

# DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS



NICE du 20 au 24 MAI 1985

FILTRAGE NON-LINEAIRE APPLIQUE AUX COMMUNICATIONS NUMERIQUES  
DANS UN CANAL A PHASE ALEATOIRE

B. KOREZLIOGLU et R. VALLET

Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications  
46, rue Barrault, 75634 PARIS CEDEX 13

## RESUME

Un modèle général représentant les systèmes de transmission de données à travers un canal à bande limitée prend en compte l'effet de l'interférence intersymboles, de la gigue de phase et du bruit additif apporté par le canal. Le rôle du récepteur est d'obtenir une estimée des symboles transmis basée sur l'observation du signal reçu. Dans le cadre des communications radio à spectre étalé en évansion de fréquence, la rapidité de convergence des algorithmes utilisés par le récepteur est un paramètre très important. Les techniques de filtrage non-linéaire sont utilisées ici pour estimer la suite des symboles transmis en calculant de façon récursive la densité de probabilité à postériori d'un symbole conditionnellement à l'observation du signal reçu, tel qu'on le pratique en filtrage de KALMAN.

L'approche proposée consiste à modéliser l'ensemble de la chaîne de transmission par un modèle d'état supposé connu du récepteur. A partir de ce modèle, un algorithme de détection symbole-par-symbole est proposé, la gigue de phase apportée par le canal est considérée comme un bruit à éliminer qui n'est donc pas estimé par le récepteur.

## SUMMARY

A general model representing data transmissions systems with a bandlimited channel considers the effects of interference between symbols, phase jitter and additive noise. The receiver estimates informations symbols in terms of the received signal. In the case of the Spread-spectrum radio communications with frequency drift, the convergence speed of the algorithm used by the receiver is an important parameter. Here, techniques of nonlinear filtering are employed for estimating the sequence of transmitted information symbols by recursively computing the conditional probability of each symbol in terms of the received signal as in Kalman filtering.

The proposed approach represents the information source and the channel by a state model, known by the receiver. A symbol-by-symbol detection algorithm is proposed, where the phase jitter is here considered as a noise to be eliminated by the receiver.



INTRODUCTION: - 1 -

La récupération de l'onde porteuse est une opération inhérente à toute démodulation cohérente. En revanche, un démodulateur non-cohérent ou un démodulateur différentiellement cohérent considère la phase de l'onde porteuse comme un bruit à éliminer. Les démodulateurs classiques cohérents ou non-cohérents considèrent que la phase de la porteuse est constante sur la durée d'observation mais inconnue à l'instant initial. Le modèle utilisé dans [5] suppose que la phase est un processus de marche aléatoire homogène. Une technique de programmation dynamique (algorithme de Viterbi) est alors utilisée pour maximiser la probabilité à posteriori de la suite des symboles et des valeurs de la phase de la porteuse, qui correspond à une démodulation de type cohérente avec une estimation conjointe phase-données. Le démodulateur proposé ici est de type non-cohérent car, en utilisant le modèle précédent, une technique de filtrage non-linéaire permet de calculer récursivement la probabilité à posteriori d'un symbole conditionnellement aux observations. Il est alors possible d'estimer les données émises par une méthode de maximum de vraisemblance récursif. L'algorithme proposé repose sur une structure de treillis équivalente à celle proposée dans [5], mais, la métrique associée à un état est une combinaison linéaire de l'ensemble des métriques associées aux états précédents pondérées par les métriques de branches caractérisant les transitions entre les états correspondants.

Dans la première partie, on présente le modèle du système de transmission. La seconde partie présente les équations de filtrage non-linéaire et de lissage tandis que la troisième est consacrée aux résultats numériques.

1. MODELE REPRESENTANT LA PHASE ET LES SIGNAUX:

L'équivalent en bande de base d'un signal réel passe bande transmis à travers un canal à phase aléatoire et à bruit blanc additif peut se représenter par :

$$y_t = F(t, a_{n-r}, \dots, a_{n+s}) e^{j\theta_t} + W_t \quad (1)$$

$$\text{pour } nT \leq t \leq (n+1)T$$

où T est l'intervalle de temps entre deux symboles consécutifs,  $a_n$  la valeur du n-ième symbole d'information à transmettre,  $\theta$  la phase apportée par le canal et W un bruit blanc. Les symboles, la phase et le bruit sont supposés indépendants entre eux. L'intervalle de temps et l'espace des valeurs peuvent être quantifiés sans pertes notables sur l'efficacité de l'estimation. Une technique de filtrage récursif, décrite ci-dessous, peut alors être utilisée pour estimer les symboles  $a_n$ .

Sous une forme échantillonnée, l'équation (1) devient:

$$Y_{(Kn+i)\delta} = F((Kn+i)\delta, a_{n-r}, \dots, a_{n+s}) e^{j\theta_{(Kn+i)\delta}} + W_{(Kn+i)\delta} \quad (2)$$

où  $\delta$  est la période d'échantillonnage, K est un entier tel que  $T = K\delta$  et  $i=0, 1, \dots, K-1$ ;  $Kn+i$  représente l'indice du i-ème échantillon du n-ième symbole.

La présente étude est effectuée pour une modulation binaire symétrique ou modulation de phase à deux états associée à une impulsion  $g(t)$  définie par ses échantillons  $g_k$  pour  $-Kr \leq k \leq (K+1)s$  et 0 ailleurs, et une phase dont les échantillons forment une marche aléatoire homogène.

L'équation d'observation (2) s'écrit alors sous forme échantillonnée:

$$Y_{(Kn+i)\delta} = \sum_{l=-r}^s a_{n+l} g_{Kl+i} e^{j\theta_{(Kn+i)\delta}} + W_{Kn+i} \quad (3)$$

pour  $i=0$  à  $K-1$

Le système (3) peut être représenté sous forme d'équations d'états. L'état peut être défini par le vecteur

$$X_n^T = [a_{n-r}, a_{n+1-r}, \dots, a_n, \dots, a_{n+s}, \theta_n]$$

Les symboles  $a_n$  transmis et la phase  $\theta_n$  apportée par le canal  $n$  sont indépendantes donc l'équation d'état peut être décrite par deux équations indépendantes:

L'équation d'état associée aux symboles:

$$\begin{bmatrix} a_{n+1+s} \\ \vdots \\ a_{n+1-r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ J & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{n+s} \\ \vdots \\ a_{n-r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{n+1+s} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

et l'équation d'état associée à la séquence de la phase:

$$\theta_{Kn+i+1} = \theta_{Kn+i} + \delta\theta_{Kn+i} \quad (5)$$

pour  $i=0$  à  $K-1$  où  $\theta \in [-\pi, \pi]$ , où  $\delta\theta_{Kn+i}$  représente l'accroissement de la phase. La suite  $\theta_{Kn+i}$  des accroissements est une suite indépendante et équadistribuée. L'équation d'observation représente le type de modulation utilisée: Modulation à sauts de phase, de fréquence à phase continue, ... et l'équation d'état représente la longueur de l'interférence inter-symboles et la fluctuation de phase apportée par le canal. Le modèle représenté par l'équation (5) est invariant par une transformation modulo- $2\pi$  de la phase. Dans l'article [5], il est proposé une méthode d'estimation simultanée de la suite des phases  $\theta_{Kn+i}$  et de la séquence des symboles  $a_n$  en maximisant leur densité de probabilité conjointe à posteriori. L'étude proposée ici, consiste à calculer la probabilité à posteriori de chaque symbole, elle est appliquée au cas particulier suivant:  $K=1$  (un échantillon par symbole) et  $r=s=0$  (pas d'interférences inter-symboles). Dans ce cas, le modèle (3)-(5) s'écrit comme suit:

Equation d'observation:

$$y_n = a_n \sqrt{\frac{2E_b}{T}} e^{j\theta_n} + W_n \quad (6)$$

où  $E_b$  est l'énergie par bit du signal réel reçu,  $1/T$  est le rythme binaire de la source,  $a_n = +1$  or  $-1$  est une suite de symboles indépendants et identiquement distribués et  $W_n$  est le bruit blanc centré équivalent en bande de base, à celui apporté par le canal de transmission, de variance  $E[W_n^2] = 2N_0$ , où  $N_0/2$  est la densité spectrale bilatérale du bruit blanc apporté par le canal.

Equation d'état :

$$X_{n+1} = \begin{bmatrix} a_{n+1} \\ \theta_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_n \\ \theta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{n+1} \\ \delta\theta_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

Les équations (3)-(5) forment la base du détecteur symbole par symbole ou de l'estimateur à Maximum de Probabilité à Postérieur ( M.A.P.). Un modulateur numérique peut être représenté par un système d'états. La discrétisation des valeurs prise par l'état conduit à un modèle à nombre d'états finis à partir duquel on déduit un algorithme d'optimisation de dimension finie en utilisant une technique de filtrage discret non-linéaire.

2. FILTRAGE DISCRET NON-LINEAIRE:

Un système discret, à valeurs discrètes, constitué par un état Markovien et un canal sans mémoire peut être décrit par le système d'équations suivant:

$$X_{n+1} = f_n(X_n, B_n) \tag{8}$$

$$Y_n = h_n(X_n, W_n) \quad \text{pour } n \geq 0$$

où  $(B, W) = (B_n, W_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}$  est une séquence de variables aléatoires indépendantes et indépendantes de  $X_0$ ,  $X_0, B_n, W_n$  prenant leurs valeurs dans des espaces finis [3].

Le processus d'états  $X$  est une chaîne de Markov. La transition de  $X_n$  à  $X_{n+1}$  est décrite par la fonction  $f_n(\cdot)$ . Le processus  $Y_{n+1}$  est le processus d'observation ou le signal reçu et la fonction  $h_n$  décrit la transition de l'état  $X_n$  à l'observation  $Y_n$ . On peut aussi remarquer que:

$$X_0, (X_1, Y_0), (X_2, Y_1), \dots, (X_{n+1}, Y_n), \dots$$

forme une chaîne de Markov.

Pour l'ensemble des variables aléatoires  $\{U_1, U_2, \dots, U_n\}$ ,  $\{V_1, V_2, \dots, V_n\}$  on définit par  $P(u_1, \dots, u_n, v_1, \dots, v_n)$  la probabilité de l'évènement

$$\{U_1 = u_1, \dots, U_n = u_n, V_1 = v_1, \dots, V_n = v_n\}$$

et par

$$P(u_1, \dots, u_n / v_1, \dots, v_n)$$

la probabilité conditionnelle de l'évènement  $\{U_1 = u_1, \dots, U_n = u_n\}$  sachant  $\{V_1 = v_1, \dots, V_n = v_n\}$

Grâce à l'indépendance de la séquence  $X_0, (B_0, W_0), (B_1, W_1), \dots, (B_n, W_n) \dots$  on déduit immédiatement la relation suivante:

$$P(x_0, \dots, x_{n+1}, y_0, \dots, y_n) = P(x_0) \prod_{k=0}^n P(x_{k+1}, y_k / x_k) \tag{9}$$

dont on dérive l'algorithme de Viterbi proposé dans [5] pour maximiser la probabilité à postérieur de la séquence des états  $(x_0, \dots, x_n)$  conditionnellement à l'observation  $(y_0, \dots, y_n)$ . Pour obtenir un estimateur symbole par symbole, on pose:

$$Y_0^n = \{y_0, \dots, y_n\}, \quad Y_n^n = \{y_0, \dots, y_n\} \text{ et}$$

$$\sigma_n(x_n / y_0^n) = P(x_n, y_0, \dots, y_n) = P(x_n, y_0^n) \tag{10}$$

alors on obtient:

$$\sigma_n(x_n / y_0^n) = \sum_{x_0} \dots \sum_{x_{n-1}} P(x_0, \dots, x_{n-1}, x_n, y_0, \dots, y_n) \tag{11}$$

et la probabilité à posteriori de l'état  $x_n$  conditionnellement à l'observation  $y_0^n$  s'exprime par:

$$P(x_n / y_0^n) = \frac{\sigma_n(x_n / y_0^n)}{\sum_{x_n} \sigma_n(x_n / y_0^n)} \tag{12}$$

Le filtrage non-linéaire consiste à calculer récursivement la densité de probabilité conditionnelle  $P(x_n / y_0^n)$ . Il est alors nécessaire de calculer la mesure positive  $\sigma_n(x_n / y_0^n)$  et ensuite de la normaliser (12). Grâce à la forme produit de la relation (9), il est possible de calculer  $\sigma_n(x_n / y_0^n)$  récursivement.

En fait, on a

$$\sigma_{n+1}(x_{n+1} / y_0^{n+1}) = \sum_{x_n} \frac{P(x_{n+1}, y_n / x_n) P(y_{n+1} / x_{n+1})}{P(y_n / x_n)} \sigma_n(x_n / y_0^n) \tag{13}$$

Dans le cas où  $B$  et  $W$  sont deux processus indépendants,  $X_{n+1}$  et  $Y_n$  conditionnellement à  $x_n$  sont indépendants, alors (13) devient :

$$\sigma_{n+1}(x_{n+1} / y_0^{n+1}) = P(y_{n+1} / x_{n+1}) \sum_{x_n} P(x_{n+1} / x_n) \sigma_n(x_n / y_0^n) \tag{14}$$

A partir de maintenant, on considérera que  $B$  et  $W$  sont indépendants et on utilisera donc la relation (14) pour calculer le filtre causal.

Si l'on accepte un certain retard de décision  $L, L \geq 0$ , alors il est clair que l'estimation de l'état  $x_{n-L}$  au moyen de l'observation  $y_0^n$  par l'intermédiaire de la densité de probabilité conditionnelle  $P(x_{n-L} / y_0^n)$  est meilleur que celle obtenue par le filtre causal (14). On doit alors calculer la probabilité conditionnelle  $P(x_{n-L} / y_0^n)$  pour  $0 < L < n$ . On définit  $x_{n-L}^n$  et  $x_{n-L}^n$  les vecteurs

$$(x_{n-L}^n, x_{n-L+1}^n, \dots, x_n) \text{ et } (x_{n-L}^n, x_{n-L+1}^n, \dots, x_n)$$

respectivement. L'équation (10) devient alors:

$$\sigma_n(x_{n-L}^n / y_0^n) = P(x_{n-L}^n, y_0^n) \tag{15}$$

A partir des équations (9) et (11) on déduit:

$$\sigma_n(x_{n-L}^n / y_0^n) = \sum_{x_0} \dots \sum_{x_{n-L-1}} P(x_0) \prod_{k=0}^{n-1} P(x_{k+1} / x_k) \cdot P(y_k / x_k) \cdot P(y_n / x_n) \tag{16}$$

La relation de récurrence qui permet de calculer de façon récursive  $\sigma_{n+1}(x_{n+1}^n / y_0^{n+1})$  à partir de  $\sigma_{n+1}(x_n^n / y_0^n)$  s'écrit alors:

$$\sigma_{n+1}(x_{n+1}^n / y_0^{n+1}) = P(y_{n+1} / x_{n+1}) P(x_{n+1} / x_n) \sum_{x_{n-L}} \sigma_n(x_n^n / y_0^n) \tag{17}$$

L'estimation de l'état  $x_{n-L}^n$ , avec  $L > 0$ , à l'instant  $n$  peut s'effectuer à partir de la connaissance de la fonction de filtrage  $\sigma_n(x_{n-L}^n / y_0^n)$  avec un retard de décision  $L$  en calculant:

$$\sigma_n(x_{n-L}^n / y_0^n) = \sum_{x_{n-L+1}} \dots \sum_{x_n} \sigma_n(x_n^n / y_0^n) \tag{18}$$



A partir de cette expression, deux méthodes d'estimation peuvent être suggérées. La première consiste à choisir  $\hat{x}_{n-L}$  qui maximise la mesure positive  $\sigma_n(\hat{x}_{n-L}|y_0^n)$ . La deuxième consiste à calculer l'espérance mathématique conditionnelle

$E\{x_{n-L}|y_0^n\}$  définie par:

$$E\{x_{n-L}|y_0^n\} = \frac{\sum_{x_{n-L}} x_{n-L} \sigma_n(x_{n-L}|y_0^n)}{\sum_{x_{n-L}} \sigma_n(x_{n-L}|y_0^n)}$$

et de choisir la valeur  $\hat{x}_{n-L}$  la plus proche de celle ainsi obtenue.

Pour ces deux méthodes, la fonction  $\sigma_n(x_{n-L}|y_0^n)$  ne peut pas se calculer de façon récursive. Si les valeurs prises par l'état X sont quantifiées en M valeurs, la relation de récurrence (17) doit être calculée pour les  $M^{L+1}$  valeurs différentes du

vecteur  $x_{n-L+1}$  à partir des  $M^{L+1}$  valeurs des vecteurs précédents  $x_{n-L}$ .

Une récurrence de complexité moindre peut-être obtenue en notant que:

$$\sigma_n(x_{n-L}|y_0^n) = \sum_{x_n} \sigma_n(x_{n-L}, x_n|y_0^n)$$

et que le terme de droite de l'expression précédente peut-être calculé récursivement sur l'indice n par la relation suivante, déduite de (17):

$$\sigma_n(x_{n-k}, x_n|y_0^n) = P(y_n/x_n) \sum_{x_{n-1}} P(x_n/x_{n-1}) \sigma_{n-1}(x_{n-k}, x_{n-1}|y_0^{n-1}) \quad (19)$$

pour  $k \in [1, L]$ . Cet ensemble de L relations doit être évalué à chaque instant n. Chaque relation peut prendre  $M^2$  valeurs différentes correspondantes aux  $M^2$  valeurs du vecteur  $(x_{n-k}, x_n)$ . La complexité de l'algorithme est maintenant proportionnelle au retard de décision L au lieu d'une complexité d'ordre exponentielle si l'on utilise la relation (17). Le retard de décision L doit donc être de valeur minimale, tout en permettant d'obtenir des performances satisfaisantes. Une propriété qui est équivalente à la convergence des chemins dans la détection optimale de séquence d'états (algorithme de VITERBI) offre la possibilité d'une réduction supplémentaire de la complexité en limitant la valeur du retard de décision L [2].

En notant que si  $\hat{x}_{n-L}$  est la valeur de l'état à l'instant n qui maximise la mesure positive  $\sigma_{n-1}(x_{n-L}|y_0^{n-1})$ ; et si

$$\sigma_{n-1}(\hat{x}_{n-L}, x_{n-1}|y_0^{n-1}) \geq \sigma_{n-1}(x_{n-L}, x_{n-1}|y_0^{n-1}) \quad (20)$$

est vérifié pour toutes les valeurs de  $x_{n-1} \neq \hat{x}_{n-L}$  et de  $x_{n-L}$  alors la relation suivante est a fortiori vérifiée:

$$\sigma_n(\hat{x}_{n-L}|y_0^n) \geq \sigma_{n-1}(x_{n-L}|y_0^{n-1}) \quad (21)$$

quelque soit  $x_{n-L} \neq \hat{x}_{n-L}$

De la même façon que pour l'algorithme de VITERBI, un compromis pratique permet de déterminer la valeur du retard de décision L. Notons que la valeur choisie est équivalente pour les deux algorithmes de détection de suites d'états et de détection état par état.

3. APPLICATION A LA MODULATION DE PHASE:

L'ensemble modulateur, canal et filtre de réception peut être modélisé par les équations d'états (6) et (7) lorsque l'échantillonnage a lieu au rythme d'arrivée des symboles. Le problème plus général d'un détecteur à sur-échantillonnage se déduit aisément des relations précédentes en définissant l'observation Y et la phase  $\theta$  par des vecteurs de dimension K. On suppose que la suite des symboles est indépendante du processus de phase, que la phase  $\theta$  est quantifiée sur M valeurs et qu'elle forme une marche aléatoire homogène. Le détecteur proposé cherche à l'instant n le symbole  $\hat{a}_n$  qui maximise  $\sigma_n(a_{n-L}|y_0^n)$  sans chercher à estimer la phase  $\theta_{n-L}$  qui ne porte aucune information sur les symboles. On déduit ainsi la relation de récurrence déduite de (19):

$$\sigma_n(a_{n-k}, a_n, \theta_n|y_0^n) = P(y_n/a_n, \theta_n) \quad (22)$$

$$\sum_{\theta_{n-1}} \sum_{a_{n-1}} P(a_n/a_{n-1}) P(\theta_n/\theta_{n-1}) \sigma_{n-1}(a_{n-k}, a_{n-1}, \theta_{n-1}|y_0^{n-1})$$

Si les symboles sont indépendants et identiquement distribués alors:

$$P(a_n/a_{n-1}) = P(a_n) = \frac{1}{2}$$

On modélise la gigue de phase par une suite d'incrémentations gaussiennes

$$P(\theta_n/\theta_{n-1}) = \frac{1}{2\pi\sigma_\theta^2} \exp\left\{-\frac{(\theta_n - \theta_{n-1})^2}{2\sigma_\theta^2}\right\} \quad (23)$$

où  $\theta$  est défini modulo  $2\pi$  et  $\sigma_\theta^2$  est la variance du bruit d'incrémentations  $\delta\theta = \theta - \theta_{n-1}$  pour un système réel  $\sigma_\theta \ll \frac{\pi}{4}$ . Si la phase  $\theta$  est discrétisée en M valeurs, alors la probabilité  $P(\delta\theta)$  est différente de 0 pour seulement  $\frac{M}{4}$  points ou moins. Cette remarque réduit le nombre de termes de la somme sur  $\theta_{n-1}$  dans (22).

La densité de probabilité de l'observation conditionnellement à la valeur de la phase et du symbole à l'instant n est définie à partir de l'équation d'observation (6) par:

$$P(y_n/a_n, \theta_n) = \quad (24)$$

$$\frac{1}{2\pi N_0} \exp\left\{-\frac{|y_n - a_n \frac{\sqrt{2E_b}}{T} e^{-j\theta_n}|^2}{2N_0}\right\}$$

Qui doit donc être calculée pour les 2M valeurs du vecteur  $(a_n, \theta_n)$  pour calculer récursivement la densité conditionnelle (19)

$$\sigma_n(a_{n-k}, a_n, \theta_n|y_0^n) = \quad (25)$$

$$\exp\left\{-\frac{|y_n - a_n \frac{\sqrt{2E_b}}{T} e^{-j\theta_n}|^2}{2N_0}\right\} \sum_{\theta_{n-1}} \exp\left\{-\frac{(\theta_n - \theta_{n-1})^2}{2\sigma_\theta^2}\right\}$$

$$\left\{ \sigma_{n-1}(a_{n-k}, \theta_{n-1}|y_0^{n-1}) + \sigma_{n-1}(a_{n-k}, \theta_{n-1}|y_0^{n-1}) \right\}$$

pour  $k=1, L$

La métrique associée à un état à l'instant n dépend de la valeur de la métrique associée à tous les états précédents et aux métriques de branches associées aux différentes transitions.

La règle de décision est alors obtenue par l'évaluation de :  $\sigma(a_{n-L}/y_0^n)$  par la relation

$$\sigma(a_{n-L}/y_0^n) = \sum_n \sum_{\theta} \sigma_n(a_{n-L}, a_n, \theta/y_0^n) \quad (26)$$

suivi du choix de  $\hat{a}_{n-L}$  qui maximise  $\sigma(\hat{a}_{n-L}/y_0^n)$ . la complexité de la mise en oeuvre de l'algorithme de détection symbole-par-symbole peut être estimée en termes de nombre de multiplications et d'additions à effectuer pour estimer un symbole et en termes de nombre de mots mémoire nécessaires pour stocker l'ensemble des fonctions intermédiaires (25). La représentation en mémoire de la relation (25) nécessite 4.L.M mots et le calcul récursif de l'ordre de 6.L.M opérations de multiplication et le même nombre d'opérations d'additions par échantillon; l'évaluation de la relation (26) nécessite 2.M opérations d'additions suivi d'une comparaison pour réaliser la règle de décision. D'autre part, la complexité de l'algorithme de Viterbi proposé dans [5] est de l'ordre de 4.M mots de mémoire, 4.M opérations arithmétiques et M comparaisons. Alors, pour un retard de décision de L=2 ou 3, la complexité des deux algorithmes est équivalente.

Pour situer l'algorithme proposé parmi l'ensemble des méthodes utilisées dans les systèmes de transmission, on peut remarquer que si la gigue de phase apportée par le canal est constante sur l'intervalle d'observation, à partir de la relation (22), on obtient la densité de probabilité conditionnelle de la phase sachant l'observation  $y_0^n$  :

$$\text{Log}(\sigma(\theta/y_0^n) = \sum_{i=0}^n \text{Log}(\cosh(\text{Re}(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} y_i e^{-j\theta}))) \quad (26)$$

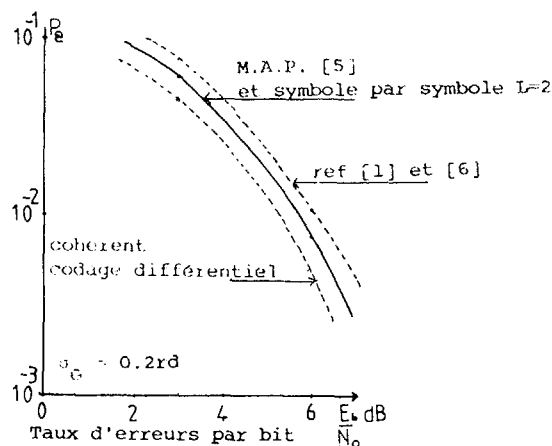
L'équation (26) peut être déduite directement de l'équation de base (6) en l'absence de gigue de phase et représente alors l'estimateur de maximum de vraisemblance de la phase  $\theta$  présenté dans [7]

4. SIMULATIONS ET RESULTATS:

Les simulations ont été effectuées par une méthode de Monte-Carlo pour le détecteur de suite proposé dans [5] et pour le détecteur symbole par symbole proposé. La valeur de la phase est quantifiée sur M=16 valeurs équiréparties entre  $[-\pi, \pi]$ , la profondeur de décision L varie entre 1 et 4. Les résultats présentés sont effectués pour une modulation de type P.S.K. utilisant des paquets de 64 bits avec une phase aléatoire équirépartie à l'instant t=0. Un retard de décision de L=2 est suffisant pour obtenir des performances satisfaisantes. Un taux d'erreurs par bit de 6% est obtenu avec  $\sigma_g = 0.2$  rd pour un rapport signal sur bruit  $E_b/N_0$  de 3 dB. Un codage différentiel sur les données est utilisé pour éviter les paquets d'erreurs dus aux glissements de la phase pour de faibles rapports signaux à bruit. On obtient d'autre part un taux d'erreurs par bit de 8% si l'on utilise les estimateurs de phase proposés dans [1] ou dans [6] qui ne sont pas adaptés au modèle de phase formant un processus de marche aléatoire homogène.

CONCLUSION:

Un algorithme optimum de détection symbole-par-symbole utilisant une technique de filtrage non-linéaire ou de lissage a été proposé pour un système de communications numériques à travers un canal à phase aléatoire et à bruit blanc additif. Le modèle de transmission représenté par un système d'équations d'état permet de calculer de façon



récursive la densité de probabilité d'un symbole à l'instant n connaissant l'observation sur l'intervalle 0,n+L. L'algorithme proposé est d'une structure similaire à celle de l'algorithme utilisant une méthode de programmation dynamique (algorithme de Viterbi) pour maximiser la densité de probabilité de la suite des symboles et des phases conditionnellement à l'observation. La détection est effectuée avec un retard de décision de quelques symboles. Les performances, en taux d'erreurs, obtenues sont équivalentes pour une modulation binaire symétrique et un rapport signal sur bruit faible. Compte-tenu des délais de calcul très grands, les simulations pour des grands rapports signal à bruit n'ont pas pu être effectuées.

REFERENCES:

[1] H. Ganem, R. Vallet : Démodulation des signaux numériques à enveloppe constante, Neuvième Colloque sur le Traitement du Signal et ses Applications, 16-20 mai 1983, Nice.  
 [2] J.F. HAYES, T.M. COVER, J.B. RIERA : Optimal sequence detection and optimal symbol-by-symbol detection; similar algorithms, IEEE transaction on communications, VOL.COM-30, NO.1, january 1982  
 [3] H. Korezlioglu, G. Mazziotto : Modelization and filtering of discrete systems and approximation of continuous systems, Proc. 11<sup>th</sup> IFIP Conf. Copenhagen July, 1983, Lect. Notes in Control and Inf. Sc. Vol. 59, Springer-Verlag, 1984.  
 [4] H. Korezlioglu, G. Mazziotto : Approximation of the nonlinear filter by periodic sampling and quantization, Proc. Sixth Inf. Conf. Analysis and Optimization of Systems, Nice, June 1984, Lect. Notes in Control and Inf. Sc., Springer-Verlag, 1984.  
 [5] O. Macchi, L. Scharf : A dynamic programming algorithm for phase estimation and data decoding on random phase channels, IEEE Trans. on information theory, Vol. IT-27, pp. 581-595, Sept.1981.  
 [6] A.J. Viterbi, A.M. Viterbi : Nonlinear estimation of PSK-modulated carrier phase with application to burst digital transmission, IEEE Trans., Vol. IT-29, pp. 543-551, June 1983.  
 [7] M.K.SIMON. "Optimum receiver structures for phase multiplexed modulations". IEEE Trans. on communications, VOL.COM-26, NO.6, JUNE 1978

