

DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 20 au 24 MAI 1985

ANTENNE OPTIMALE ELIMINATRICE POUR L'ANALYSE EN FREQUENCE-DIRECTION

Pierre-Yves ARQUÈS, Bernard LUCAS

G.E.R.D.S.M. Le Brusca, 83140 SIX-FOURS Les Plages

RESUME

On étend le concept d'antenne optimale (au sens de Capon) au cas général suivant : la sortie présente une analyse optimale en fréquence et direction et de plus peut éliminer les contributions d'un certain nombre de couples fréquence-direction donnés.

L'antenne classique et l'antenne optimale travaillant "à bande étroite" apparaissent comme des systèmes sous-optimaux.

SUMMARY

One extends the principle of Capon's optimal spatial processing to the general case where the output gives an optimal analysis in frequency and direction and may eliminate the effects of some jammers whose frequencies and directions are known.

Classical processing and "narrow band" optimal processing appear as sub-optimal systems.



1. POSITION DU PROBLEME

On considère un réseau de n capteurs, délivrant une fonction n -vectorielle d'entrée aléatoire centrée ; elle est engendrée par la superposition (additive) d'un nombre inconnu de signaux aléatoires constitués de "raies" spectrales inconnues, transportés par des ondes planes de directions inconnues, et d'un bruit parasite. L'un des problèmes posés en traitement passif de ces signaux est l'analyse en fréquence et direction de l'information transportée.

On étudie dans la suite (par analyse statique) des systèmes linéaires discrets, permettant l'extraction à l'instant t , à partir de la fonction vectorielle d'entrée sur une fenêtre temporelle, de la composante à la fréquence ν , en provenance de la direction θ . A cette composante est attachée sa puissance moyenne instantanée, laquelle est évaluable - théoriquement et pratiquement - à partir de cette composante ou directement à partir de la fonction vectorielle d'entrée. Les systèmes d'extraction sont donc optimisés par minimalisation de l'erreur commise sur la puissance moyenne de la composante considérée.

On se limite dans la suite à un réseau linéaire à capteurs équidistants et à des échantillonnages périodiques synchrones. On appelle T la période d'échantillonnage et L la distance entre capteurs. On appelle c , constante, la célérité des ondes.

A la direction θ , rapportée au réseau de capteurs, est associé le retard $L \cos \theta / c$ entre capteurs.

Au couple fréquence-direction (ν, θ) , rapporté au réseau de capteurs, est associée la fréquence spatiale :

$$\mu = \frac{\nu \cos \theta}{c_0}$$

Les systèmes habituellement considérés peuvent faire intervenir divers traitements particuliers tels que :

- transformation de Fourier temporelle ou spatiale pour l'extraction de la fréquence ν ou de la fréquence spatiale μ .
- formation de voie (classique) dans une direction donnée θ .
- analyse spectrale optimale temporelle ou spatiale pour l'extraction de ν ou de μ .
- formation de voie optimale dans une direction donnée θ .

Les deux catégories "optimales" précédentes sont soumises aux conditions "de Capon" [1,2]

* le gain de l'antenne est unité dans la direction ou à la fréquence considérée,

* la puissance moyenne de sortie est minimale.

2. DIVERS TYPES D'ANTENNES

Dans la pratique l'extraction envisagée, d'une composante en fréquence-direction (ν, θ) , est effectuée au moyen d'une structure que l'on peut qualifier d'"antenne classique" : elle est constituée

* ou par la succession d'une "formation de voie" dans la direction θ puis d'une transformation de Fourier extrayant la composante à la fréquence ν dans la direction θ ;

* ou par la succession d'un ensemble de n transformations de Fourier extrayant les n composantes à la fréquence ν , puis d'une formation de voie dans la direction θ .

Par la suite on a préconisé dans les deux structures précédentes l'utilisation d'une formation de voie optimale en place de la classique.

La structure obtenue (souvent qualifiée d'"antenne optimale" ou d'"antenne adaptative") est appelée ici "antenne classique-optimale". De la même façon, on peut envisager le remplacement dans les antennes classiques des transformations de Fourier temporelles par des analyses spectrales optimales temporelles, obtenant ainsi une autre variété d'antenne classique-optimale.

La formation de voie optimale et l'analyse spectrale optimale temporelle sont optimales vis à vis du critère d'erreur de puissance, l'une pour l'extraction en direction, l'autre pour l'extraction en fréquence. Il semble donc naturel de chercher à améliorer la performance de l'antenne classique par utilisation simultanée d'une formation de voie optimale et d'une analyse spectrale optimale.

Les deux opérations, spatiale et temporelle, sont effectuées successivement dans un ordre ou dans l'autre. Il apparaît donc, dans le cas général, préférable de concevoir la seconde optimisation comme conditionnée par les résultats de la première, plutôt qu'indépendamment et de manière directe sur le processus d'entrée. On obtient ainsi une structure appelée ici "antenne biooptimale" : elle est à structure imposée linéaire décomposée en deux traitements successifs, l'un temporel et l'autre spatial, dans cet ordre ou dans l'autre, optimisés successivement chacun à partir de son processus d'entrée.

On peut, par ailleurs, concevoir des versions simplifiées, généralement sous-optimales, des antennes classique-optimale et biooptimale, en optimisant le ou les traitements directement à partir du processus d'entrée du système. [3]

L'antenne biooptimale ne constitue pas forcément le système optimal, dans la classe des structures linéaires, pour l'extraction en fréquence-direction. Le système linéaire optimal, appelé dans la suite "antenne optimale", est constitué par un filtre linéaire, travaillant sur les n entrées, variant avec le couple fréquence-direction considéré en sortie, et satisfaisant aux conditions (de Capon) :

* le gain du filtre est unité pour le couple fréquence-direction considéré,

* la puissance moyenne de sortie est minimale.

3. ANTENNE ELIMINATRICE

L'obtention de l'équation des trois systèmes optimaux ainsi considérés ("antenne", "formation de voie" et "analyse spectrale") nécessite la connaissance a priori des moments du second ordre (respectivement spatio-temporels, spatiaux, et temporels). Or de nombreuses situations pratiques s'écartent de cette hypothèse. Dans ce cas, la méconnaissance des moments du second ordre peut être palliée par une politique d'adaptativité. Celle-ci revient - que ce soit directement ou indirectement - à estimer les moments du second ordre nécessaires à la mise en oeuvre de l'antenne et implique une variation lente de la non-stationnarité éventuelle du processus d'entrée.

La condition précédente peut ne pas être remplie en présence de brouilleurs intermittents.

On peut développer, en présence de brouilleurs ponctuels de localisations et/ou de fréquences connues, des versions éliminatrices des systèmes optimaux "antenne", "formation de voie", et "analyse spectrale". Ces structures éliminent l'influence, sur le pointage choisi, d'un "ensemble à éliminer" donné, respectivement de couples fréquence-direction, de directions, de fréquences.

Ces systèmes optimaux éliminateurs sont obtenus en ajoutant aux conditions de Capon la condition d'élimination :

le gain du filtre est nul pour les couples fréquence-direction (cas de l'antenne) ou pour les directions (cas de la formation de voie) ou pour les fréquences (cas de l'analyse spectrale) donnés à éliminer.

4. PROCEDURE D'OPTIMALISATION

Les antennes précédentes (classique, classique-optimale, biooptimale, optimale) peuvent toutes être considérées comme des cas particuliers d'une même structure, optimale par rapport au critère d'erreur de puissance, soumise éventuellement à des contraintes. Les équations, les inter-relations et les performances des diverses antennes découlent des résultats de base suivants [4].

On appelle X un n - vecteur aléatoire complexe de matrice de covariance $\Gamma = E \{ X X^+ \}$ et δ, c_1, \dots, c_m des n - vecteurs déterministes complexes (ils sont représentés par des matrices colonnes). On appelle c la (n,m) - matrice ayant c_i pour i ème colonne :

$$c = [c_1, c_2, \dots, c_m],$$

et G une (n,n) - matrice d'optimalisation complexe, hermitienne, définie strictement positive. On pose :

$$P_G = I - c (c^+ G^{-1} c)^{-1} c^+ G^{-1}$$

La matrice ligne h d'ordre n, complexe, telle que

$$\begin{cases} h \delta = 1 \\ \forall j \in \{1, \dots, m\}, hc_j = 0 \\ \forall j \in \{1, \dots, m\}, \delta \neq c_j \\ h : \inf_h h G h^+ \end{cases}$$

s'écrit

$$h(\delta; c, G) = \frac{\delta^+ G^{-1} P_G}{\delta^+ G^{-1} P_G \delta}$$

Le minimum associé est

$$p(\delta; c, G) = \inf_h h G h^+ = \frac{1}{\delta^+ G^{-1} P_G \delta}$$

La puissance moyenne de sortie de h, pour le vecteur X d'entrée, est

$$p_X(\delta; c, G) = \frac{\delta^+ G^{-1} P_G \Gamma P_G^+ G^{-1} \delta}{(\delta^+ G^{-1} P_G \delta)^2};$$

pour $G = \Gamma$, elle devient la puissance de sortie minimale, associée, pour δ et c, au vecteur X d'entrée :

$$p_X(\delta; c, \Gamma) = p(\delta; c, \Gamma)$$

Le cas particulier où il n'y a aucun c_j tel que $hc_j = 0$ est obtenu pour $P_G = I$ matrice unité.

5. PERFORMANCE DE L'ANTENNE OPTIMALE NON-ELIMINATRICE

Devant la variété de structures envisageables on se limite dans la suite à comparer l'antenne optimale (non éliminatrice), à l'antenne classique et à l'antenne classique-optimale (non éliminatrices).

On considère le signal analytique discret, associé au signal n-vectoriel centré réel d'entrée ; il est supposé stationnaire par rapport aux variables temps et espace. A l'instant t on appelle :

* X_i le N-vecteur issu du capteur i, constitué des N plus récents échantillons ;

* U le nN-vecteur tel que $U^+ = [X_1^+, \dots, X_n^+]$;

* $\Gamma = E \{ U U^+ \}$, la (nN, nN) - matrice de covariance de U ;

* f le N-vecteur fréquence tel que $f^+ = [1, e^{-2\pi i \nu T}, \dots, e^{-2\pi i \nu (N-1)T}]$;

* d le n-vecteur direction tel que $d^+ = [1, e^{2\pi i \mu L}, \dots, e^{2\pi i \mu (n-1)L}]$;

* R le nN-vecteur de pointage tel que $R^+ = d^+ \otimes f^+ = [f^+, e^{2\pi i \mu L} f^+, \dots]$;

* $F = I_n \otimes f$ la (nN,n) - matrice produit de Kronecker de la matrice I_n unité d'ordre n avec f.



Dans ces conditions, l'antenne optimale est représentée par un nN-vecteur de filtrage, et délivre en sortie pour le pointage (v, μ) (avec μ = v cosθ/c) la puissance moyenne

$$p = (R^+ \Gamma^{-1} R)^{-1}$$

Les antennes classique et classique-optimale sont des successions de 2 filtrages d'ordre respectifs N et n et délivrent en sortie les puissances moyennes

$$p = R^+ \Gamma R / N^2 n^2 \quad (\text{classique}),$$

$$p = [N^2 d^+ [F^+ \Gamma F]^{-1} d]^{-1} \quad (\text{classique optimale}).$$

Ces trois structures - et d'autres - constituent des cas particuliers d'une structure linéaire générale. Chacune est optimale, pour un processus d'entrée quelconque, moyennant un ensemble de contraintes particulières telles que "séparabilité de la structure", "séparabilité de la matrice d'optimisation", "donnée (sous forme imposée) de tout ou partie de la matrice d'optimisation"... De même, généralement, chacune peut être considérée comme optimale, sans contrainte, pour un processus d'entrée particulier (à covariance séparable, à covariance unité en tout ou partie,...) [3]

Les figures jointes permettent de comparer les pouvoirs séparateurs asymptotiques des antennes classique, classique-optimale et optimale. Ils sont évalués pour un réseau constitué de 5 capteurs, recevant les signaux de deux sources monochromatiques de niveaux identiques, additionnés d'un bruit blanc décorrélé entre capteurs. Les deux sources sont dites séparées lorsque l'examen dans le plan μ, v de la fonction p décrite ci-avant et calculée à l'aide de la matrice Γ supposée estimée sans erreur (N=10), permet de distinguer deux maxima situés aux voisinages des positions vraies des sources, avec un biais en μ (en v) inférieur au quart de la distance en μ (en v) séparant effectivement les deux sources.

Les figures 1 et 2 correspondent respectivement à des rapports signal source/bruit de 8 et 0.5 au niveau d'un capteur. Elles représentent les cellules de résolution des trois antennes étudiées.

Ainsi la figure 1 s'interprète comme suit : dans le cas n=5, N=10 et S/B = 8, l'antenne classique peut séparer deux sources espacées de Δμ = 1/nL et Δv = 0, ou de Δμ = 0 et Δv = 1/NT, ou encore de Δμ = 0.7/nL et Δv = 0.7/NT tandis que l'antenne optimale est capable de séparer deux sources espacées de Δμ = 0.4/nL et Δv = 0, ou de Δμ = 0 et Δv = 0.4/NT, ou encore de Δμ = 0.3/nL et Δv = 0.3/NT, et que l'antenne classique-optimale a un pouvoir séparateur intermédiaire.

Lorsque le rapport signal sur bruit diminue (cf. figure 2), les pouvoirs séparateurs de l'antenne optimale et de l'antenne classique-optimale rejoignent celui de l'antenne classique.

La figure 3 décrit enfin, schématiquement, les lignes de niveau des fonctions p de chaque antenne, pour un problème particulier à 3 sources de niveaux identiques. La figure 4 correspond à la même description pour 4 sources.

BIBLIOGRAPHIE

- (1) J.CAPON, "High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis", Proc.IEEE, vol.68, pp 1408-1418, August 1969.
- (2) S.M.KAY and S.L.MARPLE, "Spectrum analysis - a modern perspective", Proc.IEEE, vol.69, pp 1380-1419, November 1981.
- (3) P.Y.ARQUÈS et B.LUCAS, "Etude d'une famille de traitements d'antenne pour l'analyse en fréquence-direction", à paraître...
- (4) P.Y.ARQUÈS, "Décisions en traitement du signal", 2ème ed., Masson, Paris, 1982.

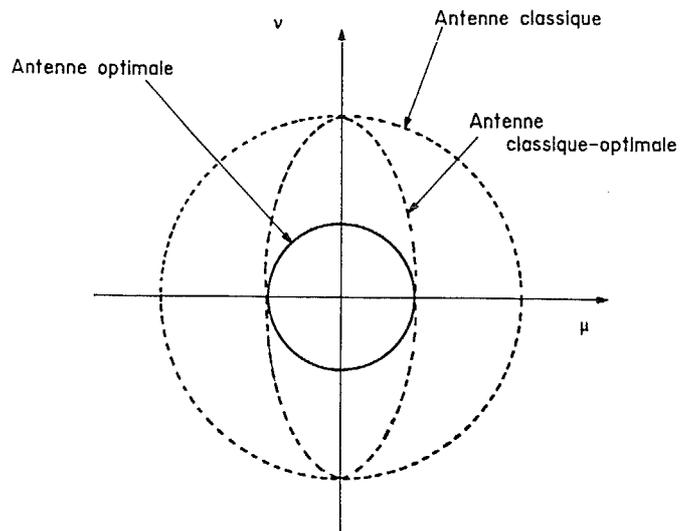


Figure 1: cellules de résolution
S/B=8 , n=5 , N=10

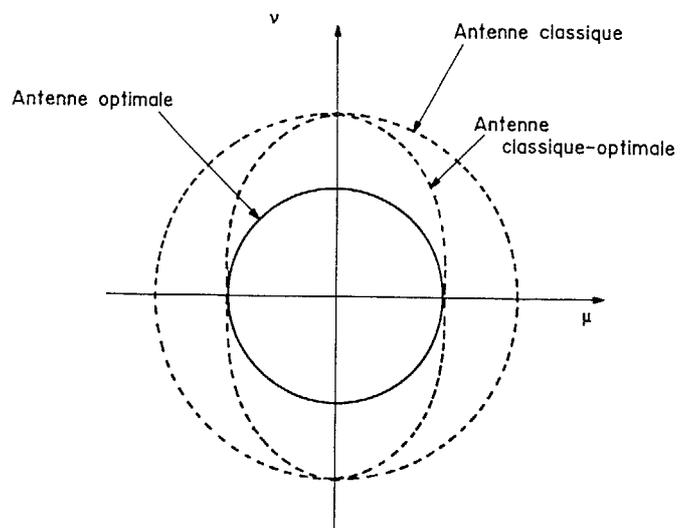
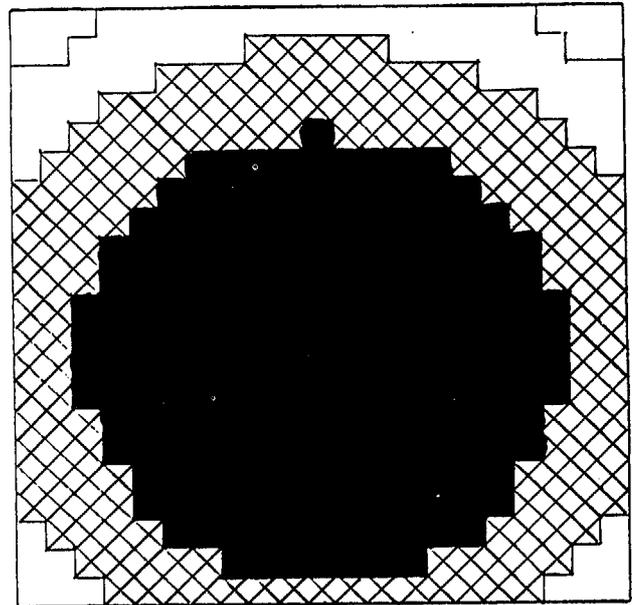
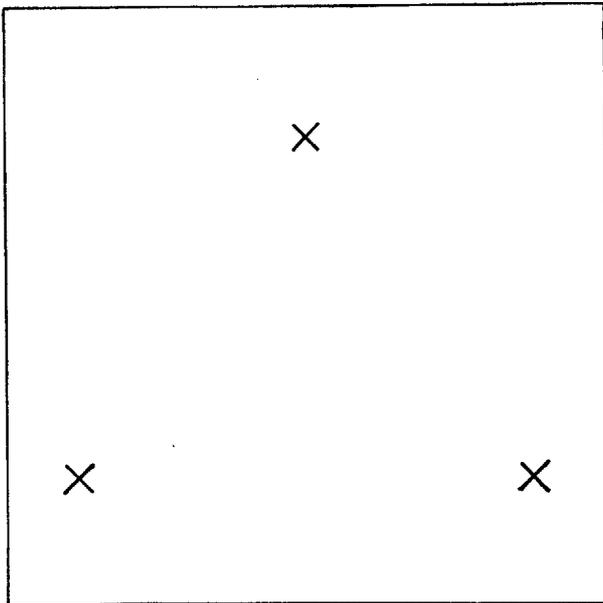


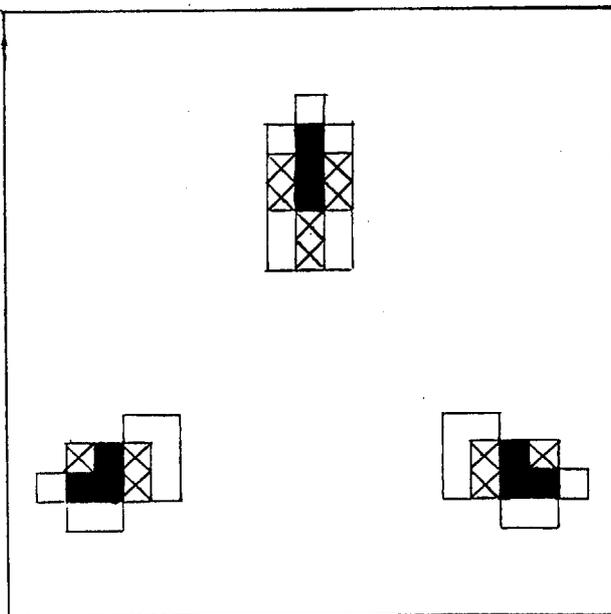
Figure 2 : cellules de résolution
S/B=0,5 , n=5 , N=10



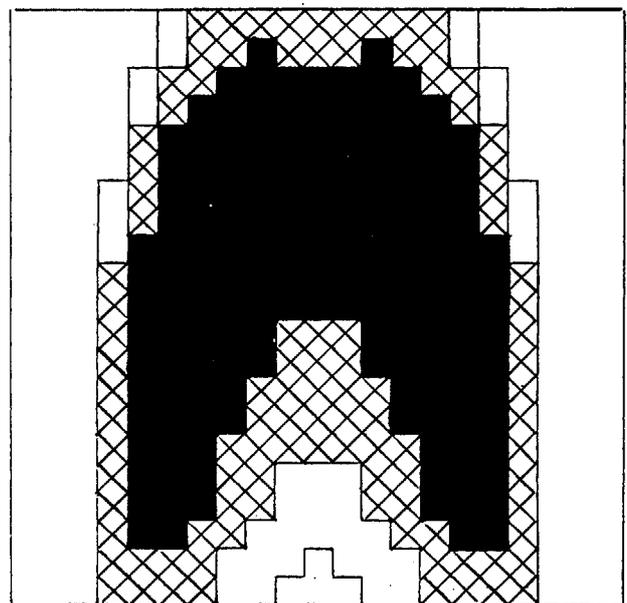
ANTENNE OPTIMALE ELIMINATRICE POUR L'ANALYSE EN FREQUENCE-DIRECTION.



Antenne classique



Antenne optimale



Antenne classique-optimale

Figure 3 Problème à 3 sources
($S/B = 10$, $n = 5$, $N = 10$)

Source 1 : $\mu = -0.2/nL$ $\gamma = 0.5/T$

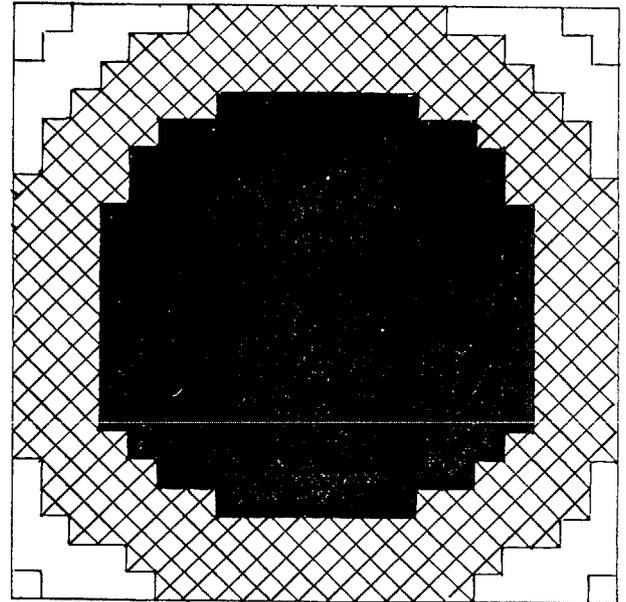
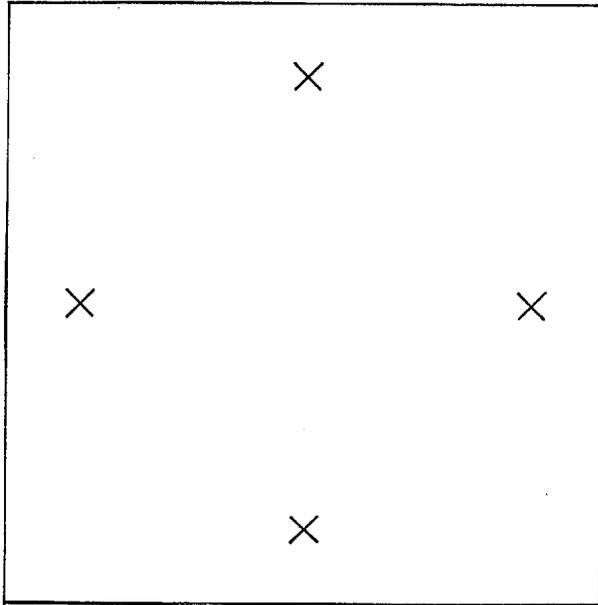
Source 2 : $\mu = +0.2/nL$ $\gamma = 0.5/T$

Source 3 : $\mu = 0$ $\gamma = 0.5/T - 0.3/NT$

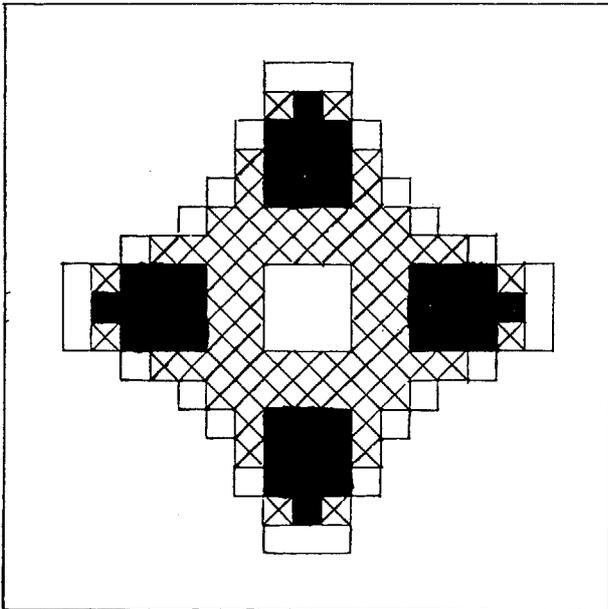
(lignes de niveau espacées de 0,5 dB)



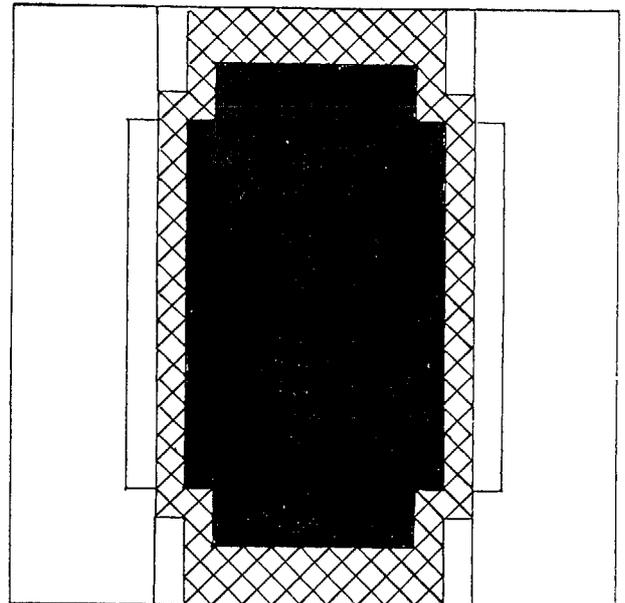
ANTENNE OPTIMALE ELIMINATRICE POUR L'ANALYSE EN FREQUENCE-DIRECTION



Antenne classique



Antenne optimale



Antenne classique-optimale

Figure 4 Probleme a 4 sources
 ($S/b = 8$, $n = 5$, $N = 10$)

Source 1 : $\mu = -0.2/nL$ $\gamma = 0.5/T$

Source 2 : $\mu = +0.2/nL$ $\gamma = 0.5/T$

Source 3 : $\mu = 0$ $\gamma = 0.5/T - 0.2/nT$

Source 4 : $\mu = 0$ $\gamma = 0.5/T + 0.2/nT$

(lignes ce niveau espacées de 0,5 dB)