

HUITIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS



NICE du 1^{er} au 5 JUIN 1981

PASSAGE DU QUALITATIF AU QUANTITATIF EN ECHOGRAPHIE ULTRASONORE⁽⁺⁾
THE QUANTITATIVE STEP IN ULTRASONIC ECHOGRAPHY

Jean-Pierre LEFEBVRE

C.N.R.S. - Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique - B.P. 71 - 13277 MARSEILLE cedex 9 -

RESUME

Prenant la suite des travaux de Jones sur l'impédographie (ou échographie quantitative des milieux parfaits peu hétérogènes unidimensionnels), on traite tour à tour l'extension aux fortes hétérogénéités, aux structures tridimensionnelles, aux milieux dissipatifs. Dans tous les cas, on procède à partir de la réponse impulsionnelle en réflexion du milieu que l'on suppose savoir atteindre expérimentalement (on ne s'intéresse pas au problème de la déconvolution). On construit ainsi un embryon de théorie quantitative de l'échographie.

SUMMARY

Following Jones' work about impediography (i.e. quantitative echography for perfect weakly-varying one dimensional media) ; we extend the theory to any-varying media, 3-dimensional structures, lossy media. We use the impulse response in reflection of the medium, which we suppose to be able to measure (we are not interested by the deconvolution problem). This work is a quantitative theory in embryo of echography.

(+) Ce travail résume une partie de la thèse d'Etat soutenue le 5 février 1981 devant l'Université de Provence Aix-Marseille 1.



INTRODUCTION

L'échographie ultrasonore est actuellement une technique purement qualitative : une méthode d'imagerie. Elle indique la présence de structures réfléchissantes et, dans certains cas, leur pouvoir de réflexion (échelle de gris).

Il manque un véritable étalonnage des images : pouvoir dire qu'en tel point du milieu tel paramètre physique est de telle grandeur.

Il s'agit donc d'un double problème :

- un problème de modélisation acoustique des milieux biologiques : choix de paramètres significatifs,
- un problème inverse de diffraction : identification de ces paramètres par des mesures de rétro-diffusion.

Le premier travail dans cette direction a été effectué par Jones [1] [2] en 1972. La modélisation choisie était élémentaire : milieu unidimensionnel à impédance faiblement variable. La technique d'inversion elle aussi était rudimentaire : simple inversion d'une expression analytique approchée de la réponse impulsionnelle en réflexion du milieu.

Notre travail s'inscrit dans la suite logique des travaux de Jones. On en a retenu l'idée essentielle de procéder à partir de la réponse impulsionnelle en réflexion du milieu. L'atteindre est déjà un problème en soi [3], (transducteurs très large bande, déconvolution).

On a cherché des modélisations plus réalistes : milieux à fluctuations quelconques d'impédance [4], milieux dissipatifs [5], milieux tridimensionnels [6]

En ce qui concerne le problème inverse, on a fait appel à des techniques plus évoluées, issues des travaux sur le problème inverse de la diffusion en mécanique quantique [7]; discipline de plus de 25 ans d'âge.

1 - RAPPELS SUR L'IMPEDOGRAPHIE DE JONES [1][2]

On considère avoir affaire à un échographe idéalement directif et large bande, attaquant les structures biologiques en ondes planes à incidence normale (le tissu biologique est assimilé à un milieu feuilleté). On a donc un problème unidimensionnel. Si on caractérise le milieu par la seule impédance spécifique Z de chacune de ses strates, on peut aisément calculer le premier ordre de diffraction sur chaque interface $(\frac{Z_i - Z_{i-1}}{Z_i + Z_{i-1}} \approx \frac{1}{2} \frac{\delta Z_i}{Z_i})$, et donc calculer la réponse impulsionnelle d'ordre 1 de l'ensemble du milieu feuilleté. (somme des contributions de chaque interface), puis passer à la limite

pour un milieu continu (feuilletage de plus en plus mince).

Jones a trouvé :

$$H^{(1)}(t) = \frac{1}{4} \left[\frac{d}{d\xi} \text{Log } Z(\xi) \right]_{\xi = t/2}$$

où $\xi(x) = \int_0^x \frac{dx'}{c(x')}$ est le temps de parcours de l'onde acoustique pour aller du point 0 d'émission-réception (supposé dans un milieu homogène, le liquide de couplage) au point x.

Cette formule s'inverse facilement, donnant accès par une mesure de la réponse impulsionnelle en rétro-diffusion - au profil logarithmique d'impédance :

$$\text{Log } \frac{Z(\xi)}{Z_0} = 2 \int_0^{\xi} H^{(1)}(t) dt$$

C'est l'impédographie.

Il suffit donc, en principe, pour faire de l'impédographie, d'utiliser un échographe à très large bande de fréquence, donnant accès à la réponse impulsionnelle du milieu, et d'intégrer cette réponse impulsionnelle pour obtenir le profil logarithmique d'impédance

Cette technique donne de bons résultats pour les très faibles fluctuations d'impédance (détection de variations de l'ordre de 1%), mais ne peut s'appliquer aux fortes fluctuations, pour lesquelles le premier ordre de diffraction est une approximation insuffisante (réflexions multiples).

On s'est d'abord penché sur ce premier point : la généralisation de l'impédographie aux fortes fluctuations.

2 - L'IMPEDOGRAPHIE GENERALISEE [4]

Pour les fortes fluctuations, il faut tenir compte des ordres supérieurs de diffraction (échos multiples). Les formules décrivant le problème direct sont alors trop compliquées pour être inversées. Il faut procéder différemment.

On a formulé le problème en tant que problème inverse de diffraction pour l'équation de Pekèris (équation de propagation du son en milieu hétérogène) :

$$-\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \rho c^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) = 0$$

et pour une excitation en onde plane impulsive :

$$\Phi_0 = \delta(t - \frac{x}{c_0})$$

Par une transformée de Liouville-Green :

$$\Phi(x,t) \rightsquigarrow \Psi(\xi,t) \begin{cases} \xi = \frac{x}{c_0}, & x < 0 \\ \int_0^x \frac{dx'}{c(x')}, & x > 0 \\ \Psi = \frac{\eta}{\eta_0} \Phi; \quad \eta = Z^{-1/2} \end{cases}$$

suivie d'une transformée de Fourier temporelle :

$$\Psi(\xi, t) \Leftrightarrow \psi(\xi, \gamma) : \psi(\xi, \gamma) = \int_{\mathbb{R}} \Psi(\xi, t) e^{-i2\pi\gamma t} dt$$

On se ramène à un problème inverse de diffusion pour l'équation de Schroedinger :

$$4\pi^2 \nu^2 \psi + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} - V(\xi) \psi = 0$$

avec un potentiel :

$$V(\xi) = \frac{1}{2} \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} ; \eta = Z^{-1/2} \text{ ou } V(\xi) = -\frac{1}{2} \frac{d\eta}{d\xi} + \frac{1}{4} \eta^2 ; \eta = \frac{d}{d\xi} \log Z$$

Il suffit alors, en un premier temps, d'utiliser un algorithme du problème inverse de la diffusion en mécanique quantique - par exemple, celui de Faddeev-Marchenko [7] - pour calculer le potentiel V à partir de la réponse impulsionnelle H .

$$V(\xi) = 2 \frac{d}{d\xi} K(\xi, \xi)$$

K étant solution de l'équation intégrale de Fredholm de 2ème espèce (équation de Marchenko) :

$$K(\xi, t) = -H(t+\xi) - \int_{-\infty}^{\xi} K(\xi, \tau) H(t+\tau) d\tau ; t \leq \xi$$

En un second temps, on calcule l'impédance par l'intermédiaire de : $\eta = Z^{-1/2}$ ou $\eta = \frac{d}{d\xi} \log Z$

Pour les milieux biologiques, les fluctuations d'impédance sont suffisamment faibles pour que le problème direct admette un développement de Born rapidement convergent (peu de réflexions multiples). On montre alors que le problème inverse admet le même type de développement (solution itérative).

On peut donc résoudre le problème par une méthode de perturbation, tant pour le passage $H \rightarrow V$, que pour le passage $V \rightarrow Z$ (et on remarque que la procédure $V \rightarrow \eta \rightarrow Z$ est alors plus adaptée).

Le premier ordre se calcule de manière analytique : $V^{(1)}(\xi) = -2 \frac{d}{d\xi} H(2\xi) \rightarrow \eta^{(1)}(\xi) = 4 H(2\xi)$

$$\text{soit : } \left[\frac{d}{d\xi} \log Z \right]^{(1)} = 4 H(2\xi)$$

$$\text{soit : } \left[\log \frac{Z(\xi)}{Z_0} \right]^{(1)} = 2 \int_0^{2\xi} H(t) dt$$

qui est la formulation déjà trouvée par Jones.

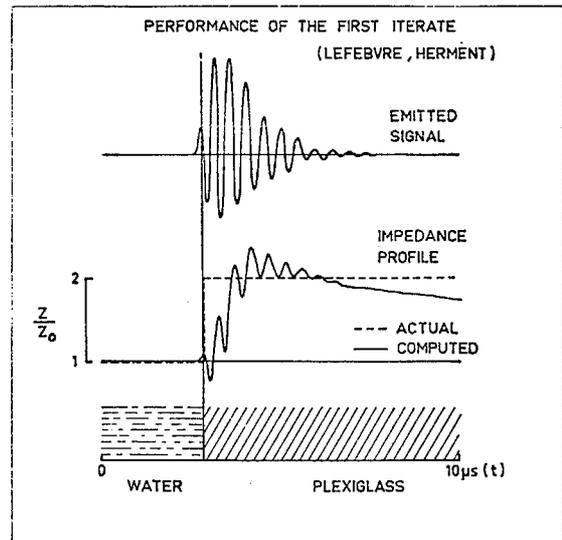
La technique proposée est donc bien une généralisation de celle de Jones.

3 - PROBLEMES EXPERIMENTAUX DE L'IMPEDOGRAPHIE [3]

Les difficultés pratiques rencontrées ne proviennent pas tant de la généralisation de la technique (convergence rapide en quelques itérations pour les milieux biologiques), que de la technique initiale elle-même : le problème essentiel est l'accès à la réponse impulsionnelle du milieu ; donc en premier lieu la réalisation de transducteurs à très large bande.

L'exemple académique du dioptre (eau-plexiglass) est révélateur du filtrage spatial effectué par le transducteur sur l'impédogramme réel :

Pour un transducteur "maison" particulièrement performant (LMA/US T.30.1) à très large bande utilisable (40 kHz - 3,7 MHz à -25 dB) :



Notons que ce résultat est obtenu en excitant le transducteur par une impulsion très brève (il "sort" sa réponse impulsionnelle), en amplifiant et numérisant la rétrodiffusion (chaîne BIOMATION 8100 à 2048 pts), et en effectuant la simple intégration de Jones (1er itéré de la procédure généralisée), sans aucune déconvolution.

Les expériences ainsi réalisées illustrent parfaitement le rôle de filtre spatial joué par le transducteur : le pouvoir de résolution est déterminé - comme en échographie - par la limite haute de la bande passante du transducteur ; l'étendue de l'impédogramme par sa limite basse. La partie basse du spectre joue donc un rôle déterminant ; et c'est là que réside la difficulté technologique essentielle.



4 - EXTENSION TRIDIMENSIONNELLE DE L'IMPEDOGRAPHIE [6]

Les structures biologiques sont rarement idéalement stratifiées et arrangées perpendiculairement au faisceau ultrasonore d'un échographe.

Le modèle unidimensionnel est donc plutôt irréaliste dans la majorité des cas. Il faut tenir compte de l'arrangement tridimensionnel des structures.

Comme précédemment, on part de l'équation de Pékéris, mais cette fois-ci dans son écriture tridimensionnelle

$$-\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \rho c^2 \operatorname{div} \left(\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} \Phi \right) = 0$$

L'excitation est toujours supposée être une onde plane impulsive, simplement limitée par l'ouverture du transducteur, d'incidence \vec{n}_0 . En un premier temps, on ne tient pas compte de l'ouverture limitée du transducteur :

$$\Phi_0 = \delta(t - \vec{n}_0 \cdot \frac{\vec{x}}{c_0})$$

4.1. - Cas général

Comme pour l'impédographie unidimensionnelle, on peut, par une transformation de Liouville-Green et une transformation de Fourier temporelle, se ramener à un problème inverse de mécanique quantique. Prosser [8] a montré, du moins formellement, que la résolution du problème inverse nécessite la connaissance de la réponse impulsionnelle en rétrodiffusion dans toutes les directions de l'espace. Une telle condition étant irréaliste, on a décidé de se contenter d'une réponse impulsionnelle et de voir l'information qu'elle contient dans le cas plus simple des milieux très peu hétérogènes.

4.2. - Cas des milieux très peu hétérogènes

On effectue la première partie d'une transformation de Liouville-Green à trois dimensions, en introduisant un "temps de parcours vectoriel" $\vec{\xi}$:

$$\vec{\xi} = \begin{cases} \frac{\vec{x}}{c_0}, & \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \text{ (partie homogène de l'espace)} \\ \int_0^{\vec{x}} \frac{d\vec{x}'}{c(\vec{x}')} , & \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \end{cases}$$

d'où

$$\begin{cases} -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + Z(\vec{\xi}) \operatorname{div}_{\vec{\xi}} \left(\frac{1}{Z(\vec{\xi})} \operatorname{grad}_{\vec{\xi}} \Phi \right) = 0 \\ \Phi_0 = \delta(t - \vec{n}_0 \cdot \vec{\xi}) \end{cases}$$

On écrit l'équation intégrale équivalente et calcule son approximation de Born d'ordre un (premier itéré), en faisant jouer l'hypothèse de faible fluctuation du milieu.

On montre ainsi que la réponse impulsionnelle en rétrodiffusion s'écrit, à l'ordre un :

$$H_R^{(1)}(\vec{m}_0, t) = \frac{1}{4} \left[\int_{\mathbb{R}^2} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \xi_1} \right) d\xi_2 d\xi_3 \right]_{\xi_1 = t/2}$$

dans un repère où $\vec{\xi}_1$ est colinéaire à \vec{n}_0 .

Si l'on tient compte de l'ouverture du transducteur, que l'on caractérise par le diagramme de directivité en émission-réception $\mathcal{D}(\xi_2, \xi_3)$:

$$H_R^{(1)}(\vec{m}_0, t) = \frac{1}{4} \left[\int_{\mathbb{R}^2} \mathcal{D}(\xi_2, \xi_3) \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \xi_1} \right) d\xi_2 d\xi_3 \right]_{\xi_1 = t/2}$$

Par comparaison avec l'impédographie unidimensionnelle, on peut définir une impédance équivalente dans la direction de rétrodiffusion considérée $\mathcal{Z}(\vec{m}_0, \xi_1)$ telle que :

$$\log \mathcal{Z}(\vec{m}_0, \xi_1) = \int_{\mathbb{R}^2} \mathcal{D}(\xi_2, \xi_3) \frac{\partial}{\partial \xi_1} (\log Z) d\xi_2 d\xi_3$$

Deux solutions extrêmes peuvent se présenter selon que le faisceau ultrasonore est idéalement directif ou idéalement ouvert :

- si le faisceau est parfaitement directif :

$$\log \mathcal{Z}(\vec{m}_0, \xi_1) = \frac{\partial}{\partial \xi_1} \log Z$$

on a dans ce cas accès à l'impédance locale.

- si le faisceau est parfaitement ouvert, englobant la totalité du corps à étudier :

$$\log \mathcal{Z}(\vec{m}_0, \xi_1) = \int_{\mathbb{R}^2} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \log Z d\xi_2 d\xi_3$$

l'impédance locale ne pourra être accessible que par une procédure apparentée à celle mise en jeu dans les "scanners" (reconstruction à partir de projections) en pratiquant un grand nombre d'impédographies sous divers angles.

Par ailleurs, si la rupture d'impédance à la frontière du corps à étudier est uniforme $\Delta Z = \text{cte}$ on montre que la contribution des discontinuités à l'impédogramme est :

$$H_R^{(1)}(\vec{m}_0, t) = \frac{1}{4} \frac{\Delta Z}{Z_0} \left[\frac{\partial^2 \mathcal{A}(\vec{m}_0, \xi_1)}{\partial \xi_1^2} \right]_{\xi_1 = t/2}$$

où $\mathcal{A}(\vec{m}_0, \xi_1)$ est la fonction d'aire de l'obstacle dans la direction \vec{m}_0 .

On reconnaît là la formule de Bojarski, utilisée en reconnaissance des formes radar.

5 - EXTENSION DE L'IMPEDEGRAPHIE AUX MILIEUX ABSORBANTS [5]

On fait ici une approche élémentaire de la dissipation en considérant un milieu visqueux unidimensionnel. On montre dans ces conditions que l'équation de propagation des ondes acoustiques s'écrit :

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \rho \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\Phi + \tau \frac{\partial \Phi}{\partial t}) \right] = 0$$

où $\tau = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho c^2}$ est un paramètre de dissipation ayant la dimension d'un temps (λ et μ sont les coefficients de viscosité usuels).

5.1. - Cas général

Par une série de transformations, on peut à nouveau se ramener à un problème inverse de mécanique quantique.

Le potentiel de l'équation de Schroedinger que l'on obtient est du type :

$$V(\xi, \omega) = V(\xi) + \frac{i \omega^3 \tau(\xi)}{1 + i \omega \tau(\xi)}$$

Il s'agit d'une impédance en $\frac{1}{\omega^3}$, que les spécialistes n'ont pas encore traitée (n'ont été résolus que des problèmes en $\omega^0, \omega^1, \omega^2$).

5.2. - Cas des milieux très peu hétérogènes

En introduisant comme précédemment la coordonnée temps de parcours ξ , on montre que l'équation de propagation se met sous la forme :

$$-\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + z \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial \xi} (\Phi + \tau \frac{\partial \Phi}{\partial t}) \right] = 0$$

On a cette fois-ci deux paramètres fonctionnels à identifier : $Z(\xi)$ et $\tau(\xi)$. Il faut donc au moins disposer de deux mesures. On choisit les deux réponses impulsionnelles en réflexion du milieu (celle "par la gauche" H_G et celle "par la droite" H_D), obtenues par simple retournement de l'échantillon. On pratiquera donc une double impédographie.

Comme précédemment, on écrit les équations intégrales équivalentes et calcule leur approximation de Born d'ordre un (hypothèse de petites fluctuations).

On montre qu'une simple combinaison linéaire des deux réponses impulsionnelles donne accès aux deux paramètres recherchés.

Si l'on pratique une impédographie de contact :

$$q(\xi) = 2 [H_G^{(1)}(2\xi) - H_D^{(1)}(2\xi_L - 2\xi)] , \text{ où } q = \frac{d}{d\xi} \log Z$$

et où ξ_L est l'"épaisseur acoustique" de l'échantillon (temps mis par l'onde pour le traverser); équation donnant accès au profil d'impédance $Z(\xi)$.

$$\frac{d^2 \tau}{d\xi^2} - 2q \frac{d\tau}{d\xi} + 2 \frac{dq}{d\xi} \tau = 8 [H_G^{(1)}(2\xi) + H_D^{(1)}(2\xi_L - 2\xi)];$$

donnant accès au profil du paramètre de dissipation $\tau(\xi)$, qui est une nouvelle information sur le milieu.

Remarque : Le choix d'un milieu visqueux comme modèle élémentaire de milieu dissipatif, conduit à un coefficient d'absorption variant comme le carré de la fréquence (absorption "classique"). Il ne peut rendre compte du phénomène de relaxation existant dans les milieux biologiques. Une modélisation plus réaliste rendant aussi bien compte de la dissipation que de la diffraction, reste encore à faire.

CONCLUSION

Ce travail est une tentative d'extraction de l'échographie de son cadre qualitatif usuel, un effort dans le sens du quantitatif. Les problèmes rencontrés sont nombreux et pluridisciplinaires : modélisation des tissus, technologie des transducteurs, traitement numérique des signaux et problèmes inverses fondamentaux et appliqués. Seule, une parfaite maîtrise de ces problèmes permettra de faire de l'échographie une technique quantitative comparable à la tomodynamométrie par rayons X.

BIBLIOGRAPHIE

[1] J.P. JONES, H.A. WRIGHT, 83rd meeting of the A.S.A., Buffalo, N.Y. (1972).
[2] J.P. JONES, Recent advances in ultrasound in biomedicine, (D.N. White Ed.) Research studies Press, London, (1977).
[3] J.P. LEFEBVRE, Applied inverse problems, (P.C. Sabatier Ed.), Lecture Notes in Physics, n° 85, Springer-Verlag, Berlin (1978).
[4] J.P. LEFEBVRE, Acustica, vol 41, n° 1, (1978).
[5] J.P. LEFEBVRE, Acoustical Imaging, vol 10, (A. Metherell Ed.), à paraître.



PASSAGE DU QUALITATIF AU QUANTITATIF EN ECHOGRAPHIE ULTRASONORE
THE QUANTITATIVE STEP IN ULTRASONIC ECHOGRAPHY

- [6] J.P. LEFEBVRE,
Thèse d'Etat, 1ère partie, Ch 2-4, Université
de Provence-Aix Marseille I (1981).
- [7] K. CHADAN, P.C. SABATIER,
Inverse problems in quantum scattering theory,
Springer, (1977).
- [8] R.T. PROSSER,
Journ. Math. Physics, vol 17, n° 10, (1976).
-