

HUITIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

873



NICE du 1^{er} au 5 JUIN 1981

UN NOUVEL ALGORITHME D'EGALISATION SANS BIAIS.

H. VILLA et O. MACCHI

LABORATOIRE DES SIGNAUX ET SYSTEMES - CNRS/ESE - Plateau du Moulon - 91190 GIF SUR YVETTE.

RESUME

SUMMARY

Au cours de transmission de données on émet des symboles discrets; la réception se fait par une estimation des données généralement constituée par un filtre appelé égaliseur, suivi d'un détecteur à seuils. On met d'abord en évidence le fait que contrairement à une idée très répandue le critère de l'erreur quadratique moyenne minimale généralement utilisé pour calculer les récepteurs optimaux ne permet pas toujours d'atteindre le minimum d'erreur. Cela est dû en particulier au fait que le calcul de l'erreur quadratique moyenne ne fait intervenir ni le nombre de niveaux, ni la place des seuils. L'étude du signal ainsi égalisé montre qu'il comporte un biais, dû à la présence du bruit. Ce biais est gênant dans le cas où les données prennent plus de deux niveaux. Un calcul de probabilité d'erreur dans un cas simple montre que si on change les seuils en fonction de la puissance du bruit on peut améliorer la probabilité d'erreur donnée par l'égaliseur du critère de l'erreur quadratique moyenne. Le phénomène de biais est d'autant plus marqué que le bruit est plus fort. Pour en tenir compte, un nouvel égaliseur est introduit, qui minimise l'erreur quadratique moyenne sous contrainte d'élimination du biais ou, de manière équivalente d'adaptation des seuils au niveau de bruit. Cet égaliseur qui a l'avantage d'avoir une forme adaptative simple apporte une amélioration, dans tous les cas envisagés, sur l'égaliseur "classique". La comparaison des performances des deux égaliseurs a été faite grâce à des simulations sur ordinateur avec des algorithmes adaptatifs.

In data transmission, discrete symbols are emitted; the reception is made of a linear estimation, called equalizer, followed by a threshold detector. We first show that the mean square error criterion, generally used, does not always bring a minimum error probability. This is due to the fact that the mean square error calculation does not take the number of levels and the threshold values into consideration. The resulting equalized signal have a bias which depends on the additive noise power; this bias is embarrassing when the data take more than two levels. In a simple case, the error probability calculation shows that by changing the threshold according to the noise power, the error probability of the mean square error criterion equalizer can be improved.

To take this phenomenon into account, a new equalizer is introduced, minimizing the mean square error under the condition of a null bias, which is equivalent to threshold adaptation. Such an equalizer which have a simple adaptive form, gives smaller error probability than the "usual" equalizer. This has been tested with the aid of computer simulations.



I. INTRODUCTION

En transmission de données, la réception se fait généralement par un égaliseur s'appuyant sur le critère de l'erreur quadratique moyenne (EQM), suivi d'un détecteur à seuils [1]. Ceci correspond à l'idée, très répandue, que minimiser l'EQM revient à minimiser la probabilité d'erreur (PE) sur les données.

Il faut cependant noter la contribution récente de Millot [2] qui choisit un autre critère que l'EQM pour attendre une meilleure PE dans le cas de trois niveaux.

Dans cet article nous commençons par mettre en évidence, sur un exemple, que la PE n'est pas une fonction croissante de l'EQM en particulier à cause de l'existence d'un biais sur le signal égalisé; d'où l'introduction d'un nouvel égaliseur permettant de supprimer ce biais. La suppression du biais revient à un déplacement de seuils, dans le cas où on émet plus de deux niveaux, cas qui, seul, retiendra notre attention. La forme adaptative, simple, de ce nouvel égaliseur nous a donné des performances plus intéressantes que l'égaliseur classique. Les simulations ont été faites avec des données réelles la généralisation au cas complexe étant immédiate.

II. CALCUL DE LA PROBABILITE D'ERREUR DANS UN CAS SIMPLE.

Ce calcul est possible dans le cas d'un canal de transmission parfait (canal n'introduisant pas d'interférences), d'un bruit additif blanc, centré gaussien et pour une suite de données, a_K , pouvant prendre un nombre quelconque de niveaux, ici nous prendrons quatre niveaux; ces données sont supposées centrées, équiprobables, indépendantes entre-elles et indépendantes du bruit.

Le signal échantillonné, x_K , à l'entrée de l'égaliseur s'écrit

$$x_K = a_K + b_K \quad (1)$$

où b_K est l'échantillon de bruit additif. On sait que [2] l'égaliseur optimal \vec{H}_{opt} , au sens du critère de l'EQM s'écrit

$$\vec{H}_{opt} = (\vec{S} + \frac{1}{2} \vec{R})^{-1} \vec{S}_0$$

où

$$\vec{S}_K^T = (s_{K+N}, \dots, s_K, \dots, s_{K-L})$$

est le vecteur d'échantillons de la réponse percussive du canal $s(t)$, où $(N+L+1)$ est le nombre d'échantillons traités par l'égaliseur, où \vec{R} est la matrice de corrélation de $(N+L+1)$ échantillons successifs de bruit, où \vec{S} est la matrice de pseudo-corrélation du canal. Dans la suite on prendra la puissance des données a^2 égale à l'unité pour simplifier. Dans le cas simple de cet exemple on a

$$\vec{H}_{opt} = \frac{\vec{S}_0}{1+\sigma^2} \quad (4)$$

où σ^2 est la puissance du bruit et

$$\vec{S}_0^T = (0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0) \quad (5)$$

Le signal y_K de sortie de l'égaliseur est donné par

$$y_K = \vec{H}_{opt}^T \vec{x}_K \quad (6)$$

avec

$$\vec{x}_K^T = (x_{K+N}, \dots, x_K, \dots, x_{K-L}) \quad (7)$$

dans notre cas

$$y_K = \frac{a_K}{1+\sigma^2} + \frac{b_K}{1+\sigma^2} \quad (8)$$

On voit que la valeur moyenne de y_K , conditionnelle à l'émission de la donnée a_K à l'instant $n^\circ K$, moyenne notée $E(y_K/a_K)$ n'est pas a_K . Cette moyenne est plus faible que a_K , et le phénomène est d'autant plus marqué que le bruit est plus fort. Nous conviendrons d'appeler "biais" d'un égaliseur, la grandeur aléatoire $[a_K - E(y_K/a_K)]$ qui prend autant de valeurs qu'il y a de niveaux possibles pour les données a_K .

L'égaliseur sera dit sans biais si cette variable aléatoire est nulle. C'est le cas pour l'égaliseur, non optimal, caractérisé par

$$\vec{H}^T = (0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0). \quad (9)$$

On a bien

$$y_K = a_K + b_K \quad (10)$$

et donc

$$E(y_K/a_K) = a_K \quad (11)$$

ce qui veut dire que le biais est nul quel que soit le le niveau de bruit.

Soit P et P' les PE pour les égaliseurs \vec{H}_{opt} et \vec{H} et ϵ et ϵ' , les EQM correspondantes. Pour les quatre niveaux $\pm 3\alpha, \pm \alpha$ ($\alpha = 1/\sqrt{5}$), les seuils étant placés en $\pm 2\alpha, 0$, il est facile de voir que

$$P = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right) + \text{erfc}\left(\alpha \frac{1+2\sigma^2}{\sigma}\right) + \text{erfc}\left(\alpha \frac{1-2\sigma^2}{\sigma}\right); \quad (12)$$

$$P' = \frac{3}{2} \text{erfc}\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right), \quad (13)$$

$$\epsilon = \frac{\sigma^2}{1+\sigma^2}, \quad (14)$$

$$\epsilon' = \sigma^2 \quad (15)$$

avec

$$\text{erfc}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-u^2/2} du. \quad (16)$$

Le rapport signal à bruit S/B est donné par

$$S/B = -10 \log \sigma^2 \quad (17)$$

Les résultats sont donnés dans le tableau 1 et la figure 1. On voit sur les courbes que la PE n'est pas une fonction croissante de ϵ ; on a, à la fois, $(\epsilon/\epsilon') < 1$ et $(P/P') > 1$. Les calculs de PE montrent que le choix des seuils intervient. En particulier si on change $\pm 2\alpha$ en $\pm \frac{2\alpha}{1+\sigma^2}$ on trouve

$$P = P' = \frac{3}{2} \text{erfc}\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right), \quad (18)$$

ce qui ramène la probabilité d'erreur de l'égaliseur classique au niveau de celle de l'égaliseur sans biais. Mais pour obtenir ce résultat, les seuils dépendent du niveau du bruit σ^2 ; il faut donc les adapter à ce niveau de bruit ou, ce qui revient au même, faire une homothétie sur les signaux égalisés, de rapport $(1+\sigma^2)$. C'est ce qui est fait dans la suite par un système original et adaptatif. Par contre, dans le calcul des EQM la place des seuils n'intervient pas, ni le nombre de niveaux, d'ailleurs : c'est cette lacune qui rend l'égaliseur classique, basé sur le critère de l'EQM, vulnérable au phénomène de biais.

III. EGALISEUR SANS BIAIS.

Après avoir calculé le biais de y_K pour un égaliseur \vec{H} quelconque, on minimise l'EQM avec la contrainte de supprimer ce biais.

III.1. Calcul du biais.

Soit b le biais

$$b = E(y_K - a_K) / a_K \quad (19)$$

L'expression suivante du vecteur observation \vec{x}_K

$$\vec{x}_K = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} a_j \vec{s}_{K-j} + \vec{b}_K \quad (20)$$

où

$$\vec{b}_K^T = (b_{K+N}, \dots, b_K, \dots, b_K, \dots) \quad (21)$$

nous donne pour un égaliseur \vec{H}

$$b = a_K (\vec{H}^T \vec{s}_0 - 1) \quad (22)$$

III.2. Minimisation de l'EQM sous contrainte.

L'EQM, $\epsilon(\vec{H})$, est dans le cas général ([2]) donnée par

$$\epsilon(\vec{H}) = 1 - 2\vec{H}^T \vec{s}_0 + \vec{H}^T (S + R) \vec{H} \quad (23)$$

En ajoutant la contrainte

$$\vec{H}^T \vec{s}_0 = 1 \quad (24)$$

on obtient, l'égaliseur sans biais \vec{H}_b

$$\vec{H}_b = \frac{(S + R)^{-1} \vec{s}_0}{\vec{s}_0^T (S + R)^{-1} \vec{s}_0} \quad (25)$$

ce qui s'écrit

$$\vec{H}_b = \vec{H}_{opt} / \alpha \quad (26)$$

avec

$$\alpha = \vec{H}_{opt}^T \vec{s}_0 \quad (27)$$

la figure 2 rend compte de la forme de l'égaliseur

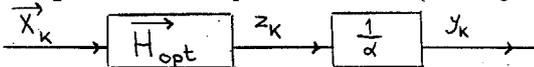


Figure 2. Egaliseur sans biais optimal.

On a introduit la variable z_K définie par

$$z_K = \vec{x}_K^T \vec{H}_{opt} \quad (28)$$

elle est liée à la sortie y_K de l'égaliseur sans biais optimal par

$$y_K = z_K / \alpha \quad (29)$$

Remarques : - D'après (23) et (27) on voit que

$$\alpha = 1 - \epsilon(\vec{H}_{opt}) = 1 - \epsilon \quad (30)$$

L'EQM ϵ étant positive, y_K est supérieur à z_K ;

z_K est déplacé vers les valeurs supérieures conformément à l'analyse faite dans le cas simple du paragraphe II.

- Pour le cas particulier vu au II \vec{H}_b est l'égalisateur \vec{H} défini par (9).

- On peut exprimer α en fonction de la variable intermédiaire z_K , en effet d'après (22), on a

$$E\left(\frac{z_K}{a_K}\right) = \alpha \quad (31)$$

Si on appelle ϵ' , l'EQM pour l'égaliseur sans biais, \vec{H}_b , on obtient en remplaçant dans (23)

$$\epsilon' = \frac{1-\alpha}{\alpha} = \frac{\epsilon}{1-\epsilon} \quad (32)$$

On a bien ϵ' supérieur à ϵ , comme il est normal, puisque le critère de l'EQM est destiné à minimiser $\epsilon(\vec{H})$. L'égalité entre les deux EQM a lieu dans le cas très particulier, idéal, où ϵ est nulle; c'est à dire quand il n'y a ni bruit, ni interférences (on a alors $\vec{H}_b = \vec{H}_{opt}$) et seulement dans ce cas là.

III.3. Mise en oeuvre adaptative.

C'est à partir de l'expression (26) de \vec{H}_b que la forme adaptative de l'égaliseur sans biais est obtenue. En effet, l'algorithme de \vec{H}_{opt} est celui du gradient, qui s'écrit :

$$\vec{H}_{opt}^{K+1} = \vec{H}_{opt}^K + \mu(\hat{a}_K - z_K) \vec{x}_K \quad (34)$$

en notant \vec{H}_{opt}^K le vecteur, convergent vers l'égaliseur classique \vec{H}_{opt} , à l'instant d'échantillonnage K ; \hat{a}_K est est l'estimation de a_K qui se fait par le détecteur à seuil. Le pas d'incrément, μ ; de l'algorithme sera choisi constant dans notre étude. On trouve ensuite la forme adaptative de α en remarquant que d'après (28) et (20)

$$E\left(\frac{z_K}{a_K}\right) = E\left(\frac{z_K}{a_K}\right) = \alpha \quad (34)$$

Par conséquent

$$\alpha^{K+1} = \nu \alpha^K + (1 - \nu) z_K / a_K \quad (35)$$

nous donne une estimation de α . Le pas d'incrément (1- ν) est constant et de l'ordre de 10^{-2} .

Ainsi la formule

$$\vec{H}_b^{K+1} = \frac{\vec{H}_{opt}^{K+1}}{\alpha^{K+1}}, \quad (36)$$

nous permet une mise en oeuvre adaptative simple de l'égaliseur sans biais.

III.4. Egaliseur récursif.

A partir de l'égaliseur récursif optimal selon le critère de l'EQM [3], un raisonnement analogue au cas de l'égaliseur transverse nous conduit au schéma de la figure 3.

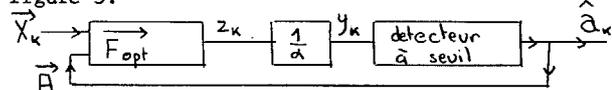


Figure 3. Egaliseur récursif sans biais F.

En introduisant le vecteur

$$\vec{T}_K^T = (x_{K+N} \dots x_{K-L}, a_{K-1}, \dots a_{K-R}) \quad (37)$$

et le vecteur des r données estimées antérieures

$$\vec{\Lambda}_K^T = (\hat{a}_{K-1}, \dots \hat{a}_{K-r}), \quad (38)$$

on sait que

$$\vec{F}_{opt} = [E(\vec{T}_K \vec{T}_K^T)]^{-1} \vec{D} \quad (39)$$

caractérise l'égaliseur minimisant l'EQM où l'on a posé

$$\vec{D}^T = (s_N, \dots s_{-L}, \underbrace{0, \dots, 0}_r) \quad (40)$$

r composantes

D'autre part on a

$$\alpha = \vec{F}_{opt}^T \cdot \vec{D} \quad (41)$$

Soit alors

$$z_K = \vec{F}_{opt}^T \cdot \vec{T}_K \quad (42)$$



la sortie de l'égaliseur récursif classique. On voit facilement qu'on a toujours

$$E\left(\frac{z_K}{a_K}\right) = E\left(\frac{z_K}{a_K}\right) = \vec{F}_{opt}^T \cdot \vec{D} = 1 - \epsilon(\vec{F}_{opt}) \quad (43)$$

Par conséquent la forme adaptative de α est la même que dans le cas précédent.

L'algorithme de l'égaliseur récursif, \vec{F}_{opt} , est celui du gradient. La forme adaptative de l'égaliseur récursif sans biais est donc analogue à celle de l'égaliseur transverse sans biais.

IV. RESULTATS.

On a comparé, numériquement, la PE et l'EQM de l'égaliseur sans biais (transverse et récursif) à la PE et à l'EQM de l'égaliseur classique (transverse et récursif). On a d'abord effectué ces comparaisons en prenant pour les égaliseurs (transverse et récursif) les formes théoriques. Puis on s'est intéressé aux formes adaptatives des égaliseurs.

Les calculs ont été faits avec plusieurs canaux appelés respectivement P, A, B, C, D dont les caractéristiques sont données dans le tableau 2; où d est le taux de distorsion défini par

$$d = \frac{\sum_{K \neq 0} |s_K|}{s_0} \quad (44)$$

Canal	P	A	B	C	D
s_0	1	0,97	0,94	0,9	0,82
$s_2 = s_{-2}$	0	0,16	0,24	0,3	0,41
d	0	0,33	0,51	0,67	1

$s_K = 0$ pour $K \neq 0$
et $K \neq \pm 2$

Tableau 2. Coefficients et taux de distorsion des canaux étudiés.

On sait que d caractérise la qualité de chaque canal. Le canal P est le canal parfait que l'on a vu au paragraphe II. On a ensuite le canal A qui est un "bon" canal avec un faible taux de distorsion, les canaux B et C créent des interférences plus importantes, enfin le canal D qui présente un "trou" dans son spectre, après repliement dans la bande de Nyquist $\left\{ \frac{1}{2\Delta}, \frac{1}{2\Delta} \right\}$ (Δ étant la période d'émission des données) est un "mauvais" canal. Les notations déjà utilisées (P et pour la PE et l'EQM de l'égaliseur classique; P' et ϵ' pour la PE et l'EQM de l'égaliseur sans biais) seront toujours les mêmes dans les différents tableaux et sur les différentes courbes.

IV.1. Comparaison dans les cas théoriques.

IV.1.1. Cas des égaliseurs transverses.

Le tableau 4 et la figure 4 montrent que dans tous les cas la PE est plus faible pour l'égaliseur sans biais. Ce qui était vrai pour le calcul parfait est donc vrai pour les autres canaux, qu'ils soient "bon" comme les canaux A et B ou plus distordus comme les canaux C et D. L'EQM reste évidemment toujours supérieure à l'EQM de l'égaliseur classique. Quand le niveau de bruit est faible et pour des canaux "assez bons" les deux égaliseurs sont à peu près équivalentes. Par contre en bruit fort, ou bien pour des canaux très distordus l'intérêt de l'égaliseur sans biais est plus marqué et le critère de l'EQM devient caduque pour minimiser la PE. On voit, par exemple, pour le canal C et pour $\sigma^2=1$ que l'on a $\epsilon/\epsilon'=0,4$ alors que $P/P'=1,14$.

IV.1.2. Cas des égaliseurs récursifs.

Le tableau 5 et les courbes de la figure 5 nous amènent à des conclusions similaires à celles obtenues pour les égaliseurs transverses. Si l'égaliseur sans biais donne toujours une probabilité d'erreur plus faible, c'est surtout en bruit fort qu'il est intéressant.

Remarque : Des simulations ont également été faites avec les valeurs théoriques de \vec{F}_{opt} et \vec{F} mais en introduisant dans \vec{F}_K non les a_K (valeurs vraies) mais les \hat{a}_K (valeurs estimées). Les valeurs des EQM et des PE sont plus importantes (tableau 6) mais l'allure des courbes P/P' et ϵ/ϵ' (figure 6) reste la même.

IV.2. Comparaison dans le cas des égaliseurs adaptatifs.

Les simulations ont été faites uniquement dans le cas des égaliseurs transverses. Les PE et EQM (tableau 7) sont supérieures à celles du tableau 3, car l'introduction de la valeur estimée \hat{a}_K dans les algorithmes entraîne des erreurs supplémentaires par rapport aux égaliseurs théoriques. Cependant l'égaliseur sans biais amène toujours une diminution du nombre d'erreurs comme le montrent les courbes de la figure 7. L'EQM de l'égaliseur classique reste toujours inférieure à celle de l'égaliseur sans biais, sauf dans un cas sévère (canal D : S/B = 30 dB) ce qui n'est pas surprenant car \vec{H}_{opt} qui rend l'EQM minimale théoriquement, est fortement modifié par le grand nombre d'erreurs.

V. CONCLUSION.

On a montré dans un cas particulier que la PE n'est pas une fonction croissante de l'EQM. Ceci nous a amené à introduire un nouvel égaliseur : l'égaliseur sans biais qui nous donne, dans tous les cas étudiés, moins d'erreurs que l'égaliseur classique à EQM minimale. Cet égaliseur, valable aussi en récursif, a de plus, l'avantage de posséder une forme adaptative simple.

Si en bruit faible et pour des "bons" canaux l'égaliseur sans biais donne des probabilités d'erreurs équivalentes (légèrement inférieures cependant) à celles de l'égaliseur classique, il se montre par contre plus intéressant en cas de bruit fort ou (et) pour des canaux très distordus.

REFERENCES

- [1] LUCKY, SALZ, WELDON. : Principles of data communications. Mc. Graw Hill, New York (1968).
- [2] MILLOT : A general class of PAM equalizers IEEE com. June 80, 28 n° 6, p. 915-917.
- [3] MACCHI C., JOUANNAUD, MACCHI O. : Récepteurs adaptatifs pour transmission de données à grande vitesse. Annales des Télécommunications. Sept/Oct. 75, Tome 30, N° 9-10, p. 311-330.
- [4] MONSEN : Feedback equalization for fading dispersive channels (Egalisation récursive pour canaux dispersifs à évanouissement) IEEE Trans. IT, USA (Janv. 71), 17, N° 1, p. 56-65.



UN NOUVEL ALGORITHME D'EGALISATION SANS BIAIS.

S/B (dB)	30	20	14	10	3	0
P	0	$6.1 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-2}$	0.126	0.433	0.545
ϵ	10^{-3}	$0.99 \cdot 10^{-2}$	$3.8 \cdot 10^{-2}$	$0.9 \cdot 10^{-2}$	0.33	0.5

TABLEAU 1 : PE et EQM de H_{opt} (canal parfait)

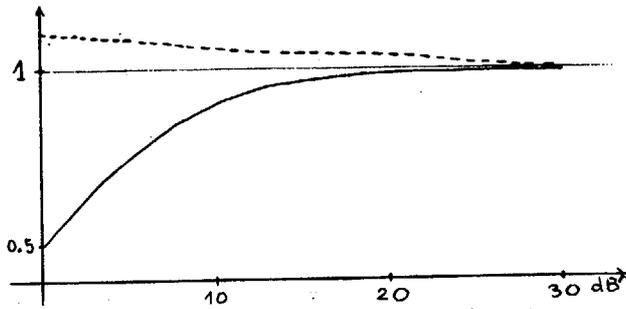


Figure 1 P/P' (---) et E/E' (—) en fonction de S/B

S/B (dB)	30	20	13	10	0	CANAL
P	0	0	0.07	0.17	0.568	A
ϵ	$1.3 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^{-2}$	$6.1 \cdot 10^{-2}$	0.11	0.53	
P	0	$1.2 \cdot 10^{-3}$	0.11	0.222	0.584	B
ϵ	$1.8 \cdot 10^{-3}$	$1.8 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-2}$	0.14	0.55	
P	0	$8.6 \cdot 10^{-3}$	0.18	0.293	0.60	C
ϵ	$3 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-2}$	0.11	0.19	0.58	
P	0.159	0.285	0.388	0.436	0.622	D
ϵ	$9.5 \cdot 10^{-2}$	0.18	0.26	0.33	0.63	

TABLEAU 4 : PE et EQM de H_{opt} (forme théorique).

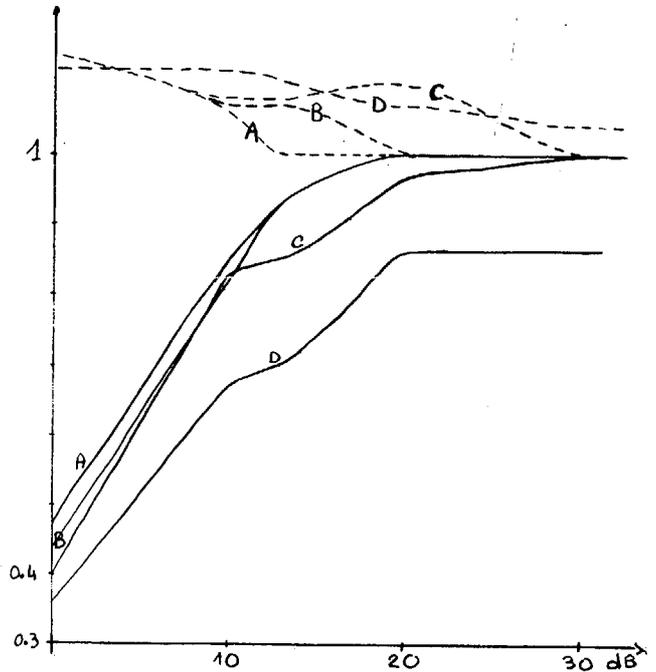


Figure 4 P/P' (---) et E/E' (—) en fonction de S/B

S/B (dB)	30	20	13	10	0	CANAL
P	0	0	0.04	0.138	0.56	P
ϵ	10^{-3}	10^{-2}	$4.8 \cdot 10^{-2}$	$9 \cdot 10^{-2}$	0.50	
P	0	0	0.053	0.153	0.568	A
ϵ	$1.1 \cdot 10^{-3}$	$1.1 \cdot 10^{-2}$	$5.4 \cdot 10^{-2}$	0.10	0.51	
P	0	0	0.068	0.166	0.569	B
ϵ	$1.3 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^{-2}$	$6.1 \cdot 10^{-2}$	0.11	0.52	
P	0	0	0.083	0.197	0.580	C
ϵ	$1.6 \cdot 10^{-3}$	$1.6 \cdot 10^{-2}$	$7 \cdot 10^{-2}$	0.13	0.53	
P	0	$7.5 \cdot 10^{-3}$	0.149	0.255	0.581	D
ϵ	$4.1 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-2}$	0.10	0.16	0.55	

TABLEAU 5 : PE et EQM de F_{opt} (égaliseur récursif théorique)

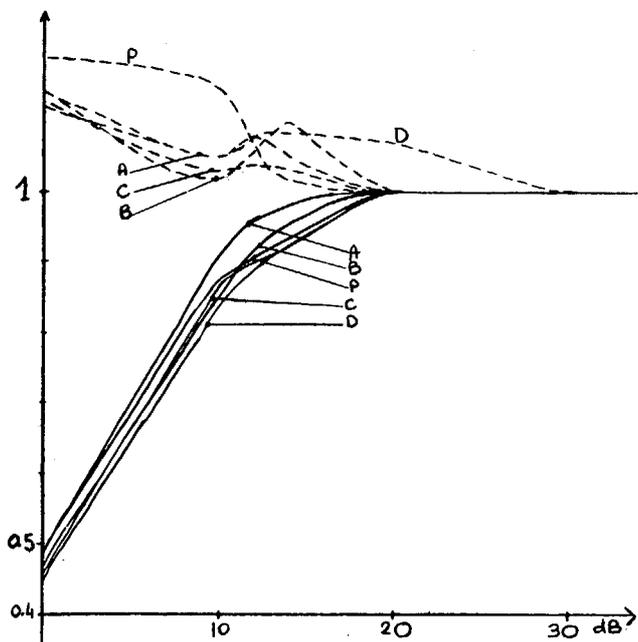


Figure 5 P/P' (---) et E/E' (—) en fonction de S/B



UN NOUVEL ALGORITHME D'EGALISATION SANS BIAIS.

S/B (dB)	30	20	13	10	0	CANAL
P	0	0	0.038	0.134	0.538	P
ϵ	10^{-3}	10^{-2}	$4.8 \cdot 10^{-2}$	$9 \cdot 10^{-2}$	0.50	
P	0	0	0.06	0.167	0.556	A
ϵ	$1.1 \cdot 10^{-3}$	$1.1 \cdot 10^{-2}$	$5.9 \cdot 10^{-2}$	0.11	0.54	
P	0	0	0.10	0.226	0.571	B
ϵ	$1.3 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^{-2}$	$8.1 \cdot 10^{-2}$	0.15	0.57	
P	0	0	0.172	0.292	0.588	C
ϵ	$1.6 \cdot 10^{-3}$	$1.6 \cdot 10^{-2}$	0.13	0.21	0.60	
P	0	0.059	0.40	0.456	0.618	D
ϵ	$4.1 \cdot 10^{-3}$	$9.4 \cdot 10^{-2}$	0.38	0.42	0.66	

TABLEAU 6 : PE et EQM de F_{opt} (avec \hat{a}_k)

S/B (dB)	30	20	13	10	0	CANAL
P	0	0	0.047	0.157	0.584	P
ϵ	10^{-3}	10^{-2}	$5.2 \cdot 10^{-2}$	0.10	0.59	
P	0	0	0.071	0.198	0.631	A
ϵ	$1.3 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^{-2}$	$6.5 \cdot 10^{-2}$	0.12	0.65	
P	0	$1.2 \cdot 10^{-3}$	0.130	0.268	0.628	B
ϵ	$1.9 \cdot 10^{-3}$	$1.9 \cdot 10^{-2}$	$9.1 \cdot 10^{-2}$	0.165	0.64	
P	0	$1.1 \cdot 10^{-2}$	0.236	0.354	0.633	C
ϵ	$3.8 \cdot 10^{-3}$	$3.6 \cdot 10^{-6}$	0.142	0.230	0.69	
P	0.310	0.342	0.443	0.493	0.646	D
ϵ	0.20	0.22	0.33	0.40	0.75	

TABLEAU 7 : PE et EQM de \hat{H}_{opt} (forme adaptative)

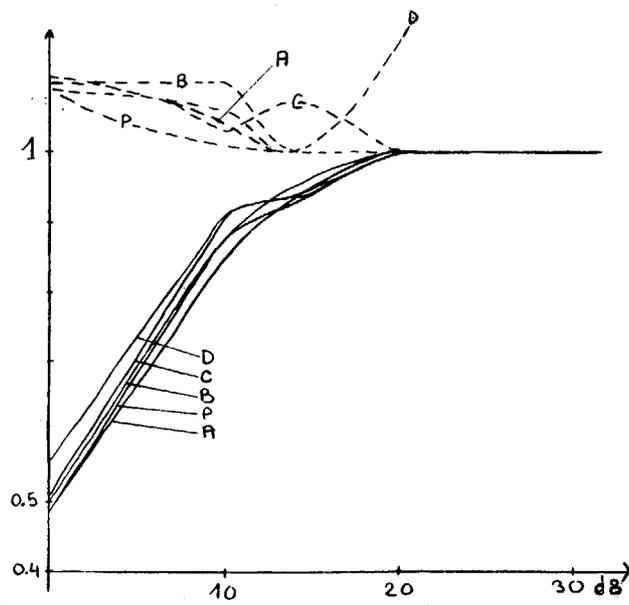


Figure 6 P/P' (-) et ϵ/ϵ' (-) en fonction de S/B

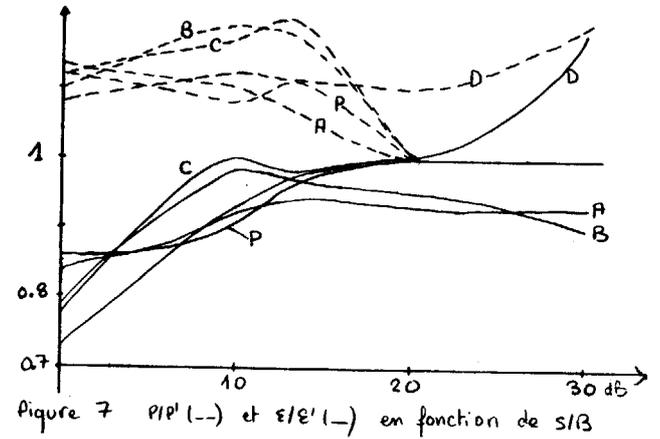


Figure 7 P/P' (-) et ϵ/ϵ' (-) en fonction de S/B