

DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 20 au 24 MAI 1985

ALGORITHMES EN TREILLIS ET DE WIDROW UTILISÉS EN DÉTECTION
D'UN SIGNAL TRANSITOIRE MAL CONNU DANS UN BRUIT CORRÉLÉ

J.-J. BELLANGER^{*}, P.-Y. ARQUES^{**}

^{*}Laboratoire de Traitement du Signal, Université de Rennes I, Campus de Beaulieu, 35042 RENNES CEDEX
^{**}G E R D S M L E BRUSC, 83140 SIX FOURS LA PLAGÉ

RESUME

On s'intéresse au problème de détection suivant.
L'observation est un signal discret monodimensionnel.
Le signal éventuel est rare, de durée brève approxima-
tivement connue, de date d'arrivée et forme inconnues.
Le bruit est de statistique inconnue, localement sta-
tionnaire et à bande étroite.

On a précédemment présenté quelques systèmes de
détection fonctionnant sans aucune information sur la
forme du signal si ce n'est sa durée et mettant en
oeuvre une référence observation et une distance d'ob-
servation.

On présente ici, au moyen de structures en treil-
lis, une implantation adaptative de ces différents
systèmes, ainsi que d'un détecteur mettant en oeuvre
un test de l'hypothèse linéaire pour utiliser l'infor-
mation sur la durée du signal.

SUMMARY



ALGORITHMES EN TREILLIS ET DE WIDROW UTILISÉS EN DÉTECTION D'UN SIGNAL TRANSITOIRE MAL CONNU DANS UN BRUIT CORRÉLÉ

I - INTRODUCTION

On s'intéresse au problème de détection suivant. L'observation est un signal discret monodimensionnel. Le signal éventuel est rare, de durée brève approximativement connue, de date d'arrivée et forme inconnues. Le bruit est de statistique inconnue, localement stationnaire et à bande étroite.

On a précédemment présenté [1] quelques systèmes de détection fonctionnant sans aucune information sur la forme du signal si ce n'est sa durée et mettant en oeuvre une référence observation et une distance d'observation.

On présente ici quelques prolongements à cette étude par implantation de certains détecteurs de [1] à l'aide d'algorithmes adaptatifs du type treillis et d'un algorithme du type widrow. L'information sur la durée du signal est de plus utilisée sous la forme d'un test de l'hypothèse linéaire mis en oeuvre à l'aide d'un filtre en treillis.

A chaque instant t_n , on considère une observation échantillonnée y_n constituée d'un bruit corrélé b_n et d'un signal transitoire s_n de date d'arrivée inconnue.

Dans tous les systèmes proposés on utilise x_n déduit de y_n par un centrage adaptatif classique.

On appelle X_n le vecteur observation en t_n d'ordre q ayant pour transposé :

$$X_n^T = [x_{n-q+1}, \dots, x_n]$$

On appelle W_n le vecteur information en t_n d'ordre N ayant pour transposé :

$$W_n^T = [x_{n-N+1}, \dots, x_n]$$

II - FORME DES DETECTEURS PROPOSÉS

Les structures considérées sont basées sur l'utilisation de références observation $R_{i,n}$ et de distances d'observation $d_{i,n}$ [2]. On peut tout d'abord en considérer deux formes :

$$d_{o,n}^2(X_n, R_{o,n}) \geq \mu_1 \quad (1)$$

$$d_{o,n}^2(X_n, R_{o,n}) - d_{1,n}^2(X_n, R_{1,n}) \geq \mu_2 \quad (2)$$

La forme (1) correspond à un test d'une hypothèse contre toutes n'utilisant aucune information sur le signal si ce n'est dans la construction de X_n . On y adoptera :

$$R_{o,n} = \hat{X}_n = [\hat{x}_{n-q+1}, \dots, \hat{x}_n]^T ;$$

les \hat{x}_i pourront prendre l'une des formes suivantes :

- \hat{x}_i est une "estimation a priori" de b_i que l'on choisit égale à zéro.

- \hat{x}_i est l'estimation linéaire optimale E Q M de x_i en fonctions d'échantillons x_j , $j \neq i$, $n-N+1 \leq j \leq n$. On a donc : $\hat{X}_n = A_n W_n$ où A_n est une matrice q, N .

La distance $d_{o,n}$ est induite par une norme quadratique :

$$\begin{aligned} d_{o,n}^2(X_n, R_{o,n}) &= (X_n - R_{o,n})^T B_n (X_n - R_{o,n}) \\ &= (X_n - R_{o,n})^T B_n (X_n - R_{o,n}) \end{aligned}$$

La forme (2) correspond à un test entre deux hypothèses et met en oeuvre une information supplémentaire sur l'hypothèse signal présent, sous la forme de la référence $R_{1,n}$ et de la distance $d_{1,n}$.

On utilisera ici une construction de $R_{1,n}$ sous la forme :

$$R_{1,n} = \{u : u = R_{o,n} + v ; v \in D\}$$

où D est un sous ensemble de \mathbb{R}^q .

L'information représentée par D est de nature déterministe et ne donne aucune indication sur une quelconque répartition statistique du signal dans D . Au décalage déterministe près, la distribution statistique de X_n reste inchangée lorsqu'on passe de l'hypothèse bruit seul à l'hypothèse signal plus bruit. La forme de D sera en général un compromis entre une simplicité de calcul et une bonne utilisation de l'information a priori sur le signal.

On définit dans ces conditions la distance $d_{1,n}(X_n, R_{1,n})$ du point X_n à l'ensemble $R_{1,n}$:

$$\begin{aligned} d_{1,n}^2(X_n, R_{1,n}) &= \inf_{u \in R_{1,n}} \|X_n - u\|_{B_n}^2 \\ &= \inf_{v \in D} (X_n - R_{o,n} - v)^T B_n (X_n - R_{o,n} - v) \end{aligned}$$

On définit une forme (3) différente de la forme (2) et non forcément équivalente :

$$\frac{d_{o,n}^2(X_n, R_{o,n})}{d_{1,n}^2(X_n, R_{1,n})} \geq \mu_3 \quad (3)$$

On peut chercher à simplifier les calculs des structures (1), (2) ou (3), en utilisant une transformation sur l'observation, telle que la transformation inverse existe. On pose $X'_n = \mathcal{C}_n(X_n)$, et l'on dénote par \cdot' les quantités dans l'espace transposé.

Tout détecteur de la forme (1), (2) ou (3) peut alors se réaliser sous la forme d'un détecteur image dans l'espace d'arrivée. On se limite à des transformations linéaires dont l'utilisation peut se justifier en cas de simplification des calculs.

Les quantités q et D (si on utilise $R_{1,n}$) sont indépendantes de n . Les paramètres à mettre à jour pour tenir compte de l'évolution de la covariance du bruit au cours du temps sont $A_n(A_n')$, $B_n(B_n')$ et éventuellement N . Ils sont construits à partir de tout ou partie de l'observation x_i , $n-T \leq i \leq n$. T peut être égal à n dans une phase transitoire d'apprentissage ($0 < n < n_0$) nécessaire si l'observation x_n est inexistante pour $n < 0$.

III - STRUCTURES PRÉCÉDENTES

On a déjà proposé précédemment [1] une classe de détecteurs de la forme (1) utilisables dans le cas d'un signal dont on ne connaît que la durée approximative. La forme générale en est donnée à la figure 1. La figure 2 indique une sous classe se particulierisant par :

- l'utilisation d'un opérateur linéaire pour élaborer la référence \hat{X}_n à l'instant n .

ALGORITHMES EN TREILLIS ET DE WIDROW UTILISÉS EN DÉTECTION
D'UN SIGNAL TRANSITOIRE MAL CONNU DANS UN BRUIT CORRÉLÉ

- l'utilisation d'une norme quadratique pondérée pour calculer la distance entre X_n et \hat{X}_n .

Une structure de ce type est complètement définie (avant le seuil) lorsqu'on s'est donné les paramètres q et N , la forme des matrices A_n et B_n et la manière de les élaborer à chaque instant n par choix d'un algorithme d'apprentissage et (ou) d'adaptation.

Dans [1] trois systèmes particuliers sont étudiés.

1) Détecteur M D P

Il est obtenu pour $q=N$ égal à la durée du signal, $A_n=0$ et B_n estimation à l'instant n , de l'inverse de la matrice de covariance $E\{X_n X_n^T\}$.

2) Détecteur P D E

Il est obtenu pour q égal à la durée du signal, B_n matrice unité et A_n de la forme :

$$A_{n,PDE} = \begin{bmatrix} a_{N-q,n-q} & a_{1,n-q} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & a_{N-q,n-1} & a_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \end{bmatrix} \quad q$$

N

$[a_{N-q,k}, \dots, a_{2,k}, a_{1,k}]^T$ est une estimation à l'instant k du prédicteur linéaire optimal EQM d'ordre $N-q$ et d'horizon 1 pour le bruit. Le choix de $N-q$ est lié à l'ordre d'un modèle autorégressif représentant correctement le bruit.

3) Détecteur P D P

Il est obtenu pour q égal à la durée du signal, $N=2q$ et A_n de la forme :

$$A_{n,PDP} = \begin{bmatrix} A'_{1,n} \\ A'_{2,n} \\ \vdots \\ A'_{q,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad q \quad q$$

Les vecteurs lignes $A'_{i,n}, i=1, \dots, q$ sont des estimations à l'instant n des prédicteurs d'ordre q et d'horizon i pour le bruit.

Pour chaque détecteur, les matrices A_n et B_n sont élaborées de manière récursive à partir de la suite $x_{n-T} \dots x_{n-d}$ considérée comme référence bruit seul. Le paramètre d positif ou nul est pris égal à q si on désire éviter l'influence d'un signal éventuel présent entre n et $n-q+1$.

IV - STRUCTURES NOUVELLES

En restant dans le cadre donné en II, on peut généraliser la structure de la figure 2 sous la forme décrite par la figure 3. On y utilise une transformation linéaire T_n s'appliquant à W_n et une fonction réelle $f_n(T_n(W_n))$ que l'on compare à un seuil. Le choix de $R_{0,n}, d_{0,n}$ dans (1) ou de $R_{0,n}, d_{0,n}, R_{1,n}, d_{1,n}$ dans (2) permet de spécifier T_n et f_n (cette dernière ne se ramenant plus obligatoirement à une simple norme quadratique dans le cas de (2)).

La contrainte d'adaptivité de la détection amène à identifier de manière continue le bruit. L'identification paramétrique sous forme treillis d'un signal est connue pour posséder de bonnes propriétés (récursivité en temps et en ordre, volume de calculs raisonnable, bonne stabilité numérique ...) [3]. Elle permet de faire correspondre selon les figures 4 et 5 au vecteur d'information W_n les vecteurs :

$$\begin{aligned} - e_n^+ &= [\epsilon_{0,n}^+, \dots, \epsilon_{N-1,n}^+]^T \\ - e_n^- &= [\epsilon_{0,n}^-, \dots, \epsilon_{N-1,n}^-]^T \\ - e_n^{'+} &= [\epsilon_{0,n}^{'+}, \dots, \epsilon_{N-1,n}^{'+}]^T \end{aligned}$$

respectivement d'erreurs de prédiction directes non orthogonales, d'erreurs de prédiction rétrogrades orthogonales, et d'erreurs de prédiction directes orthogonales.

On pose :

$$e_n^- = T_n^- W_n \quad \text{et} \quad e_n^{'+} = T_n^{'+} W_n ;$$

on notera par μ tous les seuils intervenant dans la suite.

a) Détecteurs en treillis avec une seule référence observation

Equivalent du détecteur M D P

Le détecteur M D P est de la forme (1). On peut le transformer en détecteur de forme (1)' en utilisant une transformation $\epsilon_n = T_n^- A$. $R_{0,n} = 0$ correspond $R'_{0,n} = 0$. A la quantité $X_n^T \Gamma_{X_n}^{-1} X_n$ correspond $e_n^T \Gamma_{e_n}^{-1} e_n$ où :

$$\Gamma_{e_n}^{-1} = \begin{bmatrix} \alpha_{0,n} & 0 \\ 0 & \alpha_{N-1,n} \end{bmatrix}, \quad \alpha_{i,n} = [\sigma_{\epsilon_{i,n}^-}^2]^{-1} ;$$

$\sigma_{\epsilon_{i,n}^-}^2$ est une estimation à l'instant n de $E\{\epsilon_{i,n}^-\}^2$.

Le détecteur PDPT obtenu est :

$$\sum_{i=0}^{N-1} [\epsilon_{i,n}^-]^2 \alpha_{i,n} \geq \mu$$

On pose $N=q$ pour se ramener au détecteur MDP proposé en [1].

Equivalent du détecteur P D E

Le détecteur PDE est de la forme (1) utilisant des erreurs de prédiction pour construire le test. On peut utiliser une structure en treillis pour élaborer



ALGORITHMES EN TREILLIS ET DE WIDROW UTILISÉS EN DÉTECTION
D'UN SIGNAL TRANSITOIRE MAL CONNU DANS UN BRUIT CORRÉLÉ

directement les erreurs de prédiction. On utilise pour $d_{0,n}$ une norme quadratique correspondant à une matrice diagonale $B_n = [\sigma_{\varepsilon_{N-q,n}^{'+}}$] $^{-2}$ I où I et $[\sigma_{\varepsilon_{N-q,n}^{'+}}$] 2 sont la matrice unité et une estimation à l'instant n de $E\{[\varepsilon_{N-q,n}^{'+}]^2\}$.

Le détecteur PDET obtenu est :

$$[\sigma_{\varepsilon_{N-q,n}^{'+}}]^{-2} \sum_{i=n-q+1}^n [\varepsilon_{N-q,i}^{'+}]^{-2} \geq \mu$$

Équivalent du détecteur PDP

Le détecteur PDP est de la forme (1). L'analyse en treillis du vecteur W_n pour élaborer $\varepsilon_{i,n}^{'+}$, $i=0, \dots, N-1$ permet de définir $R_{0,n}$ telle que :

$$X_n - R_{0,n} = [\varepsilon_{N-q}^{'+}, \dots, \varepsilon_{N-1}^{'+}]^T$$

où on généralise par rapport à [1] avec N non forcément égal à 2q.

B_n est de la forme :

$$B_n = \begin{bmatrix} \beta_{N-q,n} & 0 \\ 0 & \beta_{N-1,n} \end{bmatrix}, \beta_{i,n} = [E\{\varepsilon_{i,n}^{'+}\}^2]^{-1}$$

Le détecteur obtenu PDPT est :

$$\sum_{i=N-q}^{N-1} [\varepsilon_{i,n}^{'+}]^2 \beta_{i,n} \geq \mu$$

b) Détecteurs en treillis avec deux références observations

Les détecteurs précédents de la forme (1) ou (1)' correspondent à des tests d'une hypothèse n'utilisant comme information sur le signal que sa durée. Utilisant toujours cette seule information sur le signal, on peut construire des tests de deux hypothèses du type "Test de l'hypothèse linéaire", se traduisant par des détecteurs de la forme (2)' ou (3)'. Pour cela on utilise une transformation $T_n = T_n^{'+}$ et une référence $R_{0,n} = 0$ (déduite de $R_{0,n} = 0$).

1) L'utilisation de (2)' se traduit par un test de la forme :

$$d_{0,n}^{\prime 2} (W_n, R_{0,n}) - d_{1,n}^{\prime 2} (W_n, R_{1,n}) \geq \mu$$

$R_{0,n} = 0$ et $R_{1,n}$ est déduit de $R_{1,n}$ lui-même construit à partir du sous-espace engendré par les q dernières coordonnées de W_n , c'est-à-dire par les N-vecteurs du type $[0, \dots, 0, x_{n-q+1}, \dots, x_n]^T$. L'image D' de D par $T_n^{'+}$ est engendrée par les N-vecteurs du type $[0, \dots, 0, \varepsilon_{N-q,n}^{'+}, \dots, \varepsilon_{N-1,n}^{'+}]^T$.

Les distances égales $d_{0,n}^{\prime}$ et $d_{1,n}^{\prime}$ sont définies par B_n estimation à l'instant n de $[E\{e^{'+} e^{'+T}\}]^{-1}$ (B_n est la correspondante par la transformation $T_n^{'+}$ de B_n estimation de $[E\{W_n W_n^T\}]^{-1}$ et définissant les distances égales d_0 et d_1).

On a :

$$\begin{aligned} d_{1,n}^{\prime 2} (W_n, R_{1,n}) &= \min_{v \in D'} d_{0,n}^{\prime 2} (W_n, R_{0,n} + v) \\ &= \min_{v \in D'} (W' - v)^T B_n' (W' - v) \end{aligned}$$

$$B_n' = \begin{bmatrix} \beta_{0,n} & 0 \\ 0 & \beta_{N-1,n} \end{bmatrix}, \beta_{i,n} = [E\{\varepsilon_{i,n}^{'+}\}^2]^{-1}$$

Le minimum précédent est atteint lorsque v est la projection orthogonale de W_n' sur D' soit :

$$[0, \dots, 0, \varepsilon_{N-q,n}^{'+}, \varepsilon_{N-1,n}^{'+}]^T$$

Ce minimum a pour valeur :

$$d_{1,n}^{\prime 2} (W_n', R_{1,n}') = \sum_{i=0}^{N-q-1} [\varepsilon_{i,n}^{'+}]^2 \beta_{i,n}$$

D'autre part :

$$d_{0,n}^{\prime 2} (W_n', R_{0,n}') = \sum_{i=0}^{N-1} [\varepsilon_{i,n}^{'+}]^2 \beta_{i,n}$$

Le test s'écrit donc :

$$\sum_{i=N-q}^{N-1} [\varepsilon_{i,n}^{'+}]^2 \beta_{i,n} \geq \mu$$

et on retrouve le test PDPT.

2) L'utilisation de (3)' conduit, avec les mêmes quantités qu'en 1) à :

$$\frac{\sum_{i=0}^{N-1} [\varepsilon_{i,n}^{'+}]^2 \beta_{i,n}}{\sum_{i=0}^{N-q-1} [\varepsilon_{i,n}^{'+}]^2 \beta_{i,n}} \geq \mu$$

ou encore de manière équivalente (en changeant le seuil):

$$\frac{\sum_{i=N-q}^{N-1} [\varepsilon_{i,n}^{'+}]^2 \beta_{i,n}}{\sum_{i=0}^{N-q-1} [\varepsilon_{i,n}^{'+}]^2 \beta_{i,n}} \geq \mu$$

On retrouve la forme d'un test de l'hypothèse linéaire répondant à une contrainte d'invariance par homothétie dans l'espace d'observation \mathbb{R}^N [4].

Sous l'hypothèse que la covariance normalisée du bruit est correctement estimée, le test conservera ses performances devant des variations de la puissance du bruit d'effet non sensible à l'intérieur du vecteur d'information.

V - CONCLUSION

Les différents systèmes sont testés actuellement sur une observation construite par superposition d'un bruit réel ou simulé et de signaux appartenant à une classe donnée. On utilise les courbes COR modifiées ou les rapports signaux à bruit pour les comparer, en régime de non stationnarité lente, avec d'une part le filtre adapté à un signal de la classe et d'autre part avec un détecteur à référence et distance d'observation utilisant un algorithme du type widrow.

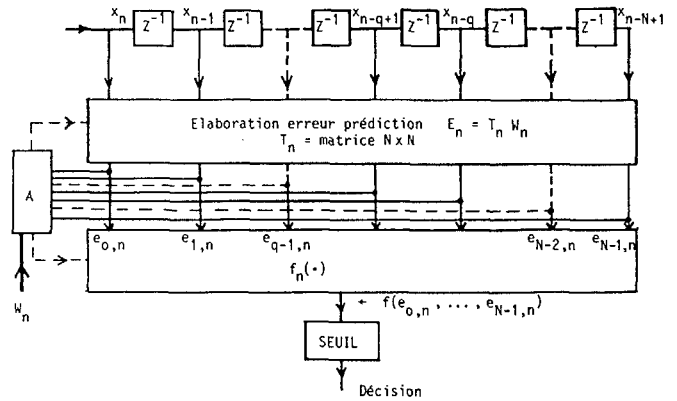
Des manipulations en cours indiquent qu'en utilisant des algorithmes du type gradient, les structures en treillis mènent à de meilleurs résultats que le système du type widrow.

Des précisions sur les algorithmes utilisés et des résultats quantitatifs seront donnés plus tard.

ALGORITHMES EN TREILLIS ET DE WIDROW UTILISÉS EN DÉTECTION D'UN SIGNAL TRANSITOIRE MAL CONNU DANS UN BRUIT CORRÉLÉ

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BELLAGER J.-J., ARQUES P.-Y. : Comparaison des performances de divers détecteurs à critère de distance pour un signal transitoire mal connu bruité. Actes du Colloque National sur le Traitement du Signal et ses Applications, Nice Juin 1981 (GRESTI), p. 99.
- [2] ARQUES P.-Y. : Décisions en Traitement du Signal. Masson, Paris, 1979.
- [3] FRIEDLANDER B. : Lattices filters for adaptive processing. Proceedings of The IEEE, Vol. 70, N°8, Août 1982, p. 829-867.
- [4] FERGUSON T.S. : Mathematical Statistics. A Decision theoretic approach. Academic Press, New York, 1967.



A : Algorithme apprentissage et (ou) adaptation

Figure 3

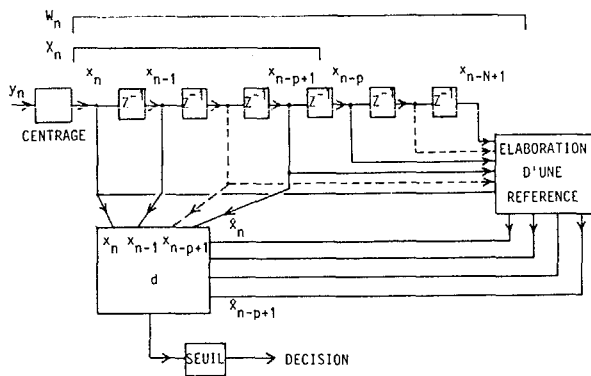


Figure 1

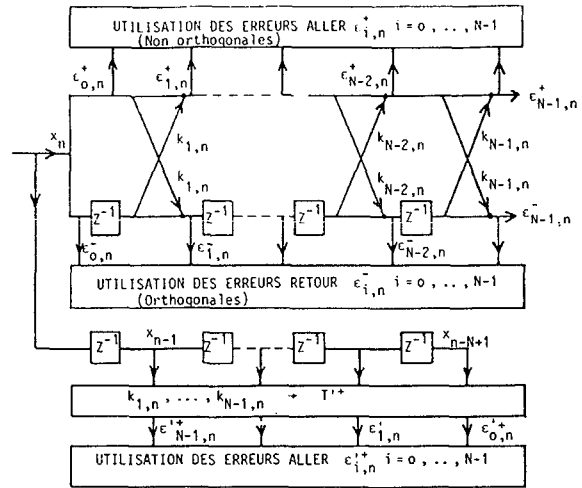
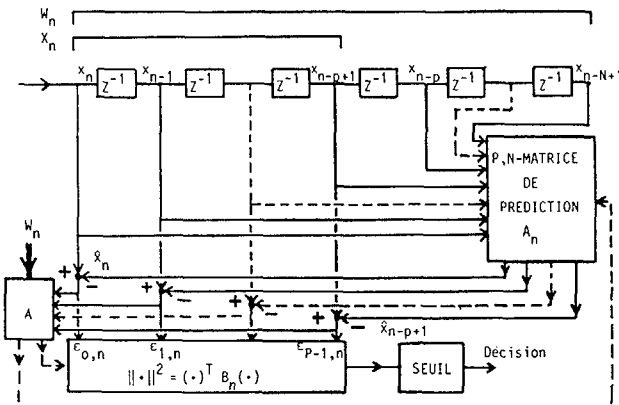


Figure 4



A : Algorithme apprentissage et (ou) adaptation

Figure 2

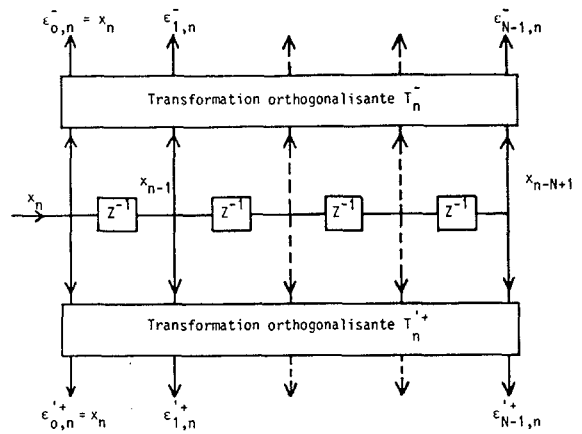


Figure 5

