

NICE du 16 au 20 MAI 1983

ETUDE D'UN EGALISEUR DE RAIES

Daniel BAUDOIS* Eric MOISAN** André SILVENT***
Jean-Claude BALLUET*

CEPHAG (Laboratoire Associé au C.N.R.S.) BP.46, 38402 ST-MARTIN-d'HERES (FRANCE)

RESUME

SUMMARY

Ce problème a pour but de définir un appareil de traitement qui à partir d'un signal composé de la somme de N sinusoïdes d'amplitudes différentes, éventuellement bruité, engendre un signal composé de N sinusoïdes de mêmes fréquences et d'égale amplitude.

Le dispositif comprend deux parties :

-une analyse spectrale utilisant la méthode de PISARENKO, qui réalise la localisation des fréquences présentes,

-un système multifiltre composé de N voies. Chaque sinusoïde est isolée par filtrage. Sa puissance est alors estimée et son amplitude normée par la valeur efficace correspondante.

Le signal-sortie est alors reconstitué par addition des N voies.

This problem deals with the definition of a processor which, from a signal eventually disturbed and constituted by several frequency rays of unequal power, generates a same-frequency signal of equal power.

This device is composed of two parts :

-a spectral analysis using the PISARENKO method,

-a multi-filter system constituted of N channels. Each ray is isolated, and its power is estimated. Then its amplitude is divided by the r.m.s. value.

The output-signal is obtained by addition of the N channels.

* Maître assistant - Ecole des Ingénieurs Electriciens de Grenoble
** Ingénieur Contractuel - Ecole des Ingénieurs Electriciens de Grenoble
*** Attaché aux Services Techniques des Armées



I-INTRODUCTION

L'étude du corrélifiltre [I][II], utilisé pour l'élimination de signaux périodiques en présence de "référence-bruit-seul" a montré que les performances de ce dispositif sont optimales lorsque les raies composant la "référence-bruit-seul" sont de puissance égale. Ces performances se dégradent lorsque cette condition n'est plus respectée.

Ces résultats ont été obtenus en remarquant l'analogie avec le cas classique d'élimination de bruits à spectre continu, perturbant additivement un signal aléatoire.

Il s'agit alors de reconstruire le filtre qui engendre le bruit à éliminer à partir de la référence bruit. La méthode classique, développée à partir des travaux de WIENER [III], a pour but d'identifier le filtre générateur après blanchiment de la référence bruit.

Dans le cas de signaux périodiques perturbateurs, la solution consiste à "égaliser" les raies puis à construire un filtre dont le comportement est identique à celui du filtre générateur pour les fréquences présentes dans le bruit.

Le présent travail décrit un algorithme d'égalisation de signaux sinusoïdaux composant la "référence-bruit-seul", elle-même étant éventuellement bruitée.

II-DESCRIPTION GENERALE

II-1 Le problème

Nous nous proposons de réaliser un appareil, qui à partir d'un signal

$$X(t) = \sum_{i=1}^p A_i \cdot \cos(2\pi\nu_i t + \varphi_i) + B(t),$$

-expression dans laquelle $B(t)$ est un bruit aléatoire, stationnaire au second ordre, supposé blanc dans la bande du traitement - construit un signal

$$Y(t) = \sum_{i=1}^p \sqrt{2} \cdot \cos(2\pi\nu_i t + \psi_i).$$

Le signal $Y(t)$ est composé des p sinusoïdes constituant $X(t)$ de puissances égales et normées.

En réalité, d'autres coefficients multiplicatifs intervenant en aval de l'égalisation, nous admettrons souhaiter obtenir en sortie de l'égaliseur des sinusoïdes d'amplitudes égales, sans leur imposer une puissance normée.

II-2 Contraintes du travail

Nous avons volontairement limité le cadre de notre travail en tenant compte du fait que l'égaliseur proposé est un élément intervenant en amont d'un corrélifiltre. Ces limitations sont donc imposées par les résultats obtenus au cours de l'étude théorique du corrélifiltre [I][II].

a) Dans les cas pratiques que nous aurons à traiter par la suite, le nombre de sinusoïdes composant la "référence-bruit-seul" $X(t)$ est de l'ordre d'une dizaine. Ce bruit est en général engendré par un nombre restreint de machines tournantes. Il est alors constitué de signaux sinusoïdaux et de certaines de leurs fréquences harmoniques.

b) La "référence-bruit-seul" $X(t)$ est enregistrée à l'aide d'un capteur dont la position est convenablement choisie (il est nécessaire que la transformation qui permet d'engendrer le bruit à éliminer soit localement linéaire et homogène). Un bruit de mesure, indépendant du signal et de la "référence-bruit-seul" peut s'y superposer, mais le rapport signal-à-bruit reste toujours élevé (≥ 20 db).

c) L'écartement fréquentiel entre chaque raie composant $X(t)$ n'est pas trop faible (de l'ordre de 20% de la raie de fréquence la plus grande).

Le dispositif proposé doit remplir deux fonctions:

a) analyse spectrale qui a pour but de localiser les fréquences présentes dans $X(t)$.

b) égalisation proprement dite qui peut être envisagée selon deux schémas différents :

-le premier consiste à travailler sur chaque raie séparément : à partir des fréquences estimées $\hat{\nu}_i$, on construit des filtres passe-bande qui vont isoler sur des voies différentes les raies présentes dans $X(t)$. Celles-ci sont alors égalisées à l'aide d'un contrôle automatique de gain par estimation de puissance.

Cette méthode présente l'avantage de travailler sur les fréquences réelles composant $X(t)$. En revanche, elle ne permet pas d'utiliser l'estimation de la puissance des raies de $X(t)$ obtenue par l'analyse spectrale, le signal étant ensuite filtré par des filtres dont le gain pour la fréquence réelle ne peut être exactement contrôlé.

-La seconde méthode consiste à utiliser un générateur de signaux sinusoïdaux piloté par l'analyseur de fréquence. Les fréquences estimées $\hat{\nu}_i$ étant en général différentes des valeurs vraies ν_i , le signal $Y(t)$ sera alors constitué de sinusoïdes dont les fréquences ne sont pas tout à fait celles souhaitées. En revanche leurs puissances seront parfaitement égales et le bruit de mesure aura disparu.

III-CHOIX DE LA METHODE D'ANALYSE SPECTRALE

Nous avons retenu et mis en compétition trois méthodes d'analyse spectrale en tenant compte des contraintes de travail (nombre de fréquences composant $X(t)$, rapport signal-à-bruit élevé...), et des résultats concernant les performances du corrélifiltre.

Nous avons montré [I] que ces performances se dégradent rapidement si les fréquences composant la "référence-bruit-seul" ne sont plus exactement les mêmes que celles constituant le bruit perturbateur à éliminer. Cette remarque importante nous a conduit :

a) à privilégier l'aspect localisation des fréquences par rapport à l'estimation des amplitudes : nous choisirons donc une méthode d'analyse pour laquelle le biais et la variance de l'estimation de la position des fréquences sont faibles dans les conditions de l'expérimentation,

b) à retenir le premier schéma d'égalisation. Nous sommes en effet assurés de retrouver les fréquences exactes composant $X(t)$.

Nous souhaitons de plus que le système de traitement soit adaptatif, c'est-à-dire réagisse soit à des dérives lentes, soit à des dérives brutales (par exemple disparition ou apparition d'une raie). L'analyse doit être réalisée à partir d'un petit nombre d'échantillons du signal composite $X(t)$.

Cette dernière remarque élimine pratiquement la méthode classique d'analyse spectrale par transformée de Fourier (T.F.R.).

Les deux méthodes mises en compétition sont des méthodes qui tiennent compte de la structure particulière du signal et qui, l'une et l'autre nécessitent la connaissance d'un faible nombre d'échantillons. Elles reposent sur un principe d'extrapolation de la fonction d'autocorrélation du signal $X(t)$ au-delà du support sur lequel elle est estimée à l'aide des échantillons disponibles.

a) La méthode auto-régressive consiste à considérer le signal à analyser comme la sortie d'un filtre autorégressif. La fonction d'autocorrélation de $X(t)$ est extrapolée selon la méthode du maximum d'entropie. Elle permet de calculer les coefficients du filtre autorégressif. Ceux-ci fournissent les valeurs des fréquences recherchées. L'algorithme de BURG [IV] [V] [VI] permet entre autre, de résoudre ce problème.

b) La méthode de PISARENKO [VII] concerne précisément le cas où le signal à analyser se compose d'une somme de signaux périodiques additivement perturbés par un bruit blanc.

Elle consiste à estimer la matrice d'autocorrélation du signal $X(t)$. La connaissance des valeurs propres permet de déterminer le nombre de fréquences présentes dans $X(t)$, et le calcul des vecteurs propres, l'estimation de ces fréquences.

Nous avons comparé ces deux méthodes [VIII] expérimentalement pour les conditions d'expérimentation décrites plus haut. Les courbes ci-dessous traduisent les principaux résultats obtenus en utilisant les deux méthodes. Les résultats relatifs à la méthode classique par transformation de Fourier sont également portées sur les graphes.

Fig 1 et 2
Biais et variance de l'estimation
en fonction du nombre de périodes
connues du signal analysé.

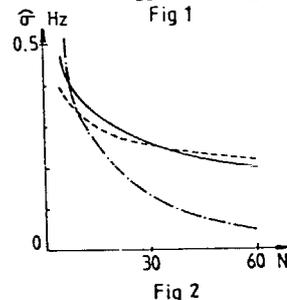
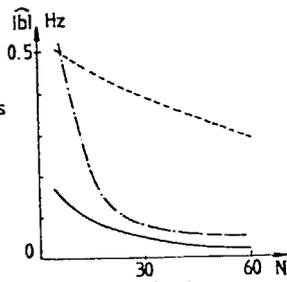
$\nu_0 = 65$ Hz
 $\eta = 11$ dB

Echantillonnage 3pts/Période

----- TFR

----- Méthode de BURG

----- Méthode de PISARENKO



Les figures (1) et (2) représentent respectivement les valeurs du biais et de la variance de l'estimation de la fréquence d'une sinusoïde en fonction du nombre de périodes observées en utilisant les trois méthodes.

Elles montrent que même pour un rapport signal-à-bruit peu élevé (11 dB), le biais de l'estimation par la méthode de Pisarenko est le plus faible pour un calcul effectué à partir d'environ 25 points du signal, la variance de l'estimation par la méthode autorégressive et la méthode de Pisarenko étant dans ce cas comparables.

Fig 3 et 4
Biais et variance de l'estimation
en fonction du
Rapport Signal.
à bruit

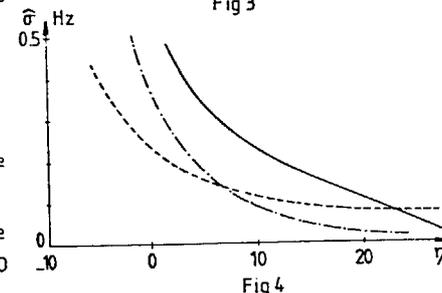
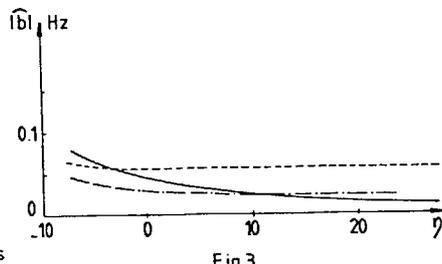
$\nu_0 = 65$ Hz
20 périodes connues

Echantillonnage
3pts/Période

----- TFR

----- Méthode de
BURG

----- Méthode de
PISARENKO



On constate que même pour un nombre élevé de périodes connues du signal sinusoïdal (20), la méthode de PISARENKO est la plus performante pour un rapport signal-à-bruit $\eta > 12$ dB.

La figure 4 qui représente l'évolution de la variance de l'estimateur montre que pour $\eta > 20$ dB, les deux méthodes donnent des résultats comparables.

Pour les valeurs correspondant aux cas classiques rencontrés ($\eta > 20$ dB, N petit) la méthode de PISARENKO est celle qui donne le biais d'estimation le plus faible. Notre choix s'est donc porté sur celle-ci.

IV LE FILTRAGE PASSE-BANDE

Les filtres utilisés sont des filtres numériques récurrents [IX] dont la transformée en Z de la réponse impulsionnelle est obtenue à partir de la fonction de transfert $H(p)$ d'un filtre analogique passe-bande, elle-même obtenue à partir de la fonction de transfert $B(p)$ d'un filtre analogique passe-bas, causal, stable, du type BUTTERWORTH.

Chaque filtre est caractérisé par les fréquences de coupures ν_1 et ν_2 (basse et haute) à -3 dB. Par construction, le gabarit de base étant un filtre du troisième ordre, la raideur de ces filtres sera toujours au moins égale à 18 dB/octave.

Elle peut être bien supérieure suivant les valeurs de ν_1 , ν_2 et du pas d'échantillonnage Δt . Les valeurs de ν_1 et ν_2 sont telles que $\nu_2 - \nu_1 = B/Nc$, B étant le même pour chaque filtre. Il est égal au plus petit écart entre les fréquences estimées.

V EGALISATION

Après filtrage de $X(t)$ chaque sinusoïde a sa puissance estimée en calculant

$$\hat{P}_i^k = \frac{\sum_{j=0}^{q-1} [X_i^{k-j}]^2}{q}$$

X_i^{k-j} représentant l'échantillon de rang $k-j$ de la raie de fréquence ν_i filtrée.

\hat{P}_i^k est donc un estimateur de la puissance de la sinusoïde de fréquence ν_i sur les q derniers points enregistrés. L'échantillon correspondant de la sinusoïde égalisée est

$$\hat{X}_i^{k-j} = X_i^{k-j} / \sqrt{\hat{P}_i^k}$$

Les différentes voies sont alors additionnées, et constituent les composantes du signal égalisé $Y(t)$, qui est la nouvelle "référence-bruit-seul".

VI MISE EN OEUVRE

La figure 5 représente l'organigramme de l'algorithme d'égalisation. Il reprend les différentes opérations décrites ci-dessus. Cependant il tient compte du fait que dans certaines circonstances, outre les fréquences présentes dans $X(t)$, la méthode de PISARENKO détecte d'autres fréquences. Il est clair que la sortie du filtre calé sur une telle fréquence estimée est un signal de puissance très faible vis-à-vis de la puissance des composantes existant effectivement dans $X(t)$. (Elle provient du filtrage du bruit $B(t)$ par ce filtre). Nous avons donc introduit un test permettant de comparer chaque mesure de la puissance des diverses sorties des filtres passe-bande engendrés. Lorsque la puissance estimée en sortie d'un filtre est trop faible, la phase "égalisation" puis addition de cette voie n'est pas effectuée.

VII RESULTATS EXPERIMENTAUX - SIMULATIONS

Les courbes suivantes décrivent à l'aide d'exemples le comportement de l'algorithme d'égalisation. Nous présentons dans chaque cas d'égalisation la densité spectrale de $X(t)$, signal avant égalisation, puis celle de $Y(t)$, signal égalisé.

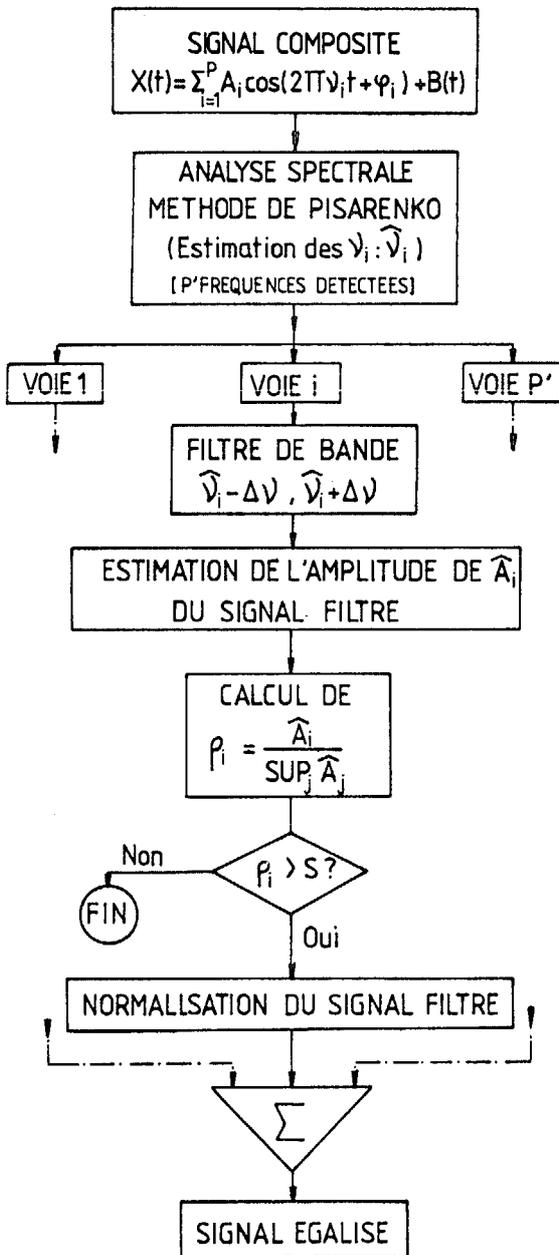


Figure 5

Les exemples présentés sont des exemples-types choisis parmi les plus représentatifs de ceux que nous avons traités.

Exemple 1

X(t) se compose de 3 sinusoïdes non bruitées
 $\nu_1 = 440$ Hz d'amplitude 1.6
 $\nu_2 = 275$ Hz d'amplitude 0.8
 $\nu_3 = 125$ Hz d'amplitude 1.3

La fréquence d'échantillonnage ν_e est de : 1496 Hz. L'estimation de la puissance est réalisée sur une durée correspondant à 28 périodes de la fréquence la plus grande.

La méthode de PISARENKO détecte 3 fréquences. Celles-ci ont pour valeur :

$$\begin{aligned} \hat{\nu}_1 &= 443 \text{ Hz} \\ \hat{\nu}_2 &= 276 \text{ Hz} \\ \hat{\nu}_3 &= 125 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Les filtres passe-bande, centrés sur les fréquences $\hat{\nu}_i$ ont une largeur de bande totale égale à 60 Hz. Les figures 6 et 7 représentent les densités spectrales de X(t) et Y(t).

Dans cet exemple nous avons estimé la matrice de corrélation du signal X(t) à l'aide de 28 points

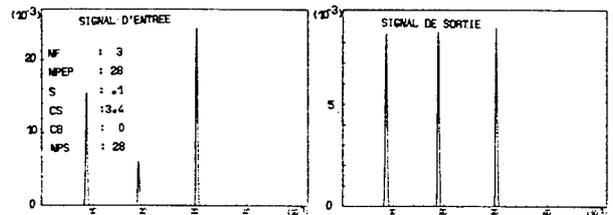


Figure 6

Figure 7

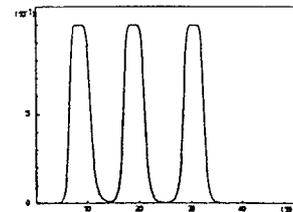


Figure 8

La figure 8 représente sur le même dessin, le module carré des gains des filtres passe-bande utilisés. On remarque que dans cet exemple les valeurs des $\hat{\nu}_i$ sont proches des valeurs vraies : les filtres sont bien positionnés et l'estimation des puissances est obtenue avec une bonne précision.

Exemple 2

X(t) se compose de 3 sinusoïdes bruitées. Les valeurs des paramètres sont les mêmes que dans l'exemple précédent.

Le rapport signal-à-bruit est de l'ordre de 3 dB. La méthode de PISARENKO détecte 3 fréquences qui ont pour valeur

$$\begin{aligned} \nu_1 &= 448 \text{ Hz} \\ \nu_2 &= 278 \text{ Hz} \\ \nu_3 &= 118 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Les figures 9 et 10 représentent les densités spectrales de X(t) et Y(t).

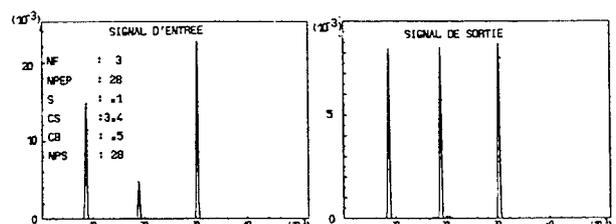


Figure 9

Figure 10

Dans cet exemple, le rapport signal-à-bruit est relativement faible.

Les fréquences estimées sont encore assez proches des fréquences vraies et l'égalisation est correcte.

ETUDE D'UN EGALISEUR DE RAIES

Exemple 3

X(t) se compose toujours des mêmes sinusoïdes, le rapport signal-à-bruit étant de -3 dB (fig. 11 et 12).

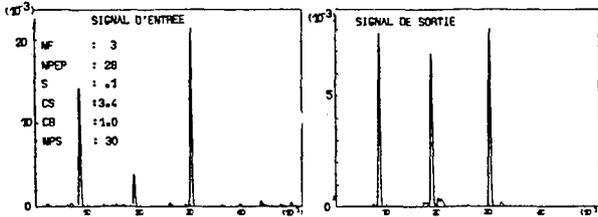


Figure 11

Figure 12

La méthode de PISARENKO détecte 3 fréquences (450 Hz, 285 Hz, 128 Hz).

L'égalisation est moins bonne, l'estimation de la puissance en sortie des filtres étant plus délicate à réaliser.

A titre d'exemple nous avons tracé, en fonction du temps l'évolution des puissances estimées (sur une longueur correspondant à 20 périodes de la fréquence la plus haute) en sortie des trois filtres. On constate que pour la raie n°2, qui est celle d'amplitude la plus faible, la fluctuation de la mesure est assez importante. Cependant on peut admettre que l'égalisation est encore correcte. [Fig. 13,14,15].

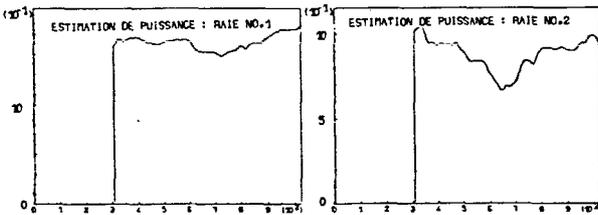


Figure 13

Figure 14

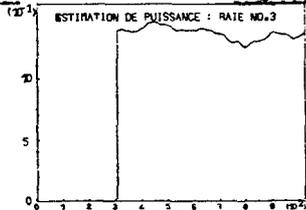


Figure 15

Exemple 4

X(t) se compose des 3 sinusoïdes de l'exemple 1, non bruitées.

L'estimation de la matrice de corrélation est réalisée à partir de la connaissance de 30 points du signal.

La méthode de PISARENKO détecte alors 5 fréquences: 655 Hz, 560 Hz, 408 Hz, 281 Hz, 125 Hz.

On constate que dans ce cas l'analyse spectrale fournit des résultats assez différents des valeurs vraies :

- détection de deux raies (655 Hz et 560 Hz) non présentes dans X(t).
- précision médiocre sur la localisation de la raie à 440 Hz ($\hat{f} = 408$ Hz). L'écart fréquentiel est de 32 Hz. Il est supérieur à la demi-largeur du filtre passe-bande qui est, dans ce cas égale à 25 Hz.

Cependant les résultats obtenus sont encore corrects (fig. 16 et 17), car :

- les puissances des sorties des filtres calés sur les fréquences 655 Hz et 560 Hz sont inférieures au seuil affiché par l'utilisateur (il a été pris ici à 10% de la puissance la plus grande estimée en sortie des filtres).

Les voies correspondant à ces filtres ne sont donc pas prises en compte. La figure 18 représente l'évolution de la puissance en sortie du filtre de fréquence centrale 655 Hz,

-la puissance en sortie du filtre calé sur la fréquence 408 Hz est faible mais supérieure au seuil. La raie est prise en compte et est donc nommée (fig. 19).

Les puissances en sortie des filtres centrés sur 281 Hz et 125 Hz sont sensiblement celles des signaux correspondant avant filtrage et ces raies sont naturellement prises en compte (fig. 20 et 21).

Exemple 5

X(t) se compose de 5 sinusoïdes non bruitées de fréquences et amplitudes respectives :

- $\nu_1 = 440$ Hz d'amplitude 1.6
- $\nu_2 = 370$ Hz d'amplitude 1.2
- $\nu_3 = 290$ Hz d'amplitude 0.8
- $\nu_4 = 225$ Hz d'amplitude 1.4
- $\nu_5 = 110$ Hz d'amplitude 0.6

La fréquence d'échantillonnage est de 1232 Hz. Les fréquences estimées par la méthode de PISARENKO sont : 441 Hz, 375 Hz, 286 Hz, 223 Hz, 107 Hz. Les figures 22 et 23 représentent les densités spectrales de X(t) et de Y(t)

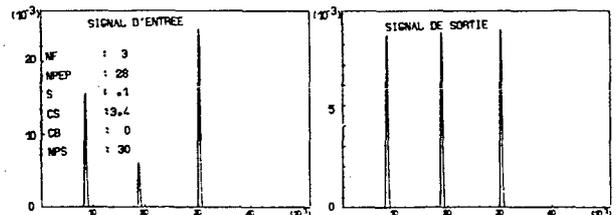


Figure 16

Figure 17

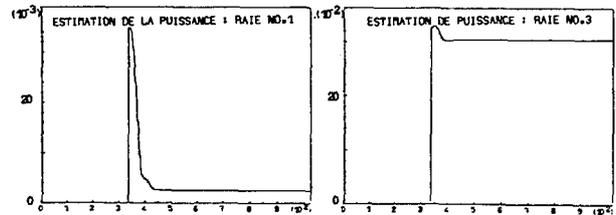


Figure 18

Figure 19

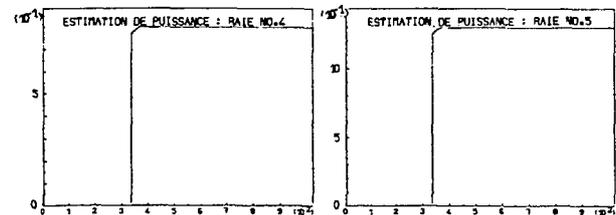


Figure 20

Figure 21

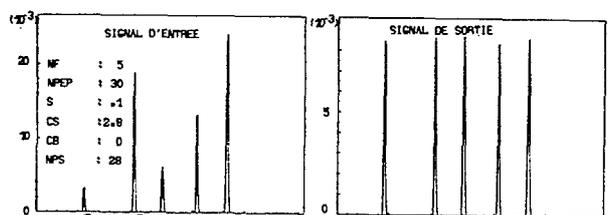


Figure 22

Figure 23



CONCLUSION

Le dispositif qui permet l'égalisation de signaux sinusoïdaux est un élément important qui intervient entre autre utilisation, pour rendre performantes les méthodes de soustraction cohérente de bruit (en large bande : corrélofiltre - en bande étroite : doublet,...).

L'appareil doit comporter une méthode automatique de recherche des raies présentes (localisation en fréquence) qui soit adaptative (la méthode d'analyse spectrale utilisée doit être rapide). La méthode de PISARENKO a été choisie compte-tenu des limites d'utilisation spécifiées par les performances du système soustracteur (nombre maximal de raies - écartement fréquentiel,...). Elle est cependant très sensible à des variations, même faibles des paramètres de l'algorithme (nombre d'échantillons du signal à analyser - dimension de la matrice de corrélation...) et sa mise en oeuvre demande des moyens importants pour un travail en temps réel (recherche des valeurs propres de la matrice de corrélation, résolution d'équations, etc...).

Le présent algorithme est une ébauche du système réel sur lequel il a été possible de tester le principe de fonctionnement.

Il reste maintenant à traiter des cas de signaux réels et à considérer l'amélioration obtenue lors de la soustraction des bruits.

BIBLIOGRAPHIE

[I] D.BAUDOIS-A.SILVENT : Application du corrélofiltre à l'élimination de raies en présence de bruit stationnaire.

Communication au 7^e Colloque GRETSI - Juin 1979

[II] D.BAUDOIS-W.KOFMAN-A.SILVENT : Etude théorique et expérimentale du corrélofiltre -

Communication au 8^e Colloque GRETSI - Juin 1981

[III] H.VAN TREE : Detection estimation and modulation theory

[IV] O.L.FROST : Power spectrum estimation. Argosystems Inc, Palo Alto, California-Nato -la Spezia 1976

[V] H.FARGETON-R.GENDRIN-JL.LACOUPE : Adaptative methods for spectral analysis of time varying signals. Lausanne 1981

[VI] JP.BURG : A new analysis technique for time series data in advanced study institute on signal processing.

Nato Enschede, Netherland, 1968

[VII] VF.PISARENKO : The retrieval of harmonics from a covariance function.

Geophysics 33 1973

[VIII] E.MOISAN : Localisation de fréquences pures perturbées par un bruit additif blanc.

Rapport DEA - CEPHAG - Juin 1981

[IX] JC.BALLUET : Les opérateurs Cepstres - application à la séparation d'échos rapprochés.

Thèse de Docteur Ingénieur - Février 1979

[X] JC.RADIX : Introduction au filtrage numérique. Eyrolles 1970