

HUITIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

393



NICE du 1^{er} au 5 JUIN 1981

MODELISATION ET ESTIMATION/IDENTIFICATION PAR VARIABLES D'ETAT DE LA
DYNAMIQUE DES SATELLITES NON-RIGIDES. (*)

C.A. DARMON Ingénieur de Recherche
J.D. BOISSONNAT Chercheur

I.N.R.I.A., Domaine de Voluceau-Rocquencourt, B.P. 105, 78153 Le Chesnay Cédex - F R A N C E -

RESUME

L'objet de cette étude réalisée sous contrat de l'Agence Spatiale Européenne était la réalisation d'un logiciel général d'estimation adaptative et identification de la dynamique des satellites non rigides à partir des enregistrements accélérométriques et de poussée sur les actionneurs.

Dans un premier temps on met en évidence un modèle simple, modal et par variables d'état de la dynamique des satellites.

Les paramètres inconnus de ce modèle sont trop nombreux, et donc leur identification ne serait pas consistante. C'est pourquoi les algorithmes réalisés travaillent sur un modèle d'état modal, compact représentant le transfert entrée-sortie avec un nombre minimum de paramètres. Ces algorithmes sont basés sur le principe du Filtrage de Kalman étendu et donnent une estimée asymptotiquement optimale de l'état et une estimée consistante des paramètres. Les paramètres du modèle modal complet sont alors facilement déduits moyennant des hypothèses complémentaires où intervient la connaissance a priori que l'on a du satellite considéré.

Ces techniques ont été appliquées avec succès sur des données de vol du satellite GEOS, et elles peuvent trouver leur application dans la plupart des systèmes vibratoires.

SUMMARY

The aim of this study, supported by the European Space Agency, was the development of general purpose software for adaptive estimation and identification of non-rigid satellites based on measurements of acceleration.

First, a simple, modal, state-space representation is proposed to describe the dynamics of satellites.

There are too many unknown parameters to allow consistent identification of them. This is why the algorithms used work on a modal and compact state-space representation of the transfer function between the inputs and the outputs with a minimum number of parameters. These algorithms are basically generalised Kalman Filters and give an asymptotically optimal estimate of the state, and a consistent estimate of the parameters. The parameters of the complete modal representation are then easily deduced by means of additional hypotheses using the a priori knowledge on the satellite under consideration.

These techniques have been successfully applied to flight data of the GEOS satellite, and can find applications in most vibratory systems.

(*) Fait sous contrat ESA.



INTRODUCTION

L'objet de cette étude réalisée sous contrat de l'Agence Spatiale Européenne était la réalisation d'un logiciel général d'estimation adaptative et identification de la dynamique des satellites non rigides à partir des enregistrements accélérométriques et de poussée sur les actionneurs.

Dans un premier temps on met en évidence un modèle simple, modal et par variables d'état de la dynamique des satellites.

Les paramètres inconnus de ce modèle sont trop nombreux, et donc leur identification ne serait pas consistante. C'est pourquoi les algorithmes réalisés travaillent sur un modèle d'état modal, compact représentant le transfert entrée-sortie avec un nombre minimum de paramètres. Ces algorithmes sont basés sur le principe du Filtrage de Kalman étendu et donnent une estimée asymptotiquement optimale de l'état et une estimée consistante des paramètres. Les paramètres du modèle modal complet sont alors facilement déduits moyennant des hypothèses complémentaires où intervient la connaissance a priori que l'on a du satellite considéré.

Ces techniques ont été appliquées avec succès sur des données de vol du satellite GEOS, et elles peuvent trouver leur application dans la plupart des systèmes vibratoires.

1.1. Modèle autorégressif continu.

Si l'on se place au voisinage de l'équilibre, les petits mouvements d'un satellite spinné muni d'appendices flexibles sont décrits par l'évolution d'un vecteur de coordonnées qui comprend six coordonnées généralisées pour rendre compte des mouvements du corps rigide par rapport à un repère inertiel et un jeu de variables de déformation fonctions de l'espace et du temps pour rendre compte des oscillations des parties flexibles. Si ces dernières sont modélisées comme un continuum, les équations du mouvement sont un ensemble d'équations différentielles ordinaires et d'équations aux dérivées partielles. Ces équations aux dérivées partielles deviennent des équations différentielles ordinaires si l'on effectue une discrétisation spatiale des parties flexibles ou une discrétisation des équations spatiales par une méthode aux différences finies, et le formalisme de Lagrange fournit alors les équations linéarisées du mouvement :

$$M\ddot{q}(t) + G\dot{q}(t) + Kq(t) = F(t) \quad (1)$$

où $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ est le vecteur des coordonnées généralisées exprimées dans un repère de référence lié au corps rigide de la structure, $M = M^T$, $G = -G^T$, $K = K^T$ sont des matrices (n, n) constantes et $F(t)$ est le vecteur des forces généralisées.

L'expression explicite dans le cas général de M, G et K est donnée dans [1].

1.2. Représentation d'état modale.

L'intérêt d'une représentation modale a déjà été mis en évidence par les mécaniciens : on peut ainsi réduire la taille des matrices M, G, K , a priori très grande, en ne retenant que les modes significatifs [2]. Pour les problèmes d'estimation, d'identification ou de commande il en va de même : plutôt que d'utiliser un modèle Lagrangien de dimension inconnue, on préférera un modèle modal limité aux modes observables, identifiables ou commandables selon les cas.

De façon classique on introduit la forme d'état de (1) en définissant le vecteur d'état

$$x(t) = \begin{bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix}, \text{ qui permet de réécrire (1) sous la}$$

forme :

$$\dot{x}(t) = A^{-1}E x(t) - A^{-1}f(t) \quad (2)$$

$$A = \begin{bmatrix} -G & -M \\ M & 0 \end{bmatrix} = -A^T, \quad E = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} = E^T, \quad f(t) = \begin{bmatrix} F(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

La représentation d'état modale s'obtient en résolvant le problème aux valeurs propres de la matrice d'état $A^{-1}E$, qui sont les pôles du système.

On supposera que la dimension de chacun des sous espaces vectoriels propres est égale à l'ordre de multiplicité de la valeur propre associée. On exclut ainsi les modes rigides du système, ce qui n'est pas gênant dans la mesure où ces modes sont inobservables et où leur expression analytique peut être calculée directement en fonction des caractéristiques du corps rigide et du vecteur spin [1].

Sous cette hypothèse $A^{-1}E$ est diagonalisable et on montre que les valeurs propres vont par paires d'un nombre complexe et de son conjugué, et que les vecteurs propres associés à des valeurs propres conjuguées sont conjugués [2]. De plus le problème se ramène à un problème dans le domaine réel c'est-à-dire qu'il existe une base de vecteurs $v_1, w_1, \dots, v_n, w_n$ telle que la matrice de leurs coordonnées $T = [v_1, w_1, \dots, v_n, w_n]$ est inversible et telle que $A^{-1}E$ se mette sous forme de Jordan modifiée dans cette base [1].

$$J = T^{-1}A^{-1}ET = \mathcal{D}(J_i)$$

en notant $\mathcal{D}(J_i)$ la matrice bloc-diagonale dont le i ème bloc est

$$J_i = \begin{bmatrix} 0 & \omega_i \\ -\omega_i & 0 \end{bmatrix}$$

si on introduit $\tilde{x}_i(t) = \frac{(2i-1)\text{ème composante de } T^{-1}x(t)}{(2i)\text{ème}}$
et $(T^{-1})_i = \frac{(2i-1)\text{ème ligne de } T^{-1}}{(2i)\text{ème}}$

l'équation d'état (2) s'écrit comme n systèmes découplés d'ordre 2 :

$$\dot{\tilde{x}}_i(t) = J_i(t) - (T^{-1})_i A^{-1}f(t) \quad \text{pour } i=1, n \quad (3)$$

Un lemme important dû initialement à Poelaert [2] permet alors de découpler chaque mode, c'est-à-dire de décrire l'évolution de chaque mode indépendamment des autres.

Lemme : pour chaque mode i : $(T^{-1})_i A^{-1} = \frac{2}{\alpha_i \omega_i} J_i T_i^T$, $\alpha_i \in \mathbb{R}$.

On en déduit la représentation d'état modale :

$$\dot{\tilde{x}}_i(t) = J_i \tilde{x}_i(t) - \frac{2}{\alpha_i \omega_i} J_i T_i^T f(t) \quad (4)$$

Les paramètres du mode i sont donc ω_i (pulsation du mode i), α_i (coefficient de normalisation) et la matrice T_i des vecteurs modaux du mode i .

La représentation modale échantillonnée associée est alors fournie par les relations classiques :

$$\tilde{x}_i(t+h) = R_i(h) \tilde{x}_i(t) - D_i(f)$$

où h est le pas d'échantillonnage,



MODELISATION ET ESTIMATION/IDENTIFICATION PAR VARIABLES D'ETAT DE LA DYNAMIQUE DES SATELLITES NON-RIGIDES.

$$R_i(h) = \exp(J_i h) = \begin{pmatrix} \cos \omega_i h & \sin \omega_i h \\ -\sin \omega_i h & \cos \omega_i h \end{pmatrix},$$

$$D_i(f) = \int_t^{t+h} R_i(t+h-\tau) \frac{2}{\alpha_i} \omega_i J_i T_i^T f(\tau) d\tau.$$

Si la commande $f(t)$ est constante entre deux instants successifs d'échantillonnage :

$$D_i(f) = (R_i(h) - I) \frac{2}{\alpha_i \omega_i} T_i^T \quad (5)$$

d'où la représentation modale échantillonnée :

$$\tilde{x}_i(t+h) = R_i(h) \tilde{x}_i(t) - (R_i - I) \frac{2}{\alpha_i \omega_i} T_i^T f(t) \quad (6)$$

où I désigne la matrice identité.

Dans le cas où les modes sont amortis, la matrice $R_i(h)$ devient :

$$R_i(h) = \exp(-a_i h) \begin{bmatrix} \cos \omega_i h & \sin \omega_i h \\ -\sin \omega_i h & \cos \omega_i h \end{bmatrix}$$

1.3. Equations de mesure.

L'identification et l'estimation d'état du satellite non rigide est faite en utilisant comme senseurs des accéléromètres placés sur la structure qui fournissent la mesure :

$$y(t) = c_0 q(t) + c_1 \dot{q}(t) + c_2 \ddot{q}(t) + e \quad (7)$$

où les matrices c_0, c_1, c_2 et e sont fonctions des caractéristiques géométriques des senseurs, et du vecteur spin à l'équilibre ; elles sont supposées bien connues.

Dans le cas d'un satellite stabilisé trois axes, l'équation (7) se réduit à $y(t) = c_2 \ddot{q}(t)$.

Le vecteur de mesure $Y(t)$ obtenu avec plusieurs mesures accélérométriques est écrit sous la forme :

$$Y(t) = C_0 q(t) + C_1 \dot{q}(t) + C_2 \ddot{q}(t) + E$$

soit en fonction de $\tilde{x}_i(t)$:

$$Y(t) = \sum_{i=1}^N [C_0 T_i^1 + C_1 T_i^1 J_i + C_2 T_i^1 J_i^2] \tilde{x}_i(t) + C_2 M^{-1} F(t) + E \quad (8)$$

où T_i^1 est la matrice de passage de $\tilde{x}_i(t)$ à $q(t)$ (partie supérieure de T_i). On notera $T_i^1 = \begin{bmatrix} v_i^1 & w_i^1 \end{bmatrix} + n$.

En fait, parmi les n modes supposés décrire parfaitement le système, un certain nombre ne sont pas observables par les accéléromètres, en particulier les modes rigides (cf. [3]). On numérote de 1 à K les modes effectivement traités.

1.4. Equations d'excitation.

La colonne des forces généralisées F est fonction de la colonne des poussées des actionneurs par une relation du type : $F = N F_a$; où la matrice N est fonction seulement de la géométrie des actionneurs et supposée connue.

2. Estimation/Identification du satellite.

2.1. Principe de la méthode utilisée.

Plutôt que d'identifier en une fois tous les paramètres du modèle du deuxième ordre (1), on préfère décomposer l'identification en deux phases :

i) Une phase d'estimation/identification sur la représentation d'état modale comportant peu de paramètres. Cette phase ne repose sur aucune hypothèse ou approximation et permet donc une très bonne estimation/identification qui pourra être considérée comme définitive.

ii) Une phase d'identification des paramètres physiques du système qui fait passer de la représentation d'état modale aux matrices M, G, K du modèle autorégressif.

Dans le cas général où l'on ne dispose que d'un nombre réduit de mesures et d'excitations, il est nécessaire, pour pouvoir identifier tous les paramètres de faire un certain nombre d'hypothèses, à partir de la connaissance a priori du modèle par exemple.

Une formulation très générale laisse à l'utilisateur toute latitude en ce qui concerne le choix d'hypothèses. Celles-ci portent sur les vecteurs modaux.

On note que la connaissance a priori du modèle n'intervient qu'au cours de la deuxième phase. Et donc, si les hypothèses introduites ne conduisent pas à une identification correcte, on peut en changer et recommencer cette deuxième phase sans recommencer la phase d'estimation/identification.

On notera également que la première phase fournit directement un certain nombre de paramètres physiques intéressants comme les fréquences des différents modes.

Les algorithmes utilisés, au cours de la phase 1 comme de la phase 2 sont du type Kalman et calculent les variances d'erreurs. Sous certaines conditions liées à l'initialisation de l'algorithme, ces variances décroissent et tendent vers 0.

2.2. Première phase.

2.2.1. Modèle d'Estimation/Identification.

Le satellite amorti et excité par ses actionneurs est descriptible par les équations échantillonnées (6) et (8). Cependant pour améliorer la qualité de l'identification, on a fait choix du modèle suivant, équivalent à (6) et (8) :

$$Z(t+h) = R \cdot Z(t) + B \cdot F_r(t) \quad (9)$$

$$Y(t) = C \cdot Z(t) + D \cdot F_r(t) + E + e(t) \quad (10)$$

où $Z(t) = \begin{bmatrix} Z_1(t) \\ \vdots \\ Z_k(t) \end{bmatrix}$ est un vecteur d'état déduit du

vecteur d'état modal par la relation ($i=1, \dots, K$).

$$Z_i(t) = \frac{1}{\pi_i} P_i |R_i| \tilde{x}_i(t) \quad (11)$$

avec :

$$P_i = \begin{bmatrix} \cos \omega_i h \exp(-a_i h) & \sin \omega_i h \exp(-a_i h) \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

R_i matrice de rotation, λ_i scalaire, ω_i et a_i respectivement la pulsation et l'amortissement en rd/s du mode i .

R est la matrice d'évolution de la forme :

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & & 0 \\ & R_i & \\ 0 & & R_k \end{bmatrix} \quad R_i = \begin{bmatrix} \theta_i & \mu_i \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$



MODELISATION ET ESTIMATION/IDENTIFICATION PAR VARIABLES D'ETAT DE LA DYNAMIQUE DES SATELLITES NON-RIGIDES.

$$\begin{cases} \theta_i = +2e^{-a_i h} \cos \omega_i h \\ \mu_i = e^{-2a_i h} \end{cases}$$

B est la matrice de commande par les actionneurs (vecteurs de commande $F_r(t)$) en supposant les actions constantes sur un pas.

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1,\ell} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{2K,1} & & b_{2K,\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_K \end{bmatrix}$$

avec (12)

$$B_i = \frac{2}{\alpha_i \omega_i \pi_i} P_i (R_i - I) R_i^{-1} T_i^T N = \begin{bmatrix} c_{2i-1,1} & \dots & c_{2i-1,\ell} \\ c_{2i,1} & & c_{2i,\ell} \end{bmatrix}$$

$Y(t)$ est le vecteur des p sorties des senseurs.

$C = [C_1 \dots C_i \dots C_K]$ est la matrice de sortie $p \times 2K$

avec :

$$C_i = \begin{matrix} \xrightarrow{2} \\ \begin{bmatrix} \alpha_{1i} & \dots & \beta_{1i} \\ \alpha_{2i} & & \beta_{2i} \\ \vdots & & \vdots \\ \alpha_{pi} & & \beta_{pi} \end{bmatrix} \downarrow p \\ \end{matrix} \quad i=1, \dots, K$$

λ_i et R_i sont réglés de façon que $\alpha_{1i}=0, \beta_{1i}=-1, \forall i$

$$D = \begin{bmatrix} D_1 \\ \vdots \\ D_p \end{bmatrix}$$

le terme de dépendance de $Y(t)$ par rapport à $F_r(t)$

$$E = \begin{bmatrix} E_1 \\ \vdots \\ E_p \end{bmatrix}$$

le vecteur des biais sur les mesures (composante à fréquence nulle)

Enfin, $e(t)$ est le bruit de mesure introduit par les senseurs et supposé centré ($E(e(t))=0$), blanc ($E(e(t)e(\tau))=0, t \neq \tau$), et de variance W .

Les dimensions des différentes matrices sont :

$X(t)[2K,1], R[2K,2K], B[2K,\ell], F[\ell,1], C[p,2K], Y[p,1], D[p,\ell], E[p,1], e(t)[p,1]$.

2.2.2. Position du problème.

Le problème posé est l'estimation/identification du modèle ci-dessus, sous la forme suivante :

- l'estimation en ligne de $Z(t)$ d'où sera extrait le vecteur des coordonnées généralisées $q(t)$;
- l'identification des coefficients de R, B, C, D, E -matrices de représentation d'état-. Les coefficients ainsi déterminés servent à déterminer les vecteurs modaux des satellites ainsi que les fréquences et amortissement des modes.

Les données utilisées pour estimer et identifier sont

l'ensemble des $Y(t)$ et des $F_r(t)$ (poussées sur les actionneurs). Pour résoudre ce problème, un filtre de Kalman étendu, de type EIVE2 modifié, cf.[4] est utilisé.

2.2.3. Algorithme.

L'algorithme se développe simplement par application du principe de l'EIVE2 : le vecteur d'état du modèle modal est augmenté des paramètres à identifier ; un filtre de Kalman étendu utilisant les mesures $Y(t)$ et les commandes $F_r(t)$ à chaque instant permet de recréer l'estimée de ce vecteur d'état augmenté $Z^*(t)$ et de sa variance d'erreur approchée $\Sigma(t/t)$.

On note :

$$Z^*(t) = \begin{bmatrix} Z_1^*(t) \\ \vdots \\ Z_i^*(t) \\ \vdots \\ Z_K^*(t) \\ \vdots \\ Z_R^*(t) \end{bmatrix} \quad \text{où chaque } Z_i^*(t) \text{ correspond au mode } i, \text{ pour } i \text{ de } 1 \text{ à } K, \text{ et } Z_R^*(t) \text{ est la sous-colonne augmentée correspondant aux paramètres } D \text{ et } E.$$

$$Z_i^{*T}(t) = \begin{bmatrix} Z_i^T(t) & | & \theta_i \mu_i & | & B_{i1}^T \dots B_{i\ell}^T & | & \alpha_{2,i} \beta_{2,i} & | & \dots \end{bmatrix}$$

$\xrightarrow{2} \quad \xrightarrow{2} \quad \xrightarrow{2\ell} \quad \xrightarrow{2}$

$$\begin{bmatrix} \alpha_{j,i} \beta_{j,i} & | & \dots & | & \alpha_{p,i} \beta_{p,i} \end{bmatrix}$$

$\xrightarrow{2} \quad \xrightarrow{2}$

$$Z_R^* = \begin{bmatrix} D_1^T \\ \vdots \\ D_p^T \\ E_1 \\ \vdots \\ E_p \end{bmatrix}$$

où les D_i représentent les p lignes de la matrice D , et les E_i les p éléments du vecteur E .

On note également :

$$c(t) = \begin{bmatrix} c^1 \\ c^1(t) \\ | \\ c^p(t) \end{bmatrix} \downarrow p$$

$\xrightarrow{2(p+\ell+1)} \quad \xrightarrow{p(\ell+1)}$

matrice de passage de $Z^*(t)$ à $Y(t)$.

Recalage.

A chaque instant t on procède récursivement sur chaque mesure :

MODELISATION ET ESTIMATION/IDENTIFICATION PAR VARIABLES D'ETAT DE LA DYNAMIQUE DES SATELLITES NON-RIGIDES.

$$\begin{aligned} \epsilon_I &= y_1(t) - e^{1T} \hat{Z}^*(t|t-h) \\ K_I &= \Sigma(t|t-h) e^{1T} [W_I^T e^{1T} \Sigma(t|t-h) e^{1T}]^{-1} \\ \hat{Z}_I^*(t|t) &= \hat{Z}^*(t|t-h) + K_I(t) \epsilon_I(t) \\ \Sigma_I(t|t) &= (I - K_I(t) e^{1T}) \Sigma(t|t-h) (I - K_I(t) e^{1T})^T \\ &\quad + K_I(t) W_I K_I^T(t) \end{aligned} \tag{13.1}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{II} &= y_2(t) - e^{2T} \hat{Z}_I^*(t|t) - H_2(t) \\ K_{II} &= \Sigma_I(t|t) e^{2T} [W_{II}^T e^{2T} \Sigma_I(t|t) e^{2T}]^{-1} \\ \hat{Z}_{II}^*(t|t) &= \hat{Z}_I^*(t|t) + K_{II}(t) \epsilon_{II}(t) \\ \Sigma_{II}(t|t) &= (I - K_{II}(t) e^{2T}) \Sigma_I(t|t) (I - K_{II}(t) e^{2T})^T \\ &\quad + K_{II}(t) W_{II} K_{II}^T(t) \end{aligned} \tag{13.2}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_p &= y_p(t) - e^{pT} \hat{Z}_{p-1}^*(t|t) - H_p(t) \\ K_p &= \Sigma_{p-1}(t|t) e^{pT} [W_p^T e^{pT} \Sigma_{p-1}(t|t) e^{pT}]^{-1} \\ \hat{Z}_p^*(t|t) &= \hat{Z}_{p-1}^*(t|t) + K_p(t) \epsilon_p(t) \\ \Sigma_p(t|t) &= (I - K_p(t) e^{pT}) \Sigma_{p-1}(t|t) (I - K_p(t) e^{pT})^T \\ &\quad + K_p(t) W_p K_p^T(t) \end{aligned} \tag{13.p}$$

$$\begin{aligned} \hat{Z}^*(t|t) &= \hat{Z}_p^*(t|t) \\ \Sigma(t|t) &= \Sigma_p(t|t) \end{aligned} \tag{13.p+1}$$

Propagation.

La propagation de l'estimée \hat{Z}^* entre les instants t et $t+1$ est donnée par :

$$\hat{Z}^*(t+h|t) = \phi(t) \hat{Z}^*(t|t) + R(t) \tag{14}$$

$$\Sigma(t+h|t) = \phi(t) \Sigma(t|t) \phi^T(t)$$

où :

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} \phi_1(t) & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \phi_K(t) & 0 \\ \hline 0 & \dots & 0 & \phi_R(t) \end{bmatrix}$$

avec :

$$\phi_i(t) = \begin{bmatrix} \hat{R}_i(t|t) & \hat{Z}_i(t|t) & F_{r_1} & \dots & F_{r_\ell} & 0 \\ 0 & I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & \dots & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \dots & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I \end{bmatrix}$$

et $\phi_R(t) = I$

également $R(t) = \begin{bmatrix} R_1(t) \\ \vdots \\ R_K(t) \\ 0 \end{bmatrix}$

où $R_i(t) = - \begin{bmatrix} \hat{Z}_i(t|t) - \hat{\theta}_i(t|t) \\ \mu_i(t|t) \\ 0 \end{bmatrix}$

Initialisation.

L'initialisation est faite en tenant compte sur chaque mode de la corrélation entre les deux composantes d'état, celle entre les θ_i et les μ_i , enfin celle entre les α_i et les β_i (cf. [3]).

2.3. Deuxième phase : Identification des paramètres physiques du satellite.

Position du problème.

L'estimation/identification décrite au §.2.2. ne fournit des satellites que la représentation modale entrée-sortie définie par les équations (9) et (10). Pour évaluer les vecteurs modaux V_i^1 et W_i^1 correspondant à chacun des modes vibratoires du satellite, il est donc nécessaire de réaliser une opération complémentaire d'identification des paramètres physiques.

Par (8), (11) et (12), il vient :

$$\left. \begin{aligned} \lambda_i [C_0^T T_i^1 + C_1^T T_i^1 J_i + C_2^T T_i^1 J_i^2] R_i^{-1} P_i^{-1} &= C_i + \epsilon_{C_i} \\ \frac{2}{\alpha_i \omega_i \lambda_i} N^T T_i^1 R_i^{-1} (R_i^T - I) P_i^T &= - \beta_i^T - \epsilon_{\beta_i^T} \end{aligned} \right\} \tag{15}$$

où $\lambda_i, T_i^1 = [V^1 i, W^1 i]$ et $R_i = \begin{bmatrix} \cos \eta_i & \sin \eta_i \\ \sin \eta_i & \cos \eta_i \end{bmatrix}$ sont les

grandeurs à déterminer et C_i et β_i^T sont les sorties en provenance de l'estimation/identification. Les vecteurs étant définis à une constante multiplicative près, on fixera par convention $\alpha_i = 2$. Les matrices C_0, C_1, C_2 et N sont connues. Les matrices R_i, P_i et la pulsation ω_i sont des sorties du programme d'estimation/identification et sont connues avec une précision suffisante pour que l'on puisse négliger l'erreur d'estimation.

Les erreurs ϵ_{C_i} et $\epsilon_{\beta_i^T}$ apparaissant dans le second membre de (15) sont les erreurs d'estimation de C_i et β_i^T supposées de moyenne nulle et de variance Σ_{C_i} et $\Sigma_{\beta_i^T}$.



MODELISATION ET ESTIMATION/IDENTIFICATION PAR VARIABLES D'ETAT DE LA DYNAMIQUE DES SATELLITES NON-RIGIDES.

Le problème posé est la détermination de T_i^1 (en posant $\alpha_i=2$) à partir des équations (15).

Algorithme.

on pose $M_i = \begin{bmatrix} C_0 P_i^{-T} - C_1 P_i^{-T} J_i + C_2 P_i^{-T} J_i^2 & 0 \\ N^T P_i & (R_i - I) \end{bmatrix}$

$F_i = \begin{bmatrix} C_i \\ \omega_i \end{bmatrix}$ $\epsilon_i = \begin{bmatrix} \epsilon_{C_i} \\ -\omega_i \lambda_i^2 \epsilon_{\omega_i} \beta_i^T \end{bmatrix}$

(NOTA : définition de N, =, C :

Si $T = \begin{bmatrix} V & W \\ C & O \\ O & C \end{bmatrix}$ $\tilde{T} = \begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix}$

$A = \{a_{ij} I\}$ $i, j = 1, 2$. si $A = (a_{ij})$

on établit facilement

(16) $[M_{00i} + M_{10i} \cos \eta_i + M_{20i} \sin \eta_i] \begin{bmatrix} \lambda_i T_i^1 \\ \lambda_i^2 \tilde{T}_i^1 \end{bmatrix} = F_i + \epsilon_i$

qui doit être résolue linéairement en $\lambda_i T_i^1$ et $\lambda_i^2 \tilde{T}_i^1$ et non linéairement en η_i (paramètre de R_i), et où les matrices $M_{00i}, M_{10i}, M_{20i}$ sont déduites de M_i .

- La résolution de l'équation (16) est effectuée par une méthode de maximum de vraisemblance à deux niveaux:

- Calcul de $\begin{bmatrix} \lambda_i T_i^1 \\ \lambda_i^2 \tilde{T}_i^1 \end{bmatrix}$ à η_i connu

- Optimisation du η_i

Le calcul des variances associées est effectué dans un deuxième temps par linéarisation de l'équation (16).

Limitation-généralisation de la méthode :

La solution n'est clairement déterminée que si le nombre total d'inconnues est inférieur au nombre d'équation : $(2N+2 \leq 2(p+l))$; exemple : $p = 2, l = 1 \rightarrow N = 2$). Si ce n'est pas le cas, on doit faire des hypothèses sur la forme des vecteurs modaux

on pose $\begin{bmatrix} \lambda_i T_i^1 \\ \lambda_i^2 \tilde{T}_i^1 \end{bmatrix} = \underline{a}_i \cdot \underline{v}_i$

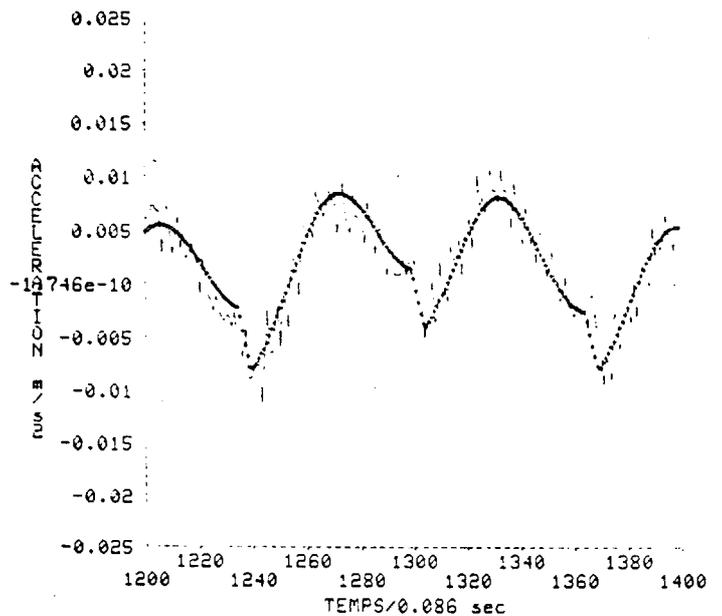
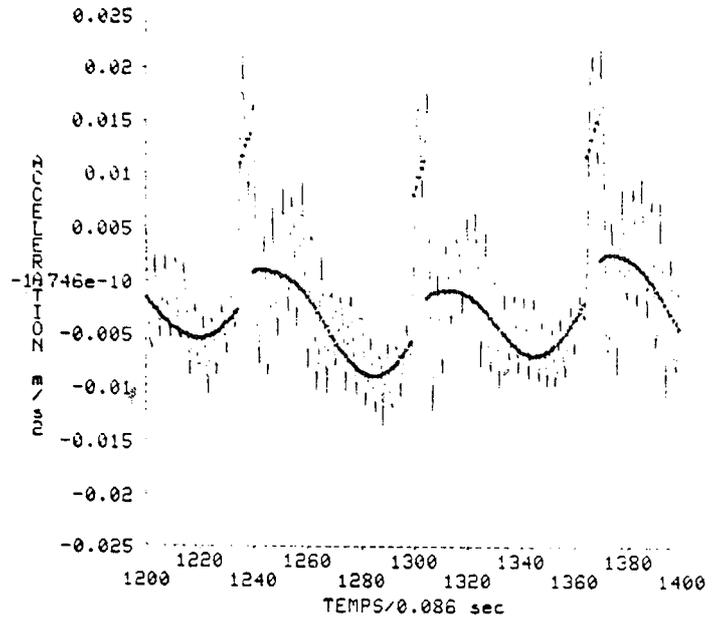
Ceci suppose que l'utilisateur a une idée a priori du mode considéré. Si ce n'est pas le cas, il faut tester plusieurs hypothèses : Mode méridien antisymétrique, Mode équatorial symétrique, etc... et comparer la cohérence des résultats = (en particulier un λ_i^2 trouvé négatif signifie que l'hypothèse faite est fausse).

Evaluation des matrices du modèle autorégressif

Les matrices M, G, K du modèle autorégressif (1) sont déduites des vecteurs modaux V_i^1, W_i^1 et des pulsations modales ω_i soit par la résolution du problème aux valeurs propres indiqué au § 1,2, soit en utilisant les relations de convergence établies dans [2] pour le cas où il n'y a pas de modes rigides, et généralisées dans [1].

La détermination de M, G et K n'est possible que si un nombre suffisant de modes sont excités et observés.

IDENTIFICATION GEOS



RESULTATS

Les algorithmes EIVE d'estimation/identification de la représentation modale entrée-sortie et IDENT d'identification des paramètres physiques du satellite ont été expérimentés sur des bandes de données de vol provenant des deux accéléromètres du satellite GEOS avec une excitation par l'actionneur "top-axial" qui excite principalement les modes méridiens-antisymétriques. Avec une précision a priori de 10% sur les deux fréquences principales l'algorithme EIVE a convergé et donne les résultats de la figure 1 où sont visualisés en traits fins les deux signaux accélérométriques et en traits pointillés les estimées a priori de ces signaux. Les variations en dent de scie des signaux réels correspondent à un mode parasite à haute fréquence qui n'a pas été pris en compte-volontairement.



MODELISATION ET ESTIMATION/IDENTIFICATION PAR VARIABLES D'ETAT DE LA
DYNAMIQUE DES SATELLITES NON-RIGIDES.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J.D. BOISSONNAT. "Modélisation et identification des équations dynamiques de satellites munis d'appendices flexibles". Thèse de Docteur Ingénieur. Université de Rennes. (1979).
- [2] D. POELAERT. "Exact Modal Analysis for spinning flexible spacecraft". Symposium on the Dynamics and Control of non rigid space vehicles. Frascati. ESA-SP-117. (May 1976).
- [3] IRISA. "Méthodes de validation des modèles mathématiques en dynamique des satellites non rigides. Contrat ESTEC n° 2991/76/NL/AK (SC).
- [4] C.A. DARMON. "Deux méthodes d'estimation/identification des systèmes linéaires bruités multidimensionnels". Revue du Cêthedec. n° 49. (1976).

