

# NEUVIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS



NICE du 16 au 20 MAI 1983

PRECISION DE MESURE DE GISEMENT EN FREQUENCE PURE \*

E. STEFFEN - G. RICCARDI

SINTRA/ALCATEL, 1 avenue A. Briand, 94117 ARCUEIL CEDEX

## RESUME

La détermination du gisement d'un bruiteur peut être effectuée selon plusieurs types de méthodes. Classiquement, on peut soit mesurer le déphasage entre les signaux reçus par deux demi-antennes, soit rechercher la position d'un maximum à partir de valeurs obtenues après formation de voies. Le second principe peut lui-même être appréhendé de plusieurs façons :

- de façon analytique où la fonction de directivité est modélisée par une fonction mathématique,
- de façon non analytique, où la recherche d'un maximum ou d'un minimum permet de déduire la valeur du gisement.

A chacune de ces méthodes correspond un biais éventuel de mesure et un écart-type dû à la présence de bruit superposé au signal utile.

Une étude théorique cherchant à établir l'expression de ces deux quantités (biais et écart-type) a été complétée par une étude expérimentale effectuée par simulation, sur ordinateur. L'exemple d'application est pris avec une antenne linéaire et une fréquence pure.

## SUMMARY

Many types of methods allow bearing estimation, classically, either the phase difference between two half arrays is measured, or a maximum is searched from amplitude values obtained after beamforming. The second principle can itself be considered from different point of views :

- analytically, thus the directivity function is modeled by a mathematical function
- unanalytically, thus the search for the maximum or minimum allows to obtain the bearing value.

An eventual bias and standard-deviation due to noise superposed to signal correspond to each method.

A theoretical study trying to establish the expression of these two quantities (bias and standard-deviation) was completed by a simulation study, with synthetic signals and noises.

The application case is a linear array in pure frequency.

\* Etude financée par la DRET (Paris-France)



## 1. INTRODUCTION

Les méthodes de détermination du gisement d'un bruit à partir de mesures effectuées sur une antenne acoustique, peuvent être classées principalement en deux catégories :

- la mesure de déphasage entre demi-antennes
- l'interpolation entre voies préformées.

Outre la première méthode, les algorithmes suivants, qui se rattachent au second principe, ont été étudiés :

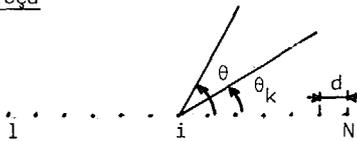
- l'interpolation parabolique sur 3 points
- l'interpolation sur 4 points
- l'interpolation au sens des moindres carrés
- l'interpolation de type filtrage adapté
- l'interpolation par fonction spline d'ordre 3.

Nous avons évalué la précision (biais et variance de l'erreur) et comparé les performances de chacune de ces méthodes. Une étude expérimentale effectuée par simulation valide et complète les résultats théoriques obtenus.

## 2. DONNEES DU PROBLEME

L'étude a été menée avec une antenne linéaire à N capteurs équidistants. Les signaux utilisés sont des fréquences pures (raies uniques). Les bruits sur chacun des capteurs sont indépendants et de puissance égale.

### 2.1 - Signal reçu



Le signal issu de la formation d'une voie dirigée selon  $\theta_k$ , pour une onde monochromatique d'incidence  $\theta$  arrivant sur l'hydrophone  $i$  (la référence de phase étant l'hydrophone 1) s'écrit :

$$S(\theta, \theta_k) = \sum_{i=1}^N e^{j2\pi f \frac{d}{c} (i-1)(\cos\theta - \cos\theta_k)} \quad (1)$$

$c$  : célérité du son       $f$  : fréquence

La fonction de directivité de l'antenne pour de petits dépointages entre les directions de la voie formée et de l'onde acoustique incidente est :

$$F(\cos\theta, \cos\theta_k) \approx \left| \frac{\sin \pi f \frac{Nd}{c} (\cos\theta - \cos\theta_k)}{\pi f \frac{d}{c} (\cos\theta - \cos\theta_k)} \right| \quad (2)$$

Le signal reçu est donc une fonction non linéaire du gisement.

### 2.2 - Couverture de l'horizon

Les voies formées étant de révolution autour de l'antenne, la couverture de l'espace avec recouvrement des voies à -3 dB demande de former au minimum  $V_m$  voies :

$$2\Delta\cos\theta_{-3 \text{ dB}} = \frac{2f_{\max}}{Nf} = \frac{2}{V_m - 1} \quad (3)$$

( $\Delta\cos\theta_{-3 \text{ dB}}$  = écart en  $\cos\theta$  pour lequel on obtient une amplitude de -3 dB par rapport au maximum)

$f_{\max}$  : fréquence maximale détectable.

### 2.3 - Limite de Cramer-Rao

La borne inférieure de la variance de l'erreur d'estimation du gisement est donnée par la limite de Cramer-Rao qui vaut pour une antenne linéaire [1] :

$$\sigma^2(\Delta\theta) = \frac{\gamma}{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 E \sin^2\theta_k \sum_i d_i^2}$$

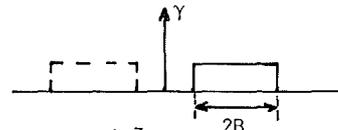
$E$  : énergie du signal sur un capteur pendant l'intervalle d'observation

$\gamma$  : demi-puissance du bruit dans une bande de 1 Hz

$d_i$  : distance de l'hydrophone  $i$  au centre de cohérence

$\theta_k$  : axe de la voie.

Dans le cadre de l'application choisie pour un bruit blanc bilatère de variance  $\sigma_B$ , on a :



$$\sigma(\Delta\cos\theta) = 0,56 \sigma_B \frac{\Delta_{-3}}{\sqrt{Na^2BT}} \quad (4)$$

$a, T$  : amplitude et période du signal.

$$\Delta_{-3} = \frac{f_{\max}}{fN} = \Delta\cos\theta_{-3 \text{ dB}}$$

La limite de Cramer-Rao sert de référence à la comparaison des différentes méthodes.

L'étude de la précision se fera par la mesure de l'écart  $\Delta\cos\theta = \cos\theta - \cos\theta_k = X$ . Ce paramètre permet de s'affranchir de la direction de la voie formée.

## 3. MESURE DE GISEMENT FIN PAR DEPHASAGE ENTRE DEMI-ANTENNES

Le principe de la méthode consiste à subdiviser l'antenne en deux demi-antennes de même longueur. Le gisement de l'onde incidente peut être obtenu par la mesure du déphasage entre les voies correspondant à chacune des demi-antennes.

La voie  $V_1$  étant formée à partir des signaux issus des hydrophones 1 à  $N-n_0$  et la voie  $V_2$  à partir des signaux issus des hydrophones  $n_0 + 1$  à  $N$ , il vient :

$$S_1 = \sum_{i=1}^{N-n_0} e^{j2\pi f \frac{d}{c} (i-1)(\cos\theta - \cos\theta_k)} \quad \text{signal de voie } V_1$$

$$S_2 = \sum_{i=n_0+1}^N e^{j2\pi f \frac{d}{c} (i-1)(\cos\theta - \cos\theta_k)} \quad \text{signal de voie } V_2$$

Le calcul de  $\text{Arg}(S_1 S_2^*)$  fournit une estimation de  $\cos\theta - \cos\theta_k$  :

$$\cos\theta - \cos\theta_k = \frac{c}{2\pi f n_0 d} \text{Arg}(S_1 S_2^*) \quad (5)$$

La détermination non ambiguë de  $\text{Arg}(S_1 S_2^*)$  sur l'intervalle  $[-\pi, \pi]$  nécessite la condition

$$|\Delta\cos\theta| < \frac{\lambda}{2L} \quad L = n_0 d$$

Si on veut explorer des angles dans la plage  $\theta_k \pm 2\Delta_{-3}$  de l'antenne totale, il faut que la condition suivante soit réalisée :

$$L \leq \frac{D}{2} \quad D = Nd$$

Les demi-antennes doivent être enchevêtrées ou au maximum jointives.

Un moyen de vérifier l'influence de l'imbrication des sous-antennes est de calculer le biais et la variance des erreurs de mesure d'angle :

$$* |\theta - \theta_k|^2 = \text{Arctg} \left\{ \frac{y^2 \beta \sin \theta_k}{y^2 \beta \cos \theta_k + \frac{2}{N}(y-1)} - \theta_k \right\} \quad (6)$$

$$* \sigma^2(\cos \theta) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{\lambda^2}{D^2} \frac{1 + \beta y N + (2 - \frac{1}{y})^2}{(1-y)^2 [(\beta y N)^2 + 4(2 - \frac{1}{y})^2 + 4(2 - \frac{1}{y}) \beta y N \cos \phi]} \quad (7)$$

$y = \frac{M}{N} = \frac{\text{nombre de capteurs d'une demi-antenne}}{\text{nombre total de capteurs}}$   
(rapport d'imbrication)

$\beta$  : rapport signal sur bruit en entrée  
 $\cos \phi$  : paramètre variant dans l'intervalle  $[-1, 1]$  lorsque le dépointage traverse l'intervalle d'ambiguïté

$$\phi = \frac{2\pi L}{\lambda} \Delta \theta \sin \theta_k \quad - \frac{\lambda}{2L \sin \theta_k} < \Delta \theta < \frac{\lambda}{2L \sin \theta_k}$$

Les conditions de validité de la formule (7) sont :  
- un rapport S/B élevé ( $N\beta \geq 3$ )  
- des demi-antennes enchevêtrées ( $y = 1$ ) ou au moins jointives ( $y = \frac{1}{2}$ ) :  $\frac{1}{2} \leq y \leq 1$

L'étude de la relation (7) montre que pour un faible S/B ( $N\beta \approx 3$ ) et pour un bruiteur situé proche de l'axe de la voie ( $\phi = 0$ ) on a intérêt à imbriquer légèrement les sous-antennes ( $y = 0,6$ ).

Pour un rapport S/B élevé ( $N\beta = 10$ ) il vaut mieux travailler avec  $y = \frac{1}{2}$  (antennes jointives). Ces conditions correspondent aux valeurs de biais minimales (hormis le cas  $\phi = 0$  pour lequel il est nul). Dans le cas de demi-antennes séparées, l'écart-type de l'erreur s'écrit :

$$\sigma(\cos \theta) = \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \frac{\lambda}{L} \frac{\sqrt{1 + yN\beta}}{yN\beta} \quad (8)$$

L'étude de cette relation en fonction de  $y$  incite à travailler à S/B le plus élevé possible et avec  $y = \frac{1}{2}$  (sous-antennes jointives).

#### 4. MESURE DE GISEMENT PAR INTERPOLATION ENTRE VOIES PREFORMEES

La détermination d'un gisement à partir de valeurs obtenues sur des voies préformées consiste à rechercher la position du maximum de la fonction de directivité.

##### 4.1 - Interpolation sur 3 points

Les amplitudes de trois voies adjacentes sont utilisées. On dispose alors de trois valeurs  $y_i$  en trois points particuliers  $\cos \theta_i$ . Etant donné le développement de la fonction  $\frac{\sin AX}{AX}$  les diagrammes de directivité peuvent être assimilés à des arcs de parabole (l'approximation parabolique reste valable au voisinage du maximum).

On en déduit alors l'expression de la position du maximum (bruiteur) par :

$$\cos \theta - \cos \theta_k = X = \frac{\Delta}{2} \frac{Y_{k+1} - Y_{k-1}}{Y_k - \frac{Y_{k-1} + Y_{k+1}}{2}} \quad (9)$$

$Y_k$  : voie contenant le signal et ayant l'amplitude maximale

$Y_{k-1}, Y_{k+1}$  : voies adjacentes

$\Delta$  : demi-intervalle en  $\cos \theta$

Pour pouvoir approximer la fonction de directivité de l'antenne par une parabole sans trop d'erreur, il faut se situer sur le lobe principal. Ceci entraîne des contraintes sur le nombre de voies à former. Par exemple, pour un bruiteur dépointé de  $\Delta$  par rapport à l'axe de la voie la condition suivante devra être réalisée :

$$\sin A 3\Delta = 0 \text{ avec } A = \pi f N \frac{d}{c} \quad \Delta = \frac{1}{V-1}$$

Le nombre minimal de voies nécessaire sera :

$$V_{\min} = 1 + 3fN \frac{d}{c} \quad (10)$$

On démontre que l'erreur de mesure s'exprime par :

$$dX = \frac{X}{5} |\Delta^2 - X^2| A^2 \quad (11)$$

Cette erreur est nulle pour  $X = 0$  et  $X = \Delta$ . Elle est maximale pour  $X = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$

L'écart-type de l'erreur due au bruit dépend :

- \* de la puissance  $\sigma_B^2$  du bruit sur un hydrophone
- \* des coefficients d'intercorrélation  $\rho$  entre deux voies en bruit seul

$$\sigma_x = \frac{\sigma_B}{2\sqrt{2}\Delta} \frac{\sqrt{1 - \rho(4\Delta) + \frac{X^2}{\Delta^2} (3 + \rho(4\Delta) - 4\rho(2\Delta))}}{\sqrt{N} \left| \frac{3X^2 + 2\Delta^2}{6} \frac{A^4}{5} - \frac{A^2}{3} \right|} \quad (12)$$

$$\text{ou } \rho(2p\Delta) = \frac{1}{N} \left| \frac{\sin A(2p\Delta)}{\sin \frac{A}{N}(2p\Delta)} \right|$$

Remarquons que le dénominateur peut s'annuler donnant alors une erreur infinie. Les valeurs de  $X$  correspondantes seront :

$$X = \sqrt{\frac{10}{3A^2} - \frac{2\Delta^2}{3}} \approx \sqrt{\frac{C^2}{3f^2 N^2 d^2} - \frac{2\Delta^2}{3}}$$

Il n'y aura cependant annulation que si

$$V > 1 + \sqrt{2} \frac{fNd}{c} \quad (V > 1 + 1,41 \frac{fNd}{c}) \quad (13)$$

Ces résultats n'ont pour but que de montrer l'importance du choix de  $V$  à  $N$  et  $d$  fixés.

##### 4.2 - Interpolation sur 4 points

La méthode est semblable à la précédente, cependant le gisement est évalué en utilisant quatre amplitudes de voies dans les directions :

$$-X_1 - \Delta, -X_1 + \Delta, X_1 - \Delta, X_1 + \Delta$$

avec  $X_1 = 3\Delta$  ou  $X_1 = 2\Delta$



La formule permettant de calculer le gisement est la suivante :

$$X = \Delta \frac{F(-X_1+X-\Delta)-F(X_1+X+\Delta)-F(X_1+X-\Delta)+F(-X_1+X+\Delta)}{F(-X_1+X-\Delta)+F(X_1+X+\Delta)-F(X_1+X-\Delta)-F(-X_1+X+\Delta)}$$

L'erreur systématique due à la méthode est analogue à celle obtenue pour l'interpolation parabolique :

$$dX = X \frac{(\Delta^2 - X^2)}{3} \frac{F^{(3)}(X_1)}{F^{(1)}(X_1)} \quad (14)$$

$F^{(1)}(X)$ ,  $F^{(3)}(X)$  dérivées première et troisième de la fonction de directivité.

L'erreur s'annule pour  $X = 0$  ou  $\Delta$  et est maximale en  $\frac{\Delta}{\sqrt{3}}$ .

L'expression de l'écart-type de l'erreur due au bruit est plus complexe et vaut :

$$\sigma_x = \frac{\sigma_B \sqrt{N}}{2\Delta} \frac{[1-\rho(2X_1)](X^2+\Delta^2) + [\rho(2\Delta) - \frac{\rho(2X_1+2\Delta) + \rho(2X_1-2\Delta)}{2}](\Delta^2 - X^2)}{|F^{(1)}(X_1) + (3X^2 + \Delta^2) \frac{F^{(3)}(X_1)}{3!}|}$$

En toute généralité le dénominateur ne s'annule que si  $F^{(1)}(X_1)$  et  $F^{(3)}(X_1)$  sont de signes contraires, c'est-à-dire :

$$\Delta^2 + 6 \frac{F^{(1)}(X_1)}{F^{(3)}(X_1)} < 0 \quad (15)$$

L'on ne peut obtenir une condition générale analogue au cas précédent (interpolation 3 points) car le calcul des dérivées  $F^{(1)}$  et  $F^{(3)}$  nécessite des hypothèses sur  $\Delta$  qui nuisent alors à la généralité de la condition.

#### 4.3 - Maximum de vraisemblance et filtrage adapté

La méthode utilise comme référence, la fonction de directivité échantillonnée en  $X = (\cos\theta - \cos\theta_k)$  avec un pas  $X_e$  sur une étendue angulaire plus ou moins grande.

Le problème posé, à savoir la détermination du gisement à partir de points de mesure obtenus sur  $N$  voies en présence de bruit gaussien, centré, additif, blanc sur une bande de fréquence suffisamment large, et à composantes indépendantes, peut être modélisé de la manière suivante :

$$y_i = kr_i(x) + b_i \quad i = 1, \dots, N$$

qui se traduit vectoriellement par :

$$\vec{Y} = k \vec{R}(x) + \vec{B}$$

$y_i$  et  $b_i$  représente un point de mesure et le bruit sur chaque hydrophone.

$r_i(x)$  constitue une valeur échantillonnée de la fonction de directivité  $F$ .

Il s'agit d'un problème de détection pour lequel on formule les hypothèses :

$H_0$  : absence de signal

$H_1$  : présence de signal

L'application du critère de NEYMAN-PEARSON conduit alors à étudier le rapport de vraisemblance  $\Lambda(k, x)$

$$\Lambda(k, x) = \frac{P(\vec{Y}/H_0)}{P(\vec{Y}/H_1)}$$

Dans l'hypothèse gaussienne

$$\Lambda(k, x) = e^{-\frac{k^* kR(x)R(x) + kY^* R(x) + k^* R^*(x)Y}{\sigma_B^2}} \quad (16)$$

L'estimation de  $x$  consiste à maximiser  $\Lambda$  en terme de  $k$  et de  $x$  c'est-à-dire à maximiser

$$\phi(k, x) = -k^* kR^*(x)R(x) + kY^* R(x) + k^* R^*(x)Y$$

$k$  étant supposé complexe ( $k = \alpha + i\beta$ ) la condition d'extremum  $\frac{\partial \phi}{\partial k} = 0$  permet de relier  $k$  et  $x$  :

$$k(x) = \frac{R^*(x)Y}{R^*(x)R(x)} \quad (17)$$

Maximiser  $\Lambda(k(x), x)$  revient donc à maximiser le terme

$$\eta(x) = \frac{|R^*(x)Y|}{\sqrt{R^*(x)R(x)}} \quad (18)$$

La méthode probabiliste du maximum de vraisemblance s'interprète donc en terme de filtrage adapté.

Notons d'autre part que la mesure  $\vec{Y}$  étant figée, maximiser  $\Lambda(k(x), x)$  revient à minimiser

$$\varepsilon(k(x), x) = (Y - kR(x))^*(Y - kR(x)) \quad (19)$$

Cette expression revient à la résolution de l'équation matricielle  $\vec{Y} = k\vec{R}(x)$  au sens d'un critère quadratique (moindres carrés) dans un contexte déterministe.

Compte tenu des hypothèses, la méthode du rapport de vraisemblance et la méthode de moindres carrés fournissent un même estimateur de  $x$ , non biaisé et de variance tendant vers zéro [3].

Dans ce genre de méthode l'erreur systématique est essentiellement due au pas d'échantillonnage de la fonction de directivité. D'autre part la variance due au bruit ne peut être mesurée que par simulation.

#### 4.4 - Méthode d'interpolation par "Spline" naturelle d'ordre 3

L'on dispose de  $n$  points  $(x_i, y_i)$  que l'on désire interpoler par une fonction  $g(x)$  dont les dérivées d'ordre 1 et 2 sont continues et dont la forme est la plus lisse possible, c'est-à-dire telle que :

$$\int_a^b [g''(x)]^2 dx$$

soit minimale (avec  $a < x_1 < x_2 < \dots < x_n \leq b$ ).

Il existe une solution unique à ce problème : la fonction spline naturelle d'ordre 3,  $s(x)$ , vérifiant les propriétés suivantes [4] :

1. dans chaque intervalle  $[x_i, x_{i+1}]$ ,  $s(x)$  est donnée par un polynôme de degré au plus égal à 3.

2.  $s(x)$  et ses dérivées d'ordre 1 et 2 sont continues sur  $]-\infty, +\infty[$ . La dérivée d'ordre 3 est la fonction-escalier.

3. parmi toutes les fonctions  $g(x)$  de classe  $C^2_{[a,b]}$

l'on a :

$$\int_a^b [s''(x)]^2 dx \leq \int_a^b [g''(x)]^2 dx.$$

On peut alors montrer que  $s(x)$  a une représentation unique de la forme :

$$s(x) = y_1 + (x - x_1)d + \sum_{j=1}^n C_j (x - x_j)_+^3$$

$$\text{où } (x - x_j)_+ = \begin{cases} 0, & x - x_j \leq 0 \\ x - x_j, & x - x_j > 0 \end{cases}$$

Les coefficients de l'équation sont donnés par :

$$\text{-a) } d = \frac{1}{\beta_n} \{ \alpha_2 (y_n - y_1) + \alpha_3 (y_{n-1} - y_1) + \dots + \alpha_n (y_2 - y_1) \}$$

$$\text{avec : } \alpha_2 = 1 \quad \beta_2 = 1$$

$$\alpha_3 = -6 \quad \beta_3 = -4$$

$$\text{et } \begin{cases} \beta_j = -4\beta_{j-1} - \beta_{j-2} \\ \alpha_j = \beta_j - 2\beta_{j-1} + \beta_{j-2} \end{cases} \quad j > 3$$

$$\text{-b) } \begin{cases} C_1 = y_2 - y_1 - d \\ C_j = y_{j+1} - y_1 - jd - 2^3 C_{j-1} \dots - j^3 C_1 \quad j=2,3,\dots,n-1 \\ C_n = -C_1 - C_2 - \dots - C_{n-1} \end{cases}$$

En pratique, l'interpolation est effectuée entre les voies  $i$  et  $i+1$  de niveaux les plus élevés.

$$y = y_1 + (x - x_1)d + \sum_{j=1}^8 C_j (x - x_j)_+^3 \quad (20)$$

où  $y_i$  est le niveau de la voie  $i$

$x_j$  l'orientation en cosinus de la voie  $j$ .

L'interpolation est réalisée sur 8 voies.

La courbe obtenue présente un maximum dans l'axe du bien pointé.

La recherche de ce maximum constitue donc une détermination du bien pointé.

L'erreur systématique dépend essentiellement du pas d'échantillonnage. Quant à la variance de l'erreur due au bruit, elle ne peut être approchée que par simulation.

## 5. RESULTATS DE SIMULATION

### 5.1 - Mesure de gisement par déphasage entre demi-antennes

L'étude systématique des performances obtenues met en évidence une structure de demi-antenne correspondant à des valeurs minimales de la variance et du biais pour un rapport d'imbrication de 0,66. Celui-ci est légèrement supérieur à celui prévu par la théorie mais il prend en compte des rapports S/B très faibles et va dans le sens d'une évaluation non ambiguë du gisement. Les résultats de l'écart-type sont non seulement bons (inférieurs à  $3 \sigma_{CR}$ ) mais aussi assez peu sensibles au niveau de bruit.

### 5.2 - Mesure de gisement par interpolation entre voies préformées

Les méthodes d'interpolation peuvent se classer selon deux principes différents : les méthodes analytiques (parabolique, quatre points) et non analytiques ou par recherche d'extremum (filtrage adapté, moindres carrés, spline). Les premières ont l'avantage d'être peu

coûteuses en temps de calcul mais sont assez sensibles au bruit puisqu'en général la mesure de gisement n'est assez précise que pour des niveaux suffisants de signal (S/B = 5, 10 dB). La lenteur des méthodes non analytiques provient du fait que la recherche d'extremum est précédée de la construction d'une fonction d'interpolation pouvant être assez coûteuse (cas de spline par exemple). La programmation dans le domaine des complexes des méthodes filtrage adapté et moindres carrés occasionne une surcharge des calculs et ne permet d'obtenir qu'une légère amélioration des résultats. Elle ne semble donc présenter qu'un intérêt limité.

L'augmentation du nombre d'hydrophones de l'antenne va dans le sens d'une amélioration de l'écart-type à condition que l'espace soit correctement couvert (nombre de voies formées suffisant).

### 5.3 - Déformation de l'antenne

L'intérêt de cette étude permet de confronter les algorithmes à des conditions qui ne sont plus idéales.

Deux cas simples de déformations sinusoïdales ont été envisagés : l'antenne forme une sinusoïde ou une arche de sinusoïde.

L'influence sur les méthodes de mesure se traduit par une modification des valeurs de biais pour la mesure par déphasage entre demi-antenne la variance n'étant pas altérée. Le choix de la déformation modifie également beaucoup la structure optimale de demi-antenne.

Les méthodes d'interpolation analytiques ne sont plus tellement performantes, le biais et la variance étant sensiblement augmentés. Les méthodes non analytiques semblent s'affranchir de la fonction de directivité de l'antenne (donc de sa forme) et ne subir que de faibles altérations.

## 6. CONCLUSION

De manière générale, il apparaît que suivant les critères statistiques de moyenne et d'écart-type de l'erreur, les méthodes les plus coûteuses en taille mémoire et temps d'exécution sont les meilleures. De plus, elles montrent une certaine robustesse face à une situation qui n'est plus idéale (ex. : interpolations de type non analytique).

### BIBLIOGRAPHIE

- [1] Bearing Estimation Error with a linear Array  
L.P. Seidman (IEEE June 1971)
- [2] Précision d'une mesure angulaire  
EG 75030 (Rapport Alcatel)
- [3] Théories et méthodes de la statistique  
G. Saporta
- [4] Interpolation par fonctions splines naturelles d'ordre 3  
EG 74119 (Rapport Alcatel).



## PRECISION DE MESURE DE GISEMENT EN FREQUENCE PURE

Méthode	V ↗	F ↗	X ↗	S/B ↗	Concordance Théorie simul.	Précision par rapport à $3\sigma_{CR}$	Observations
Déphasage :	m ↘ σ ↘	m ind σ ↘	m ↗ S/B < 0 σ ↗ (faible)	m + 0 σ ↘	bonne à S/B > 0	assez bien sauf S/B < 0 X = Δ	compromis
Interpolation trois points	S/B > 0 m ↘ σ ind S/B ≤ 0 m ↗ σ ↘	S/B > 0 m ↘ σ ↘ S/B < 0 m ↗ σ ↘	S/B > 0 m ind σ ↗ X = Δ mau- vais	m + 0 σ ↘	très bonne à S/B > 0	peu respectées si X=Δ ou S/B<0	Nombreux cas à exclure
Interpolation quatre points	m ↘ σ ↘	pas de géné- ralité influence assez forte	anomalies pour X=0, Δ/2	m + 0 σ ↘	pas très bonne en général	peu respectées surtout à S/B < 0	Cas à exclu- re anomalies
Moindres carrés	m ↘ σ ↘	m ↘ σ ↘	m > 0, =0, <0 σ ↗ (faible)	m + 0 σ ↘		bien respec- tées	Complexes : m ↘ σ ↘
Spline	m ↘ σ ↘	pas de géné- ralité influence faible	m ↘ σ ↗	m + 0 σ ↘		bien res- pectées	Cas à exclure

Comparaison des différentes méthodes