

# NEUVIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS



153

NICE du 16 au 20 MAI 1983

EGALISATION : RECEPTEUR OPTIMAL APRES TRANSMISSION  
DANS UN CANAL A DEUX TRAJETS

Jacques MARTIN-Geneviève JOURDAIN-\*Guy REVOL

C.E.P.H.A.G. (Laboratoire Associé au C.N.R.S.) BP.46, 38402 ST-MARTIN-d'HERES (FRANCE)

## RESUME

On s'intéresse à la transmission de signaux aléatoires dans un canal de transmission certain à deux trajets de propagation, perturbé additivement par du bruit. On cherche le filtre optimal linéaire permettant d'estimer au mieux, au sens de l'erreur quadratique moyenne, le signal émis. Ce problème classique de WIENER est traité ici en discret stable et causal. Nous présentons une structure optimale nouvelle, à la fois récursive et transversale, utilisant la particularité du canal de transmission (deux trajets). Nous étudions ses performances, (en terme d'erreur quadratique, en fonction du rapport des amplitudes des deux trajets de propagation et du rapport signal sur bruit) et les comparons au filtre optimal transversal à nombre fini (ou infini) de coefficients. Une simulation de ce récepteur est conduite sur ordinateur. Puis nous présentons une réalisation câblée de l'ensemble canal plus récepteur optimal. Cette réalisation est faite à base de modules développés au laboratoire et utilisant une transmission série de l'information, ce qui permet une certaine souplesse dans la simulation. Nous avons étudié sur cet ensemble les performances du récepteur optimal. En particulier nous avons testé sa robustesse vis-à-vis d'une mauvaise estimation de l'un des paramètres du canal de transmission (amplitude des trajets ou retard entre trajets). Ce récepteur s'avère simple et suffisamment robuste.

## SUMMARY

We are interested in the transmission of random signals through a known two paths channel with additive noise. The problem is to elaborate the optimal linear filter in order to estimate in the minimum mean square error (m.m.s.e.) sense the transmitted signal. Discret and causal version of this classical WIENER problem is used. A new structure of the optimal filter is presented here, both recursive and transversal, by using the two-paths channel structure. Its performance (m.s.e.) is evaluated and compared to the finite or infinite transversal optimal filter. The m.s.e. is studied versus signal to noise ratio (S.N.R.) and the channel two-paths amplitude ratio. First some numerical evolution are carried out. Then hardware realization of channel plus optimal filter is presented: it is based upon several modules developed in C.E.P.H.A.G., using a serial information transmission; this enables a more tractable implementation. The optimal filter performances are studied with this simulation. Particularly the filter robustness is tested versus a poor channel estimation (or a slowly fluctuating channel): for example a change in the paths amplitude or in the path delay. The proposed receiver has been found easy and robust enough.



EGALISATION : RECEPTEUR OPTIMAL APRES TRANSMISSION  
DANS UN CANAL A DEUX TRAJETS

I - INTRODUCTION : POSITION DU PROBLEME

Dans de nombreux cas de propagation (acoustique sous-marine, communications ionosphériques ou radio-urbaines), le signal émis suit plusieurs trajets de propagation. La situation étudiée ici est celle de communication à travers un canal de transmission à trajets multiples et perturbée par du bruit additif. Les signaux émis sont aléatoires (binaires ou N-aires), le canal de transmission est supposé certain connu et invariant (ou lentement variable et son apprentissage est "renouvelé" périodiquement par exemple). En télécommunication, le type de récepteur correspondant utilisé couramment est dit "égaliseur" et souvent on utilise une structure sous-optimale (asymptotiquement optimale). Nous présentons ici une structure de récepteur optimal utilisant les particularités du canal de transmission étudié.

Les notations utilisées sont celles des signaux (et des filtres) à temps discret, ce qui correspond à une cadence d'émission régulière des données. Le problème est traité en bande de base.

Position du problème :

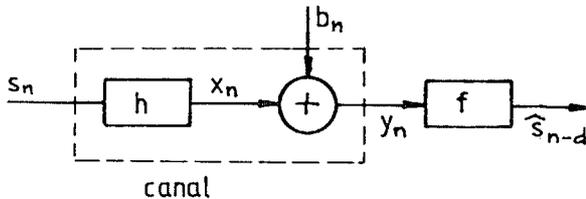


Figure 1

L'émission est une suite de données  $\Delta_n$  aléatoires, stationnaires, centrées, réelles, de puissance moyenne  $\sigma_{\Delta}^2$ . Le canal de transmission discret est modélisé par un filtre linéaire réel certain à réponse impulsionnelle finie que l'on notera par le vecteur  $h^T = [h_0 \dots h_L]$  à L+1 coefficients. La sortie  $x_n$  est perturbée additivement par du bruit  $b_n$  centré, réel, blanc, stationnaire, indépendant de  $s_n$  et de puissance moyenne  $\sigma_b^2$ .

A la réception on dispose de  $y_n = s_n + b_n$ . On étudie le filtre  $f$  linéaire qui minimise l'erreur quadratique relative moyenne d'estimation (E.Q.R.M.).

$$\epsilon_{\sigma_s^2}^2 = \frac{1}{\sigma_s^2} E \{ (\Delta_{n-d} - \hat{\Delta}_{n-d})^2 \} \quad (1)$$

où d est un retard d'estimation fixé à l'avance. Si  $d \geq L$  la causalité du filtre est imposée. Ce que nous supposons. Ce problème classique de filtrage linéaire optimal (WIENER) peut conduire à diverses structures de  $f$ .

I-1 Filtre de WIENER discret transversal causal

Si on modélise le filtre  $f$  par un filtre transversal à (N+1) coefficients la solution bien connue est donnée par : [1]

$$\underline{\Gamma}_{\Delta y} = \underline{\Gamma}_{yy} \underline{f} \quad (2)$$

où  $\underline{\Gamma}_{sy}$  est le vecteur d'intercorrélation entre le vecteur sortie à (N+1) composantes  $y_n$  tel que  $\underline{y}_n^T = [y_{n-N}, y_{n-N+1}, \dots, y_n]$  et l'émission  $s_{n-d}$ ;  $\underline{\Gamma}_{yy}$  est la matrice de covariance (N+1)x(N+1) de  $y_n$ .

$$\hat{\Delta}_{n-d} = \underline{f}^T \cdot \underline{y}_n = \underline{\Gamma}_{\Delta y}^T \underline{\Gamma}_{yy}^{-1} \underline{y}_n \quad (3)$$

Nous supposons par la suite que le signal émis est blanc. Dans ce cas l'EQRМ s'écrit [2] :

$$\epsilon_{\sigma_s^2}^2 = 1 - \sum_{j=0}^N f_j \cdot h_{d-j} = 1 - \underline{h}_d^T \underline{f} \quad (4)$$

Pour un cas non bruité, l'erreur d'estimation vaut zéro lorsque N est infini. Pratiquement nous sommes obligés d'utiliser un filtre à mémoire finie ; il existera donc toujours un terme d'erreur dû à la troncature de la réponse impulsionnelle du filtre.

I-2 Cas adaptatif

Le fonctionnement en filtre adaptatif s'appuie sur un apprentissage périodique des matrices de covariance. On suppose le canal certain et constant entre deux apprentissages et connaissant  $\underline{\Gamma}_{sy}$  on estime alors à chaque pas la matrice  $\underline{\Gamma}_{yy}$ , i.e. on s'adapte au bruit (l'estimation périodique de  $\underline{\Gamma}_{sy}$  se fait à l'aide d'une séquence  $s_n$  d'apprentissage). Ce filtre optimal est lourd à mettre en oeuvre (inversion de  $\underline{\Gamma}_{yy}$ ). On peut rendre récursif le filtrage [3] par estimation récursive de  $\underline{\Gamma}_{sy}$  et  $\underline{\Gamma}_{yy}$ ; par simplification on obtient une poursuite adaptative de  $f$  optimal : c'est l'algorithme du gradient stochastique à pas constant :

$$\underline{f}_{n+1} = \underline{f}_n + \mu \underline{y}_n (\Delta_{n-d} - \hat{\Delta}_{n-d}) \quad (5)$$

où  $s_{n-d}$  est obtenu par décision sur  $s_{n-d}$  (détecteur à seuils) et s comporte un nombre fini d'états. On a alors convergence du vecteur  $\underline{f}_n$  vers  $\underline{f}_{opt}$ , même dans un cas où les  $y_n$  sont corrélés [4]. La convergence de l'algorithme peut être accélérée par orthogonalisation des données [5], [6]. D'autres algorithmes adaptatifs basés sur un filtre de KALMAN sont auto-orthogonalisants [7], [8]. Tous ces algorithmes sont basés sur l'utilisation d'un filtre transversal à mémoire finie. Comme nous l'avons indiqué précédemment, tous auront donc un terme d'erreur de troncature. D'où l'avantage d'un filtre à mémoire infinie.

I-3 Solution dans le domaine de la transformée en z

Soit  $\underline{F}(z)$  la transformée en z (TZ) de la réponse percuSSIONNELLE discrète du filtre égaliseur optimal causal

$$\underline{F}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \underline{f}_k z^{-k} \quad (6)$$

Cette série converge pour  $|z| > R^-$   $R^- = \lim_{k \rightarrow \infty} |f_k|^{1/k}$  [9]

Le filtrage de WIENER donne comme solution pour  $\underline{F}(z)$  [10]

$$\underline{F}(z) = \frac{S_{\Delta y}(z)}{S_{yy}(z)} \quad (7)$$

où  $S_{yy}(z)$  est la transformée en z de la suite des  $\underline{\Gamma}_{yy}$ ,  $S_{yy}(z)$  transformée en z de la suite des  $\underline{\Gamma}_{yy}$ . (7) est une solution non causale non stable. On impose ici des conditions de stabilité et causalité.

-Solution causale et stable [11]

On factorise  $S_{yy}(z)$  :  $S_{yy}(z) = A^+(z) \cdot A^-(z)$  avec  $A^+(z)$  et  $1/A^+(z)$  analytiques pour  $|z| > 1$ ,  $A^-(z)$ ,  $1/A^-(z)$  analytiques pour  $|z| < 1$ . On vérifie également que  $A^+(z)$  existe pour  $|z| > M$   $0 \leq M < 1$  pour assurer la causalité du filtre.

On forme ensuite le rapport  $\frac{S_{\Delta y}(z)}{A^-(z)} = B^+(z) + B^-(z)$

avec  $B^+(z)$  tel que ses pôles soient à l'intérieur du cercle unité et  $B^-(z)$  existe pour  $|z| > M'$   $0 \leq M' < 1$ .

Le filtre stable et causal optimal est alors donné par :

$$\underline{F}(z) = \frac{B^+(z)}{A^+(z)} \quad (8)$$

Nous appliquons cette méthode dans le cas d'un canal bruité présentant deux trajets de propagation d'amplitudes  $\alpha_0$  et  $\alpha_L$  espacés de (L+1) périodes d'échantillonnage. Physiquement cette hypothèse paraît restrictive, mais en fait dans beaucoup de cas pratiques on considère qu'il existe deux trajets prépondérants. (Nous avons souvent constaté ce cas en ASM). La méthode peut d'ailleurs s'étendre au cas multitrajets.

EGALISATION : RECEPTEUR OPTIMAL APRES TRANSMISSION  
DANS UN CANAL A DEUX TRAJETS

II APPLICATION AU CAS A DEUX TRAJETS

On modélise la réponse percussive du canal comme suit :

$$h_k = \alpha_0 \delta_{k,0} + \alpha_L \delta_{k,L} \quad (\delta_{i,j} = 1 \text{ si } i=j, 0 \text{ si } i \neq j)$$

soit  $R = \frac{\alpha_L}{\alpha_0}$  (9)

d'où  $y_n = \alpha_0 \Delta_n + \alpha_L \Delta_{n-L} + b_n$  (10)

La puissance transmise par le canal est :  $(\alpha_0^2 + \alpha_L^2) \sigma_s^2 = M \sigma_s^2$   
de sorte que les rapports signal sur bruit à l'émission et à la réception sont

$$P_e = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_b^2} \quad ; \quad P_r = M P_e \quad (11)$$

Si le canal est normalisé en puissance  $M=1$  et  $P_r = P_e$

II-1 Structure du récepteur optimal pour un retard  $d=L$

On cherche  $F(z) = \frac{\hat{S}(z) \cdot z^{-L}}{Y(z)}$   $\hat{S}(z)$  T.Z de  $\hat{\Delta}_n$  (12)

Or les hypothèses sur  $s_n$  et  $b_n$  entraînent, avec  $H(z)$  T.Z de  $h$  :

$$\begin{cases} S_{0y}(z) = \sigma_s^2 H(z^{-1}) z^{-L} = (\alpha_0 z^{-L} + \alpha_L) \sigma_s^2 \\ S_{yy}(z) = \sigma_s^2 H(z) H(z^{-1}) + \sigma_b^2 = (\alpha_0 + \alpha_L z^L)(\alpha_0 + \alpha_L z^{-L}) \sigma_s^2 + \sigma_b^2 \end{cases}$$

On pose  $S_{yy}(z) = P(Q - z^{-L})(Q - z^L)$  ; il vient [12]

$$\begin{aligned} A^+(z) &= \sqrt{P} (Q - z^{-L}) \\ A^-(z) &= \sqrt{P} (Q - z^L) \end{aligned} \quad |Q| \geq 1 \quad \text{avec} \quad (13)$$

$$C = \left( \frac{1}{P_e} + M \right) \frac{1}{2\alpha_0 \alpha_L} \geq 1 \quad Q = -C - \sqrt{C^2 - 4} < 0$$

$$P = \frac{-\alpha_0 \alpha_L \sigma_s^2}{Q} > 0$$

Par suite  $\frac{S_{0y}(z)}{A^-(z)} = \frac{(\alpha_0 z^{-L} + \alpha_L) \sigma_s^2}{\sqrt{P} (Q - z^L)}$

Par un développement limité, on a :

$$B^+(z) = \frac{\sigma_s^2}{\sqrt{P} Q} \left( \alpha_L + \frac{\alpha_0}{Q} + \alpha_0 z^{-L} \right)$$

On obtient donc :

$$F(z) = \frac{\sigma_s^2}{PQ} \left( \alpha_L + \frac{\alpha_0}{Q} + \alpha_0 z^{-L} \right) \quad (14)$$

et en identifiant (12) et (14) on obtient la structure du filtre optimal dans le domaine temporel :

$$\hat{\Delta}_{n-L} = \frac{1}{Q} \left[ -\alpha_0 \alpha_L \left[ \left( \frac{\alpha_0}{Q} + \alpha_L \right) y_n + \alpha_0 y_{n-L} \right] + \hat{\Delta}_{n-2L} \right] \quad (15)$$

On obtient donc une structure mixte transversale et récursive très simple, ne présentant que deux coefficients différents de zéro pour la partie transversale et un coefficient différent de zéro pour la partie récursive (ceci est dû au fait qu'il n'y a que deux coefficients différents de zéro dans  $h$ ).

Remarque : en fort rapport S/B à la réception  $P_r \gg 1$ , on peut montrer que :

$$\begin{cases} \text{si } R \leq 1 & Q \sim -1/R \\ \text{si } R > 1 & Q \sim -R \end{cases} \quad (16)$$

alors  $\int R \leq 1 \quad \hat{\Delta}_{n-L} = \frac{1}{2} y_{n-L} - R \hat{\Delta}_{n-2L}$   
 $\int R > 1 \quad \hat{\Delta}_{n-L} = \left[ 1 - \left( \frac{1}{R} \right)^2 \right] \frac{1}{\alpha_L} y_n + \frac{1}{\alpha_L R} y_{n-L} - \frac{1}{R} \hat{\Delta}_{n-2L}$

On constate que la structure du filtre dépend de la valeur de R. Ceci provient des contraintes de stabilité et causalité imposées à l'égaliseur  $R > 1$  étant le cas d'instabilité du filtre  $1/H(z)$ . Donc dans le cas où  $S/B \gg 1$  et lorsque l'amplitude du premier trajet du milieu est supérieure à l'amplitude du deuxième trajet, le filtre est uniquement récursif et l'estimation causale se fait en temps réel sans même tenir compte du retard dû au canal.

II-2 Performances de l'égaliseur - Calcul de l'EQRM

En appliquant (4) pour le modèle de canal à deux trajets, on a :

$$E^2/\sigma_s^2 = 1 - \alpha_0 P_e - \alpha_L P_0 \quad \text{avec } (f_i) \text{ T.Z inverse de } F(z).$$

Pour trouver  $f_L$  et  $f_0$  on calcule le filtre transversal équivalent à  $F(z)$  donné par (14) et on obtient :

$$E^2/\sigma_s^2 = 1 + \frac{1}{RQ^2} + \frac{2}{Q^2} + \frac{1}{Q} \left( R + \frac{1}{R} \right) \quad (17)$$

Remarque : pour  $P_r \gg 1$  on voit apparaître deux comportements différents :

$$R \leq 1 \quad E^2/\sigma_s^2 = 0$$

$$R > 1 \quad E^2/\sigma_s^2 = \frac{1}{R^2} - \frac{1}{R^4}$$

$E^2/\sigma_s^2$  est maximale pour  $R = \sqrt{2}$  et le maximum vaut 0,25

L'allure de l'EQRM (fig.2) est donnée par différents  $P_r$  ( $P_r = P_e, M=1$ ) et en fonction de R. On obtient le même type de comportement que pour  $P_r \gg 1$ , mais les valeurs limites ( $R \rightarrow 0, R \rightarrow \infty$ ) de EQRM sont différentes de zéro quand  $P_r \neq \infty$ .

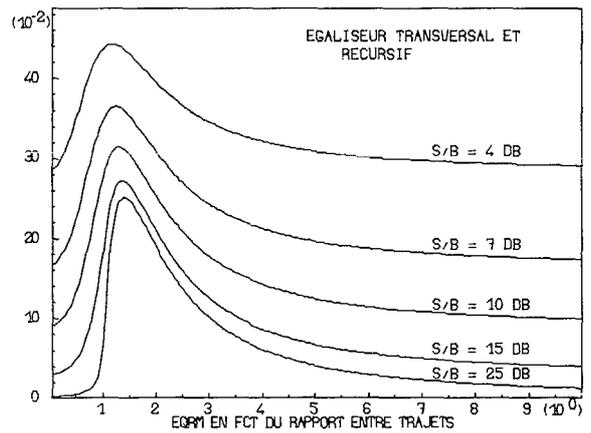


Figure 2

Ces valeurs limites sont données par :

$$\left( \frac{E^2}{\sigma_s^2} \right)_{\text{mini}} = 1 - \frac{2}{\left( \frac{1}{P_e} + 1 \right) + \sqrt{\left( \frac{1}{P_e} \right)^2 + \frac{2}{P_e} + 1}}$$

$R \rightarrow \infty$   
 $R \rightarrow 0$

Remarquons que l'utilisation d'un filtre transversal ne permet jamais d'obtenir une EQRM nulle (même avec  $P_r \rightarrow \infty$ )

II-3 Influence du retard d'estimation

II-3-1 Structure : estimation de  $\Delta_{n-kL}$   $k > 0$

on cherche  $F(z) = \frac{\hat{S}(z) z^{-kL}}{Y(z)}$  (i.e.  $d=kL$ )

On procède de la même manière que précédemment avec :

$$S_{0y}(z) = (\alpha_0 + \alpha_L z^L) z^{-kL} \sigma_s^2 \quad S_{yy}(z) \text{ inchangée}$$

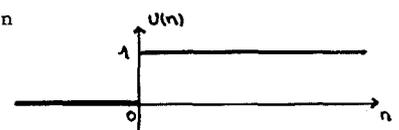
Pour  $k=2$ , on obtient pour le récepteur :

$$\hat{\Delta}_{n-2L} = -\frac{\alpha_0 \alpha_L}{Q} \left[ \left( \frac{\alpha_0}{Q^2} + \frac{\alpha_L}{Q} \right) y_n + \left( \alpha_L + \frac{\alpha_0}{Q} \right) y_{n-L} + \alpha_0 y_{n-2L} \right] + \frac{1}{Q} \hat{\Delta}_{n-4L} \quad (18)$$

Q prenant la valeur précédente. Par récurrence, on peut généraliser cette expression à un retard  $kL$  :

$$\hat{\Delta}_{n-kL} = -\frac{\alpha_0 \alpha_L}{Q} \sum_{i=0}^k \left[ \frac{\alpha_0}{Q^{k-i}} + \frac{\alpha_L U(k-i-1)}{Q^{k-i-1}} \right] y_{n-i} + \frac{1}{Q} \hat{\Delta}_{n-(k+1)L} \quad (19)$$

où  $U(n)$  est la fonction d'Heavisy de :





EGALISATION : RECEPTEUR OPTIMAL APRES TRANSMISSION  
DANS UN CANAL A DEUX TRAJETS

On peut schématiser le récepteur pour  $d=kL$

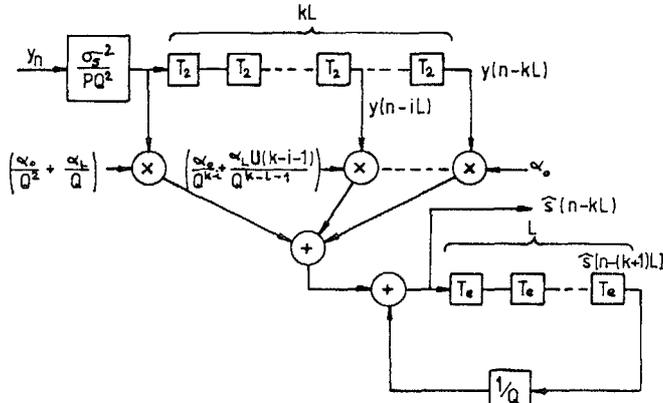


Figure 3

La structure du récepteur dépend donc aussi du retard d'estimation.

II-3-2 Performances

En appliquant (4), on montre :

$$\text{pour } d=2L \left(\frac{E^2}{\sigma_s^2}\right)_2 = 1 + \frac{1}{RQ^2} + \frac{2}{Q^2} + \frac{1}{Q^2} \left(R + \frac{1}{R}\right) + \frac{2}{Q^2} + \frac{1}{Q} \left(R + \frac{1}{R}\right) \quad (20)$$

On généralise cette expression à  $d=kL$

$$\left(\frac{E^2}{\sigma_s^2}\right)_k = 1 + \frac{1}{RQ^{2k+1}} + \frac{1}{Q^2} \frac{1 - (1/Q^k)^k}{1 - 1/Q^2} 2 + Q \left(R + \frac{1}{R}\right) \quad (21)$$

Remarque :  $P_r \gg 1$ . Nous étudions l'évolution de l'erreur pour un retard  $kL$  :

$$\begin{cases} \left(\frac{E^2}{\sigma_s^2}\right)_k = 0 & R \leq 1 \\ \left(\frac{E^2}{\sigma_s^2}\right)_k = \frac{1}{R^{2k}} - \frac{1}{R^{2k+2}} & R > 1 \end{cases}$$

L'erreur est maximale pour  $R = R_k^{\max} = \sqrt{\frac{k+1}{k}}$

$$\text{et } \left(\frac{E^2}{\sigma_s^2}\right)_k^{\max} = \frac{k^k}{(k+1)^{k+1}}$$

$$\text{donc } \lim_{k \rightarrow \infty} R_k^{\max} = 1 \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{E^2}{\sigma_s^2}\right)_k^{\max} = 0$$

L'erreur décroît en  $1/k$ , son maximum tendant vers 0 pour  $R=1$  lorsqu'on estime  $s$  avec un retard infini.

On peut alors chercher quelle serait l'erreur d'estimation en sortie d'un récepteur optimal non causal : (en écrivant directement  $F(z) = \frac{s_0 y(z)}{S_{yy}(z)}$ )

$$\hat{\Delta}_{n-L} = \frac{\alpha_0 \sigma_s^2}{\sigma_0^2 + \sigma_s^2} y_n + \frac{\alpha_0 \sigma_0^2}{\sigma_0^2 + \sigma_s^2} y_{n-L} - \frac{\alpha_0 \alpha_L \sigma_0^2}{\sigma_0^2 + \sigma_s^2} [\hat{\Delta}_n + \hat{\Delta}_{n-2L}]$$

d'où

$$\frac{E^2}{\sigma_s^2} = 1 + \frac{RQ + 1}{Q^2 - 1} + \frac{RQ + 1}{Q^2 - 1}$$

Pour  $P_r \gg 1$  et d'après (16) on montre que  $\left(\frac{E^2}{\sigma_s^2}\right)_k = 0 \forall R$ . Ceci prouve bien que le passage de l'erreur par un maximum est dû aux contraintes de stabilité et causalité qui imposent au voisinage de  $R=1$  un changement de structure du récepteur. Nous présentons rapidement par la suite une simulation de cette méthode sur ordinateur.

III SIMULATIONS SUR ORDINATEUR-ETUDE DE LA SENSIBILITE ET DE LA ROBUSTESSE DU RECEPTEUR

$s_n$  et  $b_n$  sont donnés par deux bruits échantillonnés générés à partir d'une diode ZENER. Ces deux bruits sont approximativement blancs et centrés. Le retard  $L$  entre deux trajets est fixé à dix pas d'échantillonnage. Les études statistiques sont faites en prenant des tranches de 1600 points. On a vérifié l'allure des performances du récepteur.

III-1 Comparaison avec le filtre transversal optimal à  $(2L+1)$  coefficients

Nous avons simulé également le récepteur optimal donné par (3) en tronquant la réponse impulsionnelle du filtre à  $(2L-1)$  coefficients. (C'est un ordre de grandeur souvent donné et qui se justifie par une étude préalable [2]). La figure 4 est celle de l'EQRM obtenue par le filtre transversal à  $(2L-1)$  coefficients, pour un retard d'estimation  $d > L$ ; elle est à comparer directement à la figure 2 obtenue par le filtre mixte proposé.

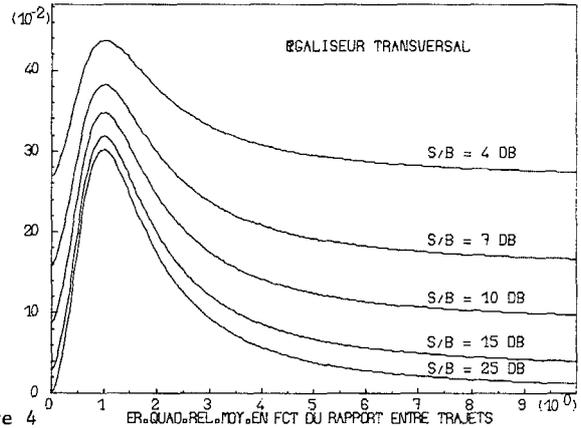


Figure 4

Les allures de l'EQRM sont semblables. On constate cependant que le récepteur mixte donne de meilleurs résultats dans toute la plage  $R \leq 1$  tant que  $S/B \geq 7$  dB. Pour des rapports  $S/B$  plus faibles, les comportements sont équivalents, voire meilleurs pour le récepteur transversal.

III-2 Robustesse : influence d'une erreur d'estimation sur l'amplitude des trajets

Pour traiter des données réelles on doit périodiquement faire l'apprentissage du milieu. Nous étudions la sensibilité du récepteur à une erreur d'estimation sur l'amplitude du deuxième trajet. La figure 5 montre l'EQRM en fonction de  $\frac{\Delta \alpha_1}{\alpha_1}$ ,  $\frac{\Delta \alpha_L}{\alpha_L}$  variant de -50% à +50% pour des rapports signal sur bruit allant de 6 dB à 13 dB. On voit que l'adjonction d'un bruit de mesure entraîne l'apparition d'un maximum de l'EQRM. Ce maximum se déplace avec le rapport signal-sur-bruit. Dans un cas sans bruit, pour  $\frac{\Delta \alpha_1}{\alpha_1} = 5\%$  on a  $\frac{E^2}{\sigma_s^2} \neq 0,06$ . L'égaliseur transversal seul à  $(2L-1)$  coefficients dans les mêmes conditions ( $R=1, RSB \gg 1$ ) mais sans erreur d'estimation du canal donne  $\frac{E^2}{\sigma_s^2} = 0,25$ . Pour la même erreur, le récepteur mixte admet une erreur d'estimation de l'amplitude  $\frac{\Delta \alpha_1}{\alpha_1} = 30\%$ . Ceci montre une bonne tolérance de ce récepteur à un mauvais apprentissage du canal. L'erreur de troncature sur le filtre transversal reste supérieure à l'erreur due à une mauvaise estimation des amplitudes du milieu jusqu'à  $\frac{\Delta \alpha_1}{\alpha_1} = 30\%$  ( $R=1, RSB \gg 1$ ) pour le récepteur mixte. L'influence d'une erreur sur  $L$  sera étudiée dans la partie IV.

EGALISATION : RECEPTEUR OPTIMAL APRES TRANSMISSION  
DANS UN CANAL A DEUX TRAJETS

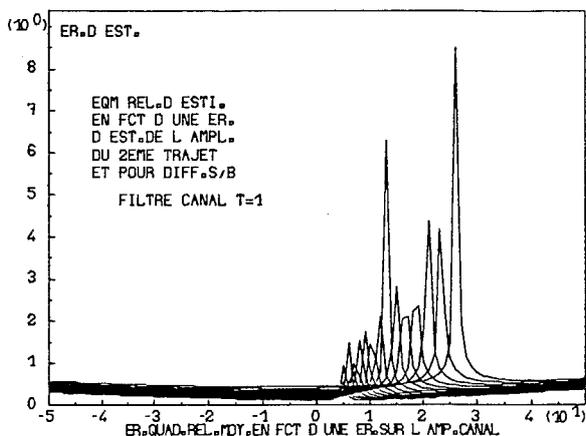


Figure 5

III-3 Etude de la probabilité d'erreur en sortie du récepteur mixte

En pratique, on émet un alphabet fini m-aire. la sortie du récepteur est alors suivie de seuils correspondants à ces m niveaux. On peut alors parler de probabilité d'erreur  $P_E$  sur chaque intervalle de transmission (ou de taux d'erreur en pratique). Nous avons simulé le cas de transmission binaire symétrique. La figure 6 donne la probabilité d'erreur pour un digite binaire, estimée statistiquement en sortie du récepteur mixte, transversal et récursif, après un seuil de détection placé à zéro, toujours dans les conditions  $M=1$ . Pour que les courbes soient plus lissées il faudrait évaluer les probabilités d'erreur sur un nombre d'épreuves encore beaucoup plus grand. (Ici on a travaillé que sur des tranches de 1200 digites). Mais l'allure générale est donnée ; on a un comportement du même type que EQRM : pour  $R \gg 1$   $P_E$  tend vers zéro si  $R \leq 1$  mais ne tend pas vers zéro si  $R > 1$  ; le cas le plus défavorable se situe comme pour EQRM entre  $R=1$ . et  $R=1.5$ .

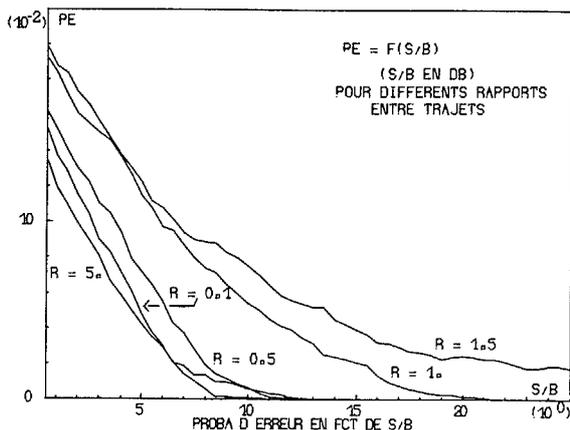
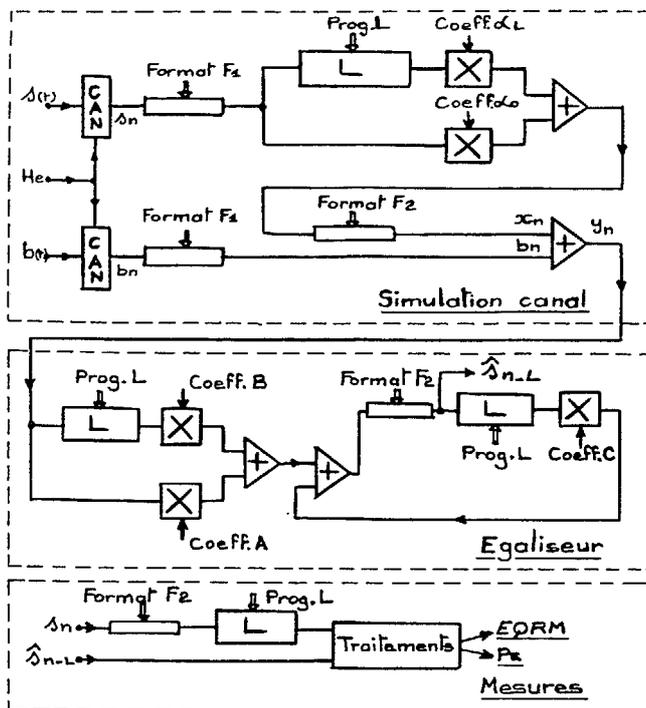


Figure 6

IV MISE EN OEUVRE DU RECEPTEUR ET PERFORMANCES

IV-1 Mise en oeuvre

Dans cette partie nous présentons une réalisation câblée du récepteur transversal et récursif sur des modules à transmission numérique série de l'information développés au CEPHAG [13]. La combinaison de ces différents modules permet de réaliser le filtrage avec une vitesse de fonctionnement intermédiaire entre celle d'un calculateur classique et celle d'un système analogique. La structure du filtre étant fixée, il est facile d'en changer les paramètres (coefficients du filtre, retard) car ils sont programmables. Ceci confère au récepteur une grande souplesse de fonctionnement. Dans notre exemple de mise en oeuvre, comme le montre la figure 7, nous simulons également le canal de transmission avec les paramètres  $\alpha_0, \alpha_L, L, S/B$ .



Réalisation pratique de l'égaliseur

Figure 7

Nous divisons ce schéma en trois parties : simulation canal - filtre égaliseur - mesures. Le signal  $s(t)$  est issu d'un générateur de séquences binaires pseudoaléatoires et  $b(t)$  d'un générateur de bruit blanc centré. Tous deux sont convertis en numérique série à l'aide de deux convertisseurs analogique numérique 12 bits. Ces deux mots sont ensuite formatés à 16 bits et rentrent dans le canal dont nous avons fixé le retard  $L$  à dix périodes d'échantillonnage. Nous avons choisi un retard d'estimation  $d=L$  d'où la structure très simple de l'égaliseur. Dans la partie mesure nous estimons l'EQRM (en effectuant la somme  $\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (s_n - s_{n-L})^2$  ainsi que la probabilité d'erreur  $P_E$  (seuil=0 + compteur). Dans toute cette simulation nous avons donc accès très facilement aux amplitudes  $\alpha_0$  et  $\alpha_L$ , au rapport S/B, au retard  $L$ , aux coefficients du filtre ainsi qu'au format (nombre de bits) des mots utilisés. Tout ceci étant programmable.

IV-2 PERFORMANCES DU RECEPTEUR

Nous testons le récepteur en terme d'erreur quadratique relative moyenne en sortie et de probabilité d'erreur. Ces deux grandeurs sont déterminées directement sur le montage : l'EQRM est calculée à chaque date  $n$  (en temps réel) pour  $N=256$ . La probabilité d'erreur  $P_E$  est déterminée après un détecteur à seuil (le seuil est placé à 0) suivi d'un compteur. On calcule  $P_E$  sur  $10^5$  événements.

- Erreur quadratique : la figure 8 donne l'EQRM en fonction du rapport  $R$  pour différents rapports signal sur bruit ( $S/B = 10 \log \frac{S}{B}$ ). Ce résultat pratique confirme la théorie de la partie III. En effet, nous pouvons comparer les figures 2 et 8. Les allures sont parfaitement respectées. De même les ordres de grandeur tant pour le maximum que pour les valeurs asymptotiques sont équivalents.

- Probabilité d'erreur : la figure 9 donne  $P_E$  en fonction du rapport signal sur bruit en décibels pour différents rapports  $R$ . On peut faire exactement les mêmes remarques que précédemment en comparant les figures 6 et 9. Ceci montre un très bon comportement du récepteur vis-à-vis de la théorie ; la précision sur les coefficients est suffisante.



EGALISATION : RECEPTEUR OPTIMAL APRES TRANSMISSION  
DANS UN CANAL A DEUX TRAJETS

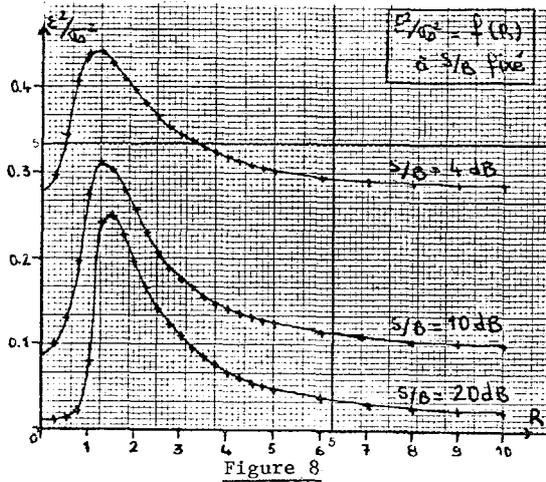


Figure 8

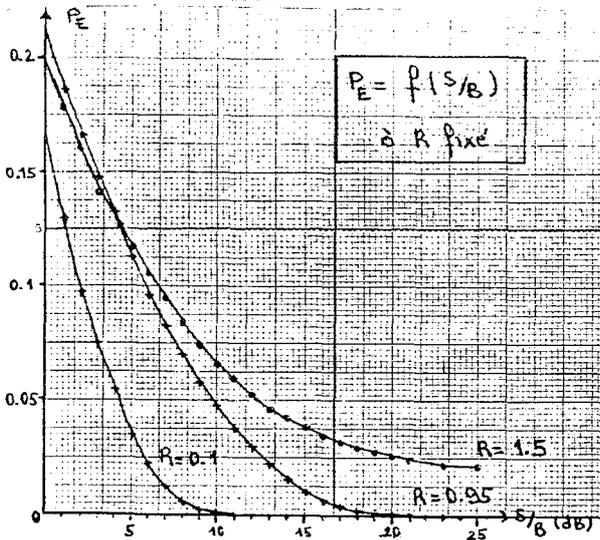


Figure 9

IV-3 ETUDE DE LA ROBUSTESSE

Nous présentons ici une étude succincte, les manipulations étant en cours. Nous avons testé la sensibilité du récepteur à une mauvaise estimation des amplitudes des trajets ou du retard L entre trajets. Dans le premier cas l'échantillonnage était d'un point par digit, dans le deuxième 30 points par digit.

-Influence d'une erreur d'amplitude : le récepteur tolère une erreur  $\frac{\Delta L}{L}$  de 30 à 35% (sans que l'on affecte  $P_E$  en sortie) ce qui donne une bonne robustesse par rapport à l'égaliseur purement transversal (cf tableau ci-dessous).

-Influence d'une erreur sur L : dans ce cas la sortie est peu affectée jusqu'à des erreurs sur le retard de l'ordre de 30 % d'un digit. Le tableau suivant permet de comparer ces résultats à ceux obtenus par l'égaliseur purement transversal calculé par passage dans le domaine des fréquences ( $f(\nu) = \frac{20x(\nu)}{844(\nu)}$ ).

|                         | Comportement vis à vis d'une erreur d'amplitude | Comportement vis à vis d'une erreur sur L  |
|-------------------------|---|--|
| Transversal et récursif | Tolère $\frac{\Delta L}{L} \sim 30\%$           | Tolère $\frac{\Delta L}{L} \sim 30\%$ dig. |
| Transversal             | Tolère $\frac{\Delta L}{L} \sim 10\%$           | Tolère $\frac{\Delta L}{L} \sim 10\%$ dig. |

Il faut remarquer ici le cas où  $R=1$ ,  $S/B = 1$ . En effet dans ce cas le récepteur possède un régime transitoire en début de fonctionnement et il lui faut plusieurs échantillons pour se stabiliser. Pour tous les autres rapports R la stabilité est immédiate.

Ceci provient d'un manque de précision à la conversion (convertisseur 12 bits) et le bruit de conversion a une très forte influence (coefficient dans la boucle = -1). Heureusement ce cas où le rapport signal sur bruit est infini ne se rencontre jamais en pratique, le cas bruité (même très peu bruité) étant toujours stable. Nous pouvons également remarquer que le récepteur est toujours meilleur que le filtre "inverse" seul.

Cependant pour des rapports signal sur bruit supérieur à 10-15 dB, pour une transmission binaire, on peut se contenter du filtre "inverse" seul (calculé en faisant  $\rho \rightarrow \infty$ ).

V CONCLUSION

Nous avons souligné l'inconvénient d'utiliser un filtre à mémoire finie (filtre purement transversal à réponse finie). L'erreur de troncature est importante surtout pour des canaux fortement distordus. Ceci nous a amené à introduire un égaliseur à la fois transversal et récursif que nous avons testé dans le cas d'un canal à deux trajets. Dans tous les cas étudiés il donne une erreur quadratique moyenne plus faible que l'égaliseur transversal classique sauf pour des rapports signal sur bruit faibles où les deux récepteurs sont équivalents. Nous montrons qu'il possède une forme simple avec peu de coefficients.

Le récepteur que nous avons réalisé à l'aide de modules série s'avère suffisamment robuste. Il reste à le mettre en oeuvre sur des signaux réels ce qui pose le problème de l'adaptativité. L'étude d'une méthode itérative d'estimation des coefficients de la partie transversale et de la partie récursive est en cours. Il faut également remarquer que le fonctionnement sur des signaux réels donc modulés passe par l'utilisation d'un récepteur complexe travaillant sur les composantes basse fréquence obtenues après démodulation.

BIBLIOGRAPHIE

[1] MELEK D.YOCEL, NAZIF TEPEDELENLIOGLU, YALCIN TANIK: "A fast non iterative method for adaptive channel equalization" Department of Electrical Engineering, Middle East Technical University, Ankara, Turkey  
 [2] J. MARTIN : "Etude d'égaliseur dans le cas de trajets multiples - applications au cas à deux trajets". Rapport CEPHAG n° 54/81  
 [3] B. PICINBONO : "Adaptive Signal Processing for Detection and Communication" Lab. des Sig. et Syst. Com. Sys. And Rand. Proce. Theory 1978  
 [4] O. MACCHI, E. EWEDA : "Convergence du filtrage adaptatif à pas constant en présence d'observations corrélées" C.R. Acad. Sc. Paris, t. 292 (23 février 1981).  
 [5] E.H.SATORIUS, S.T.ALEXANDER : "Channel Equalization Using Adaptive Lattice Algorithms" IEEE Trans. on Com., Vol. Com-27, N°6, June 79.  
 [6] R.D. GITLIN and F.R.MAGEE : "Self-orthogonalizing adaptive equalization algorithms," IEEE Trans. Com. Vol. Com-25 July 77.  
 [7] D.GODARD : "Channel Equalization Using a KALMAN filter for Fast data Transmission", IBM Journal of research and Development, May 74 pp 267, 273.  
 [8] D.D. FALCONER, L.LJUNG "Application of Fast KALMAN Estimation to adaptive Equalization," IEEE Trans. Com., vol COM-26, N°10, pp 1439-1446  
 [10],[11] A. PAPOULIS : "Signal analysis" Mc Graw-Hill book Company 1977 pp 336-349  
 [12] J.MARTIN : "Récepteur optimal après transmission dans un canal certain à deux trajets" Rapport CEPHAG N° 26-82  
 [13] J.LIENARD: "Conception d'un ensemble modulaire de traitement numérique du signal" Septième colloque sur le traitement du signal et ses applications, 1979.