

HUITIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

349



NICE du 1^{er} au 5 JUIN 1981

ESTIMATION A RESOLUTION ELEVEE DU GISEMENT DE SOURCES DE BRUIT AU MOYEN
D'ANTENNES LINEAIRES HORIZONTALES ET D'EXTENSION LIMITEE (+).
HIGH RESOLUTION NOISE SOURCES BEARINGS ESTIMATE BY SHORT HORIZONTAL
LINEAR ARRAY OF SENSORS. (+)

T.V. (AN) (ea) Fosco CHIUPPESI

MINISTERO DIFESA - MARINA - NAVALCOSTARMI, 14^a Divisione, 00100 ROME (Italie)

RESUME

En conditions ambiantales homogènes, en presence de bruit isotrope et de sources de bruit très loines d'un réseau linéaire de capteurs equidistants, la matrice des densités spectrales croisées des tensions à la sortie des capteurs contient les informations sur les énergies et les gisements des bruiteurs. La matrice se présente, dans le cas d'une évaluation correcte, sous la forme de Toeplitz; il est, alors, particulièrement simple remonter à la connaissance des gisements des bruiteurs. Les méthodes traditionnelles d'estimation du gisement ont une résolution angulaire liée à la dimension du réseau: il y a, toutefois, des méthodes d'estimation à résolution élevée qui consentent de minimiser l'inconvénient. Cet exposé présente une méthode optimale d'estimation à résolution élevée des gisements (décomposition spectrale) dans le cas d'une matrice complètement connue et une méthode sousoptimale qui diffère légèrement de la première mais qui présente des avantages d'emploi, car elle est plus pratique, surtout lorsque la matrice est estimée à moyen d'un bas nombre d'échantillons des signaux d'entrée. La validité de la méthode sousoptimale a été vérifiée au moyen de une simulation complète sur calculateur digital dont on présente quelques résultats.-

(+) Etude réalisée pour le MARICONAVARMI, Rome, et exécutée avec MARIPERMAN, Institut d'Electroacoustique, La Spezia (Italie).

SUMMARY

In homogeneous environmental conditions, with isotropic noise and noise sources far from a linear array of equally spaced sensors the matrix of crossed spectral densities of signals from the sensors contains the information about noise sources energy and their bearings. When exactly estimated, this matrix is of the Toeplitz block-diagonal type; it is then extremely easy to estimate noise source bearings. The angular resolution of conventional bearing estimate methods is dependent on the array extent; there are however high resolution estimate methods which allow to minimize that drawback. This paper presents an optimum method of high resolution bearing estimate (spectral decomposition) in the case of matrix exactly known, and a suboptimum method which differs slightly from the optimum, offering advantages of practical use, particularly when the matrix is estimated from a small number of input signals samples. The validity of the second method has been tested by a complete digital computer simulation, some results of which are here reported.

(+) Work sponsored by the MARICONAVARMI, Rome, and executed with MARIPERMAN, Institute of Electroacoustics, La Spezia (Italy).



ESTIMATION A RESOLUTION ELEVEE DU GISEMENT DE SOURCES DE BRUIT AU MOYEN
D'ANTENNES LINEAIRES HORIZONTALES ET D'EXTENSION LIMITEE.

1. INTRODUCTION

Cet exposé illustre une méthode d'estimation à résolution élevée de la densité spectrale de puissance du bruit acoustique reçu au moyen ensemble linéaire de K capteurs équidistants.

Le réseau est situé horizontalement dans un milieu homogène indéfini dans lequel ils se développent des processus de bruit acoustique de deux types: bruit isotrope du milieu et bruits produits par sources ponctuelles distantes du réseau; ces derniers sont indépendents entre eux et en comparaison du procès du bruit du milieu.

Tous les processus de bruit présents sont gaussiens, stationnaires et avec espérance mathématique nulle. Les canaux de traitement du signal n'ont pas de bruit et ils sont identiques; le nombre N des sources ponctuelles est inférieur au nombre K des capteurs du réseau.

Cet étude se propose principalement d'évaluer les gisements des sources de bruit à partir des tensions présentes en sortie de chaque capteur du réseau. De ces tensions on examine un intervalle temporel de durée T; cet intervalle est long en comparaison des temps de corrélation de tous les processus de bruit présents et du temps de passage des fronts d'onde près du réseau.

En indiquant avec $x_k(t)$, $k=1, 2, \dots, K$; $-T/2 \leq t \leq T/2$ les surdités tensions, elles peuvent être représentées au moyen des coefficients complexes de Fourier : [1,2,3]

$$y_k(\omega_m) = \frac{1}{\sqrt{T}} \int_{-T/2}^{T/2} x_k(t) \exp \{-jm\omega_0 t\} dt \quad (1.1)$$

où $\omega_0 = 2\pi/T$ et $\omega_m = m\omega_0$.

On suppose d'utiliser, dans cet étude, seulement le coefficient de Fourier relatif à la fréquence ω_m telle que l'éloignement entre capteurs contigus est égal à demie longueur d'onde du son dans le milieu (pour les hypothèses précédentes le bruit du milieu produit sur capteurs différents des tensions avec corrélation nulle).

Les signaux disponibles peuvent donc être représentés au moyen du vecteur complexe:

$$\vec{Y} = [y_1(\omega_m) \ y_2(\omega_m) \ \dots \ y_k(\omega_m)]_T \quad (1.2)$$

où le terme T indique vecteur transposé.

Par la suite la dépendance du vecteur $\vec{Y}(\omega_m)$ de la fréquence sera sous-entendue.

En tenant compte des hypothèses précédentes les composantes de \vec{Y} résultent être des variables aléatoires gaussiennes complexes à espérance mathématique nulle.

La matrice de densité spectrale du vecteur \vec{Y} s'écrit:

$$\vec{C} = E \{ \vec{Y} \vec{Y}^t \} \quad (1.3)$$

où $E \{ \cdot \}$ est l'espérance mathématique et t indique le transposé conjugué de \vec{Y} .

On peut démontrer^[4] que dans les hypothèses faites en indiquant avec σ_0 et P_n les densités spectrales à la fréquence ω_m d'analyse respectivement du bruit

du milieu et de la générique source ponctuelle de bruit, la matrice de densité spectrale \vec{C} se peut écrire:

$$\vec{C} = \sigma_0 \vec{I} + \sum_{n=1}^N P_n \vec{d}_n \vec{d}_n^t \quad (1.4)$$

où \vec{I} est la matrice identité et les \vec{d}_n sont "vecteurs directionnels" représentant la conformation des respectives fronts d'onde, en permettant donc de remonter aux gisements des sources de bruit. La matrice de densité spectrale contient donc toutes les inconnues du problème; cet étude se propose de remonter aux gisements des sources ponctuelles en utilisant la matrice \vec{C} , et en employant les notions a priori (même approximatives), où les estimations propres de la densité σ_0 .

Dans le paragraphe suivant on rappellera une méthode optimale pour évaluer les mêmes inconnues, particulièrement indiquée pour les applications de laboratoire et en cas de connaissance presque exacte de la matrice \vec{C} . Successivement elle sera illustrée une méthode sousoptimale en comparaison de la précédente, asymptotiquement tendante à la méthode optimale, indiquée dans les applications pratiques en temps réel et lorsque la matrice de densité \vec{C} peut seulement être estimée à moyen de un bas nombre d'échantillons des signaux d'entrée.

Enfin on présentera les résultats de la simulation sur ordinateur digital de la méthode proposée et sera illustrée la comparaison avec la méthode optimale et avec la méthode traditionnelle de formation des voies de directivité.

2. METHODE OPTIMALE DES VECTEURS PROPRES

Cette méthode se base sur les caractéristiques des vecteurs propres de la matrice de densité spectrale \vec{C} . [5,6,7]

Elle, en effet, en étant hermitienne et définie positive, est caractérisée par K valeurs propres réels positives, λ_k , à chacun desquelles il est associé un vecteur propre \vec{a}_k orthogonal à tous les autres.

Selon les valeurs propres et les vecteurs propres associés la matrice \vec{C} peut être écrite au moyen de la décomposition spectrale :

$$\vec{C} = \vec{A} \vec{\Lambda} \vec{A}^t \quad (2.1)$$

où \vec{A} est la matrice constituée des K vecteurs propres et $\vec{\Lambda}$ est la matrice diagonale dont les éléments sont les valeurs propres respectives.

Dans le cas où la matrice de densité spectrale est du type de l'eq. (1.4), on a (K-N)+1 valeurs propres minimales identiques ayant la valeur σ_0 ; il y a aussi que les vecteurs propres associés à ces valeurs sont orthogonaux aux vecteurs directionnels \vec{d}_n , $n=1, 2, \dots, N$.

En indiquant avec $d(\theta)$ le vecteur directionnel générique, c'est à dire variable en fonction du gisement θ , et avec a un quelconque vecteur propre correspondant à la valeur propre σ_0 , la fonction:

$$f(\theta) = | \vec{d}^t(\theta) \vec{a} | \quad (2.2)$$

présente généralement K-1 zéros, N desquelles sont situés dans les valeurs de θ correspondants aux gisements des sources ponctuelles de bruit.



ESTIMATION A RESOLUTION ELEVEE DU GISEMENT DE SOURCES DE BRUIT AU MOYEN
D'ANTENNES LINEAIRES HORIZONTALES ET D'EXTENSION LIMITEE.

La méthode maintenant rappelée est donc caractérisée par une résolution infinie dans la détermination des gisements des sources de bruit et du nombre des sources mêmes (par le moyen du nombre des valeurs propres minimales égaux à σ_0); toutefois elle nécessite de la connaissance au moins approximative de leur gisement, pour pouvoir écarter les $(K-N)-1$ zéros indépendants des sources mêmes.

Pour ce qu'on a dit la méthode présente un comportement indépendant des rapports signal à bruit des densités spectrales des processus.

On peut citer bien d'autres méthodes qui emploient les caractéristiques des vecteurs propres de la matrice \vec{C} . [8,9]

Toutefois cette méthode, et toutes celles que d'une manière analogue emploient les mêmes propriétés, sont affectées de quelques inconvénients dans les applications pratiques.

Les principaux inconvénients sont:

- la matrice \vec{C} peut généralement seulement être estimée à partir d'intervalles de temps de durée limitée des signaux sur les capteurs; l'évaluation effectuée n'a pas les caractéristiques de la matrice exacte;
- les calculs impliqués dans l'analyse des vecteurs propres de la matrice \vec{C} sont un peu élaborés et souvent incompatibles avec les temps à disposition dans les applications en temps réel.

Dans le paragraphe suivant on illustre une méthode sousoptimale qui a des prestations asymptotiquement tendantes à l'optimal dans la théorie et seulement un peu dégradées dans la pratique.

3. METHODE SOUSOPTIMALE

la méthode qu'on présente maintenant se fonde sur le traitement de estimation "à maximisation d'entropie". La matrice de densité spectrale exacte \vec{C} est du type de Toeplitz et donc pour remonter d'elle aux gisements des sources ponctuelles de bruit il suffit considérer le premier vecteur :

$$\vec{c}_1 = \sigma_0 \delta_{k1} + \sum_{n=1}^N p_n \vec{d}_n \quad (3.1)$$

où $\delta_{k1} = (1 \ 0 \ \dots \ 0)_T$

Pour les hypothèses à la base de l'étude les éléments des vecteurs \vec{d}_n sont les échantillons de fonctions alternatives complexes d'une variable liée au gisement de la source de bruit correspondante, θ_n :

$$\vec{d}_n = [1 \ \exp\{j\pi \text{sen}\theta_n\} \ \dots \ \exp\{j(k-1)\pi \text{sen}\theta_n\}]_T \quad (3.2)$$

Les éléments de \vec{c}_1 sont donc une combinaison linéaire de N échantillons de ce type auxquelles, seulement pour le premier élément, on somme la densité spectrale du bruit incohérent, σ_0 .

On considère maintenant la suite ordonnée des éléments du vecteur \vec{c}_1 comme une série de données (par exemple une série d'échantillons temporels) en nombre égal aux capteurs du réseau; la détermination des fréquences correspond à déterminer les gisements des sources de bruit dans le problème examiné maintenant.

La méthode traditionnelle est l'analyse de Fourier de la série des données, mais elle sera caractérisée par un bas pouvoir de résolution, à cause du bas nombre de données disponibles. Il est possible montrer que ce type d'analyse correspond à la méthode classique de formation des voies de directivité dans le domaine de la détection acoustique passive; elle est aussi la cause du fait que la résolution angulaire de cette méthode est liée à l'extension du réseau. La méthode proposée maintenant augmente la résolution dans la détermination des fréquences des \vec{d}_n (et donc des gisements) en recourant à la méthode de la modélisation autoregressive de la série des données constituant le vecteur \vec{c}_1 .

La résolution qu'on peut obtenir est très augmentée, en comparaison de la méthode traditionnelle, car le modèle autoregressif engendre, au moyen d'un filtrage récursif basé sur la prédiction linéaire, les valeurs des données constituant le prolongement du vecteur \vec{c}_1 (et donc du réseau).

On a montré que les prestations de cette méthode tendent asymptotiquement à celles de la méthode optimale, dans le cas que le vecteur \vec{c}_1 est connu exactement et lorsque la valeur de σ_0 est disponible [8].

Cette valeur en effet représente, pour la série des données, une fonction delta, présente dans le premier échantillon, dont la "force", dans l'analyse fréquentielle, détermine la présence d'une contribution constante qui tend, pour basses valeurs du rapport signal-à-bruit, à rendre moins évidentes les "lignes" fréquentielles.

En connaissant exactement la valeur de σ_0 , on peut la soustraire du premier terme du vecteur \vec{c}_1 , en obtenant une résolution infinie dans la détermination des fréquences (et donc des gisements des sources de bruit).

Lorsque la valeur de σ_0 peut seulement être estimée ou connue approximativement, le terme dans la soustraction peut être la valeur disponible, avec une dégradation limitée dans les prestations, mais sans la préoccupation relative aux autres méthodes qu'agissent directement sur la matrice de covariance (ou densité spectrale), pour lesquelles il est important ne rendre pas négative la matrice. Celui-ci est un premier aspect positif de cette méthode.

Dans la plupart des situations pratiques la matrice \vec{C} doit être estimée à partir d'intervalles temporels consécutifs ou partiellement superposés des signaux d'entrée; ses éléments sont alors affectés d'erreurs en comparaison de leurs valeurs vraies. Lorsque ces erreurs de nature aléatoire peuvent être considérées gaussiennes complexes, stationnaires, à espérance mathématique nulle, indépendantes entre les éléments, la méthode continue à fonctionner avec une dégradation dans les prestations qu'augmente à l'augmenter de la variance des erreurs mêmes; toutefois il y a une bonne immunité en comparaison de ces erreurs même pour valeurs de la variance très élevées (dans le champ de validité de l'hypothèse précédente). La méthode présentée a été simulée sur un ordinateur numérique. Dans le prochain paragraphe on rapporte les résultats de cette simulation, appliquée à un réseau de quinze capteurs.



ESTIMATION A RESOLUTION ELEVEE DU GISEMENT DE SOURCES DE BRUIT AU MOYEN
D'ANTENNES LINEAIRES HORIZONTALES ET D'EXTENSION LIMITEE.

4. SIMULATION

Pour la simulation on a considéré les deux cas suivants:

- parfaite connaissance de la matrice de densité spectrale \vec{C}
 - obtention d'une estimation de \vec{C} à partir d'un nombre limité d'échantillons temporels des coefficients de Fourier pour la fréquence d'analyse.
- On a utilisé un réseau linéaire de quinze capteurs distancés de $\lambda/2$. Pour tous les deux on a comparé le comportement de la méthode sousoptimale avec ce de la méthode optimale et ce de la méthode classique. On a réalisé la méthode sousoptimale par l'application, aux termes du vecteur \vec{c}_1 , du filtrage à maximisation d'entropie proposé de J.P. Burg (10), après d'avoir soustraite, du premier terme, la valeur estimée de la densité spectrale du bruit ambiant (σ_0), qu'on suppose donné a priori. L'ordre du modèle autoregressif est sélectionné automatiquement sur la base du principe de Akaike (10).

En figure 1 on rapporte les résultats des différentes méthodes, en cas de matrice exactement connue, en présence de trois sources de bruit qui ont gisements θ_i (référé à la direction normale au réseau) et rapports signal à bruit indiqués en figure.

La figure 1a représente la réponse de la méthode classique, la figure 1b la réponse de la méthode optimale et la figure 1c la réponse de la méthode sousoptimale avec la soustraction de la valeur exacte de la densité spectrale du bruit ambiant (σ_0). La méthode sousoptimale a la même dynamique de l'optimale mais elle est caractérisée de la présence de "spikes" ennuyants séparés, à peu près, d'un degré des vrais gisements des sources de bruit; on doit imputer la cause de l'inconvénient à la dégradation de l'algorithme de calcul car le déterminant de la matrice est, dans ce cas, théoriquement nul.

En figure 2 on rapporte le comportement des trois méthodes dans la même situation, mais avec une estimation du maximum de vraisemblance de la matrice \vec{C} au moyen de 50 échantillons successifs indépendants des coefficients de Fourier à la fréquence d'analyse.

Même dans ce cas les dynamiques de la méthode optimale (figure 2b) et de la méthode sousoptimale (figure 2c), avec l'exacte correction de la densité spectrale du bruit ambiant, sont pratiquement égales. Il faut, cependant, remarquer que la méthode sousoptimale identifie univoquement les sources ponctuelles de bruit, ainsi confirmant ce qu'on a énoncé dans le paragraphe précédent.

En figure 3 on montre le comportement de la méthode sousoptimale dans la même situation ambiante, en cas de matrice exactement connue par rapport aux erreurs qu'on fait en sous-trayant au premier élément du vecteur \vec{c}_1 une fraction de la valeur exacte σ_0 ; la fraction assume valeurs plus petites et plus grandes que l'unité.

Les figures 4a-4g montrent le comportement, par rapport à ces erreurs, dans le cas où la matrice de densité spectrale soit estimée par une opération de moyenne de 50 échantillons temporels successifs des signaux des capteurs.

Les figures 5a → 5c enfin, rapportent les trois méthodes en présence de cinq sources ponctuelles. Dans ce cas la méthode sousoptimale n'a plus les "spikes" remarquables en figure 1c en confirmation de l'hypothèse avancée à commentaire de la figure même.

5. CONCLUSION

La méthode qu'on a sommairement présenté dans ce Colloque manifeste des propriétés qui la rendent intéressante pour applications en temps réel d'estimation à résolution élevée des gisements des sources de bruit et des fréquences en bruit blanc.

Les expérimentations réalisées pour évaluer les prestations de la méthode ont mis en évidence la caractéristique de proportionner automatiquement, en présence de bruit sur les valeurs de la matrice de densité spectrale, le nombre des degrés de liberté utilisés pour modéliser le milieu sous observation au minimum demandé du nombre de sources de bruit présentes. Ils sont actuellement en cours des expérimentations pour évaluer les prestations de la méthode en présence de plusieurs sources de bruit avec gisements rapprochés, la possibilité de compensation du bruit du milieu non isotrope et l'extension de la méthode à systèmes à bande large.

Le comportement de la méthode optimale et de celle proposée, en présence de signaux partiellement cohérents, peut être déduit de l'étude rapportée dans la référence [11].

REFERENCES

- [1] V.H. MacDonald, P.M. Schultheiss: "Optimum Passive Bearing Estimation in a Spatially Incoherent Noise Environment"; J.A.S.A., vol. 46, n.1, pp. 37-43.
- [2] W.R. Hahn: "Optimum Estimation of a Delay Vector Caused by a Random Field Propagating across an Array of Noisy Sensors"; Naval Ordnance Laboratory, White Oak, Silver Spring, Maryland, 1972, NOETR 72-120.
- [3] G.C. Carter: "Time Delay Estimation"; Naval Underwater System Center Scientific and Engineering Studies, 1976, NUSC TR 5335.
- [4] W.S. Hodgkiss, L.W. Nolte: "Covariance between Fourier Coefficients Representing the Time Waveforms Observed from an Array of Sensors"; J.A.S.A., vol. 59, n.3, pp. 582-590.
- [5] G. Bienvenu: "Influence de la Coherence spatiale du Bruit de Fond sur la Résolution de Sources Ponctuelles"; Sixième Colloque National sur le Traitement du Signal et ses Applications, Nice (26-30 Avril 1977), pp. 17/1-17/9.



ESTIMATION A RESOLUTION ELEVEE DU GISEMENT DE SOURCES DE BRUIT AU MOYEN
D'ANTENNES LINEAIRES HORIZONTALES ET D'EXTENSION LIMITEE.

- [6] G. Bienvenu, L. Kopp: "Principe de la Goniometrie Passive Adaptive"; Septième Colloque National sur le Traitement du Signal et ses Applications, Nice (28 Mai - 2 Juin 1979), pp. 106/1-106/10.
- [7] G. Bienvenu, L. Kopp: "Adaptive High Resolution Spatial Discrimination of Passive Sources"; NATO ASI on Signal Processing, Copenhagen, 1980, pp. 39/1-39/11.
- [8] O.L. Frost: "Power-Spectrum Estimation"; NATO ASI on Signal Processing, Portovenere, 1976, pp. 7/1-7/36.
- [9] R.N. Mc Donough: "A Note on Eigenvector Decomposition of Correlation matrices"; J.A.S.A., vol. 68, n. 1, pp. 165-166.
- [10] A.H. Nuttall: "Spectral Analysis of Univariate Process with Bad Data Points, via Maximum Entropy, and Linear Predictive Techniques"; Naval Underwater System Center Scientific and Engineering Studies, 1976, NUSC TR 5303.
- [11] F. Chiappesi, G. Galati, P. Lombardi: "Optimisation of Rejection Filters"; IEE Proc., vol. 127, Pt. F, n. 5, pp. 354-359.

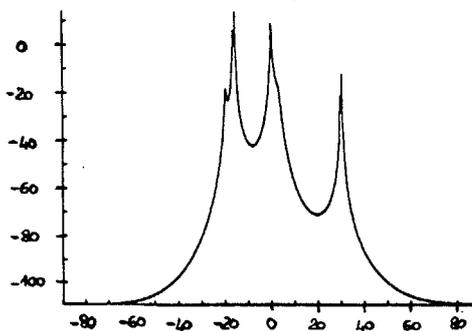


Figure 1c
Méthode Sous-optimale

Fig. 1 - Perfecte connaissance de la matrice de densité spectrale - Situation 3 bruiteurs
 $\theta_1 = -15^\circ$ (S/N)₁ = +5 dB
 $\theta_2 = 0^\circ$ (S/N)₂ = 0 dB
 $\theta_3 = 30^\circ$ (S/N)₃ = -5 dB

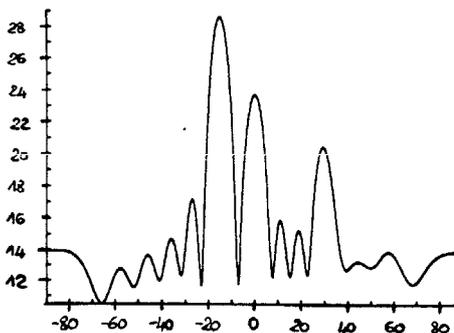


Figure 2a
Méthode Classique

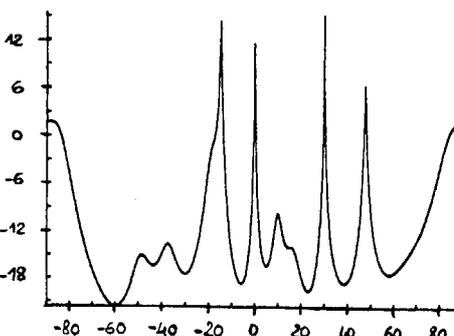


Figure 2b
Méthode Optimale

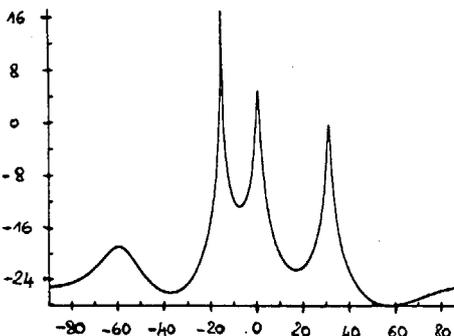


Figure 2c
Méthode Sous-optimale Correction exacte

Fig. 2 - Même situation bruiteurs de la Fig. 1. Estimation du maximum de vraisemblance de la matrice par 50 échantillons.

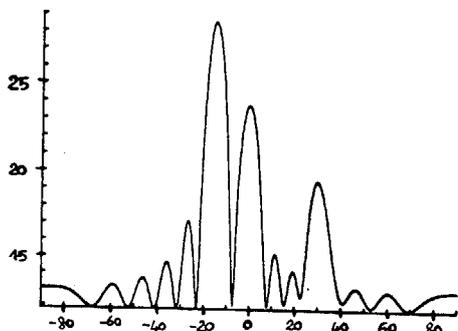


Figure 1a
Méthode Classique

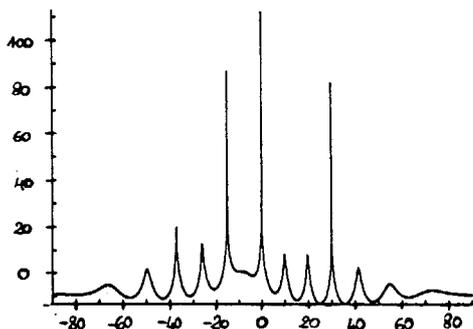


Figure 1b
Méthode Optimale



ESTIMATION A RESOLUTION ELEVEE DU GISEMENT DE SOURCES DE BRUIT AU MOYEN
D'ANTENNES LINEAIRES HORIZONTALES ET D'EXTENSION LIMITEE.

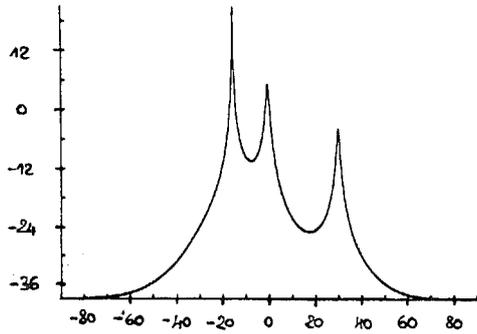


Figure 3a
Correction
de -100 dB
($10^{-9} \sigma_0$)

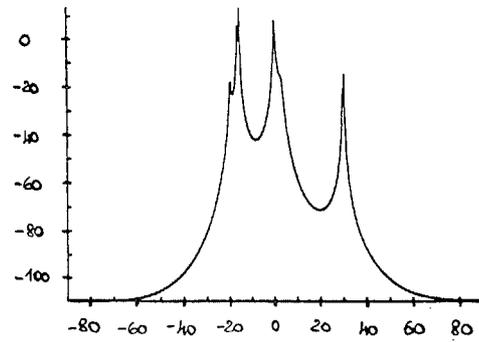


Figure 3e
Correction
de + 0,001dB
($\sim 1,00023 \sigma_0$)

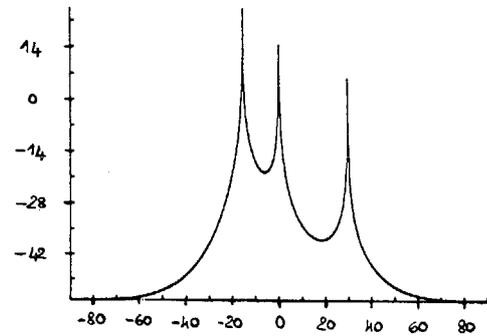


Figure 3b
Correction
de -1 dB
($0,79 \sigma_0$)

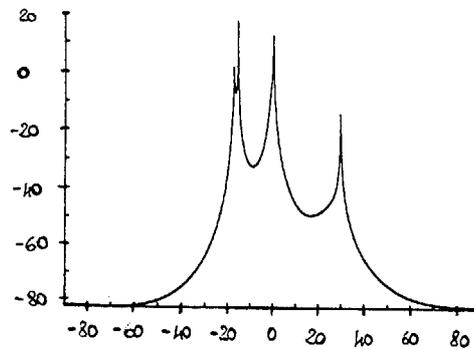


Figure 3f
Correction
de +0,1 dB
($\sim 1,024 \sigma_0$)

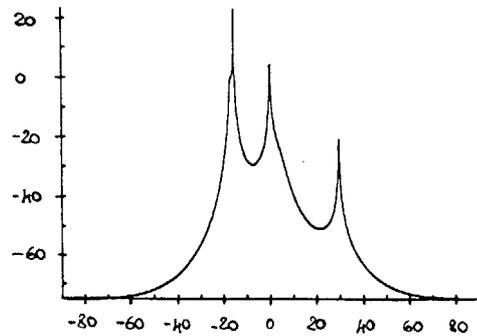


Figure 3c
Correction
de -0,1 dB
($0,977 \sigma_0$)

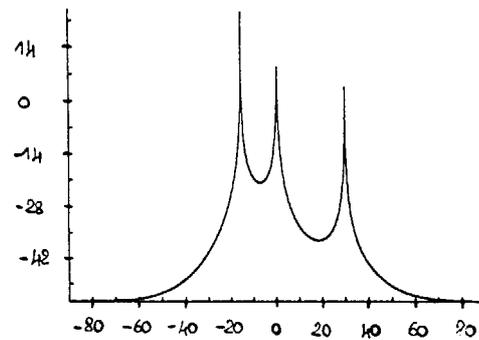


Figure 3g
Correction
de +1 dB
($1,259 \sigma_0$)

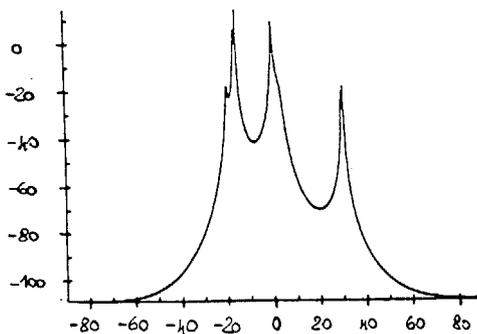


Figure 3d
Correction
de -0,001dB
($0,999 \sigma_0$)

Fig. 3 - Comportement de la méthode sousoptimale dans la même situation de Fig. 1 en cas de corrections différentes de σ_0

ESTIMATION A RESOLUTION ELEVEE DU GISEMENT DE SOURCES DE BRUIT AU MOYEN
D'ANTENNES LINEAIRES HORIZONTALES ET D'EXTENSION LIMITEE.

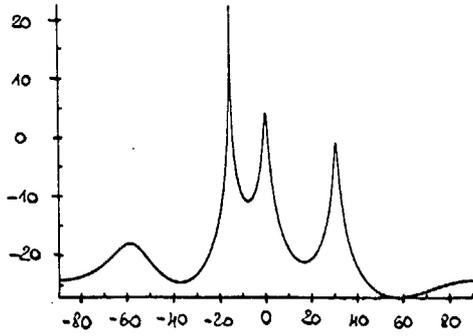


Figure 4a
Correction
de -100. dB
($10^{-9} \sigma_0$)

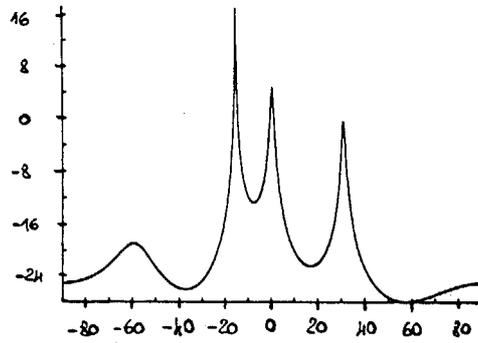


Figure 4d
Correction
de 0,01 dB
($0,998 \sigma_0$)

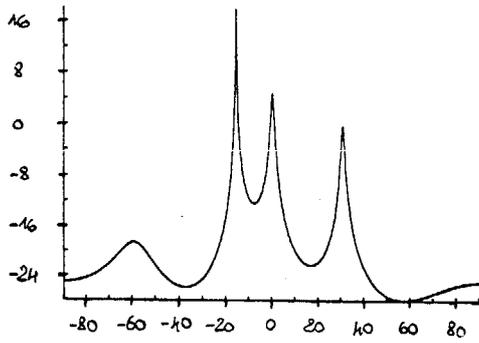


Figure 4b
Correction
de -1 dB
($0,79 \sigma_0$)

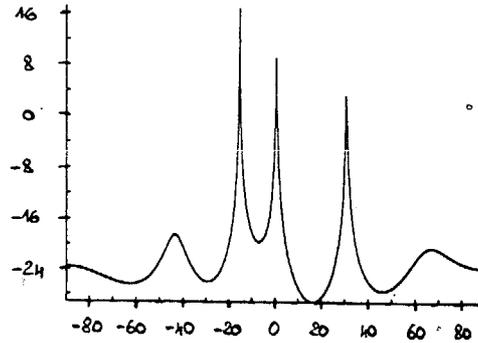


Figure 4e
Correction
de +1 dB
($1,259 \sigma_0$)

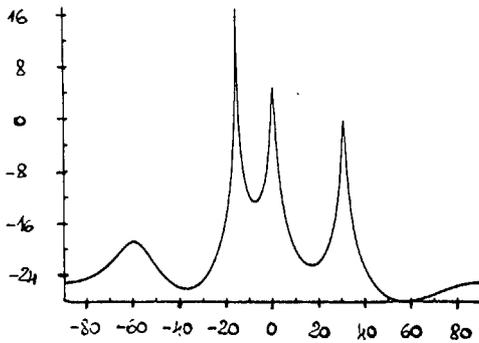


Figure 4c
Correction
de -0,1 dB
($0,977 \sigma_0$)

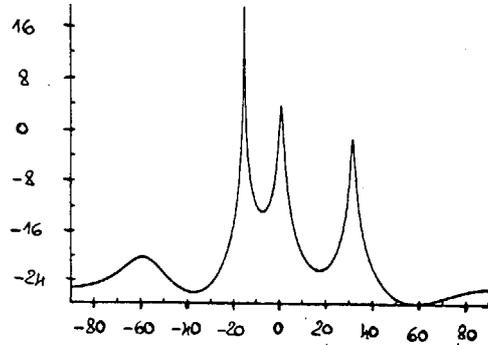


Figure 4f
Correction
de +3 dB
($1,995 \sigma_0$)

Fig. 4 - Meme situation qu'en Fig. 1 -
Matrice de densité spectrale estimée
par une moyenne de 50 echantillon



ESTIMATION A RESOLUTION ELEVEE DU GISEMENT DE SOURCES DE BRUIT AU MOYEN
D'ANTENNES LINEAIRES HORIZONTALES ET D'EXTENSION LIMITEE.

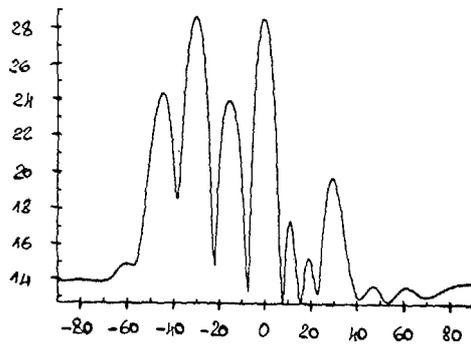


Figure 5a
Méthode
Classique

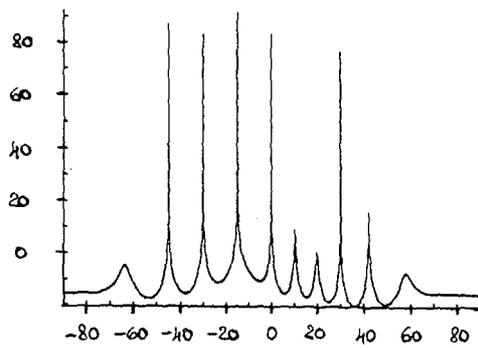


Figure 5b
Méthode
Optimale

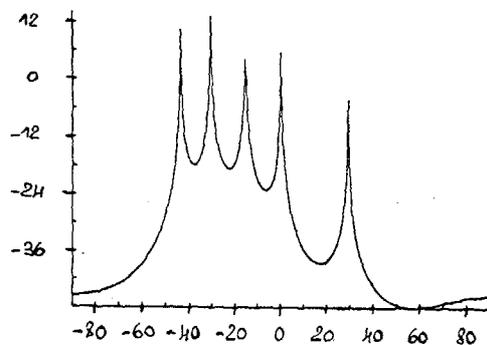


Figure 5c
Méthode
Sousopti-
male

Fig. 5 - Cas de 5 sources ponctuelles

$$\theta_1 = -45^\circ$$

$$\theta_2 = -30^\circ$$

$$\theta_3 = -15^\circ$$

$$\theta_4 = 0^\circ$$

$$\theta_5 = +30^\circ$$