

NEUVIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS



525

NICE du 16 au 20 MAI 1983

ETUDE COMPARATIVE DE PREdicTEURS AUTO-AJUSTABLES

G.FAVIER - M.CRESP

Laboratoire de Signaux et Systèmes, ERA n°835 du CNRS, 41 Bd. Napoléon III, 06041 NICE Cedex

RESUME

Pour résoudre le problème de la commande adaptative d'un système dynamique admettant des perturbations stochastiques, un prédicteur auto-ajustable peut être utilisé par le correcteur :

- soit pour calculer la commande dans le cas d'une stratégie de commande prédictive,
- soit pour décider du choix à effectuer entre différentes stratégies de commande.

Le processus étant modélisé à l'aide d'un modèle CARMA (modèle ARMA avec entrée de commande) dont les paramètres sont supposés connus, on présente tout d'abord de manière unifiée plusieurs prédicteurs en considérant le cas d'un prédicteur à k pas et celui d'un prédicteur à plusieurs pas. Puis en supposant les paramètres du modèle inconnus, on montre comment ces prédicteurs peuvent être réalisés de manière adaptative. Enfin les performances numériques de cinq de ces prédicteurs sont comparées à partir d'exemples simulés.

SUMMARY

To solve the adaptive control problem of a stochastically disturbed dynamical system, a self-tuning predictor can be used by the controller :

- either to compute the control input in the case of a predictive control strategy,
- or to decide which control strategy is the best to apply.

The process being modeled by use of an ARMAX model (ARMA model with control input) the parameters of which are assumed known, we first present several predictors in a unifying framework. We consider both k step ahead predictors and multistep predictors. Then in assuming the parameters of the model are unknown, we show how the predictors can be realized using the self-tuning approach. Finally the numerical performances of five self-tuning predictors are compared via simulated examples.



I. INTRODUCTION

Cet article a pour objet d'étudier le problème de la prédiction à k pas adaptative d'un processus stochastique modélisé à l'aide d'un modèle autorégressif à moyenne mobile avec commande (modèle CARMA).

Dans le paragraphe II nous considérons le cas d'un modèle à paramètres connus. Nous donnons tout d'abord différentes expressions du prédicteur optimal à k pas $\hat{y}(t+k/t)$ de $y(t)$, introduit initialement par [ÅSTRÖM-1970]. Nous montrons ensuite comment une solution à récursivité multiple peut être utilisée lorsqu'on s'intéresse à un problème de prédiction à plusieurs pas, i.e. au calcul de $\hat{y}(t+k/t)$ pour $k \in [1, N]$. Cette solution permet de réduire le volume de calcul de manière substantielle lorsque N est grand devant l'ordre du modèle.

Dans le paragraphe III nous présentons de manière unifiée plusieurs méthodes de réalisation auto-adaptative du prédicteur à k pas et du prédicteur à plusieurs pas, lorsque les paramètres du modèle du processus sont inconnus. Les propriétés de convergence de ces différents prédicteurs auto-ajustables sont indiquées.

Dans le paragraphe IV nous comparons les performances numériques de ces prédicteurs à partir d'exemples simulés.

Enfin dans le paragraphe V nous concluons cette étude sur le problème de la prédiction à k pas adaptative.

II. PREDICTEUR à k PAS - CAS D'UN SYSTEME A PARAMETRES CONNUS

Considérons le processus stochastique $\{y(t)\}$ modélisé à l'aide du modèle CARMA suivant :

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-d) + C(z^{-1})e(t) \quad (2.1)$$

où

- $\{e(t)\}$ est une séquence de variables aléatoires indépendantes, de moyenne nulle et de variance R,
- $\{u(t)\}$ et $\{y(t)\}$ représentent respectivement la commande appliquée au système et la sortie du système,
- $u(t)$, $y(t)$ et $e(t)$ sont scalaires,
- les polynômes $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ et $C(z^{-1})$ sont de degrés respectifs n_A, n_B et n_C , avec $a_0 = c_0 = 1$,
- $A(z^{-1})$ et $C(z^{-1})$ ont tous leurs zéros à l'extérieur du cercle unité, et sont premiers entre eux,
- $d > 0$ représente un retard intrinsèque au système.

Etant donné l'ensemble des mesures $M_t = \{y(\tau_1), u(\tau_2); \tau_1 \leq t, \tau_2 \leq t+k-d\}$, on appelle prédicteur optimal à k pas ($k \geq 1$) du processus $y(t)$, dénoté $\hat{y}(t+k/t)$, le prédicteur qui minimise la fonction coût suivante

$$J = \mathbb{E} \left[\tilde{y}^T(t+k/t) \tilde{y}(t+k/t) \right] = \mathbb{E} \left[\|\tilde{y}(t+k/t)\|^2 \right] \quad (2.2)$$

où \mathbb{E} représente l'espérance mathématique et $\tilde{y}(t+k/t) \triangleq y(t+k) - \hat{y}(t+k/t)$ l'erreur de prédiction.

Nous allons considérer séparément les deux formulations suivantes du prédicteur à k pas :

- Formulation basée sur l'utilisation d'une récursivité simple.
- Formulation basée sur l'utilisation d'une récursivité multiple.

II.1 Prédicteur à k pas utilisant une récursivité simple

D'après (2.1) nous avons :

$$y(t+k) = A^{-1}(z^{-1})B(z^{-1})u(t+k-d) + A^{-1}(z^{-1})C(z^{-1})e(t+k) \quad (2.3)$$

Le dernier terme de (2.3) peut être séparé en deux parties :

- une partie prédictible fonction de $\{y(\tau), u(\tau); \tau \leq t\}$
- une partie non prédictible fonction des valeurs futures $\{e(\tau); \tau > t\}$ du bruit.

Cette séparation en deux parties peut être obtenue à l'aide de l'algorithme d'Euclide qui permet d'effectuer la division du polynôme $C(z^{-1})$ par le polynôme $A(z^{-1})$ jusqu'à l'ordre k;

$$\text{soit } \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})} = F_k(z^{-1}) + z^{-k} \frac{G_k(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (2.4)$$

ou de manière équivalente

$$C(z^{-1}) = A(z^{-1})F_k(z^{-1}) + z^{-k} G_k(z^{-1}) \quad (2.5)$$

$$\text{avec } F_k(z^{-1}) = 1 + f_1^{(k)} z^{-1} + \dots + f_{k-1}^{(k)} z^{-k+1} \quad (2.6)$$

$$\text{et } G_k(z^{-1}) = g_0^{(k)} + g_1^{(k)} z^{-1} + \dots + g_{n_A-1}^{(k)} z^{-n_A+1} \quad (2.7)$$

Par suite, en reportant (2.4) dans (2.3) et en tirant $e(t)$ de (2.1), nous obtenons

$$y(t+k) = F_k(z^{-1})e(t+k) + \frac{B(z^{-1})F_k(z^{-1})}{C(z^{-1})}u(t+k-d) + \frac{G_k(z^{-1})}{C(z^{-1})}y(t) \quad (2.8)$$

En remarquant que le terme $F_k(z^{-1})e(t+k)$ est indépendant des autres termes du second membre de (2.8), la minimisation de J par rapport à $\hat{y}(t+k/t)$ nous donne la valeur de la prédiction optimale à k pas de la sortie $y(t)$

$$\hat{y}(t+k/t) = \frac{B(z^{-1})F_k(z^{-1})}{C(z^{-1})}u(t+k-d) + \frac{G_k(z^{-1})}{C(z^{-1})}y(t) \quad (2.9)$$

ou de manière détaillée :

$$\hat{y}(t+k/t) = \sum_{i=1}^{n_C} c_i \hat{y}(t+k-i/t) + \sum_{i=0}^{n_B-k} \beta_i^{(k)} u(t+k-d-i) + \sum_{i=0}^{n_A-1} g_i^{(k)} y(t-i) \quad (2.10)$$

$$\text{avec } \beta_k(z^{-1}) \triangleq \sum_{i=0}^{n_B-k} \beta_i^{(k)} z^{-i} \triangleq B(z^{-1})F_k(z^{-1}), n_\beta = n_B + k - 1 \quad (2.11)$$

Remarques :

- Des équations (2.8) et (2.9) il est facile de déduire l'erreur de prédiction $\tilde{y}(t+k/t) = F_k(z^{-1})e(t+k)$ (2.12)
- D'autre part d'après (2.9) nous pouvons conclure que le prédicteur optimal est un système dynamique dont la dynamique est fixée par le polynôme $C(z^{-1})$ qui, par hypothèse, a tous ses zéros à l'extérieur du cercle unité. Par suite le prédicteur à k pas est un système stable.

• Autres expressions du prédicteur à k pas

- En remplaçant $y(t)$ par $[\hat{y}(t/t-k) + \tilde{y}(t/t-k)]$ dans le dernier terme de (2.9), et compte tenu de la relation (2.5), le calcul du prédicteur à k pas peut être effectué non plus en fonction de $\{y(t-i), i \in [0, n_A-1]\}$ mais de l'erreur de prédiction $\{\tilde{y}(t-i/t-i-k), i \in [0, n_A-1]\}$.

$$\hat{y}(t+k/t) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(t+k-d) + \frac{G_k(z^{-1})}{A(z^{-1})F_k(z^{-1})}\tilde{y}(t/t-k) \quad (2.13)$$

Ecrit sous cette forme, le prédicteur à k pas admet une dynamique fixée par les polynômes $A(z^{-1})$ et $F_k(z^{-1})$. De manière explicitée nous avons

$$\hat{y}(t+k/t) = \sum_{i=1}^{n_A-k} \alpha_i^{(k)} \hat{y}(t+k-i/t) + \sum_{i=0}^{n_B-k} \beta_i^{(k)} u(t+k-d-i) + \sum_{i=0}^{n_A-1} g_i^{(k)} \tilde{y}(t-i/t-i-k) \quad (2.14)$$

où les coefficients $\beta_i^{(k)}$ sont définis en (2.11), et les coefficients $\alpha_i^{(k)}$ sont donnés par :

$$\alpha_k(z^{-1}) \triangleq \sum_{i=0}^{n_A-k} \alpha_i^{(k)} z^{-i} \triangleq A(z^{-1})F_k(z^{-1}), \alpha_0^{(k)} = 1, \text{ et } n_\alpha = n_A + k - 1 \quad (2.15)$$

D'après les expressions (2.9) et (2.13), nous pouvons conclure que pour $k > d$, $\hat{y}(t+k/t)$ dépend de valeurs futures $u(t+\tau)$, $\tau \in [1, k-d]$ de la commande.

- Une autre formule de calcul de $\hat{y}(t+k/t)$ peut être obtenue à partir de (2.9) en effectuant la division de 1 par $C(z^{-1})$ jusqu'à l'ordre k .

$$\text{Soit } 1 = C(z^{-1})\overline{F}_k(z^{-1}) + z^{-k}\overline{G}_k(z^{-1}) \quad (2.16)$$

En tenant compte de cette relation, l'équation (2.9) nous donne

$$\hat{y}(t+k/t) = B(z^{-1})\overline{F}_k(z^{-1})\overline{F}_k(z^{-1})u(t+k-d) + G_k(z^{-1})\overline{F}_k(z^{-1})y(t) + \overline{G}_k(z^{-1})\hat{y}(t/t-k) \quad (2.17)$$

ou encore de manière explicite :

$$\hat{y}(t+k/t) = \sum_{i=0}^{n_{\mu k}} \mu_i^{(k)} u(t+k-d-i) + \sum_{i=0}^{n_{\rho k}} \rho_i^{(k)} y(t-i) + \sum_{i=0}^{n_c-1} \overline{g}_i^{(k)} \hat{y}(t-i/t-k-i) \quad (2.18)$$

où :

$$\mu_k(z^{-1}) \triangleq \sum_{i=0}^{n_{\mu k}} \mu_i^{(k)} z^{-i} \triangleq B(z^{-1})\overline{F}_k(z^{-1})\overline{F}_k(z^{-1}), \quad n_{\mu} = n_B + 2k - 2 \quad (2.19)$$

$$\rho_k(z^{-1}) \triangleq \sum_{i=0}^{n_{\rho k}} \rho_i^{(k)} z^{-i} \triangleq G_k(z^{-1})\overline{F}_k(z^{-1}), \quad n_{\rho} = n_A + k - 2 \quad (2.20)$$

Il est à noter que l'utilisation de la formule (2.18) nécessite de résoudre deux équations polynomiales : (2.5) pour obtenir $(\overline{F}_k, \overline{G}_k)$ et (2.16) pour avoir $(\overline{F}_k, \overline{G}_k)$. Nous montrerons au §III comment cette expression de $\hat{y}(t+k/t)$ peut être utilisée pour développer un algorithme de prédiction adaptative implicite.

II.2 Prédicteur à k pas utilisant une récursivité multiple

Dans le cas où l'on s'intéresse à une prédiction à k pas avec $k > n_c$, une autre formulation du prédicteur peut être obtenue à partir de l'écriture suivante de $y(t+k)$

$$y(t+k) = -\tilde{A}(z^{-1})y(t+k) + B(z^{-1})u(t+k-d) + C(z^{-1})e(t+k) \quad (2.21)$$

où $\tilde{A}(z^{-1}) \triangleq A(z^{-1}) - 1 \quad (2.22)$

La prédiction optimale $\hat{y}(t+k/t)$ étant obtenue par projection orthogonale de $y(t+k)$ sur l'espace engendré par \mathcal{M}_t , et la projection orthogonale du terme $C(z^{-1})e(t+k)$ sur cet espace étant nulle (c'est-à-dire $C(z^{-1})e(t+k)$ est imprédictible à partir de l'ensemble des mesures \mathcal{M}_t), une autre formule de calcul de $\hat{y}(t+k/t)$ peut être obtenue directement à partir de (2.21), ([AKAIKE-1975]) :

$$\hat{y}(t+k/t) = -\tilde{A}(z^{-1})\hat{y}(t+k/t) + B(z^{-1})u(t+k-d) \quad (2.23)$$

où par définition :

$$\tilde{A}(z^{-1})\hat{y}(t+k/t) \triangleq \sum_{i=1}^{n_A} a_i z^{-i} \hat{y}(t+k/t) \triangleq \sum_{i=1}^{n_A} a_i \hat{y}(t+k-i/t) \quad (2.24)$$

c'est-à-dire que $z^{-i} \hat{y}(t+k/t) = \hat{y}(t+k-i/t)$, alors que $z^{-i} \hat{y}(t+k/t) = \hat{y}(t+k-i/t-i)$; l'opérateur z^{-1} porte uniquement sur le premier argument de $\hat{y}(t+k/t)$ alors que z^{-1} porte sur les deux arguments).

Contrairement aux formules (2.9)-(2.10), (2.13)-(2.14) et (2.17)-(2.18) qui utilisent une récursivité simple par rapport au prédicteur à k pas, la formule (2.23) utilise une récursivité multiple qui porte sur les prédicteurs à ℓ pas, avec $\ell \in [k-n_A, k-1]$.

Cette formulation du prédicteur à k pas, avec $k > n_c$, est très intéressante lorsqu'on souhaite calculer un prédicteur à plusieurs pas. Ainsi par exemple pour réaliser un système de commande adaptative de type prédictif, on peut avoir à utiliser la prédiction du signal $y(t)$ sur un horizon fini de

longueur N , i.e. à calculer $\hat{y}(t+k/t)$ pour $k \in [1, N]$.

Une première solution à ce problème consiste à répéter N fois la procédure de calcul élémentaire d'un prédicteur à k pas, ce qui nécessite (voir §III) :

- de résoudre N équations polynomiales du type (2.5), avec $k \in [1, N]$, pour une procédure de prédiction adaptative indirecte;
- ou d'appliquer N fois la méthode des Moindres Carrés pour identifier un modèle implicite du processus, relatif à chaque prédicteur à k pas, $k \in [1, N]$, pour une procédure de prédiction adaptative directe.

Dans les deux cas le volume de calcul croît très vite avec la valeur de N . Pour diminuer ce volume de calcul, [de KEYSER, Van CAUWENBERGHE-1981] ont proposé une autre méthode de calcul d'un prédicteur à plusieurs pas, basée sur l'utilisation de la formule (2.23).

Les N prédicteurs $\hat{y}(t+k/t)$, $k \in [1, N]$ avec $N > n_c$, sont obtenus en deux étapes :

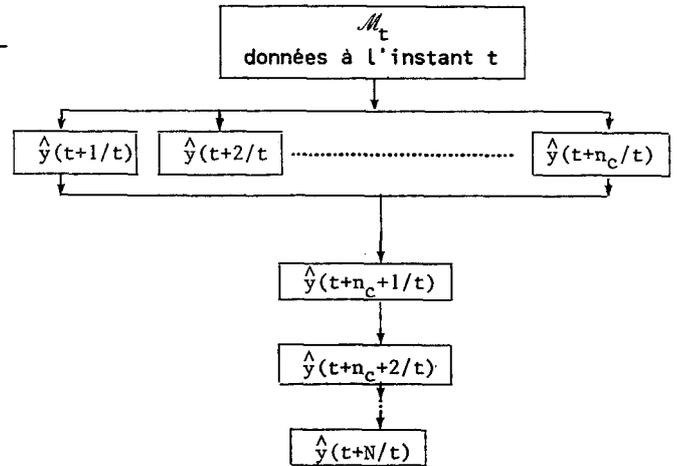
1^o étape : $k \in [1, n_c]$

Les prédicteurs correspondants sont calculés à l'aide d'une récursivité simple (formules (2.10), (2.14) ou (2.18)). Il est à noter que ces n_c prédicteurs peuvent être calculés en parallèle.

2^o étape : $k \in [n_c+1, N]$

Les prédicteurs correspondants sont calculés en utilisant une récursivité multiple, à l'aide de la formule (2.23). Cette 2^{ème} étape est initialisée à l'aide des n_c prédicteurs calculés dans la 1^{ère} étape.

Ces deux étapes sont résumées sur le schéma ci-dessous.



- Schéma de calcul du prédicteur à plusieurs pas

Nous allons voir maintenant dans le paragraphe suivant comment les prédicteurs à k pas peuvent être réalisés de manière adaptative.

III. PREDICTEURS à k PAS AUTO-AJUSTABLES

Lorsque les paramètres du modèle du processus sont inconnus, deux types d'algorithmes de prédiction adaptative peuvent être utilisés pour calculer le prédicteur à k pas :

- Algorithmes de type explicite,
- Algorithmes de type implicite.

III.1 Prédicteurs auto-ajustables utilisant une récursivité simple

III.1.1 Algorithmes de prédiction adaptative explicites
Ce type d'algorithme est basé sur l'estimation récursive des paramètres du modèle (2.1) du processus. Le prédicteur à k pas est alors calculé en répétant à chaque instant d'échantillonnage les trois étapes décrites dans le Tableau 1 ci-après.



1. Estimation récursive des paramètres du modèle (2.1) du processus (i.e. des coefficients des polynômes $A(z^{-1}), B(z^{-1})$ et $C(z^{-1})$) en utilisant la méthode des Moindres Carrés si $C(z^{-1})=1$ ou la méthode des Moindres Carrés Etendus si $C(z^{-1}) \neq 1$.
 $\Rightarrow (\hat{A}(z^{-1}), \hat{B}(z^{-1}), \hat{C}(z^{-1}))$
2. Détermination des polynômes $F_k(z^{-1})$ et $G_k(z^{-1})$ solutions de l'équation polynomiale
 $\hat{C}(z^{-1}) = \hat{A}(z^{-1})F_k(z^{-1}) + z^{-k}G_k(z^{-1}) \quad (3.1)$
3. Calcul du prédicteur à k pas à l'aide de l'équation (2.10) ou (2.14) en remplaçant les polynômes $A(z^{-1}), B(z^{-1})$ et $C(z^{-1})$ par leurs valeurs estimées.

Tableau 1- Algorithmes de prédiction adaptative explicites.

III.1.2 Algorithmes de prédiction adaptative implicites

Ce type d'algorithme est basé sur l'utilisation d'un "modèle implicite" du processus, c'est-à-dire un modèle dont les paramètres s'expriment directement en fonction des paramètres du prédicteur. De tels algorithmes ne nécessitent pas la résolution d'une équation polynomiale. Trois modèles implicites différents peuvent être obtenus à partir des expressions (2.10), (2.14) et (2.18) du prédicteur à k pas.

Modèle implicite n°1 : En remplaçant $\hat{y}(t+k/t)$ par $y(t+k) - \tilde{y}(t+k/t)$ et en la décalant de k pas vers l'arrière, l'équation (2.10) s'écrit :

$$y(t) = [\varphi^{(k)}(t)]^T \theta^{(k)} + \tilde{y}(t/t-k) \quad (3.2)$$

$$[\varphi^{(k)}(t)]^T \triangleq [u(t-d) \dots u(t-d-n_{\beta_k}) y(t-k) \dots y(t-k-n_{G_k}) - \hat{y}(t-1/t-k-1) \dots - \hat{y}(t-n_C/t-k-n_C)] \quad (3.3)$$

$$\theta^{(k)} \triangleq [\beta_0^{(k)} \dots \beta_{n_{\beta_k}}^{(k)} \quad g_0^{(k)} \dots g_{n_{G_k}}^{(k)} \quad c_1 \dots c_{n_C}]^T \quad (3.4)$$

$$n_{\beta_k} = n_B + k - 1, \quad n_{G_k} = n_A - 1 \quad (3.5)$$

L'équation (3.2) constitue un modèle implicite du processus $y(t)$.

Modèle implicite n°2 : En procédant de manière identique avec l'équation (2.14), nous obtenons un modèle implicite ayant la même forme que l'équation (3.2), les vecteurs $\varphi^{(k)}(t)$ et $\theta^{(k)}$ étant définis par

$$[\varphi^{(k)}(t)]^T \triangleq [u(t-d) \dots u(t-d-n_{\beta_k}) \tilde{y}(t-k/t-2k) \dots \tilde{y}(t-k-n_{G_k}/t-2k-n_{G_k}) - \hat{y}(t-1/t-k-1) \dots - \hat{y}(t-n_{\alpha_k}/t-k-n_{\alpha_k})] \quad (3.6)$$

$$\theta^{(k)} \triangleq [\beta_0^{(k)} \dots \beta_{n_{\beta_k}}^{(k)} \quad g_0^{(k)} \dots g_{n_{G_k}}^{(k)} \quad \alpha_1^{(k)} \dots \alpha_{n_{\alpha_k}}^{(k)}]^T \quad (3.7)$$

$$n_{\beta_k} = n_B + k - 1, \quad n_{G_k} = n_A - 1, \quad n_{\alpha_k} = n_A + k - 1 \quad (3.8)$$

Modèle implicite n°3 : De même, à partir de l'équation (2.18) nous obtenons un modèle implicite ayant la forme (3.2) avec :

$$[\varphi^{(k)}(t)]^T \triangleq [u(t-d) \dots u(t-d-n_{\mu_k}) y(t-k) \dots y(t-k-n_{\rho_k}) \hat{y}(t-k/t-2k) \dots \hat{y}(t-k-n_{G_k}/t-2k-n_{G_k})] \quad (3.9)$$

$$\theta^{(k)} = [\mu_0^{(k)} \dots \mu_{n_{\mu_k}}^{(k)} \quad \rho_0^{(k)} \dots \rho_{n_{\rho_k}}^{(k)} \quad g_0^{(k)} \dots g_{n_{G_k}}^{(k)}]^T \quad (3.10)$$

$$n_{\mu_k} = n_B + 2k - 2, \quad n_{\rho_k} = n_A + k - 2, \quad n_{G_k} = n_C - 1 \quad (3.11)$$

Remarques.

- Compte tenu de l'expression (2.12) de l'erreur de prédiction à k pas, nous remarquons que, pour $k > 1$, le bruit corrélé $w(t) = \tilde{y}(t/t-k)$ intervenant dans les trois modèles implicites est indépendant du premier terme du second membre de (3.2) :

- D'une part pour toute valeur de k si la commande $u(t)$ est indépendante de la perturbation stochastique $e(t)$ (cas d'une commande en boucle ouverte).
- D'autre part pour $k \leq d$ si la commande $u(t)$ est calculée à partir d'une contre-réaction de la sortie. Ceci justifie l'emploi de la méthode des Moindres-Carrés pour l'estimation des paramètres du prédicteur.

- Nous devons noter que les trois modèles implicites se différencient :
 • D'une part, par le nombre de paramètres qui les caractérisent (voir Tableau 2).

Modèles	Nombre de paramètres
n°1	$n_A + n_B + n_C + k$
n°2	$2n_A + n_B + 2k - 1$
n°3	$n_A + n_B + n_C + 3k - 2$

Tableau 2 - Comparaison du nombre de paramètres des trois modèles implicites

- D'autre part, par le type d'information utilisée pour construire le vecteur d'observation $\varphi^{(k)}(t)$ (Tableau 3).

Modèles	Valeurs des signaux intervenant dans $\varphi^{(k)}(t)$		
n°1	$u(t-d-i)$ $i \in [0, n_{\beta_k}]$	$y(t-k-j)$ $j \in [0, n_{G_k}]$	$\hat{y}(t-\ell/t-k-\ell)$ $\ell \in [1, n_C]$
n°2	$u(t-d-i)$ $i \in [0, n_{\beta_k}]$	$\tilde{y}(t-k-j/t-2k-j)$ $j \in [0, n_{G_k}]$	$\hat{y}(t-\ell/t-k-\ell)$ $\ell \in [1, n_{\alpha_k}]$
n°3	$u(t-d-i)$ $i \in [0, n_{\mu_k}]$	$y(t-k-j)$ $j \in [0, n_{\rho_k}]$	$\hat{y}(t-k-\ell/t-2k-\ell)$ $\ell \in [0, n_{G_k}]$

Tableau 3 - Comparaison de l'information utilisée dans $\varphi^{(k)}(t)$ pour les trois modèles implicites.

Nous avons résumé dans le Tableau 4 la procédure à suivre pour réaliser un prédicteur à k pas auto-ajustable à l'aide d'un algorithme implicite.

1. Estimer le vecteur de paramètres $\theta^{(k)}$ du modèle implicite (3.2)
 $\Rightarrow \hat{\theta}^{(k)}(t)$
2. Calculer le prédicteur à k pas à l'aide de la formule suivante
 $\hat{y}(t+k/t) = [\varphi^{(k)}(t+k)]^T \hat{\theta}^{(k)}(t) \quad (3.12)$

Tableau 4 - Procédure de calcul d'un algorithme de prédiction adaptative implicite

Les étapes 1 et 2 décrites dans le Tableau 4 doivent être répétées à chaque instant d'échantillonnage. Les équations générales relatives à ces deux étapes sont données dans le Tableau 6. Puis plusieurs algorithmes de prédiction adaptative implicites sont présentés de manière comparative dans le Tableau 7. Ces algorithmes se différencient :

- soit par le modèle implicite
- soit par l'algorithme d'estimation de paramètres.

Au niveau de l'algorithme d'estimation, deux commentaires doivent être faits :

- * Le premier concerne la construction du vecteur d'observation $\varphi^{(k)}(t)$ qui intervient dans le calcul de la prédiction à k pas (voir formule (3.12)). Ce vecteur $\varphi^{(k)}(t)$ fait appel à des valeurs passées (par rapport à l'instant t pour l'étape 1 et par rapport à l'instant t+k pour l'étape 2 du Tableau 4) de la prédiction et de l'erreur de prédiction à k pas. Par suite, lors de la réalisation du prédicteur adaptatif, ces valeurs peuvent être remplacées :
 - soit par des prédictions et des erreurs de prédiction a priori, désignées respectivement par $\hat{y}_*(k)(t)$ et $\tilde{y}_*(k)(t)$. ($\varphi^{(k)}(t)$ est alors écrit $\varphi_*(k)(t)$),
 - soit par des prédictions et des erreurs de prédiction



a posteriori, désignées respectivement par $\hat{y}^{(k)}(t)$ et $\hat{\bar{y}}^{(k)}(t)$. $(\varphi^{(k)}(t))$ est alors écrit $\bar{\varphi}^{(k)}(t)$.
 - Soit encore, pour le modèle implicite n°2, par des prédictions a priori et des erreurs de prédiction a

posteriori. $(\varphi^{(k)}(t))$ est alors écrit $\bar{\varphi}_*^{(k)}(t)$. Dans le Tableau 5 nous avons explicité les vecteurs $\varphi_*^{(k)}(t)$, $\bar{\varphi}^{(k)}(t)$ et $\bar{\varphi}_*^{(k)}(t)$ pour les trois modèles implicites introduits précédemment.

Modèles Implicites	$[\varphi_*^{(k)}(t)]^T$ $[\bar{\varphi}^{(k)}(t)]^T$ $[\bar{\varphi}_*^{(k)}(t)]^T$
n°1	$u(t-d)\dots u(t-d-n_{\beta_k})y(t-k)\dots y(t-k-n_{G_k}) - \hat{y}_*^{(k)}(t-1)\dots - \hat{y}_*^{(k)}(t-n_{G_k})$ $u(t-d)\dots u(t-d-n_{\beta_k})y(t-k)\dots y(t-k-n_{G_k}) - \bar{y}^{(k)}(t-1)\dots - \bar{y}^{(k)}(t-n_{G_k})$
n°2	$u(t-d)\dots u(t-d-n_{\beta_k})\hat{y}_*^{(k)}(t-k)\dots \hat{y}_*^{(k)}(t-k-n_{G_k}) - \hat{y}_*^{(k)}(t-1)\dots - \hat{y}_*^{(k)}(t-n_{\alpha_k})$ $u(t-d)\dots u(t-d-n_{\beta_k})\bar{y}^{(k)}(t-k)\dots \bar{y}^{(k)}(t-k-n_{G_k}) - \bar{y}^{(k)}(t-1)\dots - \bar{y}^{(k)}(t-n_{\alpha_k})$ $u(t-d)\dots u(t-d-n_{\beta_k})\bar{y}_*^{(k)}(t-k)\dots \bar{y}_*^{(k)}(t-k-n_{G_k}) - \bar{y}_*^{(k)}(t-1)\dots - \bar{y}_*^{(k)}(t-n_{\alpha_k})$
n°3	$u(t-d)\dots u(t-d-n_{\mu_k})y(t-k)\dots y(t-k-n_{\rho_k})\hat{y}_*^{(k)}(t-k)\dots \hat{y}_*^{(k)}(t-k-n_{G_k})$ $u(t-d)\dots u(t-d-n_{\mu_k})y(t-k)\dots y(t-k-n_{\rho_k})\bar{y}^{(k)}(t-k)\dots \bar{y}^{(k)}(t-k-n_{G_k})$

Tableau 5 - Construction des vecteurs $\varphi_*^{(k)}(t)$, $\bar{\varphi}^{(k)}(t)$ et $\bar{\varphi}_*^{(k)}(t)$ pour les trois modèles implicites

* Le deuxième point concerne l'obtention même de l'algorithme d'estimation.

Deux approches peuvent être utilisées :

La première consiste à appliquer directement l'une des variantes de l'algorithme des Moindres Carrés comme par exemple :

- l'algorithme avec facteur d'oubli exponentiel λ_1 ;
- L'algorithme à trace constante, utilisant deux facteurs de pondération λ_1 et λ_2 pour maintenir la trace de la matrice $P(t)$ à une valeur constante donnée ([LANDAU, LOZANO-1981]).

La deuxième approche consiste à concevoir un algorithme d'estimation qui permette d'assurer la convergence du prédicteur auto-ajustable (voir algorithmes implicites n°3.3 et 3.4 du Tableau 7).

La structure générale de l'algorithme d'estimation étant définie à l'aide des équations (3.13)-(3.22), il nous est possible maintenant de décrire différents algorithmes de prédiction adaptative implicites (voir Tableau 7: (dans la numérotation i-j des algorithmes, l'indice i fait référence au n° du modèle implicite utilisé)).

Algorithmes du type Moindres Carrés pour l'estimation des paramètres du prédicteur à k pas	
$\hat{\theta}^{(k)}(t) = \hat{\theta}^{(k)}(t-\ell) + K(t) \epsilon(t)$	(3.13)
$\epsilon(t) = y(t) - \hat{y}^*(t)$	(3.14)
$\hat{y}^*(t) = [\varphi_1^{(k)}(t)]^T \hat{\theta}^{(k)}(t-\ell)$	(3.15)
$K(t) = P(t-\ell) \varphi_1^{(k)}(t) \nu(t)$	(3.16)
$\Sigma(t) = 1 + [\varphi_1^{(k)}(t)]^T P(t-\ell) \varphi_1^{(k)}(t)$	(3.17)
$P(t-\ell) = \frac{1}{\lambda_1(t-2\ell)} \left[P(t-2\ell) - \frac{P(t-2\ell) \varphi_1^{(k)}(t) [\varphi_1^{(k)}(t)]^T P(t-2\ell)}{\lambda_1(t-2\ell) + [\varphi_1^{(k)}(t)]^T P(t-2\ell) \varphi_1^{(k)}(t)} \right]$	(3.18)
Calcul de la prédiction et de l'erreur de prédiction à posteriori	
$\hat{y}^{(k)}(t) = [\varphi_1^{(k)}(t)]^T \hat{\theta}^{(k)}(t)$	(3.19)
$\bar{y}^{(k)}(t) = y(t) - \hat{y}^{(k)}(t)$	(3.20)
Calcul de la prédiction et de l'erreur de prédiction à priori	
$\hat{y}_*^{(k)}(t+k) = [\varphi_2^{(k)}(t+k)]^T \hat{\theta}^{(k)}(t)$	(3.21)
$\bar{y}_*^{(k)}(t+k) = y(t+k) - \hat{y}_*^{(k)}(t+k)$	(3.22)

Tableau 6 - Equations générales pour le calcul du prédicteur à k pas à l'aide d'un algorithme implicite

Algor.	l	λ_1, λ_2	$\nu(t)$	$\varphi_1^{(k)}(t)$	$\varphi_2^{(k)}(t)$
n° 1-1	1	Facteur d'oubli expon.	$\Sigma^{-1}(t)$	$\varphi_*^{(k)}(t)$	$\varphi_*^{(k)}(t)$
n° 1-2	1		$\Sigma^{-1}(t)$	$\bar{\varphi}^{(k)}(t)$	$\varphi_*^{(k)}(t)$
n° 2-1	1		$\Sigma^{-1}(t)$	$\varphi_*^{(k)}(t)$	$\varphi_*^{(k)}(t)$
n° 2-2	1		$\Sigma^{-1}(t)$	$\bar{\varphi}_*^{(k)}(t)$	$\bar{\varphi}_*^{(k)}(t)$
n° 3-1	1	Trace constante	$\Sigma^{-1}(t)$	$\varphi_*^{(k)}(t)$	$\varphi_*^{(k)}(t)$
n° 3-2	1		$\Sigma^{-1}(t)$	$\bar{\varphi}^{(k)}(t)$	$\bar{\varphi}^{(k)}(t)$
n° 3-3	1	$1, \hat{\gamma}(t)$	$\hat{\gamma}(t)$	$\bar{\varphi}^{(k)}(t)$	$\bar{\varphi}^{(k)}(t)$
n° 3-4	k	$1, 1$	1	$\bar{\varphi}^{(k)}(t)$	$\bar{\varphi}^{(k)}(t)$

Tableau 7- Présentation unifiée de différents algorithmes de prédiction adaptative implicites.

où : $\hat{\gamma}(t) = \text{Min}(\gamma(t), \hat{\gamma}(t-1))$ (3.23)

$\gamma(t) = \begin{cases} t^{-\epsilon} & \text{si } M_t \leq \alpha_1 t^{-(1-\epsilon)} \quad 0 < \epsilon \ll 1 \\ [\alpha_2 t^{(1+\epsilon)} M_t]^{1/2} & \text{si } \alpha_1 t^{-(1-\epsilon)} < M_t \leq \alpha_2 t^{(1-\epsilon)} \\ t^{-1} & \text{autrement} \end{cases}$ (3.24)

avec : $M_t \triangleq [\bar{\varphi}^{(k)}(t)]^T P(t-2) \bar{\varphi}^{(k)}(t)$ (3.25)

$r_t \triangleq \text{Max} \{ t, \sum_{i=0}^t [\bar{\varphi}^{(k)}(i)]^T P(i-2) \bar{\varphi}^{(k)}(i) \}$ (3.26)

$\alpha_1, \alpha_2 =$ scalaires constants suffisamment grands

L'algorithme implicite n°2-1 a été proposé par [WITTENMARK-1974], dans le cas d'un système sans commande, avec $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$. Les algorithmes implicites n°3-3 et 3-4 sont dus respectivement à [MOORE, KUMAR-1980] et à [SIN, GOODWIN, BITMEAD-1980].

L'algorithme n°3-3 utilise la méthode des Moindres Carrés Pondérés, et les coefficients de pondération donnés par les formules (3.23)-(3.26) ont été déterminés de telle sorte que la convergence globale du prédicteur à k pas auto-ajustable soit assurée.

Quant à l'algorithme n°3-4 qui utilise une forme entrelacée de k algorithmes des Moindres Carrés, il a été



développé de telle sorte que la sortie du prédicteur à k pas auto-ajustable converge vers la prédiction à k pas optimale de la sortie, dans le sens qu'avec une probabilité 1 on ait

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [\hat{y}(t/k) - \hat{y}_*(t)]^2 = 0 \quad (3.27)$$

III.2 Prédicteurs auto-ajustables utilisant une récursivité multiple

Comme nous l'avons signalé au §II.2, le calcul de N prédicteurs $\hat{y}(t+k/t)$, $k \in [1, N]$ avec $N > n_C$, peut être effectué en deux étapes. Lorsque les paramètres du modèle (2.1) sont inconnus, la 1ère étape correspondant au calcul (éventuellement en parallèle) des prédicteurs $\hat{y}(t+k/t)$ pour $k \in [1, n_C]$, peut être réalisée à l'aide de l'un des algorithmes de prédiction adaptative (explicites ou implicites) décrits dans le §III.1.

La 2ème étape consiste alors à calculer les prédicteurs $\hat{y}(t+k/t)$ pour $k \in [n_C+1, N]$ à l'aide de la formule (2.23). Nous devons noter que ce calcul nécessite la connaissance des polynômes $A(z^{-1})$ et $B(z^{-1})$ du modèle (2.1). Dans le cas où la 1ère étape fait appel à un algorithme implicite, nous verrons qu'il est possible de déduire très facilement une estimation des polynômes $A(z^{-1})$ et $B(z^{-1})$ à partir de l'estimation des paramètres des modèles implicites (3.2) relatifs au prédicteur à 1 pas.

III.2.1 Algorithmes de prédiction adaptative explicites

La procédure à suivre est résumée dans le Tableau 8.

<p>1. Application d'un algorithme de prédiction adaptative explicite utilisant une récursivité simple pour calculer les prédicteurs à k pas, avec $k \in [1, n_C]$. (voir Tableau 1).</p> $\Rightarrow \begin{cases} \hat{a}_i(t), \hat{b}_j(t), \hat{c}_q(t); i \in [1, n_A], j \in [1, n_B], q \in [1, n_C] \\ \hat{y}(t+k/t), k \in [1, n_C] \end{cases}$ <p>2. Calcul des prédicteurs à k pas, pour $k \in [n_C+1, N]$, à l'aide de la formule suivante :</p> $\hat{y}(t+k/t) = - \sum_{i=1}^{n_A} \hat{a}_i(t) \hat{y}(t+k-i/t) + \sum_{i=0}^{n_B} \hat{b}_i(t) u(t+k-d-i) \quad (3.28)$ <p>avec $\hat{y}(t+k-i/t) = y(t+k-i)$ pour $i \geq k$ (3.29)</p>

Tableau 8 - Algorithmes de prédiction adaptative explicites utilisant une récursivité multiple.

III.2.2 Algorithmes de prédiction adaptative implicites

Nous allons tout d'abord montrer qu'il est possible de déterminer les polynômes $A(z^{-1})$ et $B(z^{-1})$ à partir des paramètres des modèles implicites relatifs au prédicteur à 1 pas, qui ont été introduits au §III.1.2. En effet, pour le prédicteur à 1 pas ($k=1$), les couples de polynômes (F_1, G_1) et (\bar{F}_1, \bar{G}_1) , solutions des équations polynomiales (2.5) et (2.16), sont tels que :

$$F_1(z^{-1}) = 1, G_1(z^{-1}) = z(C(z^{-1}) - A(z^{-1})) \quad (3.30)$$

$$\bar{F}_1(z^{-1}) = 1, \bar{G}_1(z^{-1}) = z(1 - C(z^{-1})) \quad (3.31)$$

ou de manière équivalente :

$$G_1(z^{-1}) = z(\bar{C}(z^{-1}) - A(z^{-1})), \bar{G}_1(z^{-1}) = -z \bar{C}(z^{-1}) \quad (3.32)$$

avec : $\bar{C}(z^{-1}) = C(z^{-1}) - 1$ et $\bar{A}(z^{-1}) = A(z^{-1}) - 1$ (3.33)

Par suite, compte tenu des définitions (2.11), (2.15), (2.19) et (2.20) de $\beta_k(z^{-1})$, $\alpha_k(z^{-1})$, $\mu_k(z^{-1})$ et $\rho_k(z^{-1})$, nous pouvons déduire que

$$\beta_1(z^{-1}) = \mu_1(z^{-1}) = B(z^{-1}), \alpha_1(z^{-1}) = A(z^{-1}), \rho_1(z^{-1}) = G_1(z^{-1}) \quad (3.34)$$

Par conséquent les polynômes $A(z^{-1})$ et $B(z^{-1})$ peuvent être déterminés très simplement à partir de la connaissance des polynômes qui caractérisent chacun des modèles implicites :

$$(\beta_1, G_1, \bar{C}) \rightarrow (\bar{A}, B) = (\bar{C} - z^{-1} G_1, \beta_1) \quad (3.35)$$

$$(\beta_1, G_1, \alpha_1) \rightarrow (\bar{A}, B) = (\alpha_1, \beta_1) \quad (3.36)$$

$$(\mu_1, \rho_1, \bar{G}_1) \rightarrow (\bar{A}, B) = (-z^{-1}(\rho_1 + \bar{G}_1), \mu_1) \quad (3.37)$$

Les algorithmes de prédiction adaptative implicites décrits dans les Tableaux 6-7 peuvent donc être appliqués pour calculer les prédicteurs $\hat{y}(t+k/t)$ pour $k \in [1, n_C]$, (voir Tableau 9).

<p>1. Calcul des prédicteurs à k pas, pour $k \in [1, n_C]$, à l'aide d'un algorithme implicite</p> $\Rightarrow \begin{cases} (\hat{\beta}_k, \hat{G}_k, \hat{C}) \text{ ou } (\hat{\beta}_k, \hat{G}_k, \hat{\alpha}_k) \text{ ou } (\hat{\mu}_k, \hat{\rho}_k, \hat{G}_k) \\ \hat{y}(t+k/t) \end{cases}$ <p>2. Calcul de prédicteurs à k pas, pour $k \in [n_C+1, N]$, à l'aide des équations (3.28)-(3.29), en utilisant les estimés $\{\hat{a}_i(t), \hat{b}_j(t); i \in [1, n_A], j \in [1, n_B]\}$ obtenus à l'aide de la formule (3.35), (3.36) ou (3.37), suivant l'algorithme implicite appliqué à l'étape 1.</p>
--

Tableau 9 - Algorithmes de prédiction adaptative implicites utilisant une récursivité multiple

IV. RESULTATS DE SIMULATION

Les résultats de simulation présentés dans ce paragraphe ont pour but de comparer le comportement numérique des cinq algorithmes suivants :

- Algorithme explicite, noté EX1, avec utilisation des Moindres Carrés Etendus et calcul du prédicteur à k pas à l'aide de l'équation (2.10).
- Algorithmes implicites n°1.1, 2.1, 3.1 et 3.2, notés respectivement IM1, IM2, IM3 et PIM3 (voir Tableau 7).

Des résultats numériques sont donnés pour les prédicteurs à 1, 2 et 4 pas. Le système simulé est défini à l'aide des paramètres suivants :

$$A(z^{-1}) = 1 - 2.45z^{-1} + 1.99z^{-2} - 0.53z^{-3}$$

$$B(z^{-1}) = 1 - 0.55z^{-1} - 0.63z^{-2} - 0.36z^{-3}$$

$$C(z^{-1}) = 1 + 0.45z^{-1} - 0.475z^{-2}$$

$$d=6, R=0.1 \text{ (Variance du bruit } e(t)).$$

Les simulations ont été effectuées en considérant le système commandé en boucle ouverte, à l'aide de la séquence pseudo-aléatoire représentée sur la Fig.1. La sortie $y(t)$ correspondante est représentée sur la Figure 2.

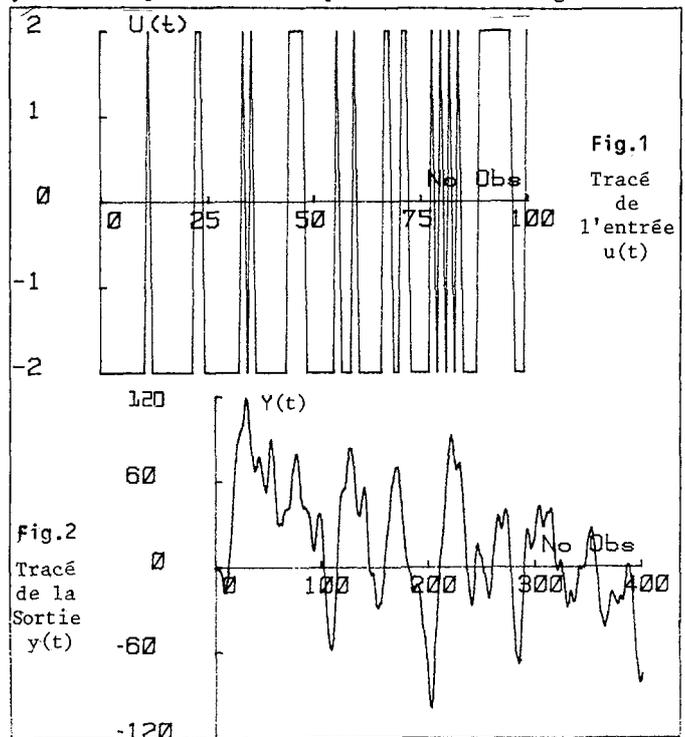


Fig.1 Tracé de l'entrée u(t)

Fig.2 Tracé de la sortie y(t)

ETUDE COMPARATIVE DE PREDICTEURS AUTO-AJUSTABLES

Les résultats numériques sont résumés dans les Tableaux 10, 11 et 12 où nous indiquons :

- l'erreur quadratique moyenne de prédiction, calculée à l'aide de la somme: $\frac{1}{N_2 - N_1 + 1} \sum_{t=N_1}^{N_2} (y(t) - \hat{y}(t/t-k))^2$, avec:
 - Pour le régime transitoire: $N_1=7$ et $N_2 = \begin{cases} 30 & \text{si } k=1 \\ 50 & \text{si } k=4 \end{cases}$
 - Pour le régime permanent: $N_1=400$, $N_2=800$.
- la valeur maximale de l'erreur de prédiction en régime transitoire et en régime permanent,
- le nombre de paramètres estimés.

	EX1	IM1	IM2	IM3
Transitoire				
Er. Quadr.	0.31	0.76	0.79	0.76
Max. Erreur	1.67	2.21	2.23	2.21
Permanent				
Er. Quadr.	0.0122	0.0122	0.0128	0.0122
Max. Erreur	0.34	0.33	0.33	0.33
Nbre Par.Est.	9	9	10	9

Tableau 10 - Résultats relatifs au prédicteur à 1 pas

	EX1	IM1	IM2	IM3
Transitoire				
Er. Quadr.	55	617	2571	1197
Max. Erreur	25.5	89.6	180	115.6
Permanent				
Er. Quadr.	0.646	0.665	0.657	0.624
Max. Erreur	2.23	2.21	2.16	2.09
Nbre Par.Est.	9	12	16	18

Tableau 11 - Résultats relatifs au prédicteur à 4 pas

	k = 2		k = 4	
	PIM 3	IM3	PIM 3	IM3
Transitoire				
Er. Quadr.	35.18	60.46	956.6	1197
Max. Erreur	17.34	23.42	77.3	115.6
Permanent				
Er. Quadr.	0.445	0.103	0.772	0.624
Max. Erreur	1.79	0.85	2.32	2.09

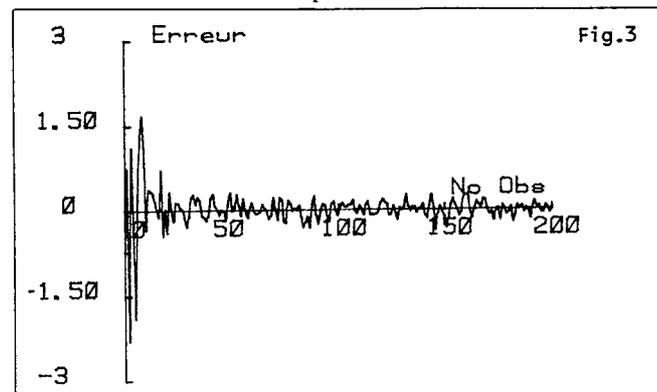
Tableau 12 - Comparaison des algorithmes implicites IM3 et PIM 3 pour k = 2 et k = 4

Ces résultats numériques sont illustrés à l'aide des Fig. 3 et 5-16. Les tracés correspondants représentent l'erreur de prédiction obtenue en appliquant différents algorithmes et pour différentes valeurs de k, comme il est indiqué dans le Tableau 13.

F	3	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
k	1	1	1	1	1	4	4	4	4	2	2	4	4
A	EX1	EX1	IM1	IM2	IM3	EX1	IM1	IM2	IM3	IM3	PIM3	IM3	PIM3

F = figure, A = algorithme

Tableau 13 - Récapitulatif des différents tracés de l'erreur de prédiction



Analyse des résultats de simulation :

Nous devons tout d'abord noter que, pour le prédicteur à un pas, les algorithmes implicites IM1 et IM3 donnent des résultats rigoureusement identiques, comme cela était prévisible à partir des relations (3.32) et (3.34). En effet, pour k=1, les modèles implicites n°1 et 3 sont identiques.

Du point de vue du régime permanent, nous pouvons conclure que les algorithmes EX1, IM1, IM2 et IM3 présentent le même comportement asymptotique (voir Tableaux 10 et 11). Par contre, comme le montre la comparaison des Fig.13 et 14 d'une part (pour k=2) et des Fig.15 et 16 d'autre part (pour k=4), l'erreur permanente de prédiction est plus importante avec l'algorithme PIM 3 qu'avec l'algorithme IM3, voir Tableau 12.

Du point de vue du régime transitoire, l'algorithme EX1 apparaît comme étant le plus performant. D'autre part, comme on pouvait le prévoir, l'utilisation de l'erreur de prédiction a posteriori dans le vecteur d'observation (algorithme PIM 3) permet d'améliorer très sensiblement le comportement transitoire du prédicteur auto-ajustable (algorithme IM3), voir Tableau 12 et Fig.13-16.

Enfin du point de vue temps de calcul le nombre d'opérations élémentaires est fixé principalement par l'étape d'estimation. Pour comparer la complexité numérique des algorithmes EX1, IM1, IM2 et IM3, nous avons tracé sur la Fig.4, pour chacun de ces algorithmes et pour l'exemple considéré, le nombre de paramètres estimés en fonction du pas k de prédiction. Dans le cas de l'algorithme explicite, nous avons considéré que l'équation polynomiale (2.5) était résolue en appliquant la méthode des Moindres Carrés. Le nombre de paramètres estimés pour EX1 est donc égal à $(2n_A + n_B + n_C + k)$, voir le Tableau 2 pour les autres algorithmes.

A partir de la Figure 4 nous pouvons conclure que, pour de faibles valeurs de k, les algorithmes implicites nécessitent moins de calculs que l'algorithme explicite. Par contre, pour des valeurs élevées de k, l'algorithme explicite est moins exigeant en temps de calcul que les algorithmes IM2 et IM3.

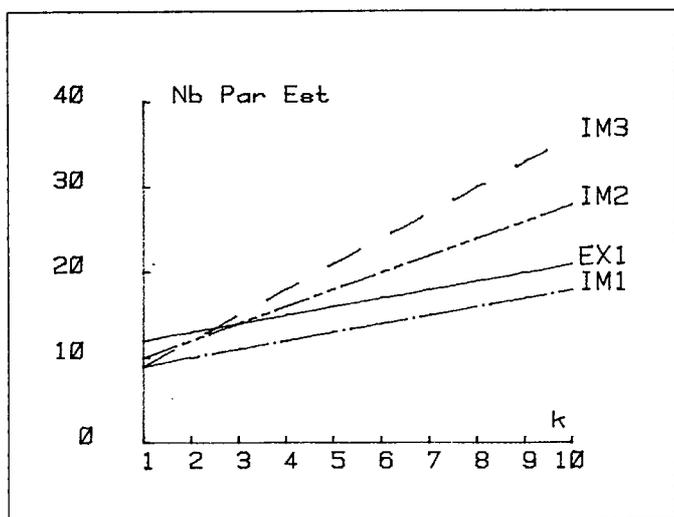
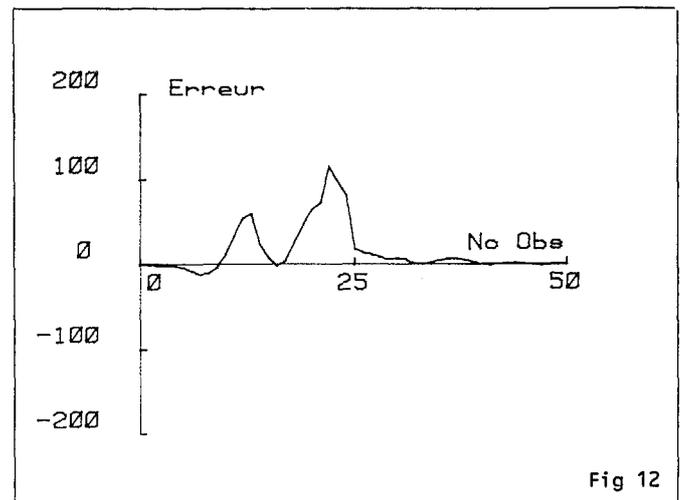
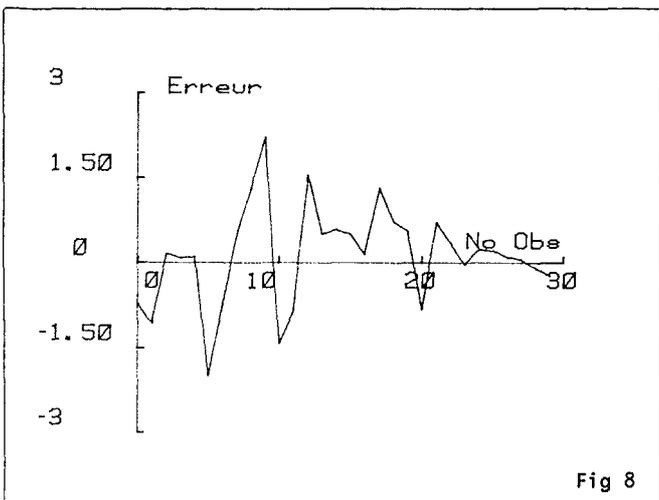
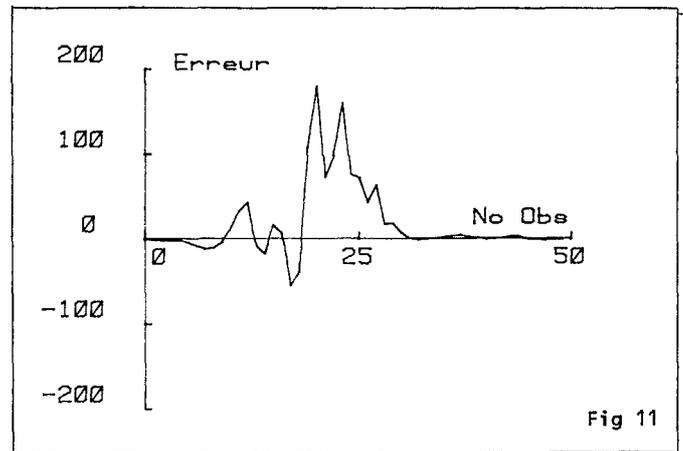
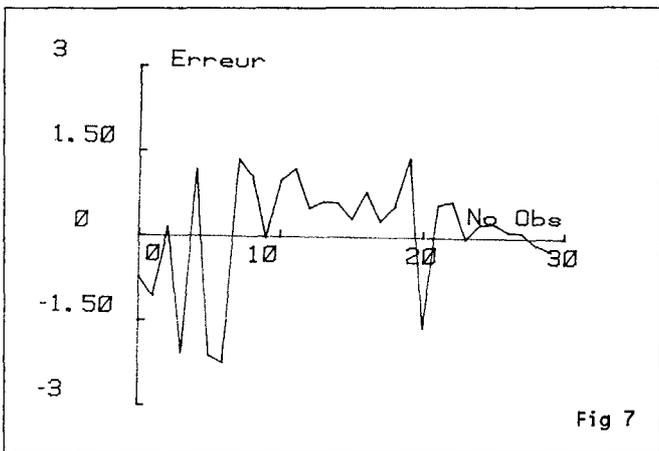
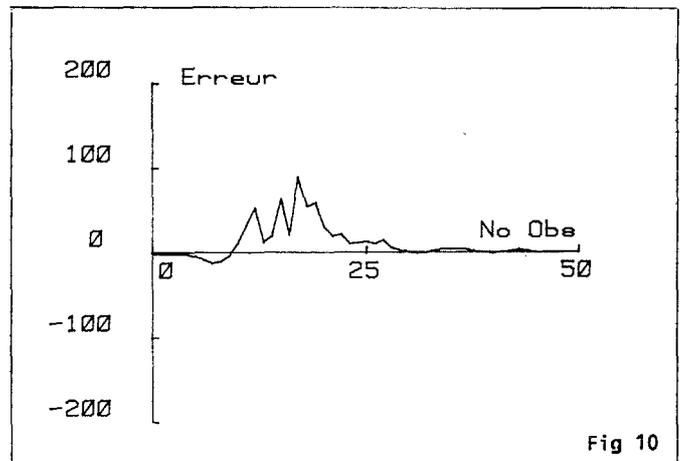
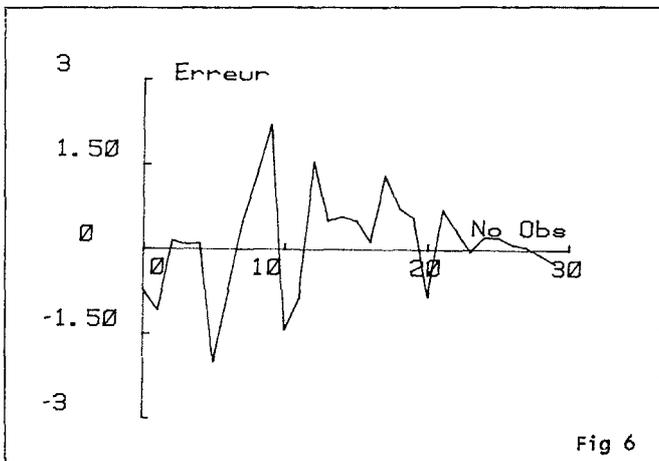
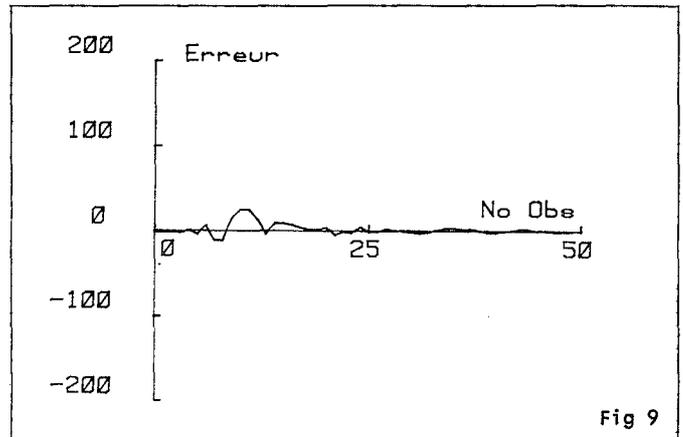
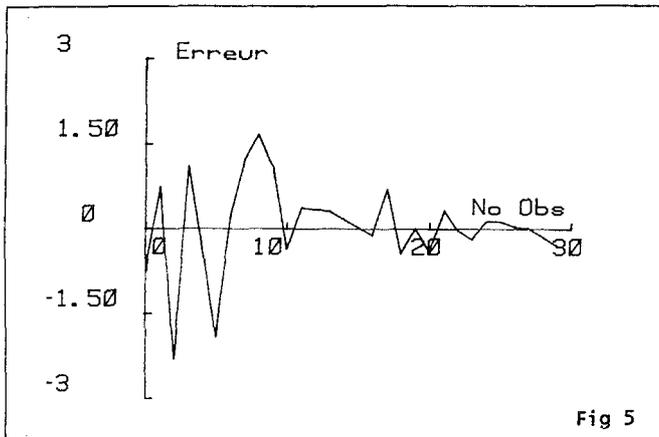


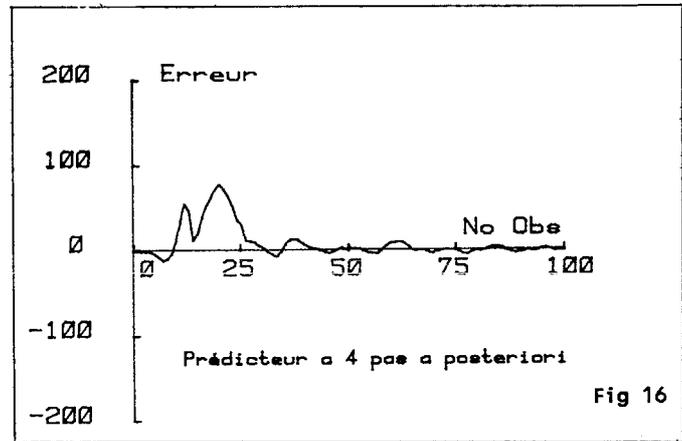
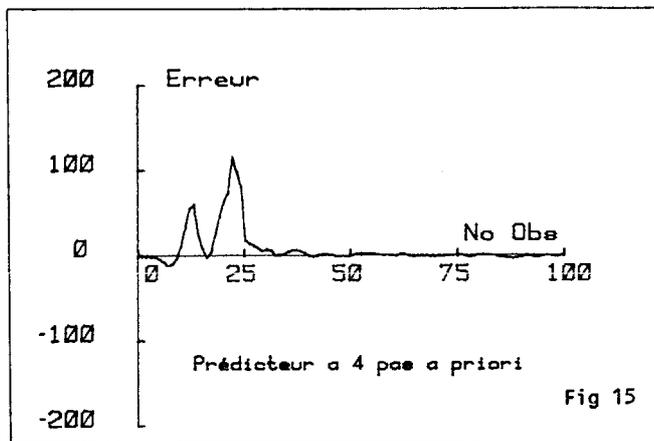
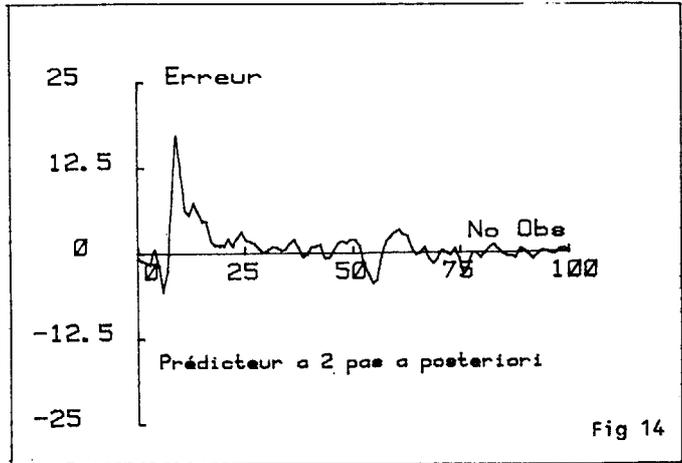
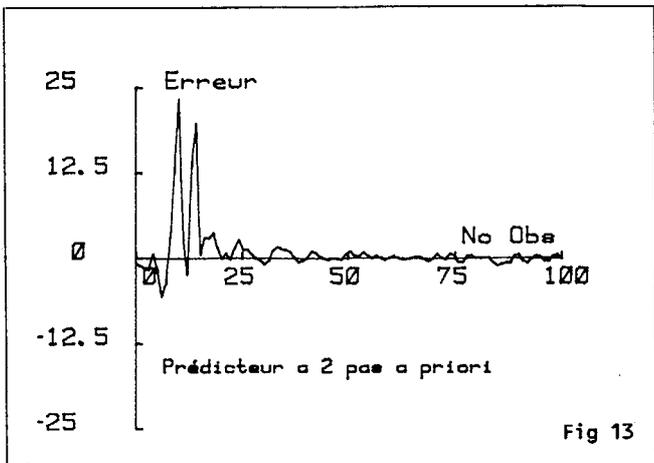
Figure 4



ETUDE COMPARATIVE DE PREDICTEURS AUTO-AJUSTABLES



ETUDE COMPARATIVE DE PREDICTEURS AUTO-AJUSTABLES



V. CONCLUSION

Cet article qui reprend une grande partie des résultats contenus dans [FAVIER, ANGELI-1983], nous a permis de présenter de manière unifiée plusieurs prédicteurs auto-ajustables dont certains semblent nouveaux. Ces prédicteurs utilisent soit une récursivité simple, soit une récursivité multiple. Les performances numériques de cinq d'entre eux ont été comparées à partir d'exemples simulés. Des résultats plus détaillés de cette étude feront prochainement l'objet du rapport de DEA de [SMOLDERS-1983]. Dans ce travail, l'étude comparative est étendue :

- aux autres prédicteurs présentés dans le Tableau 7,
- à un prédicteur utilisant un algorithme d'estimation du type approximation stochastique ([GOODWIN, RAMADGE, CAINES-1981]).

D'autre part le cas d'un système commandé en boucle fermée est envisagé.

Références :

[H. AKAIKE-1975] *Markovian representation of stochastic processes and its application to the analysis of autoregressive moving average processes*, Ann.Inst.Stat. Math., vol 26, pp 363-387
 [K.J. ÅSTRÖM-1970] *Introduction to stochastic control theory*, Academic Press, vol 70, New York

[G. FAVIER, D. ANGELI-1983] *Algorithmes de prédiction et de commande adaptative. Présentation de prédicteurs, de correcteurs et de régulateurs auto-ajustables. Cas de systèmes linéaires mono entrée-mono sortie*, 1er Rapport Intermédiaire, Contrat DRET n°81/548, janvier
 [G.C. GOODWIN, P.J. RAMADGE, P.E. CAINES-1981] *A globally convergent adaptive predictor*, Automatica, vol 17, n°1, pp 135-140
 [R.M.C. de KEYSER, A.R. van CAUWENBERGHE-1982] *A self-tuning multistep predictor application*, Automatica, n°1, pp 167-174
 [I.D. LANDAU, R.L. LOZANO-1981] *Unification and evaluation of discrete time explicit model adaptive control designs*, Automatica, vol 17, n°4, pp 595-611
 [J.B. MOORE, R. KUMAR-1980] *Convergence of weighted minimum variance N-step ahead prediction/control schemes*, Proc. of the 19th IEEE conf. on Dec. & Control, Albuquerque, New Mexico, pp 968-973, December
 [K.S. SIN, G.C. GOODWIN, R.R. BITMEAD-1980] *An adaptive d-step ahead predictor based on least squares*, IEEE Tr., vol AC-25, n°6, pp 1162-1165, December
 [A. SMOLDERS-1983] *Rapport de DEA*, LASSY, Univ. de Nice, juin
 [B. WITTENMARK-1974] *A self-tuning predictor*, IEEE Tr., vol. AC-19, N°6, pp 848-851, December.

