

NEUVIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 16 au 20 MAI 1983

TRAITEMENT MATRICIEL DE SIGNAUX A N COMPOSANTES ET ETUDE PAR COUPLES

C. LATOMBE - F. GLANGEAUD - C. LATHUILLERE

C.E.P.H.A.G. (Laboratoire Associé au CNRS 346), B.P. 46, 38402 Saint-Martin-d'Hères. Tél. (76) 44.82.45

RESUME

Pour des signaux multicomposantes, la méthode matricielle utilisant les éléments propres de la matrice spectrale permet de déterminer le nombre d'excitations décorréliées et, moyennant des hypothèses supplémentaires conformes à la physique du milieu, de déterminer les formes d'ondes des sources au niveau des capteurs. Une approche plus simple est l'analyse des relations entre couples de composantes : elle évalue les coefficients de cohérence et filtre certaines composantes avec des filtres de Wiener construits en prenant un des signaux comme référence. Nous présentons, sur un cas pratique, une analyse comparative des deux méthodes.

Les signaux traités sont des ondes naturelles électromagnétiques dues à des résonances de la magnétosphère terrestre. Ce sont des signaux à très faible BeT. Les trois premières composantes sont les champs électriques enregistrés en trois points de l'ionosphère par le sondeur européen EISCAT. Les trois autres composantes décrivent le vecteur des variations magnétiques enregistrées à Kevo (Finlande).

L'objectif géophysique est de savoir si, entre ces six composantes, il existe une ou plusieurs sources indépendantes et, dans le cas d'une seule source, d'identifier ses paramètres. En particulier, nous montrons que sans l'utilisation de ces méthodes, la mesure de la fonction de transfert ionosphère-sol serait erronée.

SUMMARY

For multicomponent signals, the matricial method using the eigen elements of the spectral matrix determine the number of uncorrelated excitations. Moreover, with supplementary hypotheses consistent with the physics of the middle, it may characterize the wave fronts at the sensor level. A simpler approach is to analyse relations between pairs of components : coherence coefficients are computed and the components are Wiener-filtered (one of the components is chosen as a reference). We present here, on a practical case, a comparison between the two methods.

The analysed signals are natural electro-magnetic waves due to some resonances of the terrestrial magnetosphere. Their BeT is very low. The first three components are electrical fields recorded in three points of the ionosphere with the european incoherent scatter radar (EISCAT). The three other components describe the vector of the magnetic variations recorded in Kevo (Finland).

The geophysical objective is to determine, from these six components, how many independent excitations are present and, in the case of one excitation, to determine its parameters. We insist on the point that, without using the global filtering, the measure of the transfer function between ionosphere and ground would be wrong.



TRAITEMENT MATRICIEL DE SIGNAUX A N COMPOSANTES
ET ETUDE PAR COUPLES

INTRODUCTION

L'étude présentée ici porte sur des signaux ayant un BeT (produit durée-bande passante) relativement faible, d'environ 3 ou 4. Les signaux enregistrés sont dus à des ondes électromagnétiques correspondant à des résonances dans la magnétosphère de pulsations magnétiques. Ces résonances dépendent en particulier des conditions aux limites d'un tube de force du champ magnétique terrestre. Il convient de préciser la fréquence de ces résonances et leur durée de stabilité. Cette étude, proposant une méthode d'estimation de la relation ionosphère-sol est un préalable à l'analyse géophysique des conditions aux limites ionosphère-sol.

Dans la région F de l'ionosphère, l'onde agit sur les ions qui se déplacent alors avec une vitesse v proportionnelle au champ électrique. Grâce au sondeur à diffusion incohérente EISCAT situé à Tromsø, il est possible d'enregistrer la vitesse des ions dans la région F à différentes altitudes. On aura ici des enregistrements des vitesses aux altitudes de 326 kms, 270 kms et 215 kms au-dessus de Kevo et dans la direction de l'est magnétique. Au sol, à la station de Kevo (Finlande), sont enregistrées, dans trois directions, les variations du champ magnétique créé (H suivant la direction sud-nord magnétique, D suivant la direction ouest-est et Z vers le centre de la terre). Le champ magnétique observé au sol est le résultat de l'intégration spatiale dans la nappe de courant qui est au-dessus. Les six composantes du vecteur signal ne sont pas de même nature : les trois premières sont en m/s mais comme le vent est proportionnel au champ électrique de l'onde, elles s'expriment aussi en mV/m ; les trois dernières sont en gammas ($\gamma = 10^{-9}$ tesla).

Nous ne présenterons ici que des résultats obtenus en n'utilisant que la composante du vent dans la direction de visée du radar. Les mesures de vent à trois altitudes différentes sont également à trois longitudes différentes. Ces mesures seront intéressantes pour l'interprétation géophysique de l'extension géographique du phénomène.

Nous traiterons donc un ensemble de six signaux pour déterminer et caractériser une partie cohérente entre les six enregistrements qui proviendraient d'une source d'énergie cohérente.

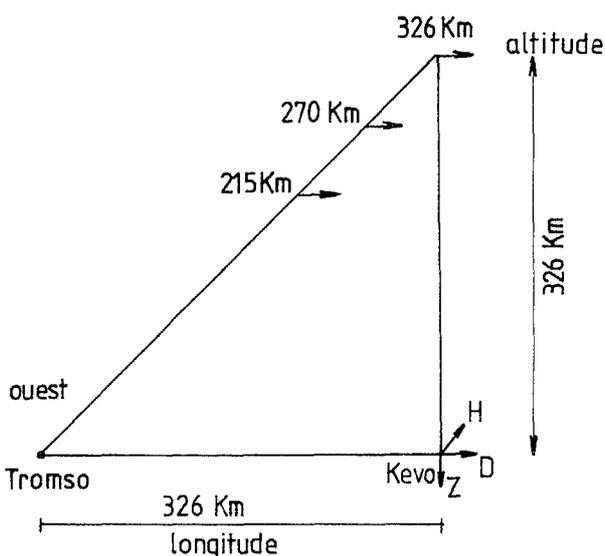


FIGURE 1 : Schéma, dans un plan méridien, des signaux enregistrés.

Nous comparerons deux méthodes connues : celle du filtrage de Wiener, en choisissant un des six enregistrements comme référence et celle liée à des méthodes de traitement d'antenne utilisant les valeurs propres et vecteurs propres de la matrice spectrale des signaux enregistrés.

Au préalable, nous étudierons les différents coefficients de cohérence pour vérifier que le problème posé est bien significatif.

1) ETUDE PRELIMINAIRE : COEFFICIENTS DE COHERENCE

Les signaux traités sont d'une durée de 64 minutes pour de simples conditions de disponibilité technique. Ce sont des signaux très basses fréquences (entre 0 et 1/120 Hz) pour lesquels nous avons observé deux résonances se présentant comme des fréquences pures légèrement modulées en amplitude et entachées de bruit. Nous présentons en détail l'oscillation à 3/1000 Hz ou 350 s.

Nous évaluons les coefficients de cohérence entre les différents signaux par la méthode des périodogrammes lissés. La fonction de pondération utilisée est de la forme :

$$w(\tau) = \left[\frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi\tau}{T} \right) \right]^N$$

Comme les signaux sont à faible BT, afin d'adapter le BeT d'analyse à celui des signaux, nous ne considérons que les exposants N valant 2 ou 4. A ces exposants correspondent des BT de 3.65 et 5.

La magnétosphère agit comme un filtre causal sélectif autour de 350 s dont les caractéristiques varient suivant les composantes. C'est pourquoi les phases des interspectres sont variables au voisinage de la fréquence 1/350 Hz. On observe en première approximation que ces phases varient linéairement avec la fréquence, ce qui se traduit par un retard apparent entre les composantes. Ce retard introduirait un biais sur les estimations d'interspectres ; il a donc été compensé par décalage des signaux entre eux.

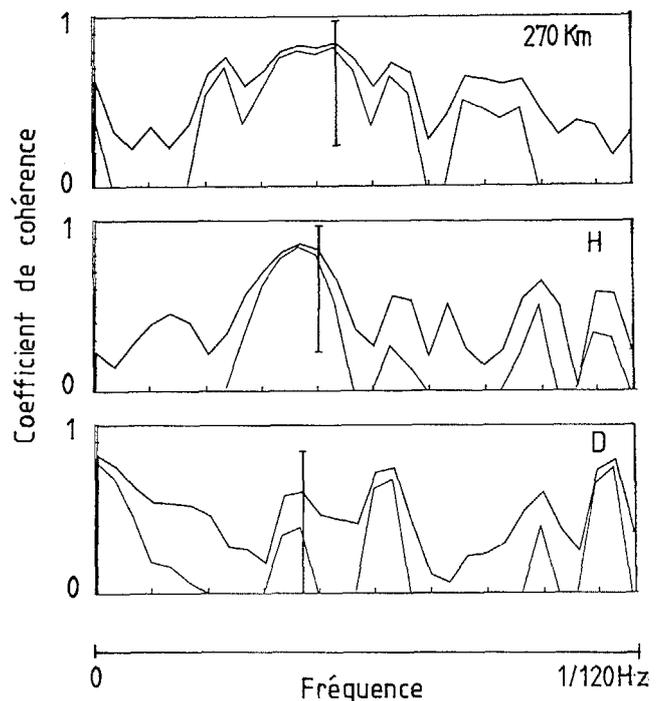


FIGURE 2 : Coefficients de cohérence entre différentes composantes

TRAITEMENT MATRICIEL DE SIGNAUX A N COMPOSANTES
ET ETUDE PAR COUPLES

Nous constatons qu'il existe une zone de fréquence, notée B_1 entre 1.6/1000 Hz (640 s) et 4/1000 Hz (256 s) où la cohérence entre les vents est bonne. La cohérence est également bonne entre le vent à 326 kms et la composante H au sol ; par contre, elle est beaucoup plus faible avec les composantes D et Z. Nous indiquons dans le tableau suivant les valeurs trouvées à la fréquence 1/350 Hz ; nous indiquons également la largeur de bande ΔB où la cohérence présente un maximum :

	Vent à 270 km	Vent à 215 km	H	D	Z
c(f) Vent à 325 km	0.84	0.97	0.86	0.5	0.6
ΔB (en mHz)	1.6	1.3	1.0	0.5	0.5

Chaque coefficient de cohérence présenté est représenté par deux courbes : l'une est obtenues directement tandis que l'autre représente la courbe non biaisée. Le biais a été évalué par la relation donnée dans [7] :

$$B(|c|^2) = \frac{1}{2BeT} (1 - |c|^2)^2$$

Nous indiquons également certains intervalles de confiance sur les courbes.

De plus, en étudiant uniquement les cohérences entre les composantes H, D et Z au sol, il apparait une seconde zone de fréquence, notée B_2 où la cohérence est bonne.

Comme nous sommes aux limites d'application des méthodes de Fourier, du fait du faible BT, nous avons également évalué ces coefficients de cohérence avec une méthode AR bidimensionnelle. Nous savons [1] que nous retrouvons des coefficients de cohérence comparables dans le cas de forts rapports signal à bruit. Dans notre application, les résultats sont tout à fait similaires dans les zones de fréquence B_1 et B_2 où il existe de l'énergie. Ceci justifie le fait que nous continuons à utiliser des méthodes de Fourier avec un faible BT, car nous ne sommes intéressés que par les parties cohérentes.

2) ETUDE PAR COUPLES : FILTRES DE WIENER

Comme la composante du vent à 326 kms est la plus cohérente avec les autres signaux, nous considérerons que c'est la composante la moins bruitée et nous la prendrons comme référence signal.

De fait, cette mesure est faite presque à la verticale de la station-sol de Kevo. Ainsi, la partie de l'ionosphère la mieux reliée aux mesures sol est aussi la partie la plus proche. Comme on voit au sol l'effet de toute la nappe de courant pondérée par la distance, on peut s'attendre, dans ce cas, à ce que la nappe soit centrée au-dessus de Kevo.

Avec cette référence signal, nous construisons des filtres de Wiener pour les cinq autres composantes afin d'extraire de ces signaux les parties cohérentes avec le signal référence. Le problème se traduit de la façon suivante :

$$\begin{cases} s_1(t) = F[s_2(t)] + b(t) \\ s_2(t) = \end{cases} \quad b(t) \text{ décorrélé avec } s_2(t) \text{ et } s_1(t)$$

et où F est un filtrage linéaire que l'on cherche à estimer.

En appliquant (cf [4]) au signal $s_1(t)$ le filtre de Wiener de gain complexe :

$$G(f) = \frac{\gamma_{12}(f)}{\gamma_1(f)} = c(f) \left[\frac{\gamma_2(f)}{\gamma_1(f)} \right]^{1/2}$$

nous obtenons un signal $\hat{s}_2(t)$ qui représente la partie de $s_2(t)$ cohérente avec $s_1(t)$ à laquelle s'ajoute la filtrée du bruit $b(t)$. En fait le filtre estime F^{-1} .

Ce filtre de Wiener dépend essentiellement de la fonction de cohérence $c(f)$ qui, étant donné la faible valeur de BT, n'a de sens (cf [4]) que pour des valeurs (biaisées) de la cohérence telles que :

$$|c(f)| > 0.6$$

Pour la composante magnétique D qui a le coefficient de cohérence le plus faible avec le vent à 326 kms (0.5), ce type de filtrage peut donner des résultats erronés bien que l'énergie résiduelle trouvée soit de l'ordre de 50 %.

Dans l'exemple traité où $\gamma_1 \neq \alpha \gamma_2$, le module du filtre de Wiener sera voisin de $\sqrt{\alpha \cdot c(f)}$, sa phase sera toujours celle de $\gamma_{12}(f)$.

Nous présentons (figure 3) les densités spectrales du vent à 270 kms (signal enregistré (a)) et du signal filtré par Wiener (b). Nous constatons que la résonance du signal enregistré est bien à la même fréquence que celle du vent à 270 km mais seulement la moitié de l'énergie du signal est cohérente avec la référence, l'autre partie, bien qu'attribuée à la même résonance, étant décorrélée. Ceci peut être dû à une non stationnarité dans le temps et dans l'espace. Nous qualifions cette partie de bruit $b(t)$.

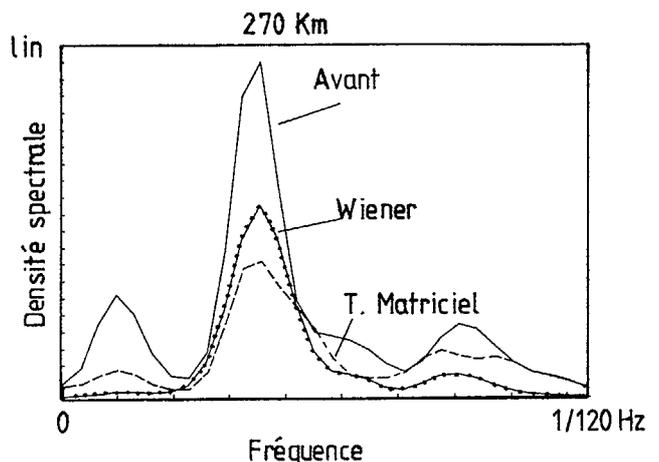


FIGURE 3 : Densité spectrale du vent à 270 km ; avant et après filtrages.



TRAITEMENT MATRICIEL DE SIGNAUX A N COMPOSANTES
ET ETUDE PAR COUPLES

En ce qui concerne les formes d'ondes, nous présentons les enregistrements large-bande de la référence (vent à 326 kms) et de la composante D (figure 4-a).

Comme le filtrage de Wiener n'a de sens que dans la zone B₁, nous présentons ces mêmes enregistrements filtrés passe-bande (425, 256 sec.) (figure 4-b).

Enfin, en (4-c) est présentée pour la composante D, le signal F[s₂(t)] obtenu après filtrage de Wiener de la référence vent à 326 km ; sur cette composante, malgré la faible cohérence, la filtrée de Wiener garde environ 50 % de l'énergie du signal initial. Elle fait effectivement apparaître une partie cohérente avec la référence qui était complètement invisible dans le signal initial et peu décelable dans le signal filtré passe-bande, mais la validité de ce résultat est contestable car c(f) est faible. Nous verrons qu'il se confirme par la méthode de filtrage global.

3) ETUDE GLOBALE UTILISANT LES ELEMENTS PROPRES DE LA MATRICE SPECTRALE

Rechercher une partie cohérente commune à tous les enregistrements revient en fait à rechercher une ou plusieurs sources de signal, chacune cohérente au niveau des capteurs mais décorréliées entre elles, qui seraient reçues sur les six enregistrements. Ces observations peuvent être perturbées par des sources parasites non cohérentes, par des bruits ou des non-stationnarités spatiales. En supposant le milieu linéaire et homogène au niveau des capteurs, nous modélisons le problème sous la forme suivante, dans le domaine fréquence :

$$\underline{X}(f) = \sum_{i=1}^P A_i(f) \underline{s}^i(f) + \underline{B}(f)$$

où :

A_i(f) est une quantité complexe aléatoire représentant l'amplitude de la i^e source (à un facteur multiplicatif près) ;

$\underline{s}^i(f)$ est le "vecteur directionnel" normé et certain dont les composantes sont proportionnelles aux fonctions de transfert du milieu entre les différents points d'enregistrement.

$\underline{B}(f)$ est un vecteur aléatoire représentant le bruit.

En supposant le bruit blanc et isotrope (puissance N₀) et en notant d_i(f) = E { |A_i(f)|² } la puissance apparente des sources, la matrice spectrale s'écrit :

$$\underline{\Gamma}(f) = \sum_{i=1}^P d_i(f) \underline{s}^i(f) \underline{s}^{i+}(f) + N_0 \underline{I}$$

Nous supposons le nombre P de sources inférieur au nombre de composantes et que le BeT du traitement spectral a été choisi supérieur à P. Dans ce cas, nous savons ([3],[5]) que le nombre de sources est égal au nombre de valeurs propres λ₁(f) supérieures à la puissance N₀.

De plus, lorsqu'il n'y a qu'une seule source (P = 1) cette source est parfaitement caractérisée par :

$$\begin{cases} d(f) = \lambda_1(f) - N_0 \\ \underline{s}(f) = \underline{V}_1(f) \end{cases}$$

avec λ₁(f) valeur propre maximale et $\underline{V}_1(f)$ vecteur propre associé à λ₁.

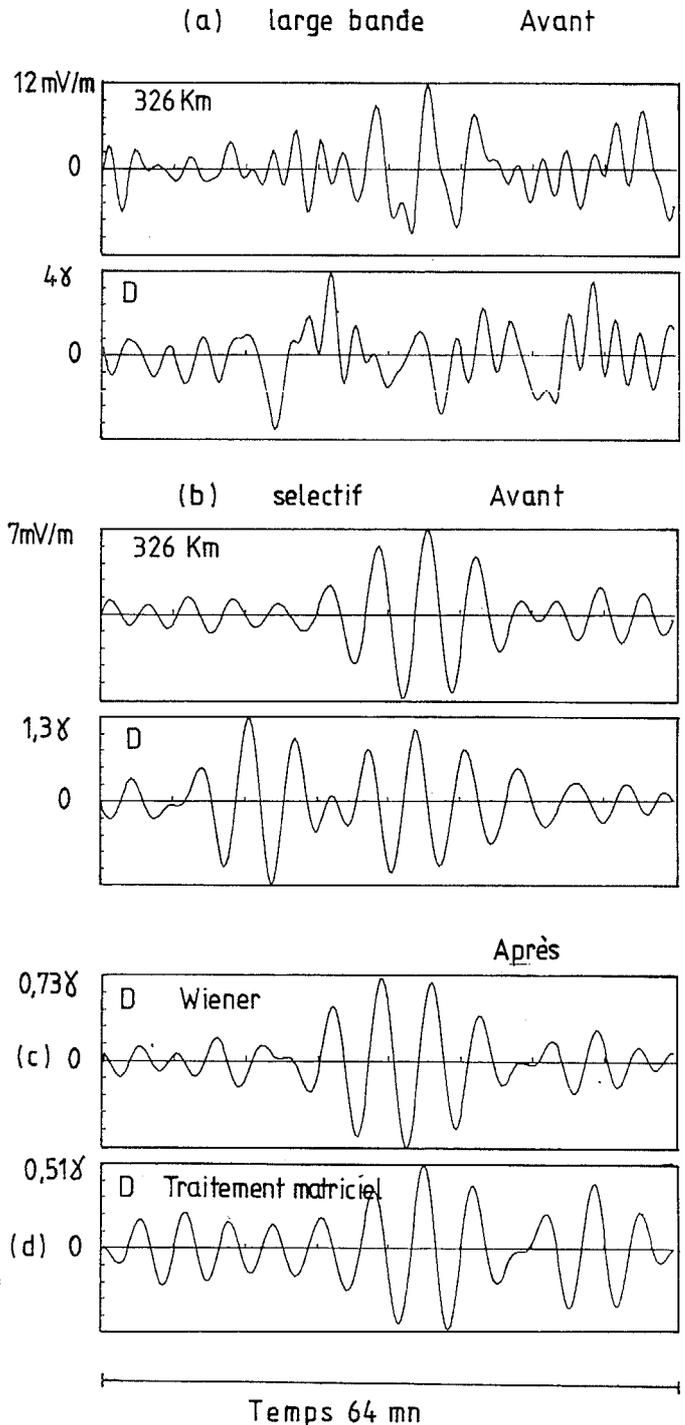


FIGURE 4

Forme d'ondes :

- (a) de la référence et de D
- (b) de la référence et de D après filtrage passe-bande
- (c) de D filtrée par Wiener
- (d) de D après filtrage global

TRAITEMENT MATRICIEL DE SIGNAUX A N COMPOSANTES
ET ETUDE PAR COUPLES

Nous présentons (figure 5) les deux premières valeurs propres de la matrice spectrale des observations lorsque les densités spectrales sont estimées avec un BeT de 3.6. Nous indiquons également la barre d'erreur de λ_1 obtenue (cf [5]) en prenant pour erreur sur chaque coefficient de la matrice spectrale :

$$e_{ij} = \left[\frac{1}{2BeT} \left(1 + \frac{1}{C_{ij}^2} \right) \right]^{1/2} \cdot \gamma_{ij}$$

Ceci permet de conclure que, dans la région B_1 , il n'existe qu'une seule source car, pour $i \neq 1$, λ_i est inférieur à la barre d'erreur.

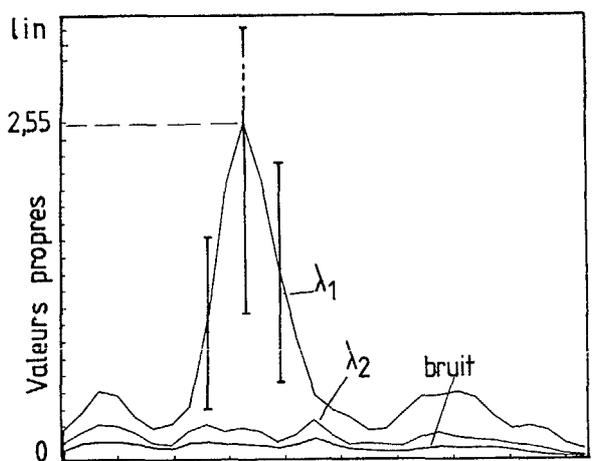


FIGURE 5 : Valeurs propres et trois composantes du premier vecteur propre.

Si l'hypothèse de bruit isotrope est bien vérifiée, nous avons montré ([5]) que l'estimateur du maximum de vraisemblance de la puissance de bruit est :

$$\hat{N}_0 = \frac{N}{P+1} \left(\sum \lambda_i \right)$$

Dans notre cas, cette quantité $\frac{6}{2} \lambda_i / 5$ est également représentée et on peut constater qu'elle est effectivement proche d'un bruit blanc.

Sur la même figure, nous représentons les modules et phases des trois premières composantes (vents) du vecteur propre $V_1(f)$ qui doit être colinéaire au vecteur $s(f)$. Nous constatons que les variations de phase entre capteurs ont bien été compensées pour la source unique et dans la région B_1 car les phases de $V_1(f)$ ne sont que très légèrement variables dans cette zone. Avant analyse, ces variations linéaires de phase, appelées "écart de temps", ont été estimées par les phases des interspectres. Par contre, les modules présentent des fluctuations en dehors de B_1 et dans B_1 ne sont pas constants ; ceci traduit que les fonctions de transfert du milieu, c'est-à-dire impédances du milieu, fluctuent avec la fréquence en dehors de B_1 et sont fonctions simples de la fréquence dans la bande passante B_1 .

Comme il n'existe qu'une seule source, nous aurons :

$$\begin{aligned} \underline{X}(f) &= A(f) \underline{s}(f) + \underline{B}(f) \\ &= A(f) \underline{V}_1(f) + \underline{B}(f) \end{aligned}$$

En négligeant l'énergie du bruit dans la direction $V_1(f)$ devant l'énergie du signal dans cette même direction, nous estimerons l'amplitude complexe $A(f)$ par :

$$A(f) = \langle X(f), V_1(f) \rangle$$

Le vecteur source donnant le signal complètement cohérent sur toutes les composantes est donc entièrement déterminé par $A(f) V_1(f)$. Dans le domaine temps, ses six composantes représentent les formes d'ondes nettoyées du bruit incohérent issues de la seule source cohérente. Ces formes d'ondes sont estimées à un facteur de phase près. Ayant pris pour première composante la composante du vent à 326 kms, sa phase est la phase de référence, ce qui fait que la première composante de V_1 a une phase nulle.

Sur la figure 3, nous avons comparé la densité spectrale de la composante du vent à 270 kms aux composantes filtrées par Wiener, et par filtrage global (c) : le filtrage global est plus sélectif et élimine une partie plus grande de l'énergie (il reste 38 % de l'énergie au lieu de 50 %), mais on est assuré que la partie cohérente trouvée est en fait parfaitement cohérente avec toutes les autres composantes filtrées et pas seulement avec une référence, alors qu'avec le filtre de Wiener, 2 filtrées peuvent être très peu cohérentes entre elles (non commutativité de la cohérence).

Pour la composante D, l'estimation de l'énergie peut être erronée car, dans la bande B_1 , nous avons :

- sans filtrage..... 0.53 %
- avec filtrage de Wiener... 0.26 %
- avec filtrage global..... 0.20 %

Cependant, nous savons qu'avec le filtrage global nous ne mesurerons que l'énergie parfaitement cohérente.

CONCLUSION

La méthode des filtrages de Wiener donne de bons résultats lorsque les coefficients de cohérence sont bons et que la référence signal est peu bruitée. C'était d'ailleurs notre cas pour les quatre premières composantes. Cependant, les résultats obtenus pour les deux dernières composantes ne peuvent être considérés comme crédibles, car ils ont été obtenus avec des coefficients de cohérence trop faibles.



TRAITEMENT MATRICIEL DE SIGNAUX A N COMPOSANTES
ET ETUDE PAR COUPLES

Par contre, la méthode globale de filtrage par projection sur le premier vecteur propre permet d'obtenir, sur chaque composante, des signaux filtrés totalement cohérents. Ceci est particulièrement intéressant lorsque l'on cherche à faire une modélisation physique du milieu car les relations énergétiques et de phase entre ces signaux filtrés et cohérents permettront de déterminer l'impédance du milieu.

REMERCIEMENTS

Nous remercions très vivement Monsieur Michel LAMBERT pour l'aide technique qu'il nous a apportée, aussi bien en France qu'à Kevo.

Nous remercions aussi Messieurs SULKINOJA, de l'Université de Turku (Finlande), et KATAJA de Sodankila, ainsi que Monsieur Gérard LEJEUNE qui était à Tromsø.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] GHARBI M.
Thèse 3e cycle, Institut National Polytechnique de Grenoble, à paraître Avril 83.
- [2] GLANGEAUD F., C. LATOMBE
Identification of electromagnetic sources.
A paraître, Annales Geophysicae, n° 2.
- [3] LACOUME J.L., B. BOUTHEMY, F. GLANGEAUD,
C. LATOMBE, A. SILVENT
Caractérisation par analyse interspectrale du champ d'ondes reçu par un réseau de capteurs. Applications.
7e Colloque GRETSI, Mai 1979.
- [4] LACOUME J.L., F. GLANGEAUD, P. LORENZINO,
D. BAUDOIS, G. PRETET
Filtrage des signaux multicomposantes utilisant les corrélations intercomposantes.
8e Colloque GRETSI, Juin 1981.
- [5] LATOMBE C.
Détection et caractérisation des signaux à plusieurs composantes à partir de la matrice interspectrale.
Thèse d'Etat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Novembre 1982.
- [6] MERMOZ H.
Imagerie, corrélation et modèles.
Annales des Télécommunications, Vol. 31, n°1-2, pp. 17-36, 1976.
- [7] SAMSON J.C.
A note on the reduction of bias in polarization estimators for multichannel geophysical data with anisotropic noise.
University of Alberta, Dept. of Physics, 1982.