

# NEUVIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 16 au 20 MAI 1983

---

GONIOMETRIE-TELEMETRIE SIMULTANEE PAR LA METHODE DES VECTEURS PROPRES  
EN PRESENCE DE TRAJETS MULTIPLES : QUELQUES RESULTATS DE SIMULATIONS

Jean-Paul PIGNON

SINTRA ALCATEL 1, Avenue A. Briand 94117 ARCUEIL CEDEX

---

## RESUME

L'objet de cette communication est la présentation de quelques résultats simples obtenus par simulation, concernant les performances et les limites d'une méthode paramétrique à haute résolution (méthode des vecteurs propres), à la mesure simultanée du gisement et de la distance d'une/de source(s) à l'aide d'une antenne horizontale rectiligne en milieu indéfini et en présence de trajets multiples.

Les hypothèses retenues sont très restrictives et supposent les fronts d'onde sphériques, le bruit de fond parfaitement blanc spatialement, et les coefficients de la matrice interspectrale connus sans erreur.

Les résultats présentés concernent l'influence des divers paramètres géométriques, les limites de résolution en présence de plusieurs trajets source-antenne, une manière d'introduire ce phénomène dans le traitement et les performances et limites obtenues dans ce cas.

## SUMMARY

The purpose of this communication is to present some simple simulation results, about performances and limits of high resolution parametric method (eigen-vectors method), applied to source bearing and ranging simultaneous measurements using a rectilinear horizontal array in infinite medium and in multipath propagation conditions.

Used hypothesis are very restrictive and assume spherical wavefronts, perfectly uncorrelated background noise, and perfectly known cross spectral density matrix coefficients.

Presented results concern influence of geometrical parameters, limits of resolution in source - array multipath conditions, a particular way to introduce this phenomenon in the processing, and performances and limits in this last case.



## INTRODUCTION

Les méthodes "classiques" (non paramétriques) de télémétrie par courbure du front d'onde à l'aide d'antennes linéaires horizontales sont généralement fortement pénalisées par la présence de trajets multiples source-antenne, du fait de la composition des signaux direct et réfléchis sur les différents hydrophones.

Afin de remédier à cet inconvénient, il est tentant d'essayer d'utiliser cette connaissance du milieu de propagation qu'est l'existence et la forme des trajets multiples, ce qui conduit à la mise en oeuvre d'une méthode paramétrique. La méthode employée ici est la méthode à haute résolution dite des vecteurs propres, qui conduit, par modélisation du vecteur source et orthogonalisation avec une base du sous-espace "bruit seul" estimé à partir de la matrice interspectrale des sorties des capteurs, à une mesure des paramètres géométriques (position) de la/des sources(s) en présence.

Du fait de son principe même, la mesure de télémétrie par courbure du front d'onde nécessite une connaissance préalable, à savoir le gisement de la source émettrice. De plus, l'emploi d'une méthode à haute résolution impose une mesure de cette grandeur avec une excellente précision, d'où l'idée d'appliquer cette méthode, non pas à la seule mesure de distance, mais à la mesure simultanée des gisement et distance de la source, par généralisation de la méthode des vecteurs propres, au cas bidimensionnel.

Cette méthode de mesure amène un certain nombre de problèmes, aussi bien du point de vue analytique que dans sa mise en oeuvre sur signaux réels. Nous nous limiterons ici à présenter des résultats simples obtenus par simulation dans des conditions "idéales" d'estimation et de calcul.

## HYPOTHESES

Du fait du caractère des résultats présentés ici, les hypothèses retenues sont très restrictives :

- l'antenne est supposée linéaire, horizontale, et composée de  $(2N+1)$  capteurs parfaits (ponctuels, omnidirectionnels, identiques et de gain complexe unité),
- les sources sont ponctuelles monochromatiques, immobiles et à distance finie, et statistiquement indépendantes. Nous admettons de plus que le signal reçu est parfaitement cohérent spatialement, stationnaire dans le temps, et indépendant du bruit de fond,
- le bruit de fond est blanc dans la bande, de même puissance sur chaque capteur et décorrélié de capteur à capteur,
- le milieu est isotrope, homogène, infini ou semi-infini (la surface étant supposée parfaitement plane),
- la matrice interspectrale est supposée connue sans erreur.

## METHODE DES VECTEURS PROPRES

Nous rappelons brièvement le principe de la méthode utilisée.

Soit  $\underline{\Gamma}(\nu)$  la matrice interspectrale estimée en sortie des capteurs ; les hypothèses retenues conduisent à son expression analytique sous la forme :

$$\underline{\Gamma}(\nu) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M d_{ij}(\nu) \cdot \underline{S}_i(\nu) \cdot \underline{S}_j^+(\nu) + \sigma_b^2 \underline{I} \quad (1)$$

où :

$M$  est le nombre de sources,

$d_{ij}(\nu)$  est la densité spectrale de puissance croisée des sources  $i$  et  $j$ ,

$\underline{S}_i(\nu)$  est le "vecteur source" associé à la source  $i$ , supposé unitaire, qui caractérise la position de la source par rapport à l'antenne,

$\underline{S}_j^+(\nu)$  est le vecteur transposé conjugué du vecteur  $\underline{S}_j(\nu)$ ,

$\sigma_b^2$  est la densité spectrale de puissance du bruit de fond,

$\underline{I}$  est la matrice unité

Le terme de densité spectrale croisée sera utilisé plus loin lors de la modélisation des trajets multiples par plusieurs sources corrélées, chacune correspondant à un trajet supposé direct (sources images).

La décomposition de  $\underline{\Gamma}(\nu)$  en éléments propres conduit à la définition d'une base de l'espace à  $(2N+1)$  dimensions (espace des capteurs), et à sa décomposition en sous-espaces "signal" (de dimension au plus  $M$ ) et "bruit" complémentaires et orthogonaux. La recherche des gisement ( $\beta_i$ ) et distance ( $D_i$ ) des  $M$  sources en présence revient alors à rechercher les couples  $(\beta_i, D_i)$  correspondant aux points à l'infini de la fonction :

$$P(\beta, D, \nu) = \frac{1}{\sum_{i=M+1}^{2N+1} || \underline{h}^+(\beta, D, \nu) \cdot \underline{V}_i(\nu) ||^2} \quad (2)$$

expression dans laquelle les vecteurs  $\underline{V}_i(\nu)$  sont les vecteurs propres de  $\underline{\Gamma}(\nu)$  associés aux  $(2N-M)$  plus petites valeurs propres (théoriquement égales entre elles et égale à  $\sigma_b^2$ ), et  $\underline{h}(\beta, D, \nu)$  le vecteur modèle, contenant l'ensemble des informations a priori concernant la forme des vecteurs sources (fonction des positions des sources, du milieu de propagation, ...).

Pratiquement, le nombre  $M$  étant inaccessible, il sera remplacé par une estimation  $\hat{M}$ .

CAS D'UN SEUL TRAJET SOURCE-ANTENNE

Dans le cas d'un seul trajet source-antenne, et de sources statistiquement indépendantes et géographiquement distinctes, la matrice interspectrale devient :

$$\underline{\Gamma}(v) = \sum_{i=1}^M d_i(v) \underline{S}_i(v) \cdot \underline{S}_i^+(v) + \sigma_b^2 \underline{I} \quad (3)$$

chaque vecteur source normé pouvant s'écrire, à une phase près, sous la forme :

$$\underline{S}_i(v) = \frac{1}{\sqrt{2N+1}} \begin{pmatrix} \exp(-2j\pi v \tau_{-N}(\beta_i, D_i)) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \exp(-2j\pi v \tau_N(\beta_i, D_i)) \end{pmatrix} \quad (4)$$

avec :

$$\tau_p(\beta_i, D_i) = \frac{1}{c} \left[ (D_i^2 + \Delta I_i^2 + 2 x_p D_i \sin \beta_i + x_p^2)^{1/2} - (D_i^2 + \Delta I_i^2)^{1/2} \right] \quad (5)$$

où

- $D_i$  est la distance horizontale de la source  $i$  au centre de l'antenne,
- $\beta_i$  est le gisement de la source  $i$  dans le plan horizontal,
- $\Delta I_i$  est l'immersion relative source  $i$ /antenne,
- $x_p$  est l'abscisse du capteur  $p$  ( $-N \leq p \leq N$ ) par rapport au centre de l'antenne (cf. figure 1),

toutes les distances étant exprimées en longueurs d'onde.

La figure 2 montre l'allure de la fonction  $P(\beta, D)$  dans le cas d'une source unique ( $\beta = -50^\circ$ ,  $D = 50\ 000 \lambda$ ).

L'échelle des abscisses correspond aux gisements entre  $-90^\circ$  et  $90^\circ$ , et celle des ordonnées aux distances entre 20 000 et 100 000  $\lambda$  ; les valeurs de  $P(\beta, D)$  sont portées en cote en dB, le point à l'infini correspondant à la valeur arbitraire 150 dB.

On remarque l'absence de symétrie en gisement et distance due au fait que, si on développe l'expression des retards (5), il apparaît que le gisement intervient comme grandeur du premier ordre par le sinus, alors que la distance n'intervient qu'au second ordre sous la forme de  $1/D$  ; on peut donc s'attendre à ce que la résolution en distance soit beaucoup plus critique que celle en gisement ; c'est en effet ce qu'illustre la figure ; en particulier, si on fait tendre  $D$  vers l'infini, c'est-à-dire que l'on fait l'hypothèse d'ondes planes, on peut remarquer que la méthode permet encore une mesure du gisement source sans biais, ce qui peut être une aide précieuse à la recherche automatique des maxima de la fonction dans les deux dimensions  $\beta$  et  $D$ .

L'influence des divers paramètres source (gisement, distance) sur la forme de la fonction  $P(\beta, D)$  est illustrée sur les figures 3 et 4 dans le cas d'une seule source à la fréquence et dans le gisement (fig.3) ou la distance (fig.4) considérés. On retrouve des résultats triviaux : pour un type d'antenne donné, la mesure de distance est d'autant meilleure que la source est dans un gisement proche de zéro, et évidemment impossible en end fire ; de même elle est d'autant meilleure que la source est proche de l'antenne.

L'influence des paramètres antenne (nombre et répartition des hydrophones, longueur totale) est esquissée par les figures 5 à 7, qui font également apparaître des résultats connus quant à la résolution en distance en fonction de la longueur de l'antenne, l'apparition d'ambiguïtés en gisement dans le cas de sous-échantillonnage spatial et l'atténuation de ces ambiguïtés en fonction de la répartition des hydrophones de l'antenne.

On peut remarquer que, dans le cas de sous-échantillonnage spatial, il n'apparaît pas de pic d'ambiguïté en distance, et donc a fortiori en couples ambiguës gisement-distance, contrairement aux méthodes classiques de télémétrie dans le plan horizontal : ceci provenant du fait que la mesure des deux grandeurs est effectuée simultanément en non en séquence.

Ces considérations, illustrées par des exemples, dans le cas d'une source unique, sont également valables dans le cas de  $M$  sources ( $M < 2N+1$ ), dans la mesure où le nombre  $M$  de sources est parfaitement déterminé en entrée du traitement, c'est-à-dire que l'orthogonalité du vecteur modèle est bien effectuée sur l'ensemble des vecteurs propres "bruit", sans toutefois prendre en compte un des vecteurs de base du sous-espace signal.

En effet, et ceci est vrai d'une manière générale pour la méthode des vecteurs propres (sous réserve de l'unicité de la solution), si le nombre estimé de

sources en présence  $\hat{M}$  (par exemple à l'aide du diagramme de répartition des valeurs relatives des diverses valeurs propres) est supérieur au nombre exact des sources  $M$ , cela revient à sous-estimer la dimension du sous-espace "bruit", et donc à prendre le risque de voir le traitement "inventer" des sources (de même que dans le cas de la méthode de PISARENKO), c'est-à-dire faire apparaître des pics supplémentaires ne correspondant à aucune source réelle. Il s'agit d'une éventualité et non d'un résultat systématique, du fait que la base constituée par le/les vecteur(s) propre(s) "bruit" non pris en compte et les vecteurs propres signal peut, dans certains cas, engendrer un ou plusieurs vecteurs de la forme  $\underline{h}(\beta_k, D_k)$ , le couple de coordonnées  $(\beta_k, D_k)$  ne correspondant à aucune source réelle.

Par contre, si le nombre estimé de sources  $\hat{M}$  est inférieur à  $M$ , les vecteurs sources estimés sont les projections de chaque vecteur source sur les seuls  $\hat{M}$  premiers vecteurs propres et n'ont pas, contrairement aux "vrais" vecteurs source, (sauf cas très particuliers, par exemple celui de vecteurs sources orthogonaux, hypothèse des antennes "puissantes") la propriété d'être de la forme du vecteur modèle. Le traitement, qui consiste implicitement à rechercher des vecteurs sources de la forme définie par le vecteur modèle, ne donnera donc plus aucun renseignement, en général, sur aucune des sources en présence.



Sous les hypothèses retenues concernant les sources et le bruit, le calcul fait apparaître que la répartition énergétique selon les diverses directions propres est fonction, non seulement des densités spectrales de puissance des sources, mais aussi de la valeurs des divers produits scalaires des vecteurs sources normés  $\underline{S}_i$ ,  $\underline{S}_j$ , c'est-à-dire des angles que font entre eux les vecteurs sources dans l'espace des capteurs. Rappelons que les valeurs des  $||\underline{S}_i^+ \underline{S}_j^-||$  sont liées physiquement, à la fois à la proximité géographique des sources, et à la taille ou au pouvoir de résolution de l'antenne ; il s'agit, en d'autres termes, de la proximité des sources vues derrière l'antenne.

La figure 8 illustre, dans le cas de deux sources indépendantes, pour deux valeurs du rapport des puissances  $p(S_2)/p(S_1)$ , l'évolution des deux premières valeurs propres (après suppression du terme  $\sigma_b^2$ ), en fonction du module  $||\underline{S}_1^+ \underline{S}_2^-||$ . On peut noter la largeur de la plage de valeurs du produit scalaire pour lesquelles la deuxième valeur propre est très faible, et donc dans laquelle le risque d'une erreur d'estimation du nombre de source est grand.

#### CAS DE TRAJETS MULTIPLES SOURCE-ANTENNE

Le cas de trajets multiples source-antenne est ici assimilé à celui de plusieurs sources géographiquement proches et émettant des signaux fortement corrélés (hypothèse des sources images de l'optique géométrique, et de réflexions non parfaites aux interfaces surface et fond). Compte-tenu des atténuations lors des réflexions fond, nous nous limiterons ici, pour décrire la propagation, à un modèle comprenant deux trajets, supposés rectiligne dans le milieu, la surface étant supposée plane et immobile (cf. fig. 9). D'un point de vue analytique, les signaux monochromatiques parcourant les deux trajets sont modélisés, au voisinage de l'antenne, sous la forme :

$$\begin{aligned} s_i(t)_{p1} &= A_1 \exp(2j\pi\nu_0(t-\tau_{1i})) \\ s_i(t)_{p2} &= A_2 \cdot a \cdot \exp(2j\pi\nu_0(t-\tau_{2i})) \end{aligned} \quad (6)$$

a étant un terme réel d'atténuation lors de la réflexion  
 $\tau_{1i}$  et  $\tau_{2i}$  étant les retards de propagation relatifs aux deux trajets  
 $A_1$  et  $A_2$  étant deux variables aléatoires complexes décrivant l'amplitude des signaux  $s_{p1}$  et  $s_{p2}$  :

$$E[A_1] = E[A_2] = 0; E[|A_1|^2] = E[|A_2|^2] = P; E[A_1 A_2^*] = P \cdot \rho \quad (7)$$

$\rho$  étant la cohérence complexe des signaux 1 et 2. Dans le cas d'une source unique à la fréquence  $\nu_0$  considérée, l'expression de  $\underline{\Gamma}(\nu_0)$  devient :

$$\underline{\Gamma}(\nu_0) = P(\underline{S}_1 \underline{S}_1^+ + a^2 \underline{S}_2 \underline{S}_2^+ + a(\underline{S}_1 \underline{S}_2^+ + \rho^* \underline{S}_2 \underline{S}_1^+)), \quad (8)$$

matrice en général de rang 2 (sauf pour  $|\rho| = 1$ ).

Théoriquement, il est donc possible d'utiliser la méthode telle quelle à la recherche de deux sources très proches, et, du fait de sa validité dans le cas de sources corrélées, la réponse présentera, soit deux pics très voisins, soit un pic atténué à une position estimée des deux sources selon le pouvoir de résolution de l'antenne (fig. 10).

Cependant, du fait de la proximité des deux sources apparentes d'une part, et de la forte corrélation des signaux d'autre part, le calcul montre que la seconde valeur propre signal est très voisine de la puissance

du bruit, et tend même vers cette valeur quand  $|\rho|$  tend vers 1. Dans ce cas limite, il apparaît alors la situation suivante : l'antenne est en présence de deux sources, mais l'un des deux vecteurs propres étant associé à une valeur propre quasi égale à  $\sigma_b^2$ , il devient impossible à séparer des vecteurs propres bruit, bien que contenant des informations sources indispensables à la mesure.

Le calcul ne peut donc s'effectuer que sur le vecteur propre identifiable à un vecteur signal et, comme il a été dit plus haut, toute mesure, du fait de l'inadéquation du modèle, devient impossible (fig. 11). Une solution afin de remédier à cet état de fait peut alors consister à introduire directement au niveau du vecteur modèle l'existence de trajets multiples, d'où un modèle, simplement dans le cas d'une source et de deux trajets, à 3 paramètres : l'immersion de la source, l'atténuation lors de la réflexion surface et la phase de la cohérence complexe des deux signaux direct et réfléchi.

Le vecteur modèle prend alors la forme, à une norme près :

$$h(\beta, D, I, a, \varphi_p) = \exp(j\varphi_p/2) \sqrt{a} \cdot \underline{S}_1 + \sqrt{a} \cdot \exp(j\varphi_p/2) \cdot \underline{S}_2$$

$\underline{S}_1$  et  $\underline{S}_2$  étant de la forme décrite en (4), seul le terme en  $\Delta I$  étant différent d'un vecteur à l'autre. L'allure de la réponse dans le cas d'un vecteur modèle "parfait" est donnée en fig. 12, et l'influence des variations des divers paramètres introduits est illustrée par la courbe 13. D'une manière générale, et c'était parfaitement prévisible du fait de la richesse du modèle, la résolution est très pointue vis à vis de tous les paramètres introduits.

#### CONCLUSION

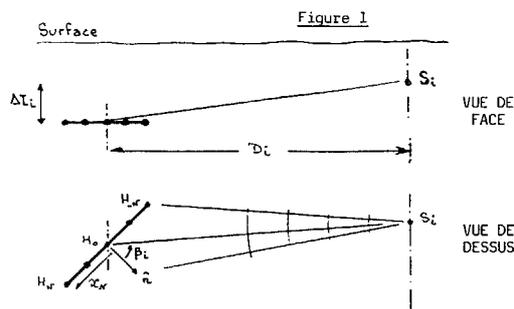
Les méthodes à haute résolution utilisant l'orthogonalité d'un vecteur modèle au sous-espace orthogonal au signal estimé à l'aide des éléments propres de la matrice interspectrale se heurtent entre autres, même sous des hypothèses très restrictives, à des limites liées à l'estimation de la dimension des sous-espaces propres signal et bruit.

Nous avons présenté quelques résultats de simulation concernant une méthode de ce type appliquée à la goniométrie-téléométrie par courbure du front d'onde, dans le cas de propagation mono-trajet, et décrit une démarche afin d'approcher ce problème de localisation en présence de trajets multiples, qui conduit, sous des contraintes très fortes, à la résolution du problème dans le cas d'une source unique.

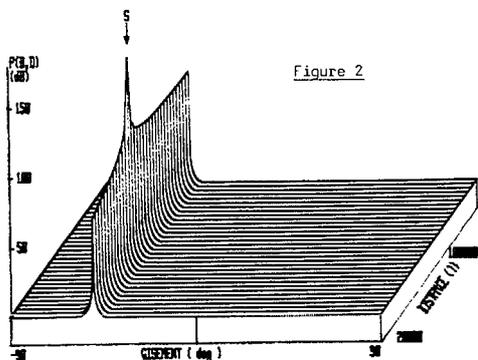
#### BIBLIOGRAPHIE

- KLEMM (R.) "High-resolution analysis of non-stationary data ensembles", EUSIPCO 15-19 Sept. 1980, pp.711-714  
LACOUPE (J.L.) "Extension au cas spatio-fréquentiel de la méthode de Pisarenko", rapport CEPHAG n° 11/78  
LUMEAU (B.) CLERGEOT (H.) "Estimation classique d'une matrice de densité spectrale: valeurs propres parasites et modification de la direction des vecteurs propres" 8ème GRETSI 1981 pp. 325-331.  
MERMOZ (H.) "Imagerie, corrélations et modèles" Annales des télécommunications, vol. 31, n° 1-2, JANVIER-FEVRIER 1976 pp. 17-36.  
OWSLEY (N.L.) "Source location with an adaptively focused array" IEEE 1980 pp 945-948.

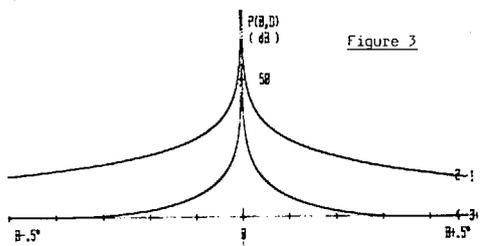
GONIOMETRIE-TELEMETRIE SIMULTANEE PAR LA METHODE DES VECTEURS PROPRES  
 EN PRESENCE DE TRAJETS MULTIPLES : QUELQUES RESULTATS DE SIMULATIONS



Définition des notations utilisées

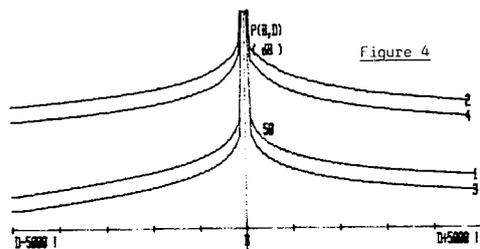


Allure de  $P(\beta, D)$   
 $\beta = -50^\circ$ ,  $D = 50\ 000\lambda$   
 21 hydrophones à  $\lambda/2$



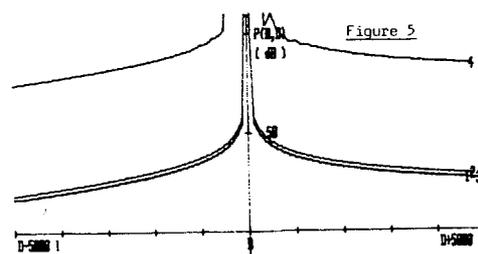
Influence des distance et gisement source sur la résolution en gisement

- (1)  $\beta = -85^\circ$ ,  $D = 2\ 000\lambda$
- $\beta = -85^\circ$ ,  $D = 100\ 000\lambda$
- $\beta = 0^\circ$ ,  $D = 2\ 000\lambda$
- $\beta = 0^\circ$ ,  $D = 100\ 000\lambda$



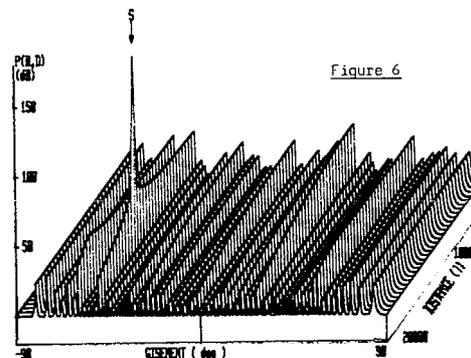
Influence des distance et gisement source sur la résolution en distance

- (1)  $\beta = -50^\circ$ ,  $D = 10\ 000\lambda$
- (2)  $\beta = -50^\circ$ ,  $D = 100\ 000\lambda$
- (3)  $\beta = 0^\circ$ ,  $D = 10\ 000\lambda$
- (4)  $\beta = 0^\circ$ ,  $D = 100\ 000\lambda$



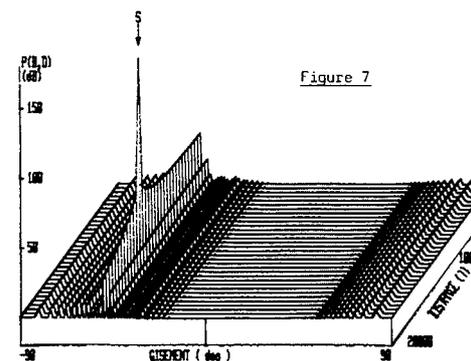
Influence de la géométrie d'antenne sur la résolution

- (1)  $\lambda/2$  (100λ)
- (2)  $12.5\lambda$
- (3)  $\lambda/2$
- (4)  $\lambda/2$



Influence de la géométrie d'antenne sur la forme de  $P(\beta, D)$

- $100\lambda$



Influence de la géométrie d'antenne sur la forme de  $P(\beta, D)$

- $\lambda/2$  (100λ)



GONIOMETRIE-TELEMETRIE SIMULTANEE PAR LA METHODE DES VECTEURS PROPRES  
 EN PRESENCE DE TRAJETS MULTIPLES : QUELQUES RESULTATS DE SIMULATIONS

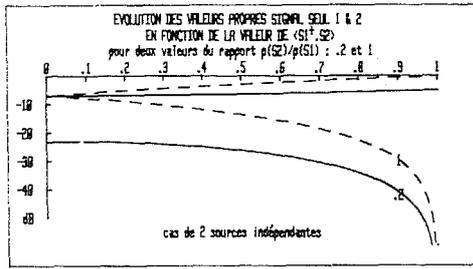


Figure 8

Evolution des valeurs propres signal seul

- $p(S2)/p(S1) = 1$
- $p(S2)/p(S1) = .2$

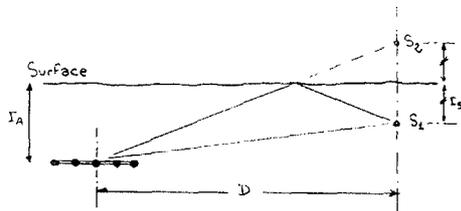


Figure 9

Modèle à 2 trajets rectilignes, notations

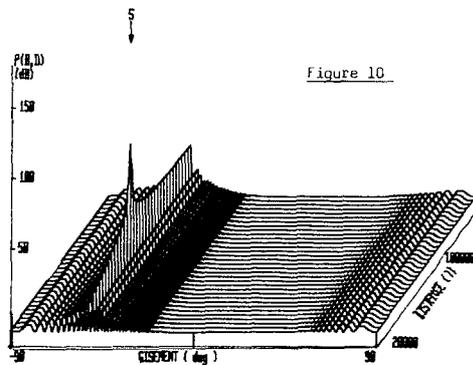


Figure 10

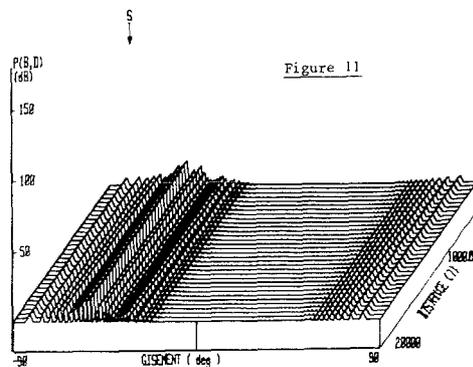


Figure 11

Allure de  $P(\beta, D)$   
 cas d'une source ( $\beta = -50^\circ$  ;  $D = 50\ 000\lambda$  ;  $I = 400\lambda$ )  
 et de deux trajets source-antenne.  
 fig.10 : orthogonalité avec les deux vecteurs propres source  
 fig.11 : orthogonalité avec le seul premier vecteur propre

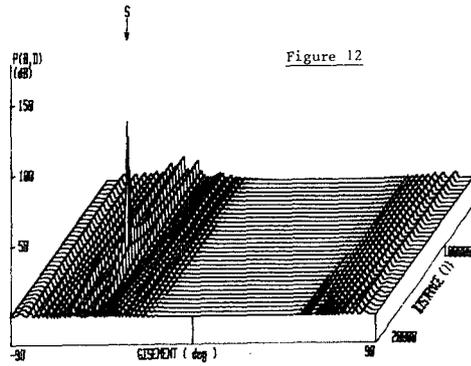


Figure 12

Allure de  $P(\beta, D)$   
 cas d'une source ( $\beta = -50^\circ$  ;  $D = 50\ 000\lambda$  ;  $I = 400\lambda$ )  
 et de deux trajets source-antenne.  
 orthogonalité du premier vecteur propre avec un vecteur "modèle parfait" à deux trajets.

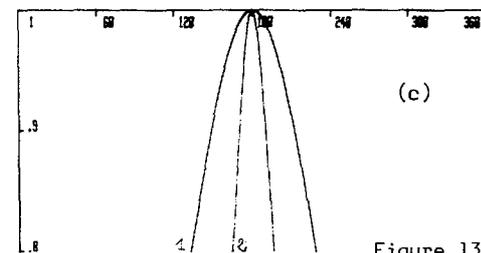
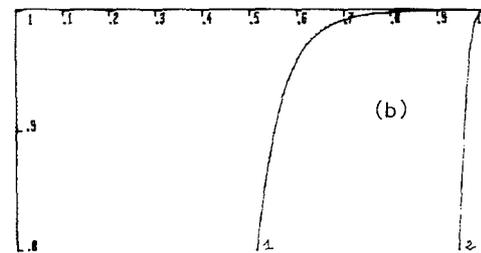
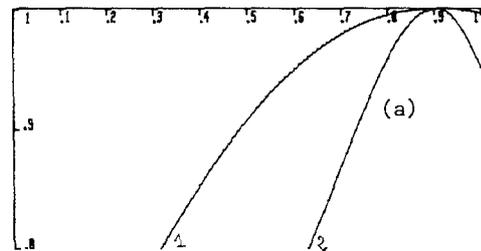


Figure 13

Evolution du module du produit scalaire  $h^+ \cdot v_1$   
 $v_1$  vecteur propre associé à la valeur propre supérieure  
 à  $\sigma_b^2$  dans le cas :

- $|\rho| = 1$
- $\phi_\rho = 180^\circ$
- $a = .9$

$h$  vecteur modèle de la même forme, tous paramètres identiques sauf :

- (a)  $0 < a < 1$
- (b)  $0 \leq |\rho| \leq 1$
- (c)  $0 < \phi_\rho \leq 360^\circ$

Courbes 1 :  $||s_1^+ \cdot s_2|| = .5$   
 Courbes 2 :  $||s_1^+ \cdot s_2|| = .95$