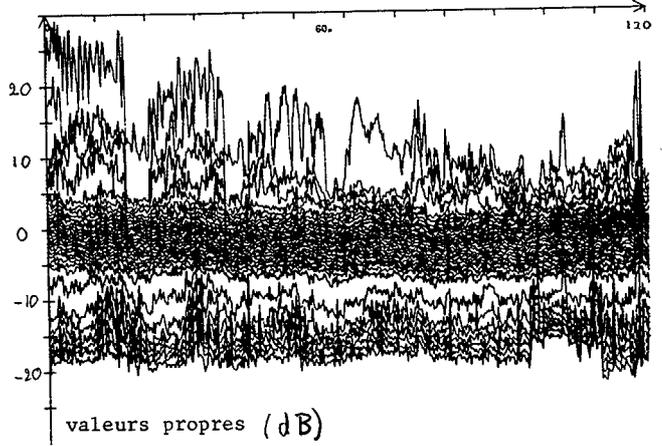


FIGURE 3

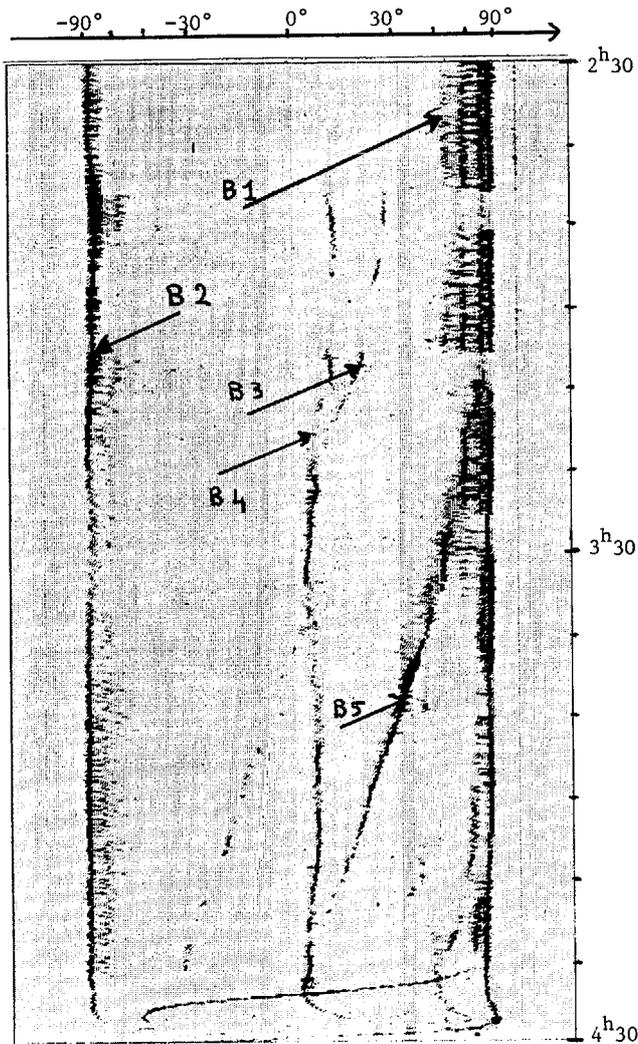


FIGURE 2

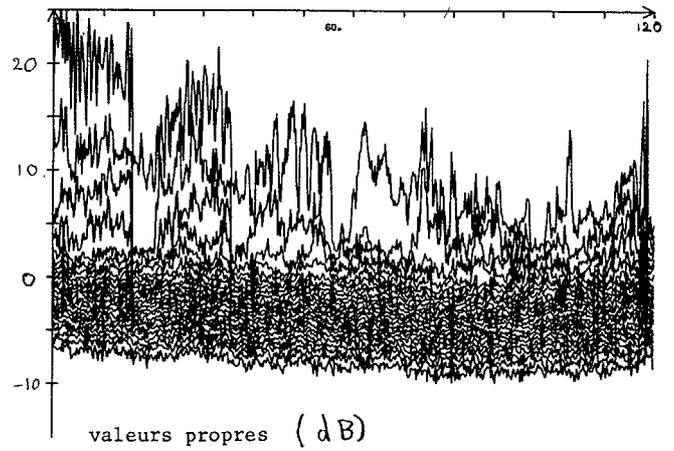


FIGURE 4



DETECTION PAR LES VALEURS PROPRES : PERFORMANCES THEORIQUES ET ESSAIS SUR  
SIGNALS REELS

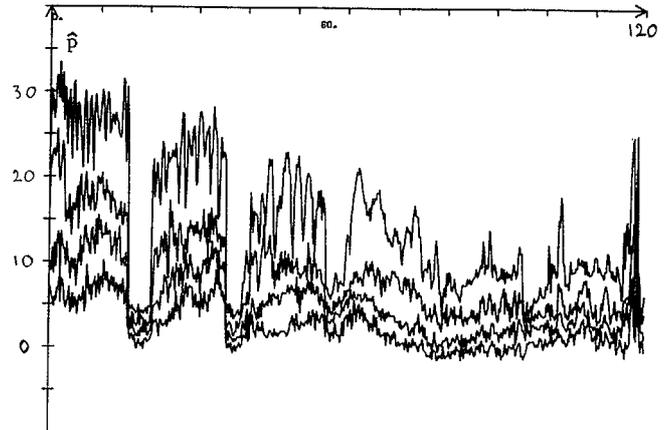
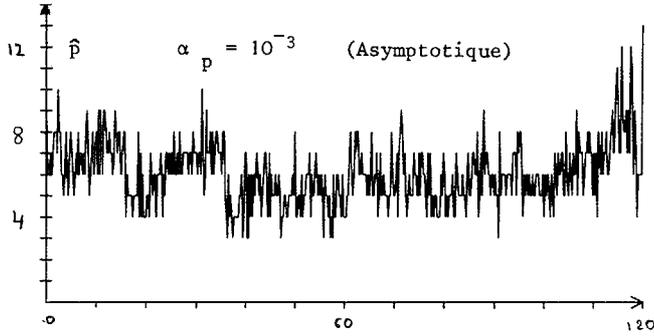


FIGURE 6

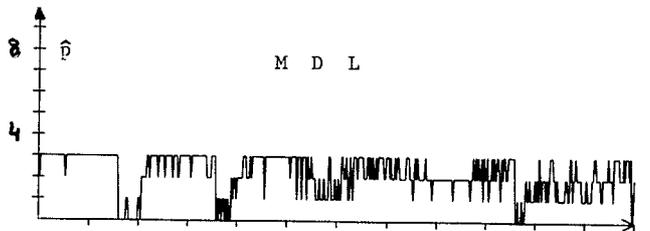
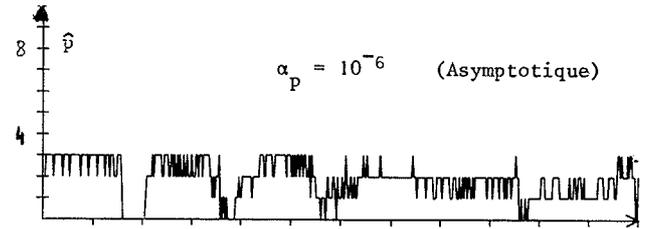
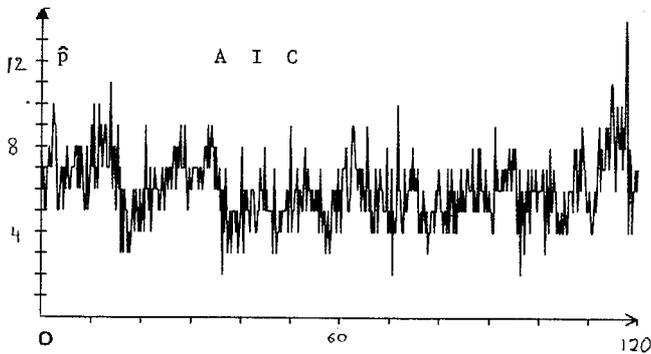
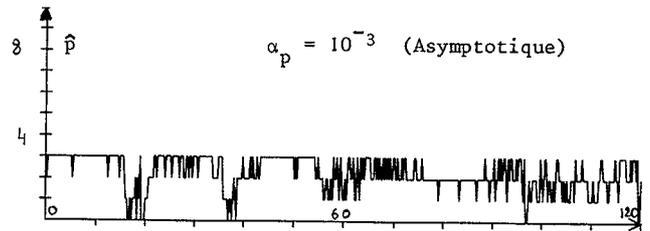
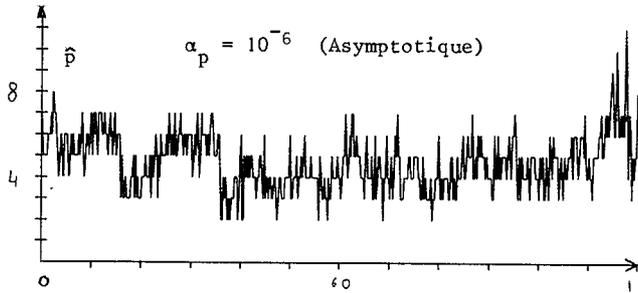


FIGURE 7

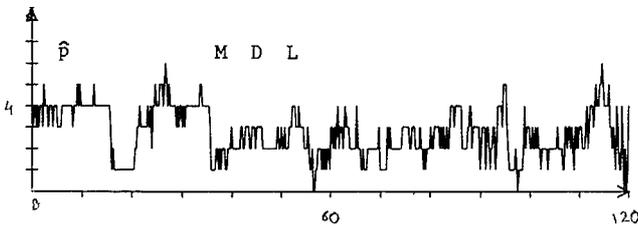


FIGURE 5

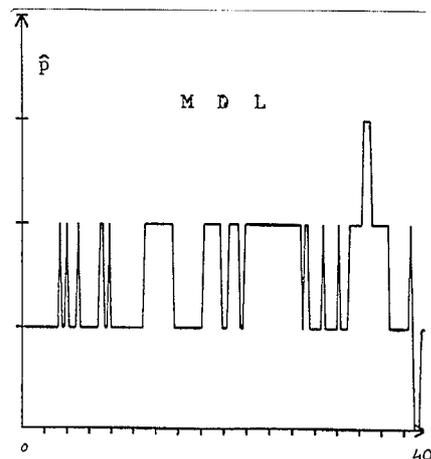


FIGURE 8