

NEUVIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS



NICE du 16 au 20 MAI 1983

FILTRAGE D'ANTENNE ET IMAGERIE PAR MODELISATION ARMA MULTIDIMENSIONNELLE
COMPARAISON AVEC LES TECHNIQUES CLASSIQUES

Ménad SIDAHMED

commins-bbm, 33 rue des Petits Ruisseaux, 91370 VERRIERES LE BUISSON

RESUME

Les techniques d'imagerie d'un champ de sources à l'aide d'un réseau de capteurs sont basées sur l'analyse de la matrice interspectrale des signaux arrivant sur l'antenne.

Récemment, des méthodes de modélisation ARMA multidimensionnelles ont été proposées pour résoudre ce problème. Elles consistent à modéliser séparément les sources et le milieu.

L'objet de cet article est de faire une étude comparative des deux méthodes.

SUMMARY

Imaging techniques for set of sources using an antenna-array are based on the analysis of the cross-spectral matrix relative to the signals reaching the antenna.

Recently, ARMA multidimensional modeling-techniques have been proposed for solving that type of problem. They used separate modeling for sources and for surrounding medium.

The purpose of this paper is to present a comparative study of both methods.



1 - INTRODUCTION

L'imagerie d'un champ de sources est un sujet important dans plusieurs domaines ; en acoustique sous-marine pour la détection et la reconnaissance de navires, sous-marins, etc. ; en acoustique aérienne pour l'étude de nuisances de sites industriels ; en sismique pour la localisation des épicentres de séismes par exemple.

Dans tous les cas, il s'agit de "retrouver" (localisation spatiale, spectre) les sources émettrices.

On peut distinguer deux approches à ce problème qui est, par nature, multidimensionnel (plusieurs entrées: les sources, plusieurs sorties : les capteurs de l'antenne) :

- la première consiste à "orienter" l'antenne vers une source particulière en considérant les autres comme des "brouilleurs" ; ce sont les techniques de "formation de voies" (ou "beamforming") /1/. Ces méthodes nécessitent néanmoins certaines connaissances a priori sur les sources ; de plus, elles ne sont pas adaptées aux signaux à large bande.
- la seconde traite le problème dans toute sa généralité et suppose les sources inconnues ; le nombre de sources ainsi que leurs caractéristiques (spatiales ou spectrales) sont à déterminer.

La méthode la plus répandue est basée sur la décomposition en éléments propres de la matrice interspectrale des signaux issus des capteurs /2/, /3/, /4/. Le traitement (localisation et recherche des densités spectrales) est fait fréquence par fréquence, ce qui en fait une méthode mal adaptée aux signaux à large bande. Récemment /5/, /6/, /7/, des méthodes "temporelles", basées sur la modélisation ARMA des sources et du milieu, sont apparues et semblent plus adaptées à ce type de traitement.

Le but de cette communication est de comparer les deux méthodes. Elle se décompose de la façon suivante : après une formulation du problème dans le paragraphe 2, le 3 est consacré à la méthode de la matrice interspectrale et le paragraphe 4 traite des méthodes basées sur la modélisation ARMA. Quelques résultats de simulation sont donnés dans le dernier paragraphe.

2 - HYPOTHESES COMMUNES AUX METHODES - NOTATIONS

On considère une antenne-réseau à N éléments séparément accessibles. L'antenne reçoit des signaux, supposés aléatoires et non corrélés, émis par M sources (M < N). Le milieu de propagation est supposé linéaire et stationnaire. Les capteurs de l'antenne sont entachés d'un bruit blanc (spatialement et temporellement) en sortie. Le but de toute méthode d'imagerie est de reconstituer une image du milieu en déterminant le nombre de sources ainsi que leurs caractéristiques (position géométrique et spectre de la source) (figure 1).

Notations :

Par souci de simplicité, si $\alpha(t)$ désigne une quantité temporelle, $\alpha(f)$ désignera sa transformée de Fourier, $\alpha(z)$ sa transformée en z. Le problème étant de nature multidimensionnel, on utilisera une notation vectorielle. On désigne respectivement par :

$$\underline{x}(t) = [x_1(t) \dots x_m(t) \dots x_M(t)]^T \quad (1)$$

$$\underline{\sigma}(f) = [\sigma_1(f) \dots \sigma_m(f) \dots \sigma_M(f)]^T$$

$$\underline{y}(t) = [y_1(t) \dots y_n(t) \dots y_N(t)]^T$$

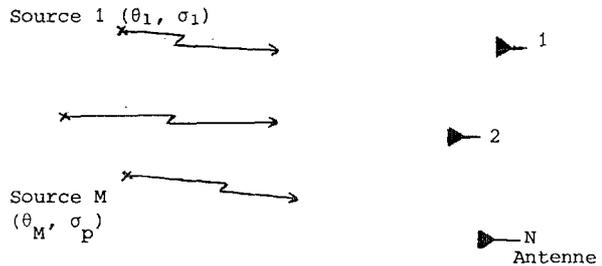


FIGURE 1 : Le problème d'imagerie

$$\underline{v}(t) = [v_1(t) \dots v_n(t) \dots v_N(t)]^T$$

$$\underline{\delta}(f) = [\delta_1(f) \dots \delta_n(f) \dots \delta_N(f)]^T \quad (1)$$

les vecteurs associés

- aux M sources
- à leur spectre
- aux N signaux capteurs
- au bruit blanc sur les capteurs
- à son spectre (il est blanc temporellement et spatialement, on aura $\delta_m^2(f) = \delta^2 = \text{constante}$, $m = 1, M$).

Le milieu sera représenté par un système linéaire, stationnaire (figure 2) à M entrées (sources et N sorties (capteurs)). La matrice de transfert associée, de dimension (N x M) est telle que :

$$\underline{B}(\cdot) = [\underline{b}_m(\cdot) \dots \underline{b}_M(\cdot)] \quad (2a)$$

où :

$$\underline{b}_m(\cdot) = [b_m^1(\cdot) \dots b_m^N(\cdot)]^T \quad (2b)$$

représente le transfert de la source m aux différents capteurs, $\underline{b}_m(\cdot)$ caractérise la position de la source m. (note : (\cdot) désignant (f) ou (z) suivant le domaine où l'on travaille).

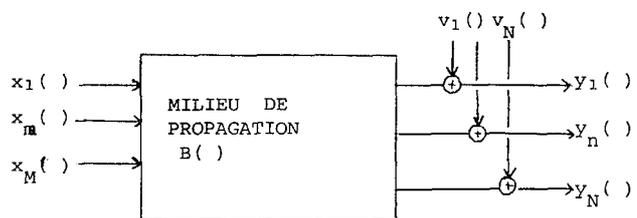


FIGURE 2 : Système multi-entrées, multi-sorties

Les "transformées" des signaux sources et des signaux issus des capteurs vérifient :

$$\underline{y}(\cdot) = \underline{B}(\cdot) \underline{x}(\cdot) + \underline{v}(\cdot) \quad (3)$$



3 - METHODES BASEES SUR LA MATRICE INTERSPECTRALE

Ce sont des méthodes basées sur la matrice interspectrale des signaux reçus sur les capteurs. Toute l'information (nombre de sources, position géométrique, spectre) est extraite de cette matrice.

Elle est définie par :

$$\Gamma(f) = \underline{Y}(f) \underline{Y}^*(f) \quad (4)$$

avec les hypothèses : sources non corrélées, bruit spatialement blanc.

On obtient en utilisant (3) :

$$\Gamma(f) = \Gamma_s(f) + \delta^2 I_N \quad (5a)$$

$$\text{où : } \Gamma_s(f) = \mathbb{B}(f) \begin{bmatrix} |\sigma_1(f)|^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & |\sigma_m(f)|^2 \end{bmatrix} \mathbb{B}^*(f) \quad (5b)$$

$$= \sum_{m=1}^M |\sigma_m(f)|^2 \underline{b}_m(f) \underline{b}_m^*(f)$$

Il faut déterminer $|\sigma_m(f)|^2$ et $\underline{b}_m(f)$ pour $m = 1, M$.

On utilise une décomposition en éléments propres de $\hat{\Gamma}(f)$ (estimation de $\Gamma(f)$).

3.1. Principes de la méthode

$\hat{\Gamma}(f)$ est une matrice définie positive hermitienne. Elle admet la décomposition en éléments propres suivante :

$$\hat{\Gamma}(f) = \sum_{m=1}^M (\lambda_i(f) + \delta^2) \underline{u}_i(f) \underline{u}_i^*(f) + \sum_{m=M+1}^N \delta^2 \underline{u}_i(f) \underline{u}_i^*(f) \quad (6)$$

les $\{\underline{u}_i\}$ $i = 1, N$ étant des vecteurs orthonormés.

$\lambda_i(f)$ et $\underline{u}_i(f)$ $i = 1, M$ sont tels que :

$$\Gamma_s(f) = \sum_{i=1}^M \lambda_i(f) \underline{u}_i(f) \underline{u}_i^*(f) \quad (7)$$

- le nombre de sources présentes dans le milieu est alors donné par le nombre de valeurs propres maximum dans la décomposition (6) ;

- les "densités spectrales $\sigma_m(f)$ et les vecteurs directions sont obtenus en m égalant les expressions (6) et (7) de $\Gamma_s(f)$:

en utilisant les propriétés d'orthogonalité des vecteurs propres $\{\underline{u}_i\}$, on aboutit /2/, /3/ au système à $\frac{M(M+1)}{2}$ équations et M^2 inconnues :

$$\sum_{i=1}^M (\underline{u}_j^*(f) \underline{b}_i(f)) (\underline{b}_i^*(f) \underline{u}_j(f)) = 0 \quad j = 1, M-1 \quad i = j + 1, M \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^M (\underline{u}_j^*(f) \underline{b}_i(f)) (\underline{b}_i^*(f) \underline{u}_j(f)) = \lambda_j \quad j = 1, M$$

Il faut donc $\frac{M(M-1)}{2}$ hypothèses supplémentaires sur le milieu, pour résoudre le problème.

L'hypothèse, généralement utilisée, est celle de l'onde plane arrivant sur un réseau linéaire d'espacement a ; les vecteurs $\underline{b}_m(f)$ sont de la forme :

$$\underline{b}_m(f) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\phi_1^m} \\ \vdots \\ e^{j\phi_N^m} \end{bmatrix} \quad \text{avec } \phi_i^m = 2\pi \frac{a \sin \theta_m}{\lambda} \quad (i) \quad (9)$$

θ_m étant la direction de la source m

Remarques :

Il est possible d'utiliser les vecteurs propres associés aux valeurs propres minimales de $\Gamma(f)$ /3/, /8/.

3.2. Limitations de la méthode

On peut en distinguer deux :

- la première est liée à l'estimation classique de la matrice interspectrale /9/. Des études /10/, /11/ montrent que le biais et la variance de l'estimation entraînent :
 - . un accroissement artificiel du rang de la matrice et donc une évaluation erronée du nombre de sources
 - . une modification de la direction des vecteurs sources et donc une mauvaise localisation des sources.

Il semble important, à ce stade, d'utiliser les méthodes d'estimation spectrale autorégressives multidimensionnelles /12/. La méthode présentée au paragraphe suivant va dans ce sens.

- la seconde est le fait que les traitements (décomposition en éléments propres, résolution d'un système qui peut être très complexe !) se font fréquence par fréquence et exigent alors un volume de calcul important.

L'approche présentée dans le paragraphe suivant peut remédier à ces types de problèmes.

4 - APPROCHE UTILISANT LES MODELES ARMA

Elle est basée sur une modélisation "séparée" des sources et du milieu.

4.1. Modélisation des sources

On suppose que les sources émettent des signaux à spectres rationnels ; ils peuvent donc être représentés par des modèles ARMA (pour des raisons de simplicité, on se restreint aux sources autorégressives). Ces modèles /13/ ont montré une grande aptitude à représenter des signaux large bande mais aussi des signaux à bande étroite (pôles près du cercle).

Soit $x_k(t)$ le signal émis par la source k , il est engendré par un modèle AR d'ordre p_k :

$$x_k(z) = \frac{1}{a^k(z)} u_k(z) \quad (10)$$

$u_k(z)$ est un bruit blanc de variance unité et

$$a^k(z) = 1 + a_1^k z^{-1} + \dots + a_{p_k}^k z^{-p_k}$$



Le spectre de la source k est donné par :

$$\sigma_k(e^{j\omega}) = \frac{1}{\left| 1 - \sum_{i=1}^p a_i^k e^{-j\omega i} \right|^2} \quad (11)$$

En utilisant les notations du paragraphe 2, on peut écrire :

$$\underline{X}(z) = \underline{A}^{-1}(z) \underline{U}(z) \quad (12a)$$

avec :

$$\underline{A}(z) = \begin{bmatrix} a^1(z) & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & a^k(z) & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (12b)$$

($\underline{U}(z)$ représentant le bruit blanc générateur, de variance I_N , l'indépendance des signaux $x_k(t)$ se traduisant par l'indépendance des $u_k(t)$).

L'équation (12a) représente le modèle des M sources prises simultanément.

4.2. Modélisation du milieu

Le milieu supposé linéaire, homogène et stationnaire engendre sur les signaux des retards de propagation associés à des atténuations constantes. L'estimation de ces retards permettra de "localiser" les sources. Récemment /14/, /15/ sont apparues des méthodes de modélisation du temps de retard entre deux signaux. Ces techniques s'opposent aux méthodes d'intercorrélation généralisée /16/, /17/. Considérons le cas d'une source et deux capteurs.

4.2.1. Cas d'une source (et deux capteurs)

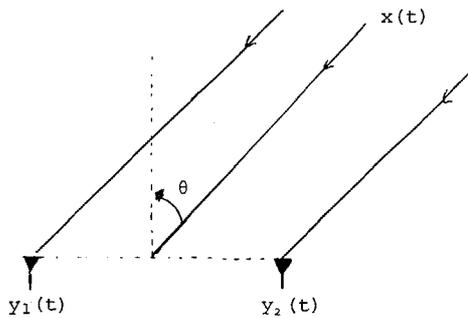


FIGURE 3 : 1 source, 2 capteurs

Le capteur 1 étant pris comme référence, on peut écrire :

$$y_1(t) = x(t) + v_1(t) \quad (13)$$

$$y_2(t) = \alpha x(t + \tau) + v_2(t)$$

$y_1(t)$, $y_2(t)$ étant les signaux reçus sur les capteurs $x(t)$ le signal source, $v_1(t)$ et $v_2(t)$ des bruits de mesures.

τ est le retard à estimer ; il est relié à l'azimut θ de la source par :

$$\tau = \frac{a}{v} \cos \theta \quad (14)$$

a étant l'écart entre les capteurs, v étant la vitesse de propagation dans le milieu.

Le théorème d'échantillonnage (pour des signaux à bande limitée) permet d'écrire :

$$y_2(t) = x(t + \tau) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) \sin c(t + \tau - k) \quad (15)$$

avec :

$$\sin c(*) = \frac{\sin \pi(*)}{\pi(*)}$$

En supposant la période d'échantillonnage $\Delta T = 1$ (pour simplifier l'écriture), on peut écrire :

$$\tau = l + \Delta\tau \quad 0 < \Delta\tau < \Delta T, l \text{ entier}$$

(15) devient :

$$y_2(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) \sin c(t + l - k + \Delta\tau)$$

OU

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t - k) \sin c(l - k + \Delta\tau) \quad (16)$$

La décroissance rapide des coefficients $b(k) = \sin c(l - k + \Delta\tau)$ avec k conduit à approximer (16) par une somme finie :

$$y_2(t) \approx \sum_{k=0}^p b(k) x(t - k) + v_2(t) \quad (17)$$

En utilisant (13), on a :

$$y_2(t) = \sum_{k=0}^p b(k) y_1(t - k) + v(t) \quad (18)$$

($v(t)$ étant un bruit blanc, combinaison de $v_1(t)$ et $v_2(t)$).

L'estimation $\hat{b}(k)$ des coefficients $b(k)$ par une procédure des moindres carrés, par exemple, /15/, conduit au retard τ en maximisant la fonction /15/ :

$$f(\tau) = \sum_{k=0}^p \hat{b}(k) \sin c(\tau - k) \quad (19)$$

4.2.2. Extension au cas multi-sources /5/, /6/, /7/

La transposition est immédiate. Considérons M sources $x_k(t)$ et N capteurs, on obtient (avec les notations du paragraphe 2) :

$$\underline{Y}(z) = \underline{B}(z) \underline{X}(z) + \underline{V}(z) \quad (20)$$

où :

$$\underline{B}(z) = \begin{bmatrix} b_1^1(z) & \dots & b_M^1(z) \\ \vdots & & \vdots \\ b_1^N(z) & \dots & b_M^N(z) \end{bmatrix}$$

↑ Source 1 ↑ Source M

← capteur 1
← capteur N

$b_m^n(z)$ représente le retard de la source m au capteur n. Ce retard n'étant connu qu'à une phase près, on s'intéressera donc aux différences de "retards" entre capteur (TDOA : Time Difference Of Arrival).

4.3. Modèle global et identification

4.3.1. Le modèle général

En conjonction avec le modèle des sources (12 a.b), l'équation (20) donne :

$$\underline{Y}(z) = G(z) \underline{u}(z) \quad (21a)$$

avec :

$$G(z) = B(z) A^{-1}(z) \quad (21b)$$

En supposant B(z) et A(z) identifiés, le problème de l'imagerie est résolu :

- A(z) fournit le spectre des sources (equation 11)
- B(z) donne la position des sources en utilisant (19) pour chaque colonne.

G(z) représente la matrice de transfert d'un système multi-entrées, multi-sorties.

Cependant, il faut noter la structure bien particulière de la factorisation (21b). Elle correspond à une factorisation à droite (RMFD : Right Matrix Fraction Description) de la matrice de transfert /18/, /19/ avec la contrainte A(z) diagonale.

L'unicité d'une telle représentation est discutée dans /5/, /7/.

4.3.2. Identification du modèle

Les techniques d'identification de systèmes multi-entrées, multi-sorties utilisent des paramétrisations adéquates dites "formes canoniques". Elles sont basées sur les invariants de Kronecker /18/, /19/. Cependant, les schémas d'identification utilisent la factorisation à droite de la matrice de transfert

$$G(z) = \tilde{A}^{-1}(z) \tilde{B}(z) \quad (22)$$

$\underline{u}(z)$ étant un bruit blanc (22) n'est autre qu'un modèle ARMA multidimensionnel.

Un processus d'identification de la forme (21 a.b) peut s'établir comme suit :

1. Estimation de la forme ARMA par des techniques rapides d'identification en utilisant les matrices de corrélation $R(i) = E y(t) y^T(t - i)$ dans un contexte stationnaire /20/, /21/ ou directement les sorties des capteurs avec des algorithmes adaptatifs /22/, /23/.
2. Passage à la Description à droite de la matrice de transfert en résolvant le système suivant /21/

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_0 & & & & \\ & \tilde{A}_1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \tilde{A}_{p-1} & \\ & & & & \tilde{A}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{B}_0 \\ \tilde{B}_1 \\ \vdots \\ \tilde{B}_{p-1} \\ \tilde{B}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0 \\ \vdots \\ B_p \\ A_0 \\ \vdots \\ A_p \end{bmatrix} = 0 \quad (23)$$

où $A_i, B_i, \tilde{A}_i, \tilde{B}_i$ sont les coefficients matriciels des représentations.

3. Diagonalisation de la matrice polynomiale A(z), à l'aide de transformations paraunitaires. Il

est à noter que cette étape est la plus complexe. Dans les simulations faites, on obtenait des matrices diagonales ou quasi-diagonales.

5 - CONCLUSION

L'approche par modélisation ARMA a été présentée comme une alternative possible à la méthode de la matrice interspectrale. En effet, elle remédie au problème de l'estimation de la matrice interspectrale par les techniques classiques (périodogramme).

Du point de vue conceptuel, c'est une méthode globale, qui fournit des modèles (AR) des sources. Le traitement ne se fait pas fréquence par fréquence comme dans le cas de la matrice interspectrale et semble donc plus adapté aux signaux à large bande. Cependant, il faut noter quelques points importants :

- l'approche paramétrique ne permet pas une bonne localisation des sources quand le rapport signal à bruit est faible (< 0 dB), alors que la méthode de la matrice interspectrale y est insensible théoriquement (quand le nombre de capteurs est supérieur strictement au nombre de sources). Par contre, l'estimation des spectres est comparable sinon meilleure.
- le choix de l'ordre de la partie MA détermine l'écart angulaire accessible par l'antenne. Un ordre trop faible ne permet pas de séparer des sources trop éloignées.

Nota : des résultats de simulation, comparant les performances des deux méthodes, seront présentés pendant la conférence.



REFERENCES

1. B. WIDROW et al., "Adaptative Antenna Systems", Proceedings of the IEEE, Vol. 5 n° 12, December 1967
2. H. MERMOZ, "Imagerie, corrélation et modèles", annales des Télécommunications 31, n° 1, 2, 1976
3. G. BIENVENU, D. PILLON, "Méthodes haute résolution en écoute passive", Colloque GRETSI, Nice 1981
4. R.O. SCHMIDT, "A signal subspace approach to multiple emitter location and spectral estimation" PHD, Université de Stanford, November 1981
5. B. FRIEDLANDER, "An ARMA modelling approach to multi target tracking", Proceedings of 19th IEEE Conference Decision and Control, December 1980
6. B. FRIEDLANDER, B. PORAT, "localization of multiple targets by sensors array : a modeling approach", Proceedings of the 20th IEEE Conference Decision and Control, December 1981
7. M. SIDAHMED, "Antenna array processing by multichannel ARMA Modeling", Proceeding ICASSP, Mai 1982
8. B. BOUTHEMY, "Etude de deux méthodes de caractérisation d'un champ d'ondes", Thèse de Docteur Ingénieur, INP Grenoble, Novembre 1981
9. C. TURCAT, C. LATOMBE, "Problèmes liés à l'estimation d'une matrice de densité spectrale", Colloque GRETSI, Nice 1977
10. B. LUMEAU, H. CLERGEOT, "Estimation classique d'une matrice de densité spectrale : valeurs propres parasites et modification de la direction des vecteurs propres, Colloque GRETSI, juin 1981
11. G. BIENVENU, L. KOPP, "Bias and variance effects on the eigensystem of the cross spectral matrix", Proceedings of the Institute of Acoustics, Imperial college, Londres, avril 1982
12. M. MORF, A. VIERA, D.T. LEE, T. KAILATH, "Recursive multichannel maximum entropy method", Joint Automatic Control Conference, juin 1977
13. C. GUEGUEN, "Apport de la modélisation au traitement du signal", Colloque GRETSI, Nice 1979
14. Y.T. CHAN, J.M. RILEY, J.B. PLANT, "A parameter estimation approach to time delay estimation and signal detection", IEEE ASSP 27, n0 1, février 1980
15. Y.T. CHAN, J.M. RILEY, J.B. PLANT, "Modeling of time delay and its application to estimation of non stationary delays", IEEE ASSP 29, n° 3, juin 1981
16. C.H. KNAPP, G.C. CARTER, "the generalized correlation method for estimation of time delay", IEEE ASSP 24, n° 4, 1976
17. "Special issues on Time Delay Estimation", IEEE ASSP 29, n° 3, juin 1981
18. W.A. WOLOVICH, "linear multivariable systems', Springer Verlag, 1974
19. T. KAILATH, "Linear systems', Prentice Hall INC 1980
20. M. MORF, "Fast algorithms for multivariable systems', PHD, Université de Stanford, 1974
21. T. KAILATH, J. RISSANEN, "Partial realisation of random systems" presented at IFAC Conference Paris, 1972
22. A. GAUTHIER, I.D. LANDAU, "On the recursive identification of multivariable systems", Automatica, vol. 14, 1978
23. B. FRIEDLANDER, "System identification techniques for adaptative signal processing", Colloque GRETSI, Nice 1981.