

DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

191



NICE du 20 au 24 MAI 1985

ESTIMATEUR D'ECARTOMETRIE RADAR

Robert FORTET, Jean ISNARD, Marie-José SIRET

LABORATOIRE CENTRAL DE TELECOMMUNICATIONS - 18-20 rue Grange-Dame-Rose, BP 40 - 78141 VELIZY-VILLACOUBLAY Cedex

RESUME

Dans certains radars cohérents, la mise en oeuvre de la technique monopulse nécessite non seulement le choix d'un algorithme stable de calcul de l'écart angulaire, mais aussi l'estimation du biais et de la variance en fonction du nombre d'impulsions : l'objet de cette communication est de fournir ces résultats.

SUMMARY

In some coherent radars, applying the monopulse technique requires not only a robust algorithm but also controlling the bias and skew of the estimated angle as a function of pulse number : the paper gives some results about them.

ZUSAMMENFASSUNG

Bei einigen Doppler Radaren setzt die Anwendung des Monopulstechnik nicht nur die Wahl eines stabilen Algorithmus zur Berechnung des Abweichungswinkels voraus, sondern auch eine Schätzung der Schräge und der Asymmetrie je nach Anzahl der Impulse. Die vorliegende Kommunikation hat zum Ziel diese Resultate aufzuzeigen.



Il y a de nombreuses années déjà, qu'ont été exposés les avantages généraux de la technique monopulse, en vue de réaliser la fonction écartométrie-poursuite dans les radars [DUNN J. et HOWARD D., 1960].

Mais les performances dépendent des qualités de l'algorithme choisi, et des effets des bruits thermiques des récepteurs. Une étude antérieure a permis de sélectionner un algorithme robuste vis-à-vis des fluctuations dues aux bruits thermiques.

Le problème restant est de déterminer l'effet des bruits sur la mesure d'écart et les fluctuations des poursuites. Ce problème, qui conduit nécessairement à l'étude d'un rapport de fonctions de variables aléatoires, a déjà reçu des solutions, mais seulement sous des hypothèses restrictives, par exemple, rapport signal sur bruit supérieur à 12 dB [SHARENSON S., 1962], ou encore, durée d'observation importante [KANTER I., 1977].

La présente communication apporte, pour un algorithme choisi, une solution à large validité.

I - ESTIMATION D'ECARTOMETRIE

L'étude concerne un estimateur d'angle d'un radar "monopulse", dans la situation suivante ; soient :

- $\Delta \in \mathbb{R}$, $\Delta > 0$ connu (intervalle d'échantillonnage) ;
- $S, D \in \mathbb{R}$, $0 \leq D \leq S$; S et D sont fixés, mais inconnus ; (amplitudes du signal somme, du signal différence).
- $\gamma \in \mathbb{R}$, fixé mais inconnu ;
- t variable dans \mathbb{Z} .

A chaque $t \in \mathbb{Z}$ est associé un couple (B_t^S, B_t^D) de 2 variables aléatoires complexes B_t^S, B_t^D (bruits des voies) ; on pose :

$$S_t = S e^{2\pi i \gamma \Delta t} + B_t^S, D_t = D e^{2\pi i \gamma \Delta t} + B_t^D ; \quad (1)$$

on observe les valeurs prises par les couples (S_t, D_t) pour $t = 1, \dots, N$ où N un entier > 0 fixé connu ; l'objectif est d'en déduire une estimation du rapport $\frac{D}{S}$ par l'estimateur :

$$K_N = \frac{\sum_{t=1}^N |D_t| \Omega_t}{\sum_{t=1}^N |S_t|}, \quad (2)$$

où Ω a la signification suivante : si $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, on pose :

$$\Omega(z_1, z_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } |z_1 + z_2| > |z_1 - z_2|, \\ 0 & \text{si } |z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|, \\ -1 & \text{si } |z_1 + z_2| < |z_1 - z_2|, \end{cases}$$

et : $\Omega_t = \Omega(S_t, D_t)$.

II - HYPOTHESES

On fait l'hypothèse que :

- les diverses variables aléatoires B_j^S, B_k^D ($j, k \in \mathbb{Z}$) sont mutuellement indépendantes ;
- les B_t^S ($t \in \mathbb{Z}$) obéissent à la même loi de probabilité circulaire, de densité (en polaires) $f_S(r) dr \frac{d\theta}{2\pi}$; $f_S(r)$ est bornée sur tout borné.
- les B_t^D ($t \in \mathbb{Z}$) obéissent à la même loi de probabilité circulaire ; de densité (en polaires) $f_D(r) dr \frac{d\theta}{2\pi}$.

$f_S(r), f_D(r)$ densités de probabilités respectives de $|B_t^S|, |B_t^D|$ admettent tous les moments intervenant par la suite.

On pose les notations : $E(|S_t|) = a,$

$$\mathcal{V}(S_t) = P^2, E(|D_t| \Omega_t) = b, \mathcal{V}(|D_t| \Omega_t) = Q^2,$$

$$E[|S_t| - a] (|D_t| \Omega_t - b) = PQ \rho.$$

III - RESULTATS

1°) Le moment $E(K_N)$ existe, au moins pour $h=0, 1, \dots, 2N-1$.

$$E(K_N) = \frac{b}{a} + \frac{P}{a^3 N} (bP - aQ\rho) + e_1(N),$$

où : $e_1(N) = O\left(\frac{1}{N^{3/2}}\right)$

$$3^\circ) \mathcal{V}(K_N) = \frac{a^2 Q^2 - 2abPQ\rho + b^2 P^2}{a^4 N} + e_2(N),$$

où : $e_2(N) = O\left(\frac{1}{N^{3/2}}\right)$.

Des simulations permettent de conclure que $e_1(N), e_2(N)$ sont négligeables même pour de faibles valeurs de N (par exemple, $N=16$), quel que soit le rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$.

Les simulations montrent que $E(K_N)$ et $\frac{b}{a}$ ont des valeurs identiques à 10^{-5} près pour $N=1024$ et à 10^{-3} près pour $N=16$ quel que soit le rapport signal à bruit (figure 1 : $N=1024$ - Figure 2 : $N=16$).

La variance varie en $\frac{1}{N}$ avec de faibles erreurs (figure 3). Sur cette figure, ont été représentées la variance multipliée par 64, pour $N=1024$ échantillons (en trait plein) et la variance pour $N=16$ échantillons en trait pointillé.

Les cas particuliers "bruits nuls", "signal bruit" s'examinent aisément, et ne font pas exception au cas général.

IV - REMERCIEMENTS

Ces résultats sont extraits d'une étude financée avec le concours de la Direction des Recherches Etudes et Techniques (DRET, Groupe 2) qui a bien voulu en autoriser la publication et que nous remercions vivement.

V - BIBLIOGRAPHIE

DUNN J. et HOWARD D

Precision tracking with monopulse radar
Electronics April 22, 1960 pages 51 - 56

KANTER I.

The ratios of functions of random variables
IEEE Trans. on A.E.S Vol. AES-13 N° 6
November 1977

SHARENSON S.

Angle estimation accuracy with a monopulse radar in the search mode
IRE Trans. Aeronautiq. Navig. Electron.
Vol ANE-9 September 1962.

ESTIMATEUR D'ECARTOMETRIE RADAR

Figure : 1

Comparaison entre $E(K_N)$ et b/a ($N=1024$)

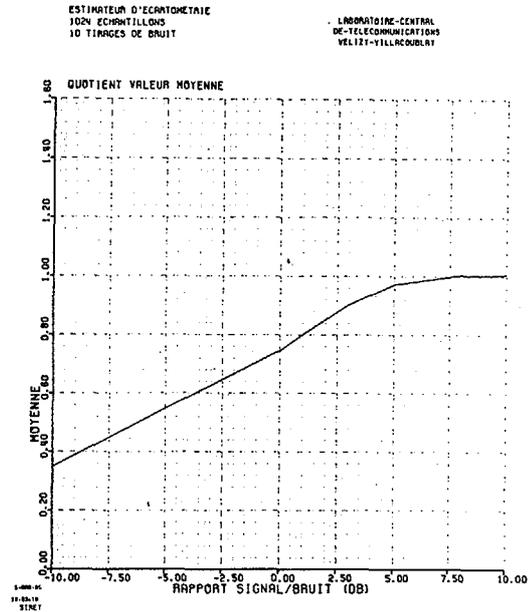
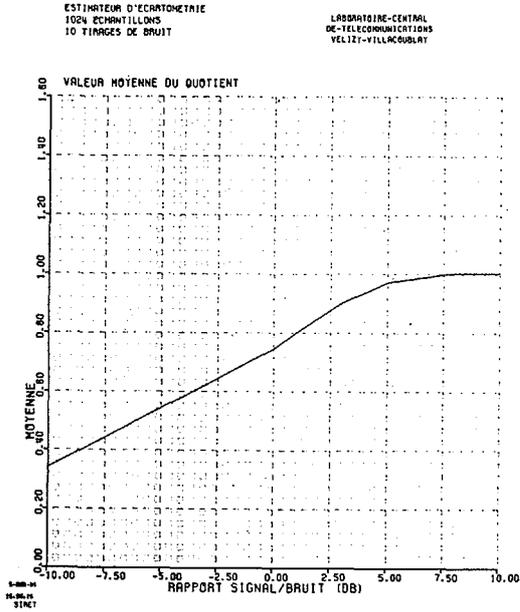


Figure 2 :

Comparaison entre $E(K_N)$ et b/a ($N=16$)

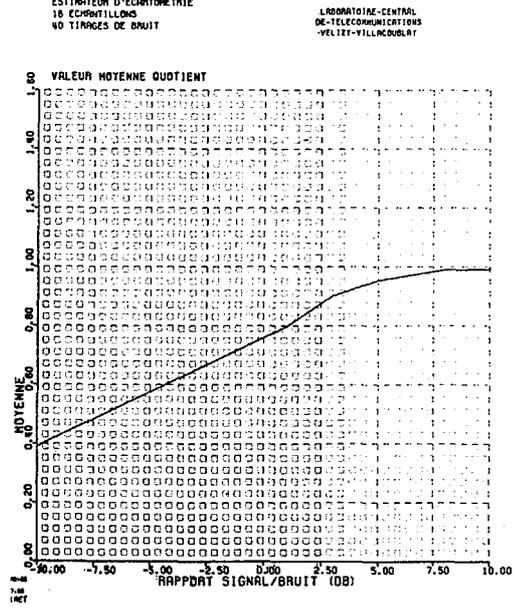
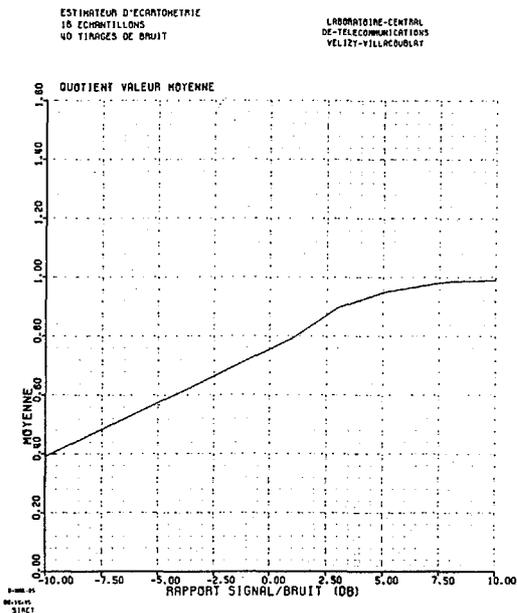




Figure 3 : Comparaison entre **64**-variance (**N=1024**) — et variance (**N=16**) - - - - -

