

HUITIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

443



NICE du 1^{er} au 5 JUIN 1981

UN ALGORITHME D'ESTIMATION-DÉTECTION SUR LA POURSUITE DE TRAJECTOIRES

C. DONCARLI

A. LORENZI

E.N.S.M. 1, rue de la Noë 44072 NANTES Cedex

E.N.S.P. Marseille

RESUME

La méthode proposée consiste à élaborer un filtre d'estimation de la trajectoire d'une cible. Plus précisément, on s'intéresse au traitement d'une coordonnée angulaire (azimut). La mesure est perturbée par un bruit coloré non stationnaire. L'algorithme devant être implanté en temps réel, on a choisi de ne pas identifier la nature de la perturbation ; on a donc adopté une modélisation de la trajectoire qui permet l'utilisation d'un filtre extrêmement simple, remis à jour automatiquement par un détecteur d'accélération. L'algorithme fourni nécessite peu de connaissances a priori, et il est suffisamment robuste. On présente les résultats obtenus sur une trajectoire réelle d'avion.

SUMMARY

The method proposed consists of elaborating an estimation filter for the motion of a target. To be more precise, we are interested in the processing of an angular coordinate (azimuth). The measurement is disturbed by a non-stationary coloured noise. The algorithm should be implemented in real time, and we have chosen not to identify the nature of the disturbance. We have therefore adopted a modelling of the trajectory which allows the use of a very simple stationary filter, which is automatically updated by an acceleration detector. The algorithm which we give requires very little a priori knowledge, and it is sufficiently robust. We present the results obtained from the real trajectory of an aircraft.



UN ALGORITHME D'ESTIMATION-DÉTECTION SUR LA POURSUITE DE TRAJECTOIRES

C. DONCARLI

A. LORENZI

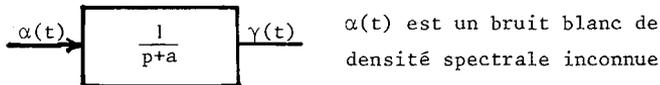
1. INTRODUCTION

La donnée de base du problème est la mesure d'une coordonnée angulaire d'un avion (azimut). Cette mesure est faite avec un pas d'échantillonnage très rapide ($\Delta = 40$ ms) vis à vis des évolutions du signal. Elle est entachée d'une perturbation colorée (par le fait même que la période d'échantillonnage est faible). D'autre part, le filtre élaboré doit avoir des performances qui semblent contradictoires, à savoir, lisser correctement le signal (et donner de bonnes estimations de ses dérivées), mais aussi ne pas traîner, vis à vis d'échelons d'accélération. On s'intéressera donc tout d'abord (§ 2) aux conséquences des performances souhaitées pour le filtre, sur la modélisation de la trajectoire, et aussi sur la notion même d'optimalité d'un tel filtre. On présentera ensuite (§ 3) l'algorithme d'estimation-détection retenu. Enfin, on examinera les résultats obtenus sur une trajectoire réelle d'avion.

2. MODELISATION DE TRAJECTOIRE - OPTIMALITE DU FILTRAGE

2.1 Modélisation de trajectoire

Le modèle d'accélération universellement retenu semble être le "modèle de Singer" [1] qui représente l'accélération comme un signal de Markov du 1^{er} ordre.



$\alpha(t)$ est un bruit blanc de densité spectrale inconnue

"a" est un paramètre de manoeuvrabilité du mobile (traduisant sa vitesse et son accélération maximum)

"p" est la variable de Laplace.

En examinant un enregistrement de trajectoire réelle d'avion (fig. 1), on remarque deux comportements bien distincts :

- un comportement "croisière" où l'accélération est très faible, et oscille autour de zéro (phases presque rectilignes de la trajectoire)
- un comportement "manoeuvre" où l'accélération varie brusquement, en s'éloignant de zéro.

Considérons les performances d'un filtre linéaire d'estimation de cinématique (position, vitesse, accélération) construit à partir du "modèle de Singer", pendant une phase de manoeuvre :

Ses équations d'état s'écrivent :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= v(t) & x(t) & \text{désigne la position} \\ \dot{v}(t) &= \gamma(t) & v(t) & \text{désigne la vitesse} \\ \dot{\gamma}(t) &= -a\gamma(t) + \alpha(t) & \gamma(t) & \text{désigne l'accélération} \\ y(t) &= x(t) + \beta(t) & y(t) & \text{désigne la mesure de la position, perturbée par } \beta(t) \end{aligned}$$

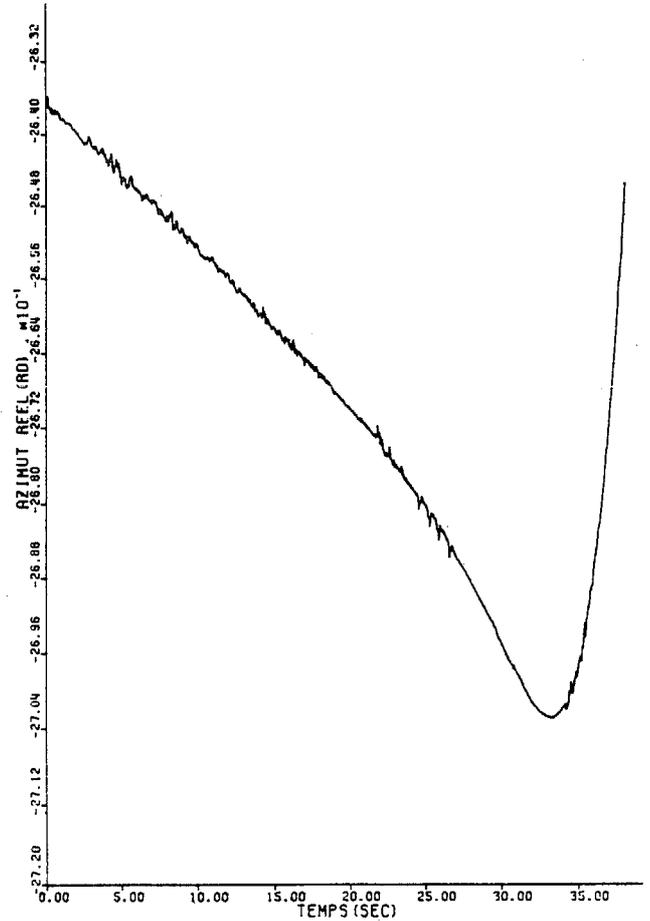


Figure 1

Soit $K^T = [k_1 \ k_2 \ k_3]$ le gain d'un tel filtre.

Ses équations s'écrivent en fonction des différences estimées :

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) &= \hat{v}(t) + k_1 [y(t) - \hat{x}(t)] \\ \hat{v}(t) &= \hat{\gamma}(t) + k_2 [y(t) - \hat{x}(t)] \\ \hat{\gamma}(t) &= -a\hat{\gamma}(t) + k_3 [y(t) - \hat{x}(t)] \end{aligned}$$

D'où la forme transmittance du filtre :

$$\hat{x}(p) = F(p) \cdot y(p) \quad \text{avec}$$

$$F(p) = \frac{k_1 p^2 + (k_1 a + k_2) p + k_2 a + k_3}{p^3 + (k_1 + a) p^2 + (k_1 a + k_2) p + k_2 a + k_3}$$

Soit $e(t)$ le biais d'estimation (ou encore traînée du filtre)

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

On se place dans l'hypothèse "manoeuvre" et on suppose simplement l'apparition d'un échelon d'accélération dont la transformée de Laplace est :

$$\gamma(p) = \frac{1}{p}$$

$$\text{D'où } x(p) = \frac{1}{p^3} \text{ et } e(p) = \frac{1}{p^3} - F(p) Y(p)$$

Si la position est mesurée sans erreur ($y(t) = x(t)$)

$$\text{alors : } e(p) = \frac{1}{p^3} [1 - F(p)]$$

UN ALGORITHME D'ESTIMATION-DÉTECTION SUR LA POURSUITE DE TRAJECTOIRES

C. DONCARLI

A. LORENZI

Le filtre ne devant pas traîner, ne serait-ce qu'asymptotiquement, on doit avoir : $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$, ou, par application du théorème de la valeur finale : $\lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p} [1 - F(p)] = 0$

$$\text{Soit : } \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p+a}{p^3+(k_1+a)p^2+(k_1a+k_2)p+k_2a+k_3} = 0$$

ce qui implique $a = 0$.

En conclusion, la propriété souhaitée du filtre, qui est de ne pas traîner pendant une manoeuvre, conduit à rejeter définitivement le modèle de Singer pour adopter le "triple intégrateur", modèle proposé et étudié par Ph. de LARMINAT [2]. Ce modèle possède d'intéressantes propriétés de majoration du spectre du signal en phase manoeuvre et croisière.

2.2 Optimalité du filtrage

Les deux objectifs du filtre sont, on le rappelle :

- de ne pas traîner lors d'une manoeuvre, ce qui conduit à un modèle de trajectoire triple intégrateur
- de lisser correctement le signal en phase croisière

Soit (figure 2) un enregistrement de trajectoire en phase croisière précisément :

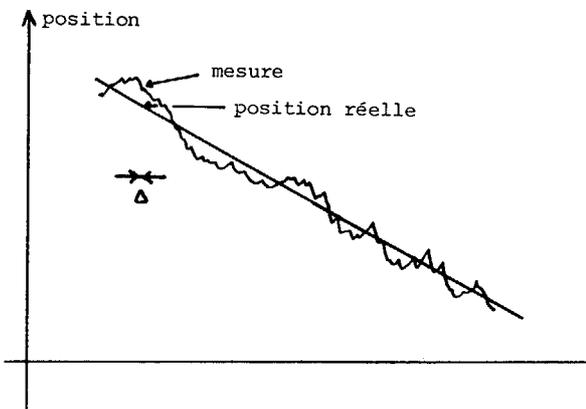


Figure 2

Le critère classique d'optimalité d'un filtre est la non prédictibilité (ou blancheur) de son innovation. Or, dans le cas qui nous intéresse, la perturbation de mesure est certainement colorée, et un filtre adapté sur un critère de blancheur d'innovation poursuivrait les oscillations basse fréquence du bruit de mesure, donnant ainsi des estimations complètement erronées de la vitesse et de l'accélération (fig. 3-4).

Cette sensibilité des méthodes dites optimales aux simplifications de structure est à notre avis un point fondamental.

C'est pourquoi, pour le problème qui nous intéresse, on ne cherchera pas à identifier le filtre, mais on le choisira a priori sur la base d'une grandeur physique qui soit relativement facile à évaluer.

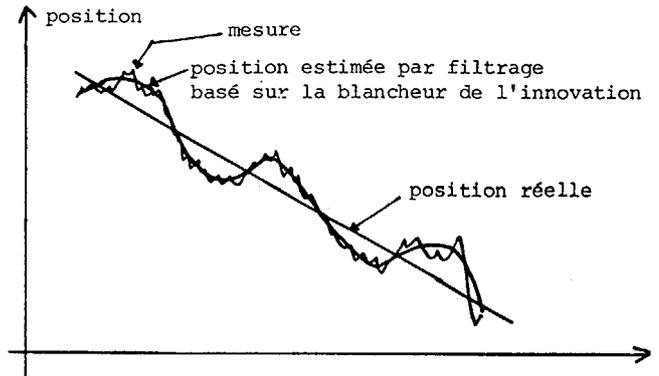


Figure 3

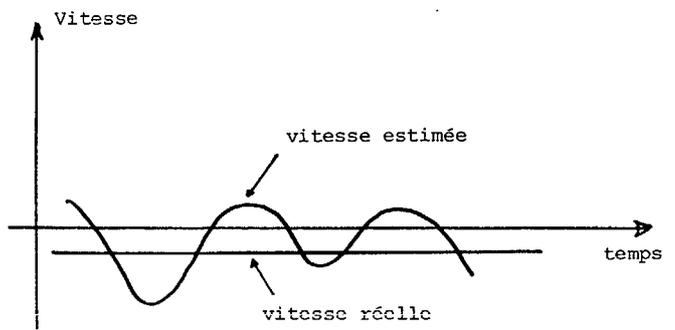


Figure 4

Une variance étant assez difficile à estimer, on préfère donc fixer a priori un temps de filtrage, basé sur l'observation par l'utilisateur du début de l'enregistrement de la trajectoire, lorsque le mobile est encore en phase croisière.

3. ALGORITHME DE FILTRAGE-DÉTECTION

3.1 Algorithme de filtrage

Le filtre stationnaire retenu est issu de la théorie du filtrage à horizon mobile [4]. Pour le modèle "triple intégrateur" adopté, ce filtre présente un pôle triple [3] de valeur $1/T$, T désignant l'horizon de filtrage.

Pour obtenir le gain $k^T = (k_1 \ k_2 \ k_3)$ en fonction de T , il suffit d'identifier le dénominateur de $F(p)$ (transmittance du filtre) que l'on rappelle :

$$p^3 + k_1 p^2 + k_2 p + k_3, \text{ avec le dénominateur } \left(\frac{1}{T} + p\right)^3.$$

D'où :

$$k_1 = 3 \cdot \frac{1}{T}$$

$$k_2 = 3 \cdot \left(\frac{1}{T}\right)^2$$

$$k_3 = \left(\frac{1}{T}\right)^3$$

D'où le gain L du filtre discrétisé au premier ordre :

$$L = \begin{bmatrix} l_1 = k_1 \Delta \\ l_2 = k_2 \Delta \\ l_3 = k_3 \Delta \end{bmatrix} \text{ où } \Delta \text{ désigne la période d'échantillonnage}$$

On peut donc écrire les équations à l'instant k du filtre numérique proposé :



UN ALGORITHME D'ESTIMATION-DÉTECTION SUR LA POURSUITE DE TRAJECTOIRES

C. DONCARLI

A. LORENZI

$$\begin{aligned}
 v(k) &= y(k) - [\hat{x}(k-1) + \Delta \cdot \hat{v}(k-1) + \frac{1}{2} \Delta^2 \cdot \hat{\gamma}(k-1)] \\
 \hat{x}(k) &= \hat{x}(k-1) + \Delta \hat{v}(k-1) + \frac{1}{2} \Delta^2 \cdot \hat{\gamma}(k-1) + \ell_1 v(k) \\
 \hat{v}(k) &= \hat{v}(k-1) + \Delta \hat{\gamma}(k-1) + \ell_2 v(k) \\
 \hat{\gamma}(k) &= \hat{\gamma}(k-1) + \ell_3 v(k)
 \end{aligned}$$

3.2 Détection d'accélération

Si le filtre croisière propre à lisser le signal était utilisé sans modification lors d'une manoeuvre, la situation rencontrée serait alors la suivante :

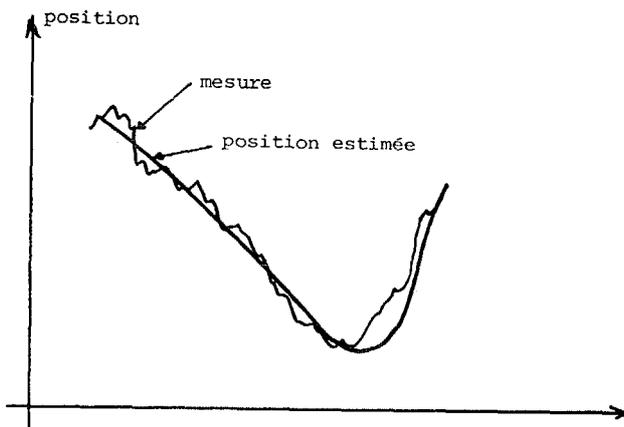


Figure 5

La traînée du filtre est asymptotiquement nulle, mais l'importance des transitoires est inacceptable. On utilise donc un détecteur de changement brusque d'accélération.

Considérons alors les variations de l'innovation correspondant à une telle manoeuvre. Il apparaît transitoirement une dérive parabolique de cette innovation (fig. 6).

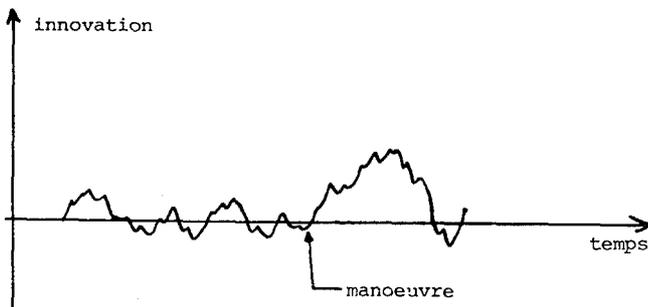


Figure 6

Il s'agit donc de détecter, à chaque instant, si une manoeuvre est intervenue, et si oui, d'estimer l'instant de manoeuvre, et l'amplitude du saut d'accélération. La méthode retenue est présentée comme un lissage parabolique (à rattacher sous certaines hypothèses statistiques à la théorie du rapport de vraisemblance généralisé [5]) :

Soit à déterminer à chaque itération :

- l'instant $\hat{\theta}_k$, contraint par $k-H_1 < \hat{\theta}_k < k-H_2$
- l'amplitude $\hat{\mu}_k$

tels que le critère :

$$J_k(\theta, \mu) = \sum_{i=k-H_1}^k [v(i) - \frac{1}{2} \mu \cdot (i-\theta)^2 \Delta^2 \cdot h(i-\theta)]^2$$

soit minimum avec
$$\begin{cases}
 h(i-\theta) = \begin{cases} 0 & \text{si } i < \theta \\ 1 & \text{si } i > \theta \end{cases} \\
 v(i) : \text{pseudo innovation du filtre}
 \end{cases}$$

Illustration de ce critère (fig. 7) :

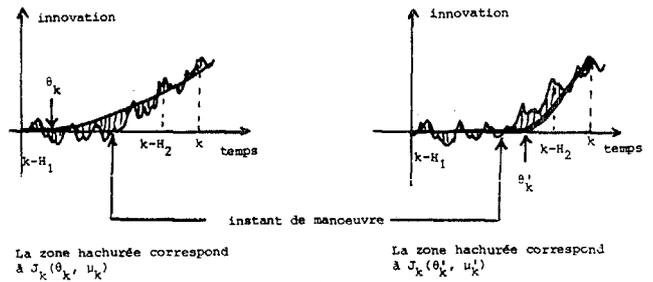


Figure 7

On peut exprimer la valeur optimale de μ (valeur du saut d'accélération) en fonction de l'instant θ correspondant par résolution de l'équation.

$$\frac{\partial J_k}{\partial \mu}(\theta, \mu) = 0$$

$$\frac{\partial J_k}{\partial \mu}(\theta, \mu) = 0 \Rightarrow \hat{\mu}(\theta) = \frac{2 \sum_{i=\theta+1}^k (i-\theta)^2 \cdot v(i)}{\Delta^2 \sum_{i=\theta+1}^k (i-\theta)^4}$$

Minimiser ce critère par rapport à μ et θ revient donc à minimiser $J(\theta, \hat{\mu}(\theta))$ par rapport à θ .

Or :

$$J_k(\theta, \hat{\mu}(\theta)) = \sum_{i=k-H_1}^k v^2(i) - \frac{\left| \sum_{i=\theta+1}^k (i-\theta)^2 v(i) \right|^2}{\sum_{i=\theta+1}^k (i-\theta)^4}$$

Ce qui revient à maximiser le 2^{ème} terme :

$$\hat{\theta}_k = \text{Arg max}_{[\theta]} \frac{\left| \sum_{i=\theta+1}^k (i-\theta)^2 v(i) \right|^2}{\sum_{i=\theta+1}^k (i-\theta)^4}$$

contraint par $k-H_1 < \theta < k-H_2$.

$$\text{D'où : } \hat{\mu}_k = \frac{2 \sum_{i=\hat{\theta}_k+1}^k (i-\hat{\theta}_k) v(i)}{\Delta^2 \cdot \sum_{i=\hat{\theta}_k+1}^k (i-\hat{\theta}_k)^4}$$

A chaque itération, on connaît l'instant le plus probable d'apparition d'une manoeuvre (ainsi que l'amplitude du saut d'accélération correspondant). La variable de décision étant la valeur absolue de l'approximation parabolique de la dérive de l'innovation :

$$S_K = \frac{1}{2} |\hat{\mu}_k| \cdot (k-\hat{\theta}_k)^2 \cdot \Delta^2$$

Si S_k est supérieur à un seuil fixé par l'utilisateur (ce seuil est directement un écart de position), on dira qu'il y a eu une manoeuvre à l'instant $\hat{\theta}_k$.



UN ALGORITHME D'ESTIMATION-DÉTECTION SUR LA POURSUITE DE TRAJECTOIRES

C. DONCARLI

A. LORENZI

Illustration (fig. 8) :

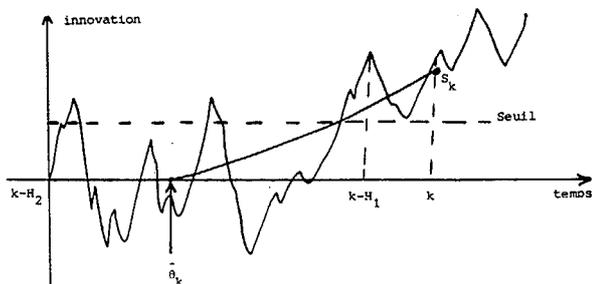


Figure 8

Le détecteur ainsi établi est insensible à la coloration et aux non stationnarités des bruits de mesure.

3.3 Ajustement du filtre

Ayant décidé, à l'itération k, de l'apparition d'une manoeuvre à l'instant $\hat{\theta}_k$, le filtre stationnaire est réinitialisé par :

$$\hat{\gamma}(\hat{\theta}_k) = \hat{\gamma}(\hat{\theta}_k) + \hat{\mu}_k$$

nouveau ancien

Puis, les nouvelles estimations de position, vitesse, accélération, à l'instant k, sont obtenues par remise à jour du filtre entre les instants $\hat{\theta}_k$ et k, sur la base de la nouvelle estimation de l'accélération.

L'algorithme de filtrage-détection proposé fonctionne en temps réel, mais nécessite de garder en mémoire les mesures sur un horizon H_1 . Réduire cette fenêtre $[k-H_1, k-H_2]$ ou même l'annuler ($\hat{\theta}_k$ représente alors un retard systématique à la détection) peut considérablement alléger le volume des calculs.

4. POURSUITE D'UNE TRAJECTOIRE REELLE D'AVION

4.1 Analyse de la trajectoire

Il s'agit d'une mesure d'azimut enregistrée lors du passage d'un avion, avec une période d'échantillonnage $\Delta = 40$ ms.

On a tout d'abord lissé manuellement la première phase de croisière et calculé la fonction d'autocorrélation expérimentale de la perturbation de mesure, qui montre très clairement sa coloration (fig. 9, 10, 11).

4.2 Visualisation des résultats

On observera les résultats obtenus par application d'un filtre identifié par maximum de vraisemblance (fig. 12, 13, 14).

L'examen des estimations de vitesse et d'accélération montre l'échec d'un tel filtrage.

On visualise ensuite les performances d'un filtre stationnaire lisseur sans détecteur d'accélération (fig. 15, 16, 17).

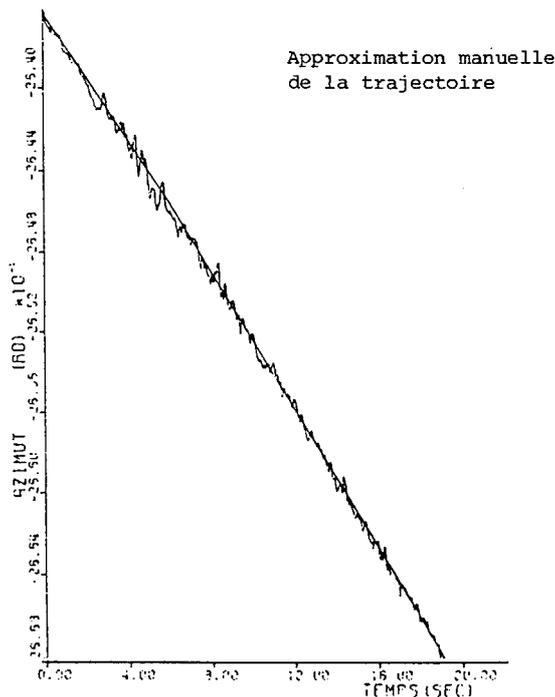


Fig. 9

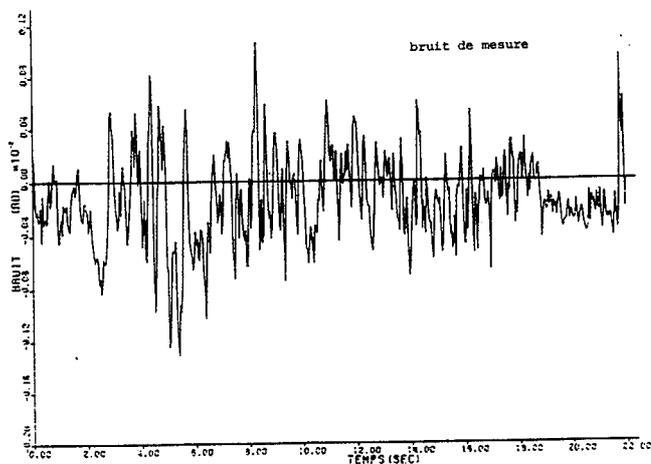


Fig. 10

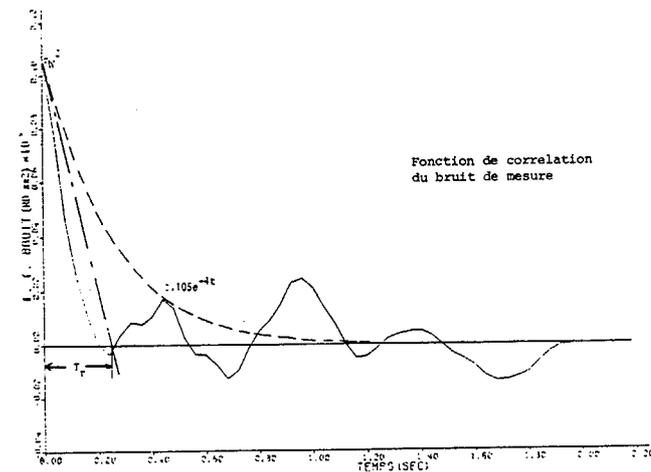


Fig. 11



UN ALGORITHME D'ESTIMATION-DÉTECTION SUR LA POURSUITE DE TRAJECTOIRES

C. DONCARLI

A. LORENZI

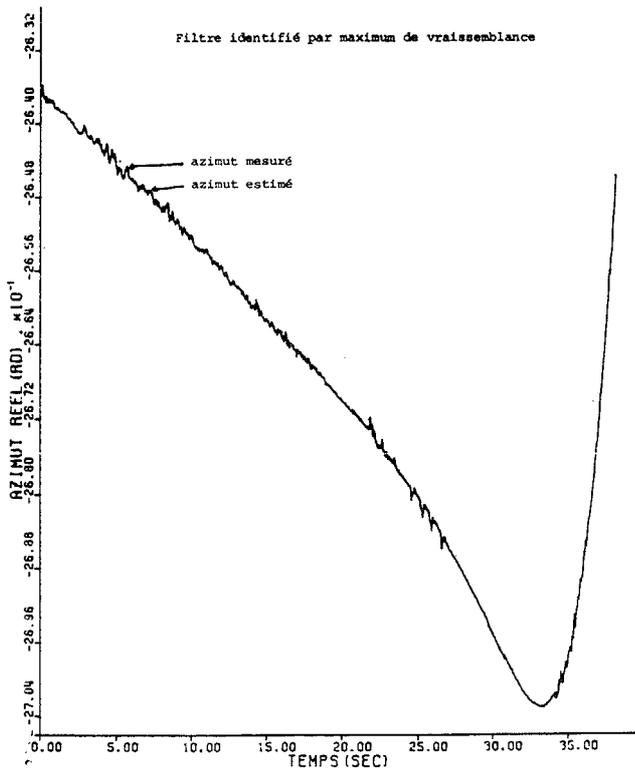


Fig. 12

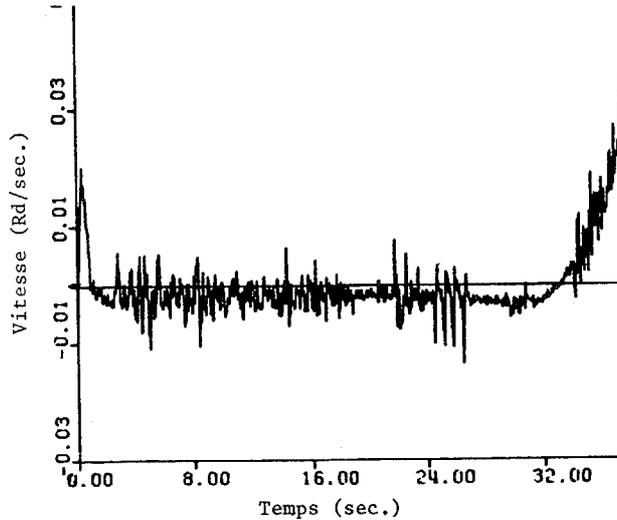


Fig. 14

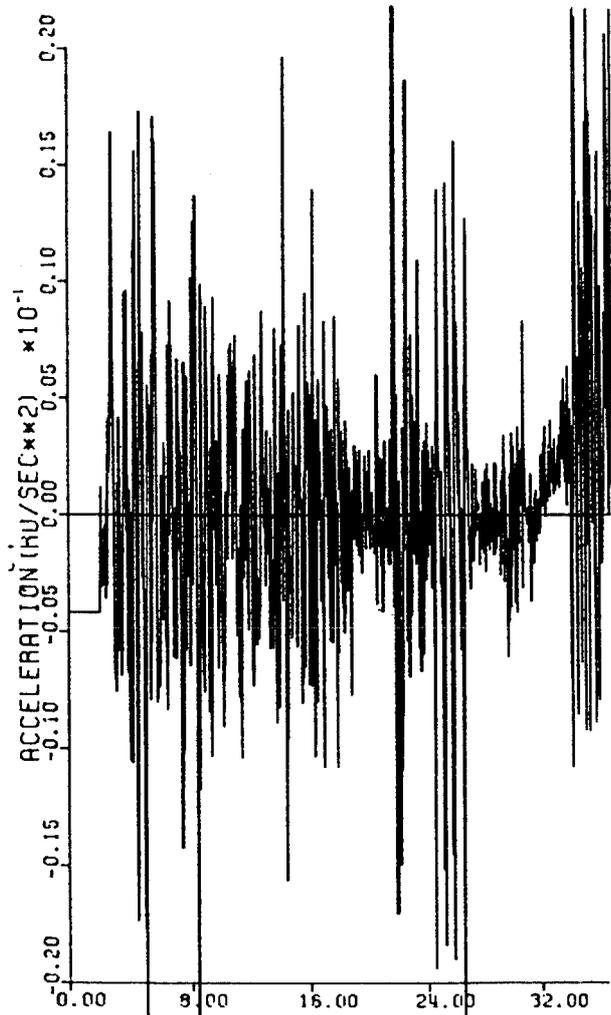


Fig. 13

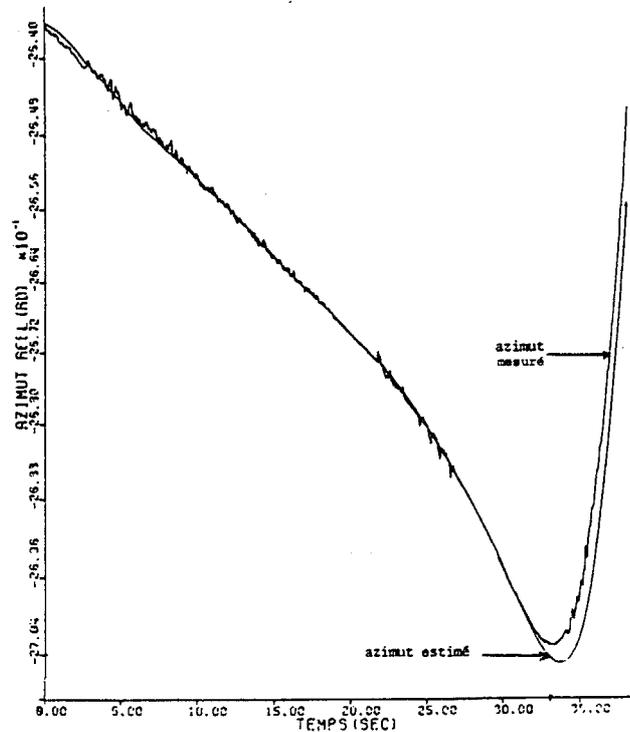


Fig. 15

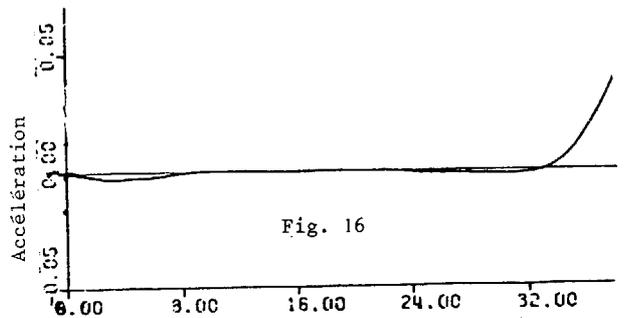


Fig. 16

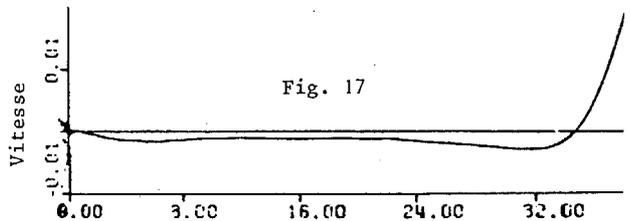


Fig. 17

UN ALGORITHME D'ESTIMATION-DÉTECTION SUR LA POURSUITE DE TRAJECTOIRES

C. DONCARLI

A. LORENZI

La traînée transitoire n'est pas acceptable, ce qui montre la nécessité d'en détecter l'accélération.

On présente enfin les résultats obtenus par le même filtre que précédemment, mais muni cette fois-ci d'un détecteur d'accélération.

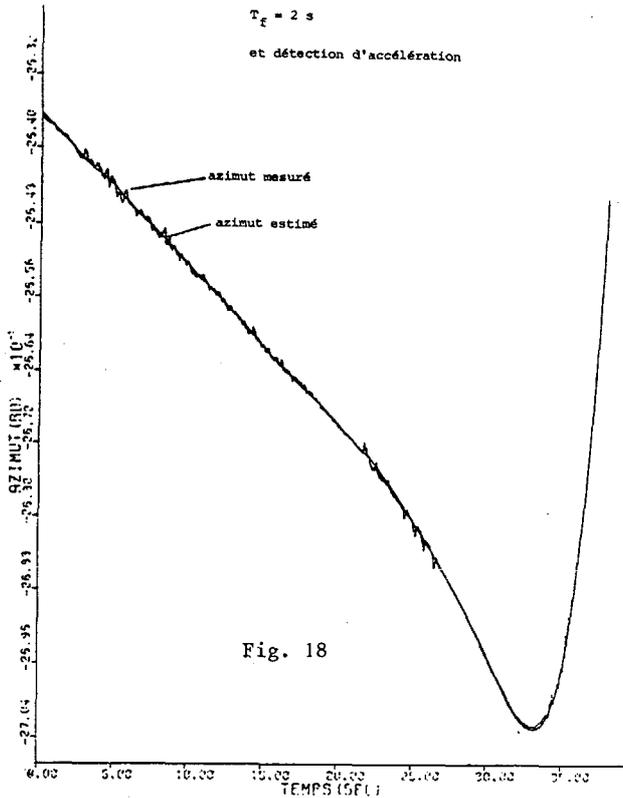


Fig. 18

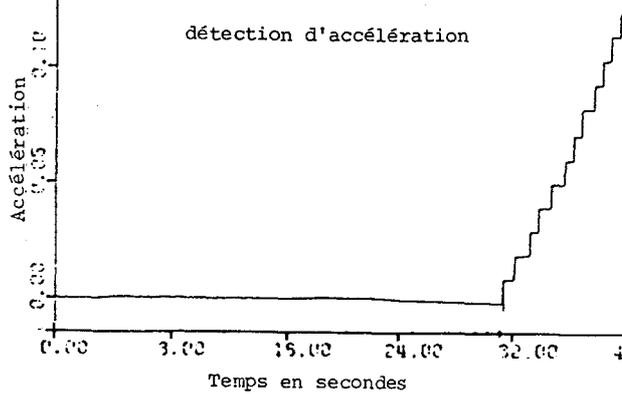


Fig. 19

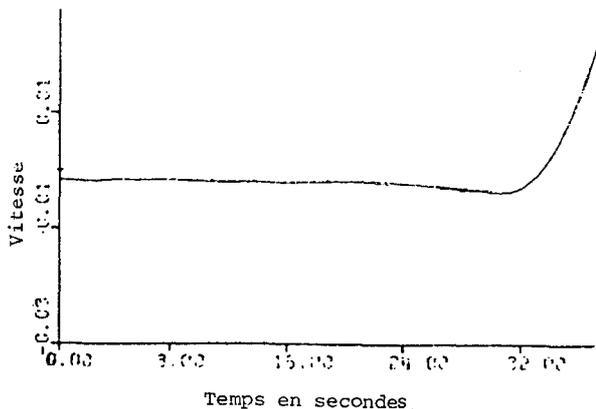


Fig. 20

5. CONCLUSION

Le but de ce papier était essentiellement de montrer la fragilité des méthodes statistiquement optimales (du type maximum de vraisemblance) quand les signaux étudiés sont mal modélisables par des phénomènes d'origine statistique, où si on considère comme indépendantes des perturbations colorées. On propose donc un algorithme très simple de filtrage-détection basé sur des grandeurs physiques facilement fixées par l'utilisateur.

REFERENCES

- [1] R.A. SINGER
"Estimating Optimal Tracking filter performance for manned maneuvering targets"
I.E.E.E. Trans. A.E.S. - Vol. 6 n°4 - July 1970
- [2] C. DONCARLI - Ph. de LARMINAT - A. LINARD
"Etude et application d'algorithmes d'identification récursive multivariable à l'estimation de la cinématique d'un but"
Rapport final convention DCAN/ENSM - Janvier 1979.
- [3] A. LINARD
"Analyse et identification de modèles de trajectoire en vue du filtrage autoadaptatif"
Thèse de Docteur-Ingénieur - Septembre 1980.
- [4] Ph. de LARMINAT - Y. THOMAS
"Filtrage et commande selon un critère à horizon mobile"
RAIRO. J2 - Mai 1972.
- [5] A.S. WILLSKY - H.L. JONES
"A generalized likelihood ratio approach to state estimation in linear systems subject to abrupt changes"
Report n°4SL.P. 538 - M.I.T. Electronic Systems Laboratory Cambridge - MASS. - 1974.

