

DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 20 au 24 MAI 1985

IMAGERIE ACOUSTIQUE SPATIOFREQUENTIELLE PAR REPRESENTATION DE
WIGNER-VILLE CROISEE

B. ESCUDIE

M. CHIOLLAZ

L.T.S. LA 346B CNRS Laboratoire Traitement du Signal ICPI 25 rue du Piat - 69288 LYON cedex 02

RESUME

Les techniques actuelles d'imagerie interférométrique acoustique sont liées à l'analyse d'une situation de champ lointain stationnaire. Que ce soit par interférométrie et transformée de FOURIER ou par la méthode de la matrice interspectrale (H.MERMOZ), l'hypothèse de champ et de signaux stationnaires est employée de manière explicite.

Si ces procédés donnent complète satisfaction dans le cas de situations fixes ou très lentement variables, il n'en est plus de même pour des véhicules se déplaçant à distance finie à des vitesses de l'ordre du 1/4 de la célérité des ondes dans le milieu. Pour en tenir compte le calcul doit être réalisé sur une durée telle que la stationnarité locale soit réalisée. Le temps de pose se détermine en fonction du défilement angulaire et de la résolution désirée, afin d'obtenir un flou négligeable. Ceci revient à réaliser une analyse spectrale évolutive en fréquence ν , et angle α , à date t donnée.

L'analyse des signaux non stationnaires profite de la localisation de la puissance dans le plan temps-fréquence à l'aide de la Représentation conjointe de WIGNER-VILLE. Les résultats, obtenus par P.FLANDRIN et W.MARTIN, montrent tout l'intérêt d'une telle représentation. Son emploi dans l'analyse spatiofréquentielle présente les avantages suivants :

- possibilité de mise en évidence des paramètres caractéristiques des signaux reçus
- rejet de l'hypothèse de champ et de signal reçu stationnaires.

L'imagerie spatiofréquentielle à date et position d'antenne données s'exprime par une Représentation conjointe croisée portant sur les sorties de deux capteurs distants de x . Cette quantité dépend de 4 variables canoniquement conjuguées deux à deux ; elle s'exprime uniquement à position d'antenne fixée en fonction de ν fréquence et $\alpha = \frac{\nu x}{c_0}$ fréquence spatiale. En effet, toute translation spatiale de l'antenne peut se ramener à une translation temporelle ou à une homothétie angulaire. La Représentation de WIGNER-VILLE est invariante sous ces deux types de transformations.

Dans cette perspective, l'étude du champ reçu permet d'approximer la loi de modulation DOPPLER par une loi linéaire. Une telle condition d'observation définit une durée ou temps de pose nettement différent du précédent. La structure de la Représentation conjointe de WIGNER-VILLE liée à une forme bilinéaire du signal analytique et de son signal miroir compense l'effet de flou angulaire et permet une durée d'observation accrue. L'expression de cette représentation sous la forme "pseudo WIGNERVILLE lissée" élimine les effets des termes d'interaction dus à des multicomposantes du signal.

SUMMARY

Interferometric acoustical imaging is based up on a stationary far field assumption, as well as the cross-spectrum matrix method derived by H.MERMOZ. These two techniques are now used successfully for slow speed sources, but they cannot be used as well for radiating sources the speed of which is within 1/4 of the wave celerity. In such cases the estimation duration has to be defined so as to get a weak sense stationary case. This duration may be derived to avoid the blurr effect due to movement. Such a technique is a running spectral analysis function of frequency ν and angle α .

Non stationary signals are now well analyzed by the joint time and frequency representation defined by WIGNER and VILLE. Results recently derived by P.FLANDRIN and W.MARTIN have pointed out the main properties of such distribution. These properties may be used to :

- describe and analyse the intrinsic parameters of received signals
- to cancel assumptions related to stationary of acoustic field and signals.

Acoustic imaging as a function of ν and α is expressed as a cross joint WIGNER-VILLE representation of signals received by sensors the distance of which is x . This representation is a function of ν frequency and space frequency $f = -\nu \sin \alpha / c_0$. Such a representation is an invariant one by translation and scaling which are related to antenna translation in space.

The received field may be represented as a quadratic phase function under a constraint on duration for observation. This duration is derived under the quadratic phase assumption and the values are higher than in the previous case. Blurr effects are cancelled by the structure of WIGNER-VILLE representation. If one uses the "smoothed pseudo WIGNER-VILLE" representation the cross terms due to multiple time and frequency components may be avoided for the radiated signals.



INTRODUCTION

L'imagerie spatiofréquentielle de champ lointain est une Représentation énergétique [1]. Elle répartit le flux ou intensité, en fonction de l'angle et de la fréquence. Une telle description est analogue à celle fournie par la photographie : description angulaire du panorama et description colorée. Les deux procédés utilisés actuellement en acoustique reposent sur le même principe : la mesure du retard différentiel entre signaux reçus sur divers capteurs dus à une source donnée. La méthode interférométrique suivie de transformation de Fourier et la méthode de la matrice interspectrale utilisent l'information fondamentale contenue dans la fonction d'intercorrélacion entre signaux reçus [2]. Cette notion nécessite que le champ reçu soit stationnaire ou localement stationnaire en espace et temps au niveau de l'antenne de réception. Une telle hypothèse est parfaitement vérifiée dans le cas de sources fixes ou évoluant avec une vitesse très faible. Il n'en est plus de même dans l'étude acoustique de véhicules à déplacement rapide observés à distance finie. Une première étude conduisait par une formulation classique à une représentation conjointe en variables temporelles et fréquentielles [3]. Ceci suggère de traduire directement l'imagerie spatiofréquentielle à l'aide d'une représentation conjointe bien adaptée à l'étude de signaux modulés dans le temps, ou non stationnaires [4][5][6].

1) FORMULATION CLASSIQUE ET REPRESENTATION DE WIGNER-VILLE

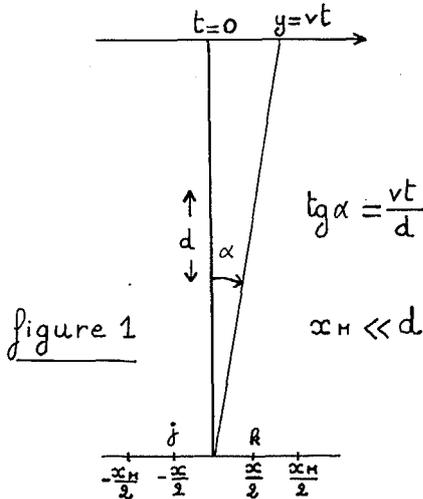


figure 1

La figure 1 illustre la situation d'un véhicule d'abscisse $y = vt$ observé à grande distance d à l'aide d'un couple de capteurs localisés en $\pm \frac{x_M}{2}$ sur une antenne d'envergure x_M . La distance d est telle qu'elle assure des conditions de champ stationnaire. La durée d'observation Δt est telle que l'on puisse exprimer $Z_j(t)$ et $Z_R(t)$ signaux reçus sur les capteurs j et R par :

$$Z_{j,R}(t) = Z \left(\beta^2 \left(1 \mp \frac{\kappa x}{2d'} \right) \left(t - \frac{d'}{c_0} \right) \right)$$

avec $\beta^2 = \frac{1}{1 - \kappa^2}$, $\kappa = \frac{v}{c}$, $d'^2 = d^2 (1 - \kappa^2)$

où Z est le signal émis par le véhicule.

Cette écriture traduit la position symétrique des deux capteurs localisés en $\pm x_M/2$. Dans le cas d'un signal

harmonique $Z(t) = \Pi_{\Delta t}(t) A_0 \exp(-2i\pi \nu_0 t)$ il faut remarquer que l'on a : [2] [3]

$$Z_{j,R}(t, \alpha) = \nu_0 \beta^2 \left(1 \mp \frac{\kappa x}{2d'} \right)$$

Les deux signaux reçus sont à phase linéaire ne différant que par un écart fréquentiel Doppler $\Delta \nu_D$ proportionnel à l'écartement x des deux capteurs j et R considérés : $\Delta \nu_D = \nu_0 \beta^2 \kappa x / d'$

Dans le cas général, la fonction d'intercorrélacion fournit :

$$\Gamma_{j,R}(z, \alpha) = \int_R Z_j \left(t + \frac{z}{2} \right) Z_R^* \left(t - \frac{z}{2} \right) dt$$

$$= \int_R Z \left(\beta^2 \left(1 - \frac{\kappa x}{2d'} \right) \left(t + \frac{z}{2} - \frac{d'}{c_0} \right) \right) Z^* \left(\beta^2 \left(1 + \frac{\kappa x}{2d'} \right) \left(t - \frac{z}{2} - \frac{d'}{c_0} \right) \right) dt$$

On note que $\Gamma_{j,R}(z, \alpha)$ se ramène à une fonction d'Ambiguïté en compression écrite en notation symétrique. L'expression de l'effet Doppler différentiel entre signaux issus des capteurs j et R est la cause fondamentale de ce résultat. La suite du calcul conduit à : [2] [3]

$$\mathcal{I}(\nu, f) \stackrel{\nu^2}{\propto} \frac{1}{f^2} \Gamma_{j,R}(z, \alpha) G(x) \quad 0 \leq x \leq x_M$$

où $G(x)$ pondération spatiale.

$$\mathcal{I}(\nu, f) = \frac{d}{\beta^3 \kappa \nu} \left[\mathcal{W}_{2uH}(\nu) * \rho_z \left(u, \frac{\nu}{\beta^2}; 1 \right) \right]_{u = \beta \frac{\rho d}{\nu \kappa}}$$

où $\mathcal{W}_{2uH}(\nu) \stackrel{u}{\propto} G'(n) = \Pi_{2nH}(n)$ avec $n = \alpha \frac{\nu \kappa}{\beta d}$

où $\rho_z(t, \nu, 1)$ est la représentation de WIGNER-VILLE du signal $z(t)$. $u = \beta \rho d / \nu \kappa$ est une variable temporelle puisque f , fréquence spatiale, est l'inverse d'une longueur. En notant qu'en champ lointain, $\beta = -\nu \frac{\sin \alpha}{c_0}$ on a :

$$\mathcal{I}(\nu, \sin \alpha) = \frac{d}{\beta^3 \kappa \nu} \rho_z \left(u, \frac{\nu}{\beta^2}; PWV \right) \quad (u = \beta \frac{d}{\nu} \sin \alpha)$$

où $\rho_z(u, \nu/\beta^2, PWV)$ est une Représentation conjointe de type pseudo WIGNER-VILLE. [6]

La quantité $\rho_{j,R}(t, \nu, X, f; PWV)$ Représentation analogue à celle de WIGNER VILLE lorsque l'on considère des variables temporelles et spatiales (ou toute variante lissée) permettra d'élargir les hypothèses en envisageant des phases quadratiques en t et en x . En effet, pour de telles phases du signal analytique cette Représentation permet d'obtenir idéalement une distribution de DIRAC localisée au point $\nu_i(t)$ du plan (t, ν) . Les effets de convolution se manifestent par l'apparition de pics centrés au point $(t, \nu_i(t))$ du plan temps fréquence. [8]

2) EXPRESSION A L'AIDE DE LA REPRESENTATION DE WIGNER VILLE

a - justification de l'expression utilisée

La technique d'Imagerie, consistant à réaliser une analyse spectrale à court terme en fréquence et fréquence spatiale, conduit à une expression liée à la Représentation conjointe en temps et fréquence du signal reçu. Ce fait suggère d'envisager pour la technique d'Imagerie un procédé de calcul reposant directement sur cette représentation. Celle-ci permet en effet de distribuer l'énergie reçue (où la puissance moyenne) en fonction de variables conjointes (t, ν) et/ou (X, f) . Récemment T.POSCH fit une telle proposi-

tion dans le cas d'une imagerie de situation spatiale stationnaire [9]. Envisageons la quantité suivante :

$$p_z(t, \nu, X, f; W(z, x))$$

où X est la position de l'imageur, $f = -\nu \sin \alpha / c_0$ la fréquence spatiale et W la fonction de pondération. La figure 2 illustre la situation la plus courante dans les études de bruit dû à des véhicules terrestres [3] [10].

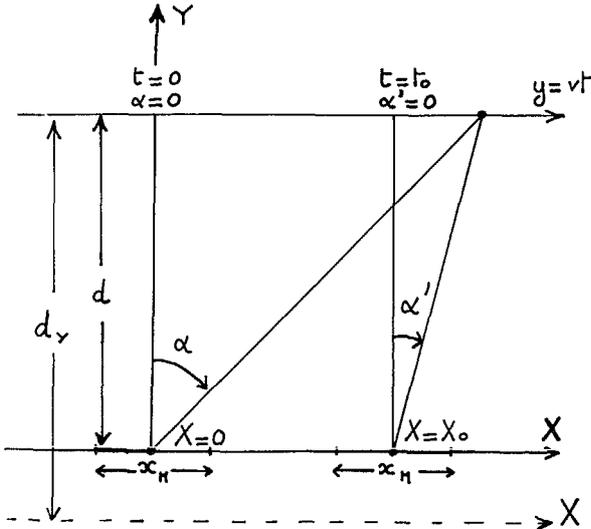


figure 2

Si X = 0 est l'origine repérée au centre de l'antenne notons que toute translation X = 0 → X = X0 se ramène à un simple décalage temporel.

Il suffit d'observer p_z à la date t = t0 pour observer le véhicule dans la direction $\alpha' = 0$. L'étude faite à la position X = 0 n'enlève rien à la généralité de l'observation sous l'hypothèse de propagation en milieu homogène et isotrope.

Si maintenant nous envisageons un déplacement au long de l'axe Y ceci fait varier d à la valeur d'v telle que :

$$\tan \alpha = \frac{\nu t}{d} \rightarrow \tan \alpha' = \frac{\nu t}{d'} = (\tan \alpha) \eta, \eta = \frac{d}{d'}$$

ce qui conduit à une homothétie sur sin alpha, si $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$. Une telle situation correspond à une source "bien pointée" observée avec la résolution maximale au voisinage de l'origine $\alpha = 0$. Remarquons que pour les deux translations envisagées la Représentation de WIGNER-VILLE est munie des invariances correspondantes [4], [1].

$$p_z(t, \nu; 1) = p_z(t - \tau_0, \nu; 1), z'(t) = Z(t - \tau_0)$$

$$p_{z'}(t, \nu; 1) = \frac{1}{|k|} p_z(k t, \frac{\nu}{k}, 1), z'(t) = Z(k t)$$

Revenons à l'analyse de la situation décrite à la figure 2, on note :

- tout déplacement X = 0 → X ≠ 0 n'apporte qu'un décalage temporel.
- tout déplacement Y se ramène à une homothétie angulaire au voisinage de la normale.

La position X = 0 est celle adoptée pour la mesure et nous convenons donc d'étudier la quantité :

$$p_z(t, \nu; X=0, f; W)$$

C'est la représentation de WIGNER-VILLE en temps fréquence et fréquence spatiale, la variable d'espace X étant telle que l'on

observe à l'origine. Si l'on est dans une situation de champ lointain on aura :

$$p_z(t, \nu, -\nu \frac{\sin \alpha}{c_0}; W) = \mathcal{I}(t, \nu, \sin \alpha)$$

ce qui s'écrira alors :

$$\mathcal{I} = \int_{\mathbb{R}^2} Z(t + \frac{x}{c_0}, 0 - \frac{x}{c_0}) Z^*(t - \frac{x}{c_0}, 0 + \frac{x}{c_0}) G(x) e^{-2i\pi(\nu x + x f)} dx dx'$$

avec $f = -\nu \sin \alpha / c_0$ et G(x) pondération spatiale, en notant que X = 0. L'hypothèse de milieu homogène isotrope pourrait être levée. Il faudrait tenir compte alors de la variable X, affixe du centre d'antenne.

b - expression de l'imagerie à l'aide de la représentation de WIGNER VILLE

Nous partirons de l'expression de l'effet Doppler sur le signal émis Z(t) par un véhicule circulant à vitesse constante v dans les conditions décrites à la figure 1. Le signal reçu par un microphone d'abscisse $\frac{x}{2}$ s'écrit :

$$Z_r(t) = Z(f_0(t))_x (f_0(t))^{1/2}$$

avec :

$$f_0(t) = \beta^2 \left[t - \frac{\kappa x}{c_0} - \left(\left(\kappa t - \frac{x}{2c_0} \right)^2 + (1 - \kappa^2) \frac{d^2}{c_0^2} \right)^{1/2} \right]$$

en remarquant que le terme $f_0^{1/2}$ intervient très faiblement sur l'amplitude du signal reçu.

Dans le cas harmonique de fréquence ν_0 , on a :

$$2i\pi\nu_0 t \rightarrow 2i\pi\nu_0 \beta^2 \left(t - \frac{\kappa x}{c_0} - \left(\left(\kappa t - \frac{x}{2c_0} \right)^2 + \frac{d^2}{c_0^2} \right)^{1/2} \right)$$

$$d'^2 = (1 - \kappa^2) d^2, \beta^2 = \frac{1}{1 - \kappa^2}, \kappa = \frac{v}{c_0}$$

On réalise l'imagerie par observation de durée finie Δt ; déterminons pour une durée donnée, l'approximation dite de phase quadratique. Elle correspond à l'observation d'un signal modulé linéairement en fréquence par l'effet DOPPLER.

En développant le terme $\left(\left(\kappa t - \frac{x}{2c_0} \right)^2 + \frac{d^2}{c_0^2} \right)^{1/2}$ sous l'hypothèse que :

$$\left(\left(\kappa t - \frac{x}{2c_0} \right)^2 + \frac{d^2}{c_0^2} \right)^{1/2} \approx \frac{d'}{c_0} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu t - x/2}{d'} \right)^2 \right) \text{ avec } \frac{\nu t - x/2}{d'} \ll 1$$

on obtient :

$$Z(t) \rightarrow Z_2(t) = Z \left(\beta^2 \left(t - \frac{\kappa x}{2c_0} - \frac{d'}{c_0} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu t - x/2}{d'} \right)^2 \right) \right) \right)$$

Remarquons que le retard $\frac{d'}{c_0}$ traduit un terme de retard qui ne dépend pas de l'abscisse x du capteur considéré.

Nous formons donc la quantité :

$$\mathcal{I}(t, \nu, f) \approx \int_{\mathbb{R}^2} Z_2(t + \frac{x}{2c_0}, 0 - \frac{x}{2c_0}) Z_2^*(t - \frac{x}{2c_0}, 0 + \frac{x}{2c_0}) G(x)$$

Ce qui conduit à l'expression suivante en considérant que l'on observe les signaux issus des deux capteurs sur une durée Δt centrée à la date t = 0

$$\mathcal{I} \approx \int_{\mathbb{R}^2} \prod_{\Delta t} \left(t + \frac{x}{2c_0} \right) \prod_{\Delta t} \left(t - \frac{x}{2c_0} \right) e^{2i\pi\nu_0 \beta^2 \left[\left(1 - \frac{\kappa \nu t}{d'} \right) + \frac{\kappa x}{c_0} \left(1 - \frac{\kappa \nu t}{d'} \right) \right]} G(x)$$

avec $Z(t) = e^{2i\pi\nu_0 t}$

L'intégration en x et en x' conduit au résultat simple suivant :



$$I(t, \nu, \beta) = \Pi_{\Delta t'}(t) \mathcal{W}_{\Delta t'}(\nu, \nu_0 \beta^2 (1 - \frac{K\nu t'}{d'})) \cdot g(\beta - \frac{K\nu_0}{c_0} \beta^2 (1 - \frac{c_0 t'}{d'}))$$

ou encore

$$I(t, \nu, \beta) = \Pi_{\Delta t'}(t) \mathcal{W}_{\Delta t'}(\nu - \nu_1(t)) \cdot g(\beta - \beta_1(t))$$

avec $\Delta t' = 2(\Delta t - 2|t|)$ et $g(\beta) \stackrel{\alpha_0}{=} G(\alpha)$, $\mathcal{W}_{\Delta t'}(\theta) = \frac{\sin \Pi \theta \Delta t'}{\Pi \theta}$

Le terme $\mathcal{W}_{\Delta t'}$ est la Représentation conjointe en temps et fréquence de type WIGNER-VILLE d'une onde modulée linéairement en fréquence et d'amplitude constante sur la durée Δt . L'argument fait apparaître la loi de modulation en fréquence du signal reçu au centre de l'antenne ($\theta_c = 0$):

$\nu_1(t) = \beta^2 \nu_0 (1 - \frac{K\nu t'}{d'})$. Le deuxième terme est la transformée de Fourier de "l'éclairement" d'antenne $G(\alpha)$ décrivant l'intensité reçue en fonction de l'abscisse α . La fonction $g \stackrel{\alpha_0}{=} G$ exprime la réponse percussionnelle angulaire de l'imager excité par une source ponctuelle émettant une onde harmonique de fréquence $\nu_0 = c_0/\lambda_0$.

Si l'on pose $\beta = -\nu \sin \alpha / c_0$, l'argument $\beta - \beta_1(t)$ s'exprime comme suit :

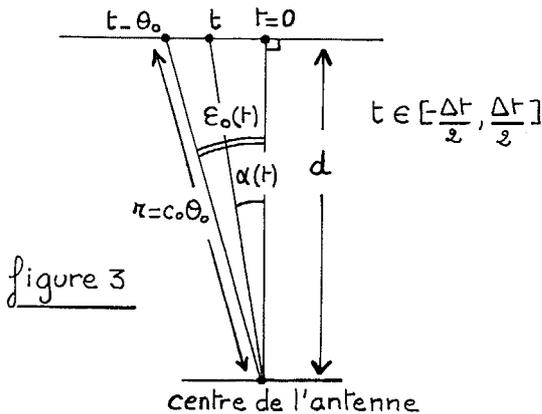
$$(\beta - \beta_1(t))_{\beta = -\nu \sin \alpha / c_0} = -\nu \sin \alpha / c_0 - K \nu_0 \beta^2 / c_0 (1 - \frac{c_0 t'}{d'})$$

Le long de l'arête $\nu = \nu_1(t)$, on a :

$$(\beta - \beta_1(t))_{\nu = \nu_1(t)} = -\frac{\nu_0 \beta^2}{c_0} (1 - \frac{K\nu t'}{d'}) [\sin \alpha - \sin \alpha_1(t)]$$

avec $\sin \alpha_1(t) = -K \frac{1 - c_0 t' / d'}{1 - K \nu t' / d'}$

La fonction $I(t, \nu, \sin \alpha)$ si on l'observe au long de la courbe de fréquence instantanée $\nu = \nu_1(t)$, est maximale pour $\sin \alpha = \sin \alpha_1(t)$. Les signaux



reçus sur l'antenne à la date t correspondent à une position angulaire $\alpha_0(t)$ antérieure de la source, compte-tenu du temps de propagation θ_0 . (cf figure 3)

On montre que $\alpha_1(t) = \alpha_0(t)$. L'argument de g correspond donc à la position de la source à la date $t - \theta_0$, θ_0 temps de propagation.

c - hypothèses dans l'expression de l'imagerie

L'imagerie $I(t, \nu, \sin \alpha)$ comme nous venons de le présenter, repose sur un certain nombre d'hypothèses. Le calcul précédent porte sur l'analyse des signaux reçus

sur l'antenne pendant une durée Δt centrée à la date $t = 0$. A la date $t = 0$, le bruiteur se situe sur la normale à l'antenne : $\alpha_0 = 0$.

Le calcul pour α_0 quelconque est similaire : la date $t = 0$ étant la date à laquelle le bruiteur se trouve dans le gisement α_0 . L'expression quadratique de l'argument de $Z_{\alpha}(t)$ obtenue par limitation au second ordre d'un développement en série requiert :

$$(\nu t' \mp \frac{\alpha_0}{3})^2 \ll d'^2 \text{ pour } |t| \leq \frac{\Delta t'}{2} \text{ et } \alpha \leq \alpha_H$$

Ceci quel que soit l'angle d'observation α_0 .

La pratique de l'imagerie nécessite souvent la propriété de champ lointain telle que $\alpha_H \ll d$. D'où $\nu \Delta t' + \alpha_H \ll 2d$. En se fixant une limite supérieure pour le terme de gauche on écrit :

$$\nu \Delta t' \leq \frac{2d}{m} - \alpha_H \text{ avec } m \geq 10 \text{ par exemple.}$$

Ceci revient à limiter la durée d'analyse $\Delta t'$ pour que la variation angulaire $\Delta \alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ autour de α_0 soit telle que :

$$\Delta t' g \alpha = \frac{\nu \Delta t'}{d} \ll \frac{2}{m}, (\Delta t' g \alpha = t g \alpha_2 - t g \alpha_1)$$

d - temps d'observation et calcul de l'imagerie

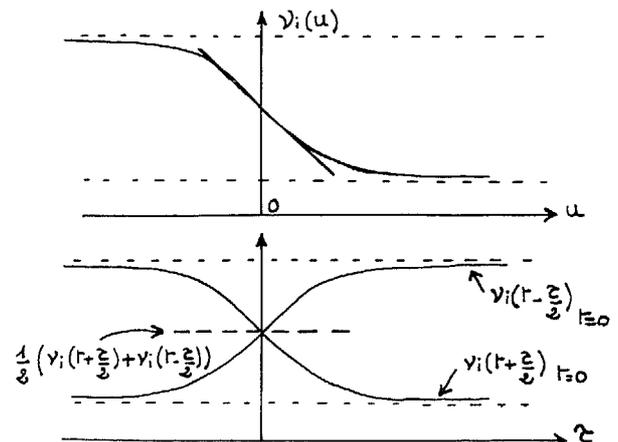
De ce qui précède il ne faudrait pas déduire rapidement que les contraintes d'observation sont les mêmes que dans le procédé de calcul classique procédant par analyse spectrale dans une situation spatio-temporelle stationnaire [3]. On étudie ici $I(t, \nu, \sin \alpha)$ à partir du calcul d'une représentation conjointe de type WIGNER-VILLE sur le signal $Z_{\alpha}(t)$ reçu affecté par la modulation DOPPLER. Pratiquement on calcule la représentation conjointe de $\Pi_{\Delta t'}(u, t) Z_{\alpha}(u)$ centrée autour d'une date t d'observation, servant d'origine. ($t=0$)

De la même manière, on pourrait envisager le calcul de la représentation dite Pseudo WIGNER-VILLE par pondération sur les variables τ et α [7]. La variante pseudo WIGNER-VILLE lissée peut de même être envisagée par une pondération temporelle agissant sur le produit décalé de $Z(t)$ comme la relation suivante l'indique :

$$I'(t, \nu, \beta = -\nu \sin \alpha / c_0; W) = \int_{\alpha} P(u-t) Z(u + \frac{\tau}{2}, -\frac{\tau}{2}) Z^*(u - \frac{\tau}{2}, \frac{\tau}{2}) du$$

lissage

L'avantage de la Représentation Pseudo WIGNER VILLE lissée est de permettre l'élimination des termes d'interaction dus aux composantes harmoniques multiples telles qu'on les rencontre dans l'émission acoustique des véhicules. [12]. La figure 4 représente le mode de calcul de telles représentations :



Dans l'expression

$$I = \int_{\alpha} \left[\prod_{\Delta t} \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) Z \left(t + \frac{\Delta t}{2}, -\frac{\alpha}{2} \right) \prod_{\Delta t} \left(t - \frac{\Delta t}{2} \right) Z^* \left(t - \frac{\Delta t}{2}, \frac{\alpha}{2} \right) \right] G(\alpha) e^{-2i\pi(\nu z + \alpha t)} dt d\alpha$$

le calcul de la transformée de Fourier du terme entre crochets réalise l'analyse spectrale d'un signal modulé de loi de fréquence

$\frac{1}{2}(\nu_i(t + \frac{\Delta t}{2}) + \nu_i(t - \frac{\Delta t}{2}))$ d'extension faible dans le domaine fréquentiel. Dans le cas où $\nu_i(t)$ est de loi linéaire, le signal obtenu est à fréquence constante. Ceci permet de délimiter la valeur ΔT de la durée d'observation de telle manière que la loi de modulation soit linéaire. A titre d'exemple étudions le cas où $\alpha_0 = 0$ angle pour lequel la pente $d\nu_i(t)/dt$ est proche de son maximum. Dans le cas d'une émission sinusoïdale à fréquence pure ν_0 , on a :

$$\nu_i(t, \alpha) = \nu_0 \beta^2 (1 - K \sin \alpha(t))$$

avec $\tan \alpha(t) = \frac{\nu t}{d'} - \frac{\alpha}{2d'}$

D'où pour $\alpha(t)$ petit, on en déduit :

$$\nu_i(t, \alpha) \approx \nu_0 \beta^2 \left(1 - K \left(\frac{\nu t}{d'} - \frac{\alpha}{2d'} \right) \right)$$

A titre d'exemple, étudions la condition $\sin \alpha(t) \approx \alpha(t)$ pour une situation pratique d'imagerie acoustique d'un convoi ferroviaire : $\nu_0 = 1000$ Hz, $d' = 35$ m, $\nu = 30$ m/s, $c_0 = 340$ m/s.

La contrainte $\sin \alpha(t) \approx \alpha(t)$ implique $\alpha^2/3 \ll 1$, ce qui est acceptable pour $\alpha \ll 15^\circ$. Ceci entraîne un temps de pause $\Delta t \neq d'/\nu$, soit pour $\nu = 30$ m/s, $\Delta t \leq 600$ ms. Même dans la situation d'un convoi TGV, $\nu \leq 100$ m/s, on aurait $\Delta t \leq 175$ ms.

Par comparaison avec les contraintes décrites précédemment [3], il faut attirer l'attention sur l'augmentation du temps de pause permise par la Représentation Pseudo WIGNER VILLE, tout en éliminant le flou angulaire. (comme le suggère la figure 4 pour la variable temporelle).

CONCLUSION

L'imagerie spatiofréquentielle $I(t, \nu, \sin \alpha)$ calculée à l'aide de la Représentation de type WIGNER-VILLE croisée entre les signaux reçus en $-x/2$ et $x/2$ positions des capteurs sur l'antenne, donne dans le plan (t, ν) l'image de la fréquence instantanée $\nu_i(t)$ du signal reçu au centre de l'antenne pendant la durée d'analyse Δt . Sur la trace $\nu_i(t)$, on observe dans le plan $(t, \sin \alpha)$, l'image de la position instantanée de la source pendant la durée Δt , compte tenu du temps de propagation $\theta_0(t)$. L'avantage de la Représentation conjointe de type WIGNER-VILLE se manifeste par un temps de pause accrue limitant l'épanouissement spectral, tout en éliminant le flou angulaire, ceci sous l'hypothèse de phase instantanée quadratique.

On peut attendre d'une telle technique une plus grande commodité d'expérimentation et des performances accrues par l'abandon de la contrainte de flou angulaire faible.

L'emploi d'une Représentation du type Pseudo WV lissée permet d'éliminer les termes parasites d'interaction dus aux composantes spectrales multiples de certains signaux.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M.BEROUJON (CHIOLLAZ), B.ESCUDIE, J.L.FRIN, A.HELLION.
Traitement spatiotemporel en acoustique aérienne. Imagerie spatiale et fréquentielle des bruiteurs. 5ème colloque National Traitement du Signal GRETSI p.521-529 NICE 1975
- [2] Y.BIRAUD, M.CHIOLLAZ, B.ESCUDIE
Imagerie interférométrique du bruit dû aux véhicules et déconvolution. 11ème Congrès International d'Acoustique. Colloque satellite Lyon, vol.10 p.125-128 Lyon 15-16 juillet 1983
- [3] Y.BIRAUD, M.CHIOLLAZ, B.ESCUDIE, P.FLANDRIN
Imagerie spatiofréquentielle acoustique de sources mobiles et représentations conjointes : déconvolution des images. 9ème colloque National Traitement du Signal GRETSI p.311-316 NICE 1983
- [4] P.FLANDRIN, B.ESCUDIE
Géométrie des fonctions d'ambiguïté et des représentations conjointes de VILLE : l'approche de la théorie des catastrophes. 8ème Colloque National Traitement du Signal GRETSI p.69-74 NICE 1981
- [5] P.FLANDRIN, W.MARTIN
Sur les conditions physiques assurant l'unicité de la représentation de WIGNER-VILLE comme représentation temps-fréquence. 9ème Colloque National Traitement du Signal GRETSI p.43-49 Nice 1983
- [6] W.MARTIN, P.FLANDRIN
"Analysis of non stationary processes : short time periodograms versus a pseudo WIGNER estimator in Signal Processing" : Theory and Applications II H.Schlüssler Ed.p.455-458 North Holland (Colloque EUSIPCO 83) 1983
- [7] P.FLANDRIN, B.ESCUDIE
An interpretation of pseudo WIGNER-VILLE distribution -Signal Processing vol.6 -n°1 p.27-36 1984
- [8] P.FLANDRIN, B.ESCUDIE
Sur la localisation de représentations conjointes dans le plan temps-fréquence. Comptes-Rendus à l'Académie des Sciences- Série I tome 295 p.475-478 25 oct. 1982
- [9] B.R.BREED, T.E.POSCH
A range and azimuth estimator based on forming the spatial WIGNER distribution International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing Proc.IEEE ICASSP. 84 vol 3 p.41 B.9.1 à 2 San Diego (Cal.) USA mars 1984
- [10] B.ESCUDIE, L.GAUDRIOT, J.L.LACOUME
Bruit et transports terrestres : Imagerie spatiofréquentielle des bruiteurs routiers et ferroviaires Colloque Société Française de Physique : Physique et Transports p.15 à 34 Lyon sept.1982
- [11] P.FLANDRIN "Représentation des signaux dans le plan temps-fréquence" Thèse de Docteur Ingénieur INP Grenoble le 12 mai 1982
- [12] P.FLANDRIN
Some features of time frequency representations of multicomponent signals Proc. IEEE ICASSP 84-vol 3 41 B 41 à 44 San Diego (Cal.) USA mars 1984

