

HUITIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 1^{er} au 5 JUIN 1981

CARACTERISATION DES MOUVEMENTS DE DEUX MOBILES DANS UN PLAN A PARTIR DE
MESURES BRUTEES ECHANTILLONNEES SOUS FORME DE "BIEN POINTES" D'AZIMUTS
PROBLEME NON LINEAIRE CONTINU-DISCRET

A. GUILBERT(*)
C.A. BOZZO (*) et E. SIFFREDI (**)

(*) Centre d'Analyse de Systèmes (CAPCA). GESTA - DCAN de TOULON
(**) CSEE - Centre MAM de TOULON

RESUME

Le problème envisagé concerne la poursuite passive d'un mobile dans le plan à partir de mesures limitées et échantillonnées sous forme de bien pointés d'azimuts obtenus par un observateur lui-même en mouvement.

Le problème envisagé est de nature continu-discrete, l'évolution de la dynamique étant essentiellement continue et les observations (bien pointés) étant effectuées à des instants discrets ; par ailleurs, le choix du système de coordonnées introduit toujours une non-linéarité et le filtrage peut être effectué en axes stabilisés ou en axes mobiles.

L'approche adoptée permet de justifier les choix retenus pour traiter le problème de l'azimétrie compte tenu des modélisations présentées lors du Colloque GRETSI 78, autant au niveau de la discrétisation qu'au niveau de la linéarisation des équations. Dans une deuxième partie, on développe la solution du problème de l'estimation de la cinématique à partir des "bien pointés" d'azimuts à l'aide d'une modélisation particulière des bruits de dynamique ; on traite également dans ce cas particulier les évolutions possibles du but par filtrage adaptatif.

SUMMARY

The problem under consideration deals with the passive tracking of a body in motion in a plane on the basis of noisy measurements sampled in the form of cut bearings taken by an observer who is himself in motion.

Such a problem is of continuous-discrete nature since the evolution of dynamics is essentially continuous while the observations (cut bearings) are taken at discrete moments ; more over, the choice of the system of co-ordinates always introduces a non-linearity and filtering can be carried out either stabilized or mobile axes.

The approach described there in makes it possible to prove the value of the choices taken to solve the azimuth problem, taking into account the model representations presented at the "GRETSI 78 Conference" as regards the discrete representation as well as the linearisation of equations. The second part of this paper deals with the solution to the problem concerning kinematics estimation on the basis of azimuth bearings by means of a particular model representation of dynamics noises ; in this particular case the possible evolutions of the target are also handled by adaptive filtering.



CARACTERISATION DES MOUVEMENTS DE DEUX MOBILES DANS UN PLAN A PARTIR DE
MESURES BRUTEES ECHANTILLONNEES SOUS FORME DE "BIEN POINTES" D'AZIMUTS
PROBLEME NON LINEAIRE CONTINU-DISCRET

1. - INTRODUCTION

Le problème envisagé concerne la poursuite passive d'un mobile dans le plan à partir de mesures bruitées et échantillonnées des azimuts, obtenues par un observateur lui-même en mouvement. Cette classe de problème recouvre, en particulier, le problème dit de l'"azimétrie."

Cette question prise dans son ensemble est très vaste et complexe. En effet, elle peut être envisagée sous le triple aspect :

- De la modélisation et de la caractérisation des processus envisagés.
 - Du filtrage proprement dit et de la détermination de l'algorithme adaptatif permettant d'effectuer l'estimation.
 - De l'utilisation de moyens informatiques permettant d'effectuer en temps réel le traitement du signal et le traitement de l'information correspondant.
- Dans cette étude nous justifions la structure des filtres retenus et présentés dans [1] sous le double aspect de la modélisation et du filtrage et nous donnons une structure de traitement permettant de résoudre le problème de l'azimétrie lorsque les azimuts sont obtenus sous forme de "bien pointés". (C'est-à-dire de mesures discrètes effectuées manuellement par un opérateur Sonar). Nous présentons enfin des résultats obtenus en simulation et à partir de données réelles.

2. - PROBLEME NON LINEAIRE CONTINU-DISCRET

2.1 - Problèmes des caractérisations continues-discrètes

La synthèse des filtres exige de disposer d'une caractérisation du processus considéré. Les problèmes généraux de modélisation sont présentés dans la publication de BOZZO [2]. L'exposé détaillé des méthodes ne sera donc pas repris ici et nous ne traiterons que le cas particulier des modèles faisant intervenir des conditions de fermeture au premier ordre (sur les vitesses).

Ce modèle est de forme :

$$\dot{x}(t) = F [x(t)] + G u(t) \quad x(0) = x_0$$

L'équation de mesure étant de la forme discrète :

$$z_k = h(x_k) + v_k \quad \text{avec } x_k = x(t_k)$$

Les équations de la dynamique sont par nature continues, alors que les observations sont effectuées à des instants discrets t_k .

L'équation de dynamique doit donc être discrétisée. La période de discrétisation T_c peut être différente de la période $T = t_k - t_{k-1}$ d'échantillonnage des mesures, en particulier dans le cas des "bien pointés".

2.2 - Choix du vecteur d'état

Pour estimer avec précision la position et la vitesse d'un mobile, trois possibilités s'offrent :

- Soit élaborer directement un modèle discret.
- Soit trouver un modèle continu que l'on exprime sous forme discrète.
- Soit traiter le problème à partir du modèle "continu-discret".

2.2.1 - Modèle cartésien (problème plan)

- Modèle dynamique (continu) linéaire

On suppose que les mouvements suivants X et Y sont décorrélés et que la position du mobile inconnu B $\{x(t), y(t)\}$ est la solution au temps t pour

$$t \in [0, T] \text{ du système d'équations différentielles } \begin{cases} \frac{d^n x}{dt^n} = a_x(t) \\ \frac{d^n y}{dt^n} = a_y(t) \end{cases}$$

Pour $n = 2$ l'équation d'état du mouvement de la cible est de la forme :

$$\dot{X}(t) = F X(t) + G u(t) \quad \text{avec}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} X \\ \dot{X} \\ Y \\ \dot{Y} \end{bmatrix} \quad \text{et } \overset{\circ\circ}{X} = u_1(t) \quad \overset{\circ\circ}{Y} = u_2(t)$$

Nous verrons par la suite comment on peut modéliser les bruits u_1 et u_2

- Modèle de mesure (discret) non linéaire

On fait l'hypothèse que le bruit de mesure V_k est additif (ce qui n'est pas évident physiquement).

On a : $z_k = h(X_k) + V_k$ avec $X_k = X(t_k)$

$$\text{et } h(X) = \text{Arc tg } \frac{x - x_L}{y - y_L}$$

(x_L, y_L) est la position du mobile observateur L

2.2.2 - Modèle polaire (problème plan)

- Modèle dynamique (continu) non linéaire

On fait l'hypothèse que la trajectoire du but est rectiligne uniforme. On peut alors décrire le mouvement de la cible par le système d'équations différentielles non linéaires suivant :

$$\begin{cases} \dot{Z} = \frac{1}{D} [V_B \sin(K_B - Z) - V_L \sin(K_L - Z)] \\ \dot{V}_B = 0 \\ \dot{D} = V_B \cos(K_B - Z) - V_L \cos(K_L - Z) \\ \dot{K}_B = 0 \end{cases}$$

Z étant l'azimut, V_B la vitesse de la cible, K_B le cap et D la distance lanceur - but.

V_L et K_L sont respectivement la vitesse et le cap lanceur L.

- Modèle de mesure (discret) linéaire

Le bruit de mesure V_k est additif.

On a : $z_k = H x_k$ et v_k avec $x_k = x(t_k)$

et $H = (1 \ 0 \ 0 \ 0)$

Remarque 1 : en régime de "bien pointés" les instants t_k sont aléatoires et fonction de l'observateur.

Remarque 2 : les mesures sont supposées non biaisées.

2.3 - Le filtrage

Pour estimer les éléments de cinématique de la cible, il faut déterminer une caractérisation simple de ses mouvements et, à partir de ce modèle, élaborer un filtre de Kalman qui donne les performances



CARACTERISATION DES MOUVEMENTS DE DEUX MOBILES DANS UN PLAN A PARTIR DE
MESURES BRUTEES ECHANTILLONNEES SOUS FORME DE "BIEN POINTES" D'AZIMUTS
PROBLEME NON LINEAIRE CONTINU-DISCRET

optimales.

Le choix du vecteur d'état ainsi que le caractère continu - discret des équations de caractérisations laissent apparaître trois possibilités :

- Linéarisation des équations continues non linéaires puis discrétisation et élaboration du filtre linéaire.

- Discrétisation des équations continues non linéaires puis élaboration du filtre non linéaire linéarisé ("Extended Kalman Filter").

- Intégration des équations continues non linéaires par une méthode numérique (Runge Kutta) et élaboration du filtre à partir des équations linéaires discrètes.

Le but de cette première partie, est d'étudier et de comparer ces trois approches et de justifier les filtres présentés dans [1]

REMARQUE : pour le mouvement rectiligne uniforme la matrice Q traduisant les possibilités d'évolution de la cible est choisie nulle et les résultats de cette première partie sont présentés dans cette hypothèse (ce qui n'est pas restrictif). Nous verrons dans le cas des "bienpointés" comment on peut modéliser et calculer la matrice Q de covariance de bruit sur la dynamique.

3. - LINEARISATION - DISCRETISATION

3.1 - Linéarisation

On utilise le développement au voisinage de l'estimée \hat{x} de x au 1er ordre, soit :

$$f[x(t), t] = f[\hat{x}(t), t] + \frac{\delta f[\hat{x}(t), t]}{\delta \hat{x}(t)} [x(t) - \hat{x}(t)]$$

Cette équation se met sous la forme :

$$f[x(t), t] = F[\hat{x}(t), t] x(t) + G[\hat{x}(t), t]$$

avec

$$F[\hat{x}(t), t] = \frac{\delta f[\hat{x}(t), t]}{\delta \hat{x}(t)} \text{ et } G[\hat{x}(t), t] =$$

$$f[\hat{x}(t), t] - \frac{\delta f[\hat{x}(t), t]}{\delta \hat{x}(t)} \hat{x}(t)$$

3.2 - Discrétisation

L'équation discrète correspondante est de la forme :

$$x_k + 1 = \phi_k + 1, k x_k + \Gamma_k$$

$$\text{avec } \phi = e^{FT} \text{ et } \Gamma = F^{-1} [e^{FT} - I] G$$

T est la période de discrétisation.

Remarque : le calcul de Γ n'est possible que si F est inversible.

3.3 - Application au modèle polaire

On rappelle que les équations différentielles continues non linéaires décrivant le mouvement de la cible en polaire s'écrivent [1] :

$$\begin{cases} \dot{Z} = \frac{1}{D} [V_B \sin(K_B - Z) - V_L \sin(K_L - Z)] \\ \dot{D} = V_B \cos(K_B - Z) - V_L \cos(K_L - Z) \\ \dot{V}_B = 0 \\ \dot{K}_B = 0 \end{cases}$$

Avec un vecteur d'état de la forme $x = \begin{bmatrix} Z \\ D \\ V_B \\ K_B \end{bmatrix}$ la matrice F s'écrit :

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial Z}{\partial Z} & \frac{\partial Z}{\partial D} & \frac{\partial Z}{\partial V_B} & \frac{\partial Z}{\partial K_B} \\ \frac{\partial D}{\partial Z} & \frac{\partial D}{\partial D} & \frac{\partial D}{\partial V_B} & \frac{\partial D}{\partial K_B} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Calcul de $\phi = e^{FT}$

On utilise la formule suivante :

$$e^{FT} = I + FT + \frac{F^2 T^2}{2!} + \dots + \frac{F^n T^n}{n!}$$

Il convient de noter que les termes d'ordre supérieurs ou égaux à 2 sont très faibles ; on se limite donc à écrire que $e^{FT} = I + FT$.

- Calcul de Γ

La matrice F étant non inversible, la formule

$\Gamma = F^{-1} [e^{FT} - I] G$ n'est pas applicable. Il faut remonter à la définition de Γ et écrire que :

$$\Gamma = \int_0^T e^{Fv} G dv$$

$$\Gamma = \int_0^T (I + Fv) G dv$$

$$\Gamma = \int_0^T G dv + \int_0^T FG v dv$$

$$\Gamma = GT + FG \frac{T^2}{2}$$

Ce terme Γ est un vecteur qui intervient dans les équations du filtre linéaire discret, au niveau de la prédiction du vecteur d'état.

On a $\hat{x}_k + 1 | k = \phi \hat{x}_k | k + \Gamma_k$, vecteur d'état prédit à l'instant $k + 1$

4. - DISCRETISATION - LINEARISATION

4.1 - Discrétisation

On utilise l'approximation suivante :

$$\dot{x}(t) = \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

On montre que dans le cas d'un système stationnaire cette discrétisation est équivalente au calcul de l'exponentielle de matrice se limitant à l'ordre 1.

4.2 - Linéarisation

On utilise la méthode du "filtre de Kalman étendu" pour laquelle la linéarisation des équations non linéaires, est obtenue par un développement au voisinage de l'estimation la plus récente en rejetant les termes d'ordres supérieurs ou égaux à deux. Les équations du filtre de Kalman étendu discret sont les suivantes :

$$\text{Prédiction} \begin{cases} \hat{x}(k+1|k) = \phi [\hat{x}(k), k] \\ P(k+1|k) = \frac{\partial \phi [\hat{x}(k), k]}{\partial \hat{x}(k)} P(k) \frac{\partial \phi^T [\hat{x}(k), k]}{\partial \hat{x}(k)} \end{cases}$$



CARACTERISATION DES MOUVEMENTS DE DEUX MOBILES DANS UN PLAN A PARTIR DE
MESURES BRUTEES ECHANTILLONNEES SOUS FORME DE "BIEN POINTES" D'AZIMUTS
PROBLEME NON LINEAIRE CONTINU-DISCRET

$$\text{Gain} \left\{ \begin{array}{l} K(k+1) = P(k+1|k) \frac{\partial h^T [\bar{x}(k+1|k), k]}{\partial \bar{x}(k+1|k)} \times \\ \left[\frac{\partial h [\bar{x}(k+1|k), k]}{\partial \bar{x}(k+1|k)} P(k+1|k) \frac{\partial^T h [\bar{x}(k+1|k), k]}{\partial \bar{x}(k+1|k)} + R(k) \right]^{-1} \end{array} \right.$$

$$\text{Estimation} \left\{ \begin{array}{l} \bar{x}(k+1) = \bar{x}(k+1|k) + \\ K(k+1) \{z(k+1) - h[\bar{x}(k+1|k), k+1]\} \\ P(k+1) = \left[I - K(k+1) \frac{\partial h [\bar{x}(k+1|k), k]}{\partial \bar{x}(k+1|k)} \right] P(k+1|k) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\bar{x}(t)}{dt} = f[\bar{x}(t), t] \\ \frac{dP(t)}{dt} = \frac{\partial f[\bar{x}(t), t]}{\partial \bar{x}(t)} P(t) + P(t) \frac{\partial f^T[\bar{x}(t), t]}{\partial \bar{x}(t)} \end{array} \right.$$

La résolution de ces équations par la méthode de Runge Kutta, permet d'obtenir le vecteur d'état prédit et la matrice de covariance d'erreur prédite associée, à l'instant $k+1$.

Il reste à déterminer le vecteur d'état estimé ainsi que la matrice de covariance d'erreur estimée, à l'aide des équations suivantes :

4.3 - Application au modèle polaire

Le modèle non linéaire discret obtenu à partir des équations différentielles continues non linéaires définissant le modèle polaire est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} Z(k+1) = Z(k) + \frac{T}{D(k)} [V_B(k) \sin(K_B(k) - Z(k)) - \\ V_L(k) \sin(K_L(k) - Z(k))] \\ D(k+1) = D(k) + T [V_B(k) \cos(K_B(k) - Z(k)) - \\ V_L(k) \cos(K_L(k) - Z(k))] \\ V_B(k+1) = V_B(k) \\ K_B(k+1) = K_B(k) \end{array} \right.$$

Pour pouvoir appliquer la technique du filtre de Kalman étendu, il suffit de calculer la matrice $\frac{\partial h [\bar{x}(k), k]}{\partial \bar{x}(k)}$ à partir des expressions précédentes

REMARQUE : La discrétisation au 2ème ordre, utilisant la formule : $x(t + \Delta t) = x(t) + \dot{x}(t) \Delta t + \frac{\ddot{x}(t)}{2} \Delta t^2$ donne exactement les mêmes résultats et nécessite le calcul de $\ddot{x}(t)$

5. - RESOLUTION CONTINUE - DISCRETE

5.1 - Résolution des équations différentielles par une méthode d'intégration numérique

On utilise la méthode d'intégration numérique de Runge Kutta d'ordre 4. A partir de l'équation différentielle sous sa forme la plus générale $\dot{x} = F(x, e, t)$ on a :

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \frac{\Delta t}{6} [M_1 + 2M_2 + 2M_3 + M_4]$$

avec $M_1 = F(x, e, t)$

$$M_2 = F\left(x + \frac{\Delta t}{2} M_1, e, t + \frac{\Delta t}{2}\right)$$

$$M_3 = F\left(x + \frac{\Delta t}{2} M_2, e, t + \frac{\Delta t}{2}\right)$$

$$M_4 = F(x + \Delta t M_3, e, t + \Delta t)$$

5.2 - Application au modèle polaire

On a le système continu à observations discrètes résultant de la mise en équations en coordonnées polaires :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = f[x(t), t] \\ z(k) = H x(k) + V(k) \text{ avec } x(h) = x(t_k) \end{array} \right.$$

Nous nous proposons de résoudre les équations différentielles suivantes résultant de la théorie du filtre de Kalman continu linéarisé au 1er ordre :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x}(k+1) = \bar{x}(k+1|k) + K(k+1) [z(k+1) - H\bar{x}(k+1|k)] \\ K(k+1) = P(k+1|k) H^T [HP(k+1|k)H^T + R]^{-1} \\ P(k+1) = P(k+1|k) - K(k+1) H P(k+1|k) \end{array} \right.$$

REMARQUE : Le filtre de Kalman continu linéarisé au 2ème ordre donne les mêmes résultats. Pour obtenir ce filtre, il suffit, dans le cas où l'équation d'observation est linéaire, de rajouter le terme :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 f[\bar{x}(t), t]}{\partial \bar{x}(t) \partial \bar{x}(t)} : P(t) \text{ à l'expression de } \frac{d\bar{x}(t)}{dt}$$

$$\text{avec } \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} : \Delta \right]_{ij} = \text{tr} \left(\frac{\partial^2 f_{ij}}{\partial x^2} \Delta \right)$$

L'expression de $\frac{dP(t)}{dt}$ n'est pas modifiée.

6. - RESULTATS

Les résultats présentés ont été obtenus à partir des azimuts résultant de la situation géographique suivante. Le mobile B suit une trajectoire rectiligne à vitesse constante dont les caractéristiques sont :

$$x_B(t=0) = 0 \quad y_B(t=0) = 11000 \text{ m}$$

$$K_B = 150^\circ \quad V_B = 10,5 \text{ m/s}$$

Le mobile L suit une trajectoire circulaire de rayon $R = 983 \text{ m}$ à la vitesse de $5,25 \text{ m/s}$.

Les azimuts ainsi simulés sont bruités avec un bruit de variance $R = 0,5^\circ$.

Le vecteur d'état à l'instant $t = 0$ est :

$$\bar{x}(0/0) = \begin{bmatrix} Z(0) \\ 20000 \text{ m} \\ 5 \text{ m/s} \\ 180^\circ \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} Z(0) \text{ est la mesure d'azimut} \\ \text{à l'instant } t = 0 \end{array}$$

La matrice de covariance d'erreur initiale associée a la forme suivante :

$$P(0/0) = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 30 \end{bmatrix}$$

Quelle que soit la méthode envisagée, les résultats sont identiques surtout en ce qui concerne le cap et la vitesse. La distance diffère, d'une méthode à l'autre, de quelques dizaines de mètres. Il semble par conséquent intéressant de retenir la méthode la plus simple et la moins coûteuse en instructions et en temps de calcul, celle-ci est sans conteste la méthode faisant intervenir une discrétisation au premier ordre des équations continues puis une linéarisation au premier ordre, au voisinage de l'estimée la plus récente, des équations non linéaires discrètes (technique du filtre de Kalman étendu discret).

CARACTERISATION DES MOUVEMENTS DE DEUX MOBILES DANS UN PLAN A PARTIR DE
MESURES BRUTEES ECHANTILLONNEES SOUS FORME DE "BIEN POINTES" D'AZIMUTS
PROBLEME NON LINEAIRE CONTINU-DISCRET

Ces conclusions, qui sont valables pour le modèle de dynamique envisagé permettant de décrire complètement le mouvement de la cible en coordonnées polaires ne sont probablement pas valables dans tous les cas et la même étude sur une modélisation de la dynamique faisant intervenir d'autres équations amènerait sans doute d'autres conclusions (cf [1]).

Pour la modélisation cartésienne, il convient de remarquer que la méthode qui consiste à discrétiser le modèle dynamique continu par une exponentielle de matrice et à linéariser l'équation d'observation discrète au premier ordre au voisinage de l'estimée de la plus récente, est la méthode la mieux adaptée. En effet pour le modèle cartésien particulier envisagé, la valeur de l'exponentielle de matrice est une valeur exacte et non une valeur approchée comme dans le cas polaire. Enfin notons que les termes supplémentaires qui pourraient provenir d'une linéarisation plus précise de l'équation d'observation sont négligeables, ce qui justifie le choix du filtre de Kalman étendu au premier ordre.

7. - PROBLEME DES "BIEN POINTES" d'azimuts

7.1 - Position du problème

Dans [1] nous avons fait l'hypothèse que la période de discrétisation T était la même que la période d'échantillonnage T_e des mesures c'est-à-dire 1 seconde. En fait, dans la plupart des cas, l'observateur ne dispose de mesures d'azimuts qu'à des instants discrets qui peuvent être très variables (période d'échantillonnage des mesures comprise entre 10 secondes et 3 minutes) et fonction de paramètres tels que, la distance observateur but, l'état de la mer, le secteur en gisement considéré, le rapport signal à bruit etc...

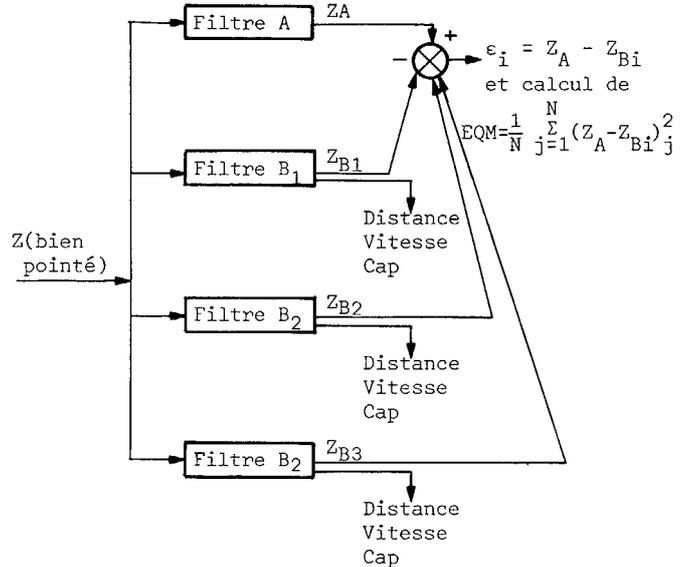
Il convient donc de trouver une structure de traitement telle que l'on puisse, d'une part, reconstituer la trajectoire du mobile poursuivi dans le cas où celui-ci est en route rectiligne uniforme et, d'autre part, détecter et traiter les évolutions possibles de ce mobile, à partir des seuls "bien pointés" d'azimuts. Pour détecter une évolution, la méthode exposée dans [1] consistait à élaborer l'erreur quadratique moyenne (EQM) et à la comparer à un seuil de détection. Cette valeur quadratique moyenne étant calculée sur une fenêtre glissante de longueur $N * T_e$, N étant le nombre de points de la fenêtre et T_e la période d'échantillonnage des mesures.

En poursuite automatique $T_e \neq 1$ s, l'expérience montre qu'il suffit de prendre $60 \leq N \leq 100$ pour que l'erreur quadratique moyenne ait une signification statistique satisfaisante. Ceci correspond à une longueur de fenêtre de 2 à 3 minutes et par conséquent à un retard de détection équivalent.

En bien pointés, 60 pts correspondent à une longueur de fenêtre de 10 à 15 minutes et donc à un retard de détection prohibitif ! Il est donc nécessaire d'envisager un système particulier si on veut détecter les évolutions sur "bien pointés" avec des retards de l'ordre de la minute.

7.2 - Structure parallèle

Nous avons envisagé la configuration suivante :



L'erreur quadratique moyenne (EQM) est calculée toutes les secondes à partir de l'écart entre l'azimut fourni par le filtre A et les azimuts fournis par les filtres B_i . Entre 2 bien pointés les azimuts Z_A et Z_{B_i} sont les azimuts prédits). EQM est ensuite comparée à un seuil de détection : à chaque dépassement de seuil les filtres B_i sont recalés sur l'azimut Z_A fourni par le filtre A et les matrices de covariance d'erreur associées aux filtres B_i sont réinitialisées. Les filtres B_i délivrant les éléments but sont initialisés sur trois distances différentes et leur convergence vers une même solution est un critère de convergence possible. A chaque évolution du mobile poursuivi, le retard à la détection (de l'ordre de la longueur de la fenêtre retenue pour calculer EQM), "déstabilise" les filtre B_i qui sont ensuite "recalés" par réinitialisation des covariances associées.

7.3 - Structure des filtres

7.3.1 - Modèle de dynamique continu

Il est linéaire et s'écrit sous la forme :

$$\dot{X}(t) = F X(t) + G u(t)$$

avec

$$\begin{cases} \begin{matrix} \circ \\ x_1 \\ \circ \\ x_2 \\ \circ \\ y_1 \\ \circ \\ y_2 \end{matrix} = \begin{matrix} x_2 \\ u_1 \\ y_2 \\ u_2 \end{matrix} & \text{et} & \begin{matrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{matrix} = \begin{matrix} x \\ x \\ y \\ y \end{matrix} \end{matrix}$$

On peut l'explicitier sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \circ \\ x \\ \circ \\ x \\ \circ \\ y \\ \circ \\ y \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \circ \\ x \\ \circ \\ y \\ \circ \\ y \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

On fait l'hypothèse, en écrivant le modèle d'évolution sous cette forme, que le mobile poursuivi évolue en route rectiligne à vitesse constante et que les bruits u_1 et u_2 sont introduits pour prendre en compte toute perturbation aléatoire, se traduisant par un changement brutal mais bref, de cap ou de vitesse, pouvant modifier cette trajectoire. Les bruits u_1 et u_2 sont donc des fonctionnelles de K_B , V_B et du temps X .



CARACTERISATION DES MOUVEMENTS DE DEUX MOBILES DANS UN PLAN A PARTIR DE
MESURES BRUTEES ECHANTILLONNEES SOUS FORME DE "BIEN POINTES" D'AZIMUTS
PROBLEME NON LINEAIRE CONTINU-DISCRET

Il faut cependant remarquer que ces hypothèses sont insuffisantes pour assurer un fonctionnement correct du filtre lors d'une évolution lente du mobile poursuivi, toutefois le problème de l'adaptation du filtre aux évolutions de la cible est résolu par ailleurs (détection des évolutions par comparaison de EQM à un seuil).

La matrice Q obtenue à partir des hypothèses précédentes, va servir non seulement à corriger toutes perturbations aléatoires affectant la trajectoire rectiligne uniforme, mais aussi à prendre en compte toutes les erreurs provenant d'une modélisation des équations de dynamique qui, dans certains cas, peut être mal adaptée. L'influence de cette matrice Q, est particulièrement sensible lorsque l'on aborde le problème des "bien pointés" d'azimuts, pour lequel entre deux mesures, le filtre tourne en prédiction seulement et pour lequel le mobile peut s'éloigner sensiblement des hypothèses de trajectoire rectiligne uniforme ayant servi à modéliser les équations d'évolution.

Les bruits u_1 et u_2 peuvent s'écrire sous la forme :

$$u_1 = f_1(\overset{\circ}{V}_B, \overset{\circ}{K}_B, t) = \overset{\circ}{x}$$

$$u_2 = f_2(\overset{\circ}{V}_B, \overset{\circ}{K}_B, t) = \overset{\circ}{y}$$

De plus, nous faisons l'hypothèse que $\overset{\circ}{V}_B$ et $\overset{\circ}{K}_B$ qui sont des perturbations aléatoires en vitesse et en cap sont des bruits que nous supposons indépendants et à moyenne nulle. Leurs variances sont définies par les expressions suivantes :

$$\sigma_{\overset{\circ}{V}_B}^2 = E[\overset{\circ}{V}_B^2] \quad \sigma_{\overset{\circ}{K}_B}^2 = E[\overset{\circ}{K}_B^2]$$

Explicitons les bruits u_1 et u_2 . On a :

$$\overset{\circ}{x} = V_B \sin K_B$$

$$\overset{\circ}{y} = V_B \cos K_B$$

D'où :

$$\overset{\circ}{x} = \overset{\circ}{V}_B \sin K_B + V_B \overset{\circ}{K}_B \cos K_B = \overset{\circ}{V}_B \frac{\overset{\circ}{x}}{V_B} + \overset{\circ}{K}_B \overset{\circ}{y}$$

$$\overset{\circ}{y} = \overset{\circ}{V}_B \cos K_B - V_B \overset{\circ}{K}_B \sin K_B = \overset{\circ}{V}_B \frac{\overset{\circ}{y}}{V_B} - \overset{\circ}{K}_B \overset{\circ}{x}$$

Le vecteur u s'écrit sous la forme :

$$u^T = \left[\overset{\circ}{V}_B \frac{\overset{\circ}{x}}{V_B} + \overset{\circ}{K}_B \overset{\circ}{y}, \overset{\circ}{V}_B \frac{\overset{\circ}{y}}{V_B} - \overset{\circ}{K}_B \overset{\circ}{x} \right]$$

avec $E|u| = 0$ grâce aux hypothèses faites sur $\overset{\circ}{V}_B$ et $\overset{\circ}{K}_B$

7.32 - Le modèle discret correspondant

On cherche à écrire le modèle sous la forme

$$x_{k+1} = \phi x_k + 1, k + \Gamma_k w_k$$

On sait que $\phi = e^{FT}$ avec $T = t_{k+1} - t_k$

Le développement limité de l'exponentielle est limité au premier ordre de par la forme de la matrice F. Donc

$$\phi = I + FT$$

$$\text{et } \Gamma = \int_0^T e^{Fv} G dv$$

$$\Gamma = G \int_0^T dv + FG \int_0^T v dv$$

Tous calculs effectués on obtient :

$$\phi = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Gamma = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ 0 & T \end{bmatrix}$$

La matrice Q s'obtient par la formule suivante :

$$Q = E[\Gamma W W^T \Gamma^T] = \Gamma E[W W^T] \Gamma^T$$

Si on pose :

$$\sigma_{\overset{\circ}{x}}^2 = \left(\frac{\overset{\circ}{x}}{V_B}\right)^2 \sigma_{\overset{\circ}{V}_B}^2 + \overset{\circ}{y}^2 \sigma_{\overset{\circ}{K}_B}^2$$

$$\sigma_{\overset{\circ}{y}}^2 = \left(\frac{\overset{\circ}{y}}{V_B}\right)^2 \sigma_{\overset{\circ}{V}_B}^2 + \overset{\circ}{x}^2 \sigma_{\overset{\circ}{K}_B}^2$$

$$\sigma_{\overset{\circ}{x} \overset{\circ}{y}}^2 = -\frac{\overset{\circ}{x} \overset{\circ}{y}}{V_B^2} \sigma_{\overset{\circ}{V}_B}^2 - \overset{\circ}{x} \overset{\circ}{y} \sigma_{\overset{\circ}{K}_B}^2$$

La matrice Q s'écrit sous la forme :

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{T^4}{4} \sigma_{\overset{\circ}{x}}^2 & & & & \\ & \frac{T^3}{2} \sigma_{\overset{\circ}{x}}^2 & T^2 \sigma_{\overset{\circ}{x} \overset{\circ}{y}}^2 & & \\ & & & \frac{T^4}{4} \sigma_{\overset{\circ}{y}}^2 & \\ & & \frac{T^3}{2} \sigma_{\overset{\circ}{x} \overset{\circ}{y}}^2 & & \frac{T^3}{2} \sigma_{\overset{\circ}{y}}^2 \\ & & & & & T^2 \sigma_{\overset{\circ}{x} \overset{\circ}{y}}^2 \end{bmatrix} \quad \text{Symétrique}$$

7.33- Modèle de mesure discret

L'équation de mesure discrète s'écrit sous la forme :

$$Z_K = h |x_K| + V_K$$

$$\text{avec } h |x_K| = \text{Arc tg } \frac{X_R(k)}{Y_R(k)} \quad \text{avec } \begin{cases} x_R = x_B - x_L \\ \text{et} \\ y_R = y_B - y_L \end{cases}$$

Remarque : Le bruit de mesure est supposé additif, mais il faut remarquer que l'on pourrait écrire l'équation de mesure sous la forme :

$$Z_K = h [x_k, y_k]$$

La fonctionnelle h étant à préciser.

Le bruit V peut être décomposé en 3 termes V_1, V_2, V_3 :

- Termes V_1 : il s'agit essentiellement de termes à

caractère aléatoire, à moyenne nulle ou non, blancs ou colorés. Ces bruits ne sont pas très gênants car on sait les caractériser de façon satisfaisante, étant entendu que dans les cas des bruits colorés on peut toujours se ramener à des bruits blancs.

CARACTERISATION DES MOUVEMENTS DE DEUX MOBILES DANS UN PLAN A PARTIR DE
MESURES BRUTEES ECHANTILLONNEES SOUS FORME DE "BIEN POINTES" D'AZIMUTS
PROBLEME NON LINEAIRE CONTINU-DISCRET

- Termes V_2 : ces termes sont des biais à caractères non permanents et dont la valeur est aléatoire et qui, de plus, apparaissent à des instants réguliers de façon aléatoire dans le temps. Ces termes sont difficilement modélisables et sont particulièrement importants dans le cas des "bien pointés". On peut, par exemple, caractériser la loi de probabilité déterminant les instants d'apparition de ces biais, par une loi de Poisson.

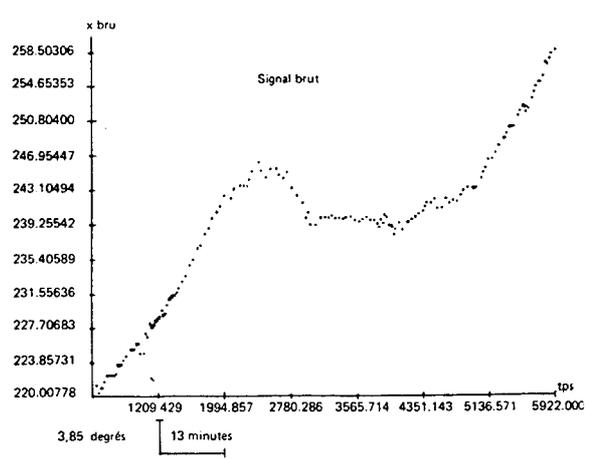
Cette liste des bruits pouvant entacher les mesures de "bien pointés" d'azimuts n'est pas complète et seule une étude détaillée de la chaîne d'acquisition et de traitement, permettrait de la compléter.

- Termes V_3 : il s'agit de perturbations à caractère déterministe et permanent et qui sont liés à la nature physique des antennes utilisées (géométrie de l'antenne, position de l'antenne etc...). Ces perturbations peuvent être caractérisées par une "courbe de régulation" qui conclut à associer à chaque gisement vrai G , un gisement mesuré G_m avec : $G_m = Y(G)$

8 - RESULTATS

Nous présentons les résultats obtenus par filtrage non linéaire (technique de l'Extended Kalman Filter) à partir d'enregistrements de bien pointés d'azimuts réels. La durée de la passe est d'environ 1H30.

Sur la figure 1 représentant le signal d'azimuts en fonction du temps, on remarque que l'opérateur envoie le même bien pointé pendant des tranches de temps très longues (de l'ordre de plusieurs minutes) et on remarque également que le défilement en azimut est quasiment nul entre la minute 39 et la minute 60



Sur la figure 2, on présente les résultats obtenus avec trois filtres de Kalman étendus, dont la synthèse a été effectuée selon les méthodes décrites ci-dessus.

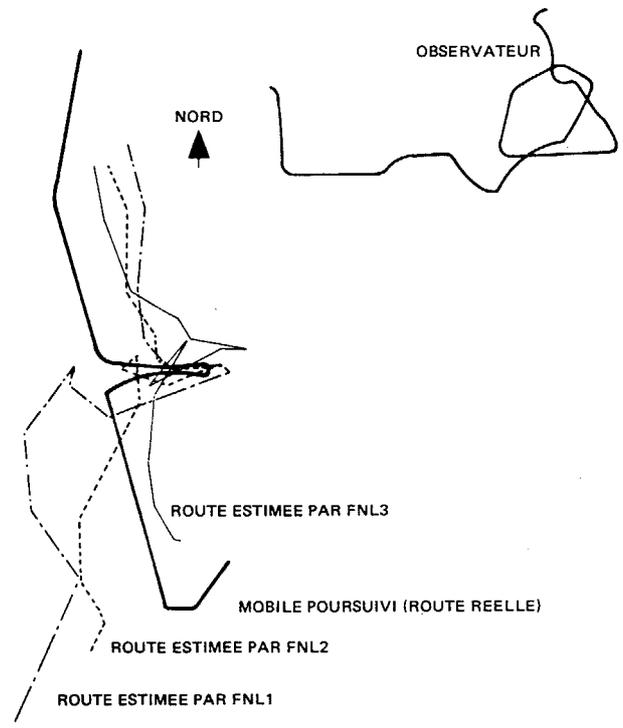


Figure 2

RECONSTITUTION DE TRAJECTOIRES PAR UNE AZIMETRIE DE TYPE FNL.

(Enregistrements effectués en interception SONAR)

Les routes estimées par les filtres sont relativement proches de la réalité et l'erreur en distance est de l'ordre de 3 à 4000 m dans les cas les plus défavorables. La détection des évolutions est nettement plus rapide que ce qui semble possible dans le cas de méthodes manuelles aidées.

En effet, on obtient un retard à la détection de 3 minutes dans le cas le plus défavorable. Le cap du but est l'élément que l'on identifie le plus rapidement avec une erreur inférieure à 10 degrés. La vitesse du but reste l'élément le plus mal connu, on peut obtenir des erreurs de l'ordre 10 Nds.

9.- CONCLUSION

Dans une première partie, on a justifié complètement l'approche présentée au septième colloque sur le traitement du signal et ses applications tant au niveau de la linéarisation des équations qu'au niveau de la discrétisation des modèles continus.

Dans une deuxième partie, on présente la reconstitution des trajectoires par filtrage de Kalman étendu à partir de bien pointés d'azimuts et à l'aide d'une structure de filtres parallèles. On montre comment on peut détecter les évolutions du mobile poursuivi, malgré le sous échantillonnage des mesures et on donne une modélisation originale de la matrice de covariance de bruit associée à la loi de mouvement du mobile poursuivi. Enfin, on donne une liste non limitative des erreurs (biais et bruits) pouvant entacher les signaux d'azimut réels obtenus en temps discret.



CARACTERISATION DES MOUVEMENTS DE DEUX MOBILES DANS UN PLAN A PARTIR DE
MESURES BRUTEES ECHANTILLONNEES SOUS FORME DE "BIEN POINTES" D'AZIMUTS
PROBLEME NON LINEAIRE CONTINU-DISCRET

BIBLIOGRAPHIE

- [1] A. GUILBERT, C. BOZZO "Différents aspects des problèmes de modélisation et d'estimation des mouvements relatifs d'un mobile dans le plan, à partir de mesures angulaires bruitées et échantillonnées".
Septième colloque sur le traitement du signal et ses applications.
GRETSI - NICE Mai 1979
- [2] CA. BOZZO "caractérisation de la trajectoire et de la cinématique d'un mobile manoeuvrant".
Huitième colloque - GRETSI NICE Juin 1981
- [3] L. MOOSE, H. MCCABE "Adaptive Target tracking for Underwater Maneuvering targets".
Department of Electrical Engineering - Virginia Polytechnic Institute and State University Blacksburg. Février 1980
- [4] D.M. KLAMER "Non Parametric Maneuver Detection in KALMAN Filtering".
Naval Ocean Systems Center San Diego, California 92152.
- [5] J.R. MOON "Application of the CRAMER-RAO Bound to Target Motion Analysis".
Electronics Letters Vol-15 n°8 Mars 1979
- [6] H. WEISS, J.B. MOORE "Improved Extended KALMAN Filter Design for Passive Tracking".
Conference on Control Engineering, Melbourne. Juin 1979
- [7] A. OMAR-ABOUTALIB "Real Time Tracking of Maneuvering Targets".
"Proceeding of the Canadian Communication and Power Conf. "MONTREAL IEEE Octobre 1976
- [8] J.M.F. MOURA, H.L. VAN TREES, A.B BAGUEROER "Space/Time Tracking by a passive Observer".
Fourth Symposium on Non-Linear Estimation Theory and its Applications
San Diego - California Septembre 1973
- [9] J.M.F. MOURA "Platform Location in Underwater Acoustic".
Fifth Annual Combined Conference San Diego - California Septembre 1979
- [10] J.M.F. MOURA "Passive Systems Theory with Narrow-Band and Linear Constraints :
Part III - Spatial/Temporal Diversity".
IEEE Journal of Oceanic Engineering, Vol-OE-4 n° 3 Juillet 1979
- [11] J.M.F. MOURA "Passive Systems Theory with Narrow-Band and Linear Constraints :
Part II - Temporal Diversity".
IEEE Journal of Oceanic Engineering, Vol-OE-4 n°1 Janvier 1979
- [12] F.R. CASTELLA "Heading and Speed Errors for x,y Tracking Filters".
IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-15 n° 2 Mars 1979
- [13] P.R. MORGAN "A Target Trajectory Noise Model for KALMAN Trackers".
IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Mai 1979
- [14] R.W. Bass, V.D. NORUM "Non-Linear Filtering and Target Motion Analysis : a practical implementation"
"Third Symposium on Non-Linear Estimation Theory and Applications Proceedings"
San Diego 1972
- [15] A.G. LINDGREN, K.F. GONG "Position and Velocity Estimation via Bearing Observations".
IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-14 n°4 Juillet 1978
- [16] H.R. DESSAU "Dynamic Linearization and Non-Linear Filtering with Application to a Tracking Problem".
Information Sciences 4, 51-63 1972
- [17] C.A. DARMON "A Ship Tracking System Using a KALMAN-SCHMIDT Filter".
Agard Lecture Series Vol LS-82 n° 6 Mars 1976
- [18] J. HOLDSWORTH, J. STOLZ "Marine Application of KALMAN Filtering".
Chap. 17
- [19] R.J. FITZGERALD "Dimensionless Design Data for Three-State Tracking Filters". Raytheon Company Bedford, MASSACHUSETTS.
- [20] A. GUILBERT "AZIMETRIE et Poursuite 2D en goniométrie Passive".
Rapport d'Etude 503 083 GESTA DCAN de TOULON Janvier 1976
- [21] C.A. BOZZO et B. BARBAGELATA "Estimation des mouvements de deux mobiles dans un plan à partir de mesures bruitées et échantillonnées".
Cinquième colloque GRETSI sur le traitement du signal et ses applications.
NICE Mai 1975
- [22] B. BARBAGELATA "Caractérisation des mouvements de deux mobiles dans un plan à partir de mesures relatives bruitées et échantillonnées - Application de méthodes de Filtrage optimal".
THESE de Doctorat de 3ème cycle Faculté de St-Jérôme MARSEILLE 1974
- [23] L.R. HOWELL "Passive Sonar Bearing Estimation in the Presence of Highly Anisotropic Noise Fields".
Contrat N00014-17-C0530 Code 431 Office of Naval Research Décembre 1978
- [23] A.G. LINDGREN, K.F. GONG "Position and Velocity Estimation via Bearing Observations".
IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-14 n°4 Juillet 1978
- [25] V.J. AIDALA "KALMAN Filter Behavior in Bearings-Only Tracking Applications".
IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-15 n°1 Janvier 1978
- [26] J.C. HASSAB "Passive Tracking of a Moving Source by a Single Observer in Shallow Water".
Journal of Sound and Vibration 1976
- [27] W.B. ADAMS "Non-Linear, Non Recursive Estimation for Passive Localization and Tracking".
IEEE International Conference on Acoustics speech & Signal Processing 1977
- [28] A. GRINDLAY "Bearing-only tracking Algorithms"
Final report. Naval Research Laboratory Washington, DC 20375 Juillet 1980