

DIXIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

131



NICE du 20 au 24 MAI 1985

ANALYSE D'UNE METHODE DE DETECTION DES SAUTS DE MOYENNE DE VARIANCE

E. DAYMIER - F. CASTANIE

ENSEEIHNT/GAPSE 2 rue Camichel 31071 TOULOUSE Cedex (FRANCE)

RESUME

La communication est consacrée à l'étude des performances d'une méthode générale de détection de non stationnarité dans deux cas particuliers : saut de moyenne et saut de variance (puissance). Cette méthode, basée sur l'analyse des passages à niveau de l'Erreur de Prédiction Linéaire est rappelée dans une première partie, avec des formulations particulières aux deux cas étudiés. On y exprime les probabilités de Fausse Alarme et Non-Détection. Pour les sauts de moyenne, on établit la signature de la non stationnarité, et sa recherche optimale. Pour les sauts de Puissance, on met en évidence un comportement temporel particulier.

La deuxième partie est consacrée aux résultats expérimentaux où l'on montre la grande sensibilité aux sauts de moyenne, et une moins bonne sensibilité aux sauts de variance.

Ce travail a été effectué dans le cadre d'une collaboration avec la Sté Intertechnique, et fait partie de la thèse de Doctorat de Mr. DAYMIER.

Les deux auteurs sont membres du GRECO n°69 SARTA.

SUMMARY

The paper is devoted to the application of a general method of non stationarity detection to two particular cases : mean value and variance (power) jumps.

The method, based on the analysis of the level crossings of the Linear Prediction Error is reminded in the first section, together with the specific formulations of the two above cases. False Alarm and Detection probabilities are investigated. With regards to mean value jumps, a signature is established, leading to an optimal solution.

As for variance jumps, a particular temporal behaviour is recognized.

The second part is devoted to experimental results. The method is shown to be very sensitive to mean value jumps and moderately sensitive to variance jumps.



I - INTRODUCTION

Dans un contexte où une modélisation paramétrique du signal est mise en oeuvre (pour analyse spectrale, reconnaissance, classification, diminution de redondance, etc...) [5] on dispose en "sous produit" d'une erreur de modélisation. Sur cette erreur, on peut construire de différentes façons des tests de stationnarité [6], paramétriques ou non ; ces tests, de par leur complexité calculatoire, sont plutôt adaptés au traitement d'échantillons courts. Or dans les signaux de mesure en général (issus de capteurs physiques) les intervalles de stationnarité peuvent être de longueur très variables : quelques 10^2 à quelques 10^5 ou 10^6 échantillons.

Dans le cadre de travaux sur le traitement de signaux de télémessures spatiales [1] nous avons introduit une méthode de détection de non stationnarités assez générale, basée sur le principe suivant [2] [3] [4].

L'Erreur de Prédiction Linéaire (EPL) associée à une modélisation AutoRégressive (AR) est analysée en terme de ses propriétés de passages à niveau. Un changement de modèle, par rapport au modèle initial qui a déterminé le prédicteur, se distingue par un comportement transitoire de l'EPL entraînant une modification discriminante de passages à niveau. Dans les références citées ci-dessus, on trouvera une évaluation des performances dans un cadre très général.

L'objet de la présente communication est d'analyser les performances de la méthode pour deux classes de non stationnarité particulières : sauts de moyenne et sauts de variance (puissance).

II - APPROCHE THEORIQUE

2-1 Présentation Générale

Soit un signal échantillonné $X(nT)$ noté $X(n)$ décrit par un modèle Autorégressif d'ordre p (AR(p))

$$X(n) = -\sum_{k=1}^p a_k X(n-k) + B(n) \quad (2-1)$$

On procède à une modélisation, de paramètres estimés $\hat{a} = |\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_p|^t$, à partir de laquelle on définit un E.P.L.

$$e(n) = \sum_{k=0}^p \hat{a}_k X(n-k) \quad a_0 = 1 \quad (2-2)$$

$$E[e^2(n)] = \sigma_e^2$$

Dans tout ce qui suit on supposera que l'estimation est suffisamment "bonne" pour que $e(n)$ soit un Bruit Blanc Discret. En outre, on supposera que $e(n)$ est un processus gaussien.

(Cf. [2] pour vérification expérimentale de l'hypothèse de blancheur et e.g. [7] pour hypothèse gaussienne).

Le principe de la méthode est le suivant : on construit la variable indicatrice

$$I(n) = \begin{cases} 1 & \text{quand } |e(n)| > S \\ 0 & \text{quand } |e(n)| < S \end{cases} \quad (2-3)$$

où S est un "seuil" dont la valeur sera choisie selon une règle précisée ci-dessous.

L'analyse d'un "mot de dépassements", défini par la suite : $D_\ell = (I(n-\ell+1), \dots, I(n))$ (où ℓ est une fenêtre d'observation de l'EPL) est significative de la bonne adéquation du modèle au signal.

Il a été montré [2] qu'une règle "robuste", i.e. donnant de "bons" résultats sur un grand nombre de types de non stationnarité est : rechercher

ℓ dépassements successifs (avec $\ell \sim 3$ à 5). (Cette stratégie notée S_ℓ sera utilisée comme exemple explicatif).

Pour un choix a priori de stratégie de détection, il est possible d'appliquer une approche de NEYMAN-PEARSON :

* sous H_0 , on fixe une probabilité de Fausse Alarme $P_{FA} = \alpha$, qui détermine le seuil s de Eq(2-3) E.g. pour S_ℓ

$$P[|e(n-\ell+1)| > S, \dots, |e(n)| > S/H_0] = \left\{ \text{ERF}\left(\frac{S}{\sigma_e}\right) \right\}^\ell \quad (2-4)$$

sous les hypothèses de blancheur et de caractère gaussien de $e(n)$.

* sous H_1 , on maximise la Probabilité de Détection P_D selon un paramètre de la stratégie (E.g. pour S_ℓ , la longueur ℓ).

Contrairement à l'Eq(2-4), cette optimisation ne peut être conduite que sous des hypothèses très précises concernant la non stationnarité cherchée, et au travers de calculs très lourds. Dans la pratique, ℓ apparaît plutôt comme un paramètre de "réglage", que l'on valide par des simulations numériques ou des expérimentations.

2-2 Etude particulière du saut de Moyenne

Le modèle choisi est représenté ci-dessous :

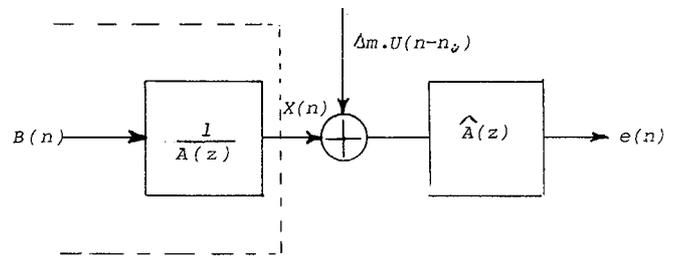


Figure 1 : Modèle de saut de moyenne

$$\text{où } U(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

et Δm l'amplitude du saut

Il est bien clair que

$$e(n) = V(n) + \Delta m \cdot \mathbb{1}(n - n_0) \quad (2-5)$$

où $V(n)$ approximativement est un BBD de moyenne nulle ($V(n) = B(n)$ si $\hat{A}(z) = A(z)$)

et $\mathbb{1}(n) = \sum_{k=0}^{\text{Inf}(p,n)} a_k$ est la réponse indicielle du prédicteur $A(z)$.

La stratégie de détection à mettre en oeuvre dépend essentiellement de l'allure de $\mathbb{1}(n)$, qui va déterminer une "signature" du saut de moyenne. On a les propriétés suivantes sur $I(n)$:

$$1) \mathbb{1}(0) = a_0 = \mathbb{1} \quad \forall A(z) \quad (2-6a)$$

$$2) \mathbb{1}(\infty) = \sum_{k=0}^p a_k = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{(z-1)}{1-z^{-1}} A(z) = A(1)$$

$$\text{avec } A(1) = \frac{\sigma B^2}{S_x(1)} \sim \frac{\sigma_e^2}{S_x(1)} \quad (2-6b)$$

où $S_X(z) = S_X(z)/z=1$ est la DSP de $X(n)$ pour la fréquence nulle.

L'approximation à droite vient de $\sigma_B^2 \sim \sigma_e^2$ (hypothèse de bonne estimation)

$$3) \quad \mathbb{1}(n) = T Z^{-1} \left[\frac{1}{1-z^{-1}} \cdot A(z) \right] = \sum_{k=0}^{\text{Inf}(n,p)} a_k \quad (2-6c)$$

sachant que $S_X(z) = \frac{\sigma_B^2}{A(z)A(1/z)}$ l'allure de $\mathbb{1}(n)$,

et particulièrement les amplitudes atteintes, dépendent essentiellement de la "raideur" de $S_X(e^{i2\pi f})$.

Si $S_X(e^{i2\pi f})$ est un spectre lisse (pas de coupures raides), le filtre inverse $A(e^{i2\pi f})$ aura la même caractéristique. On sait que sa réponse impulsionnelle est dans ce cas $h(n) = a_n$ ($n=0,1,\dots,p$) peu oscillatoire, de même que sa réponse indicielle

$$\mathbb{1}(n) = \sum_{k=0}^n a_k$$

Si à l'inverse, des coupures raides sont présentes, ces deux réponses seront très oscillatoires, et on obtient $\mathbb{1}(n) \gg \mathbb{1}(0) = 1$ pour quelques valeurs de n .

Dans tous les cas, l'Eq(2-6a) est un renseignement précieux sur l'amplitude minimale atteinte par $\mathbb{1}(n)$.

$$\sup_n \mathbb{1}(n) \geq 1 \quad (2-6d)$$

On peut théoriquement appliquer une procédure de NEYMAN-PEARSON pour un saut d'amplitude connue Δm de la manière suivante : pour chaque stratégie de détection le mot de dépassement est formé de "1", de "0" et de conditions ϕ booléennes, en nombres respectifs ℓ_1, ℓ_0 et $(\ell - \ell_1 - \ell_0)$

$$P_{FA} = \alpha = \text{ERF}\left(\frac{S}{\sigma_e}\right)^{\ell_1} \cdot \text{ERFC}\left(\frac{S}{\sigma_e}\right)^{\ell_0} \quad (2-7a)$$

Pour chacune des 2^ℓ stratégies possibles, on calcule

$$P_D = f(S, \ell_1, \ell_0) \quad (2-7b)$$

à partir de Eq(2-5). On résout en (S, ℓ_1, ℓ_0) le système 2-7a) et b).

Pratiquement, cette procédure est inapplicable dès que $\ell > 2$

Les remarques de Eq(2-6) sont là pour suggérer une mise en oeuvre simplifiée.

* à partir de la connaissance des $\{a_k\}$ issue de la modélisation sous H_0 , on calcule $\mathbb{1}(n)$ qui donne la "signature" de la non stationnarité

* On choisit $I(n) = 1$ pour les "grandes" amplitudes de $\mathbb{1}(n)$ (e.g. $\mathbb{1}(n) \gg 1$) (soit sur ℓ_1 points) et des conditions ϕ booléennes ailleurs.

Le choix de $P_{FA} = \alpha$ induit la valeur du seuil S par Eq(2-4) avec $\ell = \ell_1$ La figure 2 donne $P_{FA}(\frac{S}{\sigma_e})$ pour $\ell_1 = 3$ et 4 . P_D à l'instant $(n_0 + \ell)$ peut se calculer de la même façon par Eq(2-5) pour chaque valeur de Δm .

Approche de type Filtre adapté :

On peut chercher à utiliser plus complètement l'information contenue dans Eq(2-5), et considérer le problème de détection de saut de moyenne comme un problème de recherche du "signal" $\mathbb{1}(n-n_0)$ dans un bruit blanc $V(n)$.

Le filtrage adapté apporte une réponse simple à cette question, à ceci près que $\mathbb{1}(n)$ n'est pas à support borné. Cependant, pour la classe de signaux de type passe-bas on peut montrer à l'aide

de Eq(2-6b) que

$$\mathbb{1}(\infty) \ll \mathbb{1}(0) \quad (2-8a)$$

et approximer $\mathbb{1}(n)$ par $\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\mathbb{1}}(n) = \mathbb{1}(n) \quad n=0, \dots, p \\ = 0 \quad n > p \end{array} \right.$

Le Filtre Adapté est donc de réponse impulsionnelle $\tilde{\mathbb{1}}(-n)$ et son rapport S/B à l'instant $n_0 + p$ s'écrit

$$\gamma(n_0+p) \sim \frac{\sum_{k=0}^p \mathbb{1}(n)}{\sigma_e^2} > \frac{\sup_n (\mathbb{1}(n))^2}{\sigma_e^2} \quad (2-8b)$$

Le terme de droite définit grossièrement les performances de la méthode simple d'observation des passages à niveaux. En outre, la "signature" (sortie du FA) sera d'allure impulsionnelle symétrique.

Cas de signaux analogiques échantillonnés

On a vu en Eq(2-6a) que $\Delta m \mathbb{1}(0) = \Delta m$ dans tous les cas. Ce "saut" est noyé dans un bruit de puissance σ_e^2 qui dépend, lui, de la modélisation.

Il est évident que, σ_e^2 représentant l'Erreur de Prédiction à distance T (1 période d'échantillonnage) σ_e^2 est une fonction en général rapidement décroissante de la fréquence $f_E = 1/T$

Pour des classes de signaux usuelles, on a le plus souvent

$$0(1/f_E^2) \lesssim \sigma_e^2 \lesssim 0(1/f_E^4)$$

La Figure 3 montre une courbe expérimentale typique qui met en évidence cette décroissance

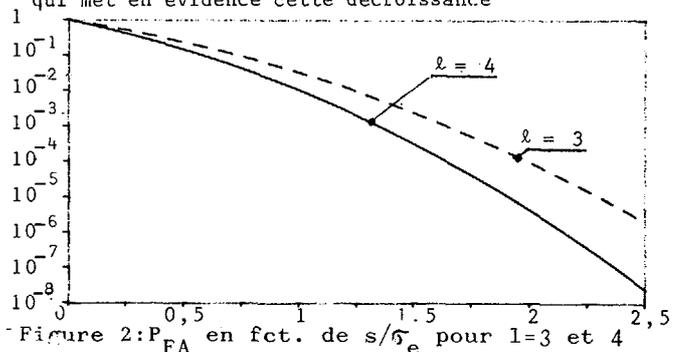


Figure 2: P_{FA} en fct. de s/σ_e pour $\ell=3$ et 4

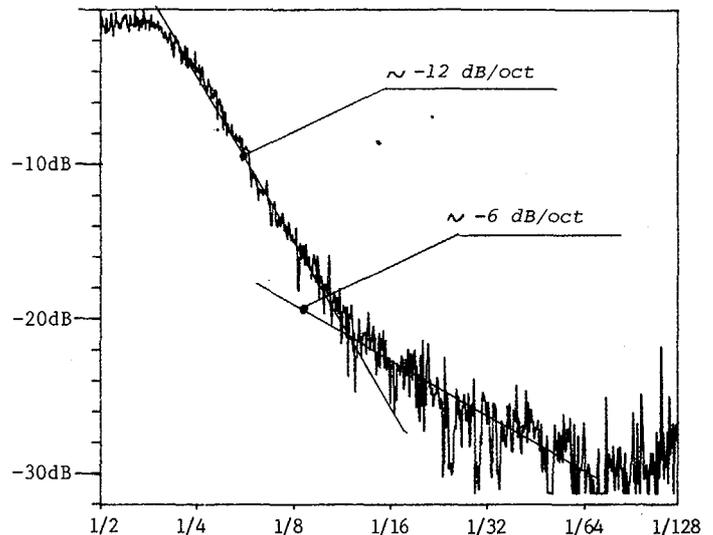


Figure 3 : Variance EPL en fonction du rapport freq. Echantillonnage/freq.coupage à -3 dB

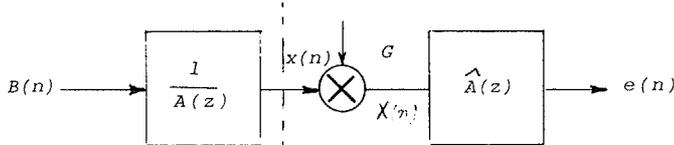


On voit donc qu'on aura intérêt à augmenter quand c'est possible la cadence d'échantillonnage.

On est bien sûr, limité par les conditions opératoires, et aussi par des problèmes de stabilité numérique des estimateurs.

2-3 Etude particulière du saut de variance

Le modèle utilisé est le suivant



$$X(n) = x(n) \quad n < n_0$$

$$= G \cdot x(n) \quad n \geq n_0 \quad (2-9)$$

X(n) modélise un processus à saut brusque de puissance. Par un calcul que nous ne détaillerons pas ici, on peut établir l'expression de la covariance (non stationnaire) de e(n) dont découlent ses caractéristiques de passage à niveau.

En particulier, sa variance s'exprime par

$$\sigma_e^2(n) = \sigma_b^2 \cdot [2G-1] + (G-1)^2 \sum_{i,j=0}^{\text{Inf}(p,n-n_0)} a_i a_j C_x(i-j) \quad (2-10)$$

où {a_i} sont les paramètres AR de x(n) et C_x(.) sa covariance.

On a évidemment $\sigma_e^2(n) = G^2 \sigma_b^2 \quad n \geq n_0 + p$

Contrairement au cas du paragraphe 2-2 où la non stationnarité s'exprime comme la superposition d'un motif connu, on ne peut pas ici déterminer la signature de la non stationnarité.

Pour une stratégie donnée, les résultats concernant P_{FA} restent les mêmes. Cependant P_D est (pratiquement) non calculable dès que $\ell > 2$ ou 3.

On relève cependant à l'expérimentation un comportement temporel très particulier. Considérons par exemple

$$e(n_0) = X(n_0) - \hat{X}(n_0) = e/H_0(n_0) + (1-G)x(n_0) \quad (2-11)$$

où e/H₀(.) est l'EPL dans le cas stationnaire (construit sur x(n₀-1), ..., x(n₀-p)). Cette expression se déduit immédiatement du fait que $\hat{X}(n_0) = \hat{X}(n_0)$ (car la prédiction est construite sur des échantillons antérieurs à la non stationnarité).

L'Eq(2-11) montre que le comportement instantané de e(n₀) dépend très fortement de la valeur instantanée de x(n) au moment du saut de puissance.

$$\text{Var}[e(n_0)/x(n_0)] = \sigma_e^2 + (1-G)^2 x^2(n_0) \quad (2-12)$$

Le calcul de P_D, en moyennant ceci sur l'ensemble des valeurs de x(n₀) (affectées de leur probabilité) rend mal compte de ce phénomène = dans la pratique $\sigma_x^2 \gg \sigma_e^2$ (d'au moins un facteur 10² à 10⁴), et on observera des sauts géants, sur e(n), sauf quand (1-G) x(n₀) ~ σ_e

On remarquera que pour des signaux analogiques échantillonnés, on a intérêt une fois encore à diminuer σ_e, et donc à augmenter f_E si c'est possible.

III - RESULTATS EXPERIMENTAUX

l'expérimentation a été conduite sur des signaux analogiques échantillonnés de puissance unité, de spectre passe bas (Butterworth ordre 8 coupure à 1000 Hz).

La Figure 3: σ_e(f_E) du paragraphe 2 a été obtenue pour ces signaux.

Nous avons choisi une fréquence d'échantillonnage "raisonnable" de 10000Hz assurant un rapport $\frac{\sigma_e}{\sigma_x} \sim 2.10^{-2}$

La réponse indicielle est donnée ci-dessous.

$$l(n) = 1; -2.55; 2.03; 0.51; -1.22; -0.32; 1.04; -0.22; -0.29; 0.16; 0.6510^{-2}$$

Pour les sauts de moyenne, son allure induit une signature sur le mot de dépassement

$$D = 111\emptyset 1\emptyset 1 \dots (\emptyset : \text{condition } \emptyset \text{ booléenne})$$

que l'on a limité à D₅ = 111\emptyset 1

la probabilité de Fausse alarme en fonction du seuil est donné ci-après (selon Eq(2-4) avec $\ell = 4$) dans le tableau

3-1 Sauts de Moyenne

la figure 5 donne P_D (expérimentale) pour différentes valeurs de $\frac{\Delta_m}{\sigma_e}$. Pour le praticien, la courbe pertinente est $P(\frac{\Delta_m}{\sigma_e})$, i.e. la probabilité de détection de l'amplitude du saut ramené à l'écart-type du signal. La courbe $\frac{\sigma_e}{\sigma_x}$ de la figure 3 permet d'obtenir à partir de la figure 5.

On remarquera la grande sensibilité de la méthode, résumée dans le tableau ci-après pour f_E = 10 000 Hz, on a noté la sensibilité Σ :

$$\Sigma \triangleq \text{valeur min. de } \frac{\Delta_m}{\sigma_x} \text{ telle que } P_D \gtrsim 99\%$$

Seuil $\frac{\Sigma}{\sigma_e}$	0,5	1	1,5	2
P _{FA}	0,14	9.10 ⁻³	3.10 ⁻⁴	4.10 ⁻⁶
Σ = $\frac{\Delta_m}{\sigma_x}$ min	6.10 ⁻²	8.10 ⁻²	10 ⁻¹	1,2.10 ⁻¹

La figure 6 donne les résultats avec utilisation du filtre adapté décrit par Eq(2-8a). On voit que les résultats ne sont pas significativement meilleurs. Dans les deux cas, une augmentation de la cadence d'échantillonnage conduit à une amélioration de la sensibilité par diminution du rapport σ_e/σ_x (et P_D ne dépend que de $\frac{\Delta_m}{\sigma_e}$)

on voit sur la figure 3 que dans la zone où nous sommes situés, les sensibilités évoluent (empiriquement) comme

$$\Sigma_{f_E} \sim \Sigma_{f_E} \cdot \frac{f_E}{f}$$

3-2 Sauts de Variance

Sur le même signal nous avons expérimenté la détection de sauts de puissance en appliquant la stratégie proposée par [2]

$$D_3 = 111 \quad (\text{i.e. 3 dépassements consécutifs})$$

La figure 7 donne la probabilité de détection pour les mêmes seuils qu'au paragraphe 3-1, en fonction de G (on rappelle que la puissance "saute" de σ_x² à G².σ_x²).



ANALYSE D'UNE METHODE DE DETECTION DES SAUTS DE MOYENNE DE VARIANCE

mais donne néanmoins des résultats satisfaisants dès que $G \gtrsim 1,5$

Seuil $\frac{S}{e}$	1	1,5	2	2,5
P_{FA}	3.10^{-2}	$2,5.10^{-3}$	$2,5.10^{-5}$	2.10^{-6}
P_D	0,93	0,9	0,88	0,86

On a pu remarquer que changer la stratégie de détection (e.g. prendre le mot D_5 du paragraphe 3-1) modifie très peu P_D , mais abaisse considérablement P_{FA} .

IV - CONCLUSION

Cet article étudie les performances de la méthode de détection de non stationnarité basée sur l'analyse des passages à niveaux de l'Erreur de Prédiction Linéaire, pour deux types bien spécifiés de non stationnarité : saut de moyenne et saut de puissance.

De part le principe de la méthode, toute non stationnarité qui est détectée l'est avec un retard très court (de l'ordre de la longueur du filtre prédictif, soit quelques échantillons).

On a pu remarquer que malgré sa simplicité, la méthode est extrêmement sensible aux sauts de moyenne : on détecte avec une probabilité pratiquement unité des sauts inférieurs à 10^{-4} valeur efficace du signal avec des taux de fausses alarmes très bas (inférieurs à 10^{-3}).

Une méthode plus élaborée, de type filtre adapté, ne donne pas de résultats très différents, encore que la signature obtenue soit plus discriminante que la méthode directe.

Pour les sauts de Puissance, la méthode est nettement moins sensible, mais donne des résultats satisfaisants tant pour les sauts positifs que négatifs ($G \gtrsim 1$) dès que $|1-G| \gtrsim 0,5$, avec rappelons le, un retard à la détection très court (quelques échantillons).

Nous avons mis en évidence que cette détection dépend essentiellement de la valeur instantanée du signal au moment du saut, caractéristique que nous tentons de mettre à profit pour améliorer la sensibilité ([8]).

Dans les deux types de non stationnarités objet du présent article, nous avons montré l'importance d'obtenir une valeur aussi faible que possible de la variance de l'erreur de prédiction. Ceci fait intervenir la qualité même de l'estimateur de modèle (E.g. méthode dite de covariance et non de corrélation [5]) mais surtout implique de choisir une cadence d'échantillonnage aussi élevée que le permettent les conditions opératoires et/ou la stabilité numérique.

Enfin, une extension importante non abordée ici est le passage de la simple détection, à l'estimation des caractéristiques du saut (amplitude, position exacte) : la méthode étudiée apporte des solutions simples à ce problème d'estimation, qui feront l'objet de communications ultérieures.

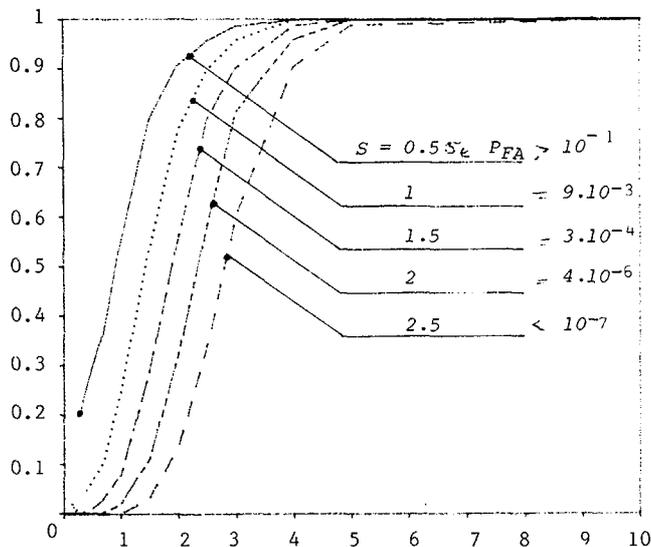


Figure 5 : P_D en fonction de $\Delta m/\sigma_e$
 $D_5 = 111\theta 1 \frac{S}{\sigma_e}$ et P_{FA} en paramètres

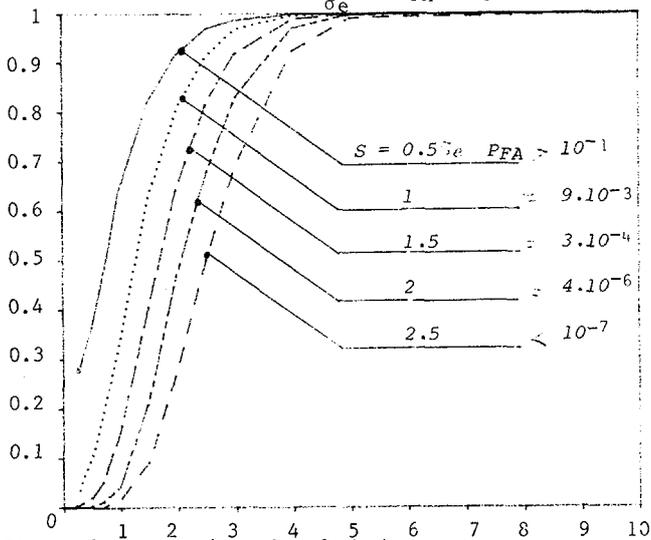


Figure 6 : P_D en fonction de $\Delta m/\sigma_e$
Filtre Adapté, $\frac{S}{\sigma_e}$ et P_{FA} en paramètres

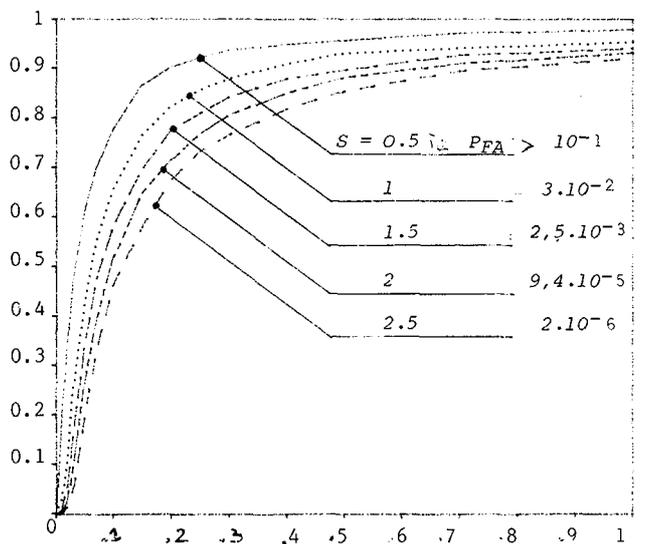
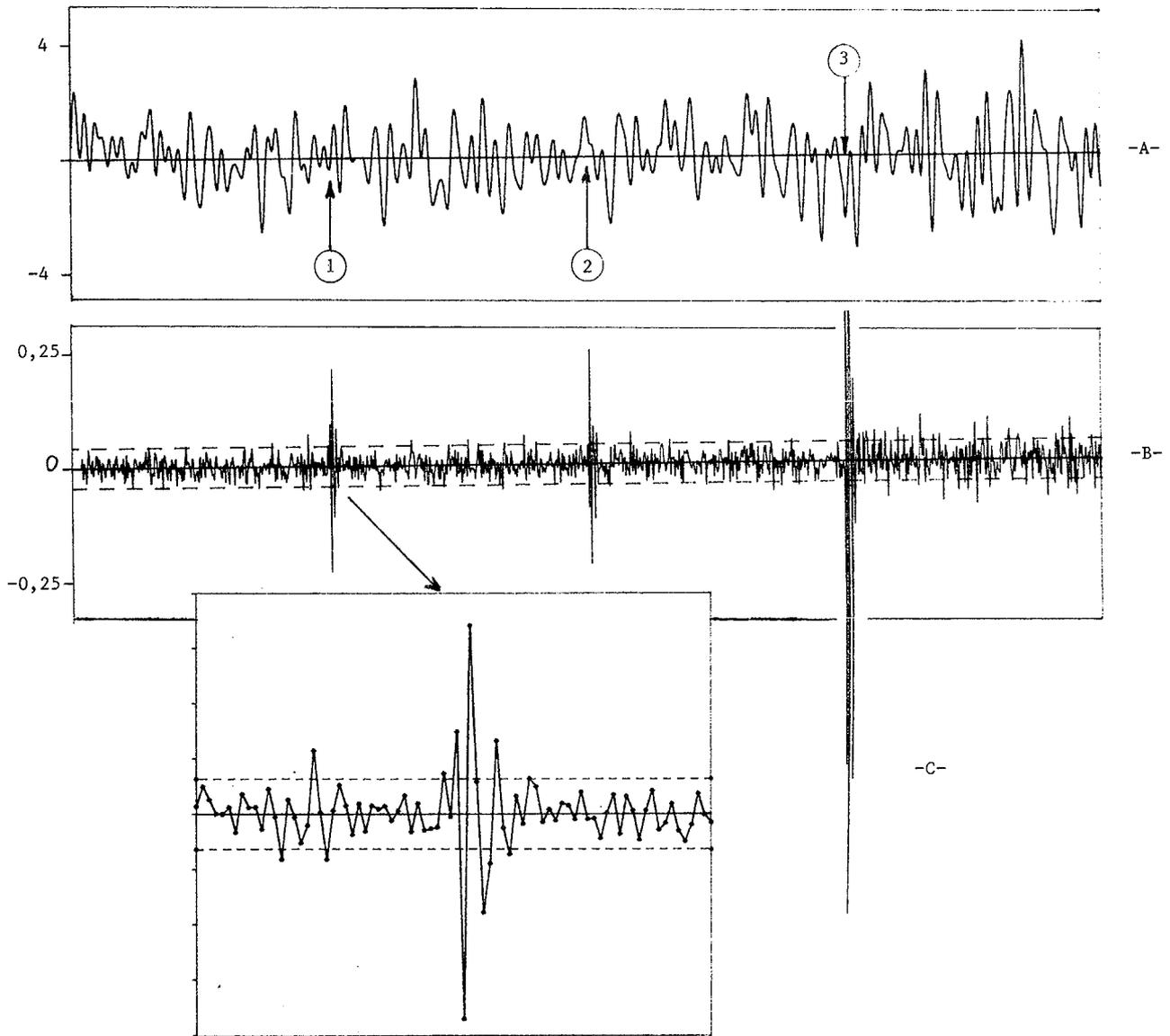


Figure 7 : P_D en fonction de $|1-G|$
 $D_3 = 111, \frac{S}{\sigma_e}$ et P_{FA} en paramètres



ANALYSE D'UNE METHODE DE DETECTION DES SAUTS DE MOYENNE DE VARIANCE



-A- Signal ($\sigma_x = 1$)

- 1 Saut de moyenne $\Delta m = 0,1 \sigma_x$
- 2 Saut de moyenne $\Delta m = -0,1 \sigma_x$
- 3 Saut de variance $G = 1,5$

-B- Erreur de Prédiction Linéaire ($\sigma_e = 2,21 \cdot 10^{-2}$)
pointillé : seuil à $2 \cdot \sigma_e$

-C- Détail de $e(n)$
 $D_5 = 11101$

Figure 8

BIBLIOGRAPHIE

- [1] CNES (P. SOULE - F. CASTANIE)
"Etude et faisabilité SCANSA II"
rapport final Janvier 1983
- [2] P. SOULE "Application des méthodes de modélisation paramétrique à l'analyse et à la segmentation de signaux de télémesures spatiales" Th. de Doctorat de 3e Cycle 11 Mai 1983
- [3] F. CASTANIE - P. SOULE "Méthode de détection de non stationnarités par analyse des propriétés de franchissement d'un seuil par l'erreur de prédiction linéaire" 9e Col. GRETSI Nice 16-20/4/83 pp.105-9
- [4] F. CASTANIE - P. SOULE "An improvement of non stationarity detection by level crossing analysis of linear prediction error" ICASSP'83 Boston (USA) 14-16 avril 83 pp. 251-53

- [5] C. GUEGUEN "Apport de la modélisation au Traitement du Signal" Actes du 7e Col. GRETSI 1979 pp. 77/1-77/12
- [6] Séminaire "Détection de ruptures dans les modèles dynamiques de signaux et Systèmes"
ATP CNRS "Développement et utilisation de nouveaux outils mathématiques pour l'Automatique et l'Analyse des Systèmes" Paris, 21-22 Mars 1984
- [7] G. BOX - G. JENKINS
"Time series analysis" Holden Day 1976
- [8] E. DAYMIER Thèse de Doctorat à soutenir 1986