

# SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

109/1



NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

---

POSSIBILITES ET LIMITES DES ANTENNES PARAMETRIQUES EMETTRICES

D. ODERO

CIT/ALCATEL Division Marine 1, Av. Aristide Briand 94110 ARCUEIL

---

## RESUME

Les antennes paramétriques émettrices, qui utilisent à la fois les non linéarités du milieu et des équations constitutives de l'acoustique, ont été très étudiées sous leur aspect théorique durant ces dix dernières années et elles ont dépassé maintenant le stade de l'expérimentation.

On sait maintenant bien évaluer le rendement et la directivité de ces antennes lorsque celles-ci ont une forme géométrique plane simple : circulaire, carrée ou rectangulaire. On sait également estimer la dégradation du rendement et de la directivité pour les forts niveaux d'émission.

Après avoir fait une revue critique des différents résultats existants, nous présentons un modèle simple dû à MELLEN et MOFFETT qui sert de base à un programme de prédiction des caractéristiques d'une antenne paramétrique. Ce programme met en évidence les possibilités et les limites inhérentes à ce type d'antenne. Il permet d'optimiser le choix des fréquences et la forme de l'antenne, compte tenu de l'utilisation que l'on veut en faire.

## SUMMARY

Transmitting parametric antenna, which make use of both non-linearity of the medium and fluid mechanics equations, have been studied very carefully though theoretically over the past ten years and they have arrived now to the experimental stage.

We now know how to evaluate accurately conversion efficiency and directivity of these antenna when they have a simple plane geometrical shape : circle, square or rectangle. We also know how to estimate the loss in efficiency and the broadening of the directivity for very high primary levels.

After a critical review of the different existing results, we present a simple model due to MELLEN and MOFFETT and that is the basis for a computer programable to predict characteristics of the antenna. That program puts in evidence inherent possibilities and limits of this type of antenna. It allows optimization of the frequency choices and of the shape of the antenna according to the use that is needed.



## INTRODUCTION

Les antennes paramétriques émettrices ont maintenant dépassé le stade de l'expérimentation et il est souhaitable, avant toute réalisation pratique, de prévoir les performances que l'on obtiendra. Le but de cet article est donc de faire, d'une part, une synthèse rapide des différents modes de fonctionnement de ces antennes et de présenter d'autre part, un modèle simple, facile à mettre en oeuvre pour faire les prévisions souhaitées.

Rappelons brièvement le fonctionnement de ces antennes. Un transducteur plan (de forme géométrique simple : cercle, carré ou rectangle) est excité à deux fréquences différentes  $f_1$  et  $f_2$  voisines de la fréquence de résonance de la céramique qui constitue le transducteur. Ces deux fréquences donnent naissance à un double faisceau acoustique primaire.

La propagation acoustique n'étant pas un processus linéaire (ni dans les équations de la mécanique des fluides ni dans l'équation d'état), il y a création de signaux à de nouvelles fréquences :  $nf_1$ ,  $mf_2$ ,  $p(f_1+f_2)$ ,  $q(f_1-f_2)$  etc. La plus faible de ces nouvelles fréquences est  $f_- = f_1 - f_2$ , c'est la moins amortie, le faisceau primaire agit pratiquement comme une antenne constituée de sources "end fired" à la fréquence différente  $f_-$ . La longueur effective de cette antenne est déterminée par l'atténuation du faisceau primaire qui peut être due soit à l'absorption "normale" du son dans le fluide aux fréquences primaires, soit à "l'extra-atténuation" lorsque l'amplitude des ondes du faisceau primaire est suffisamment élevée. Cette extra-atténuation est due aux transferts d'énergie du fondamental vers les harmoniques du faisceau primaire.

Les propriétés remarquables de ces antennes sont bien connues : obtention d'un faisceau étroit large bande à la fréquence centrale  $f_-$  avec des lobes secondaires négligeables (couramment inférieurs à -50 dB) pour une petite surface d'antenne. En contrepartie de ces avantages, le rendement est très mauvais. Le pourcentage de conversion des ondes primaires est de l'ordre de  $10^{-3}$  à  $10^{-4}$ .

On conçoit donc fort bien l'intérêt qu'il y a à prévoir du mieux possible les caractéristiques d'une antenne de ce type avant de la construire. Ces prévisions peuvent être basées sur les réponses à quatre types de questions :

α) Si on se fixe la surface de l'antenne et la fréquence BF à utiliser, quelles doivent être les fréquences primaires pour avoir la meilleure directivité BF possible avec le meilleur rendement ?

β) Dans le cadre de la question précédente pour une surface de transducteur  $S$  constante, quelle est la meilleure forme : carrée, circulaire ou rectangulaire ?

γ) Si on se fixe uniquement la fréquence BF, quelle est la directivité BF la plus petite possible que l'on puisse obtenir en faisant varier la surface de l'antenne et les fréquences primaires ?

δ) Comment varient le rendement et la directivité BF lorsqu'on augmente l'amplitude des ondes primaires dans les configurations précédentes ?

Ces questions, pour être résolues, exigent une étude paramétrique. Pour que celle-ci soit rapide, bon marché et fiable, il faut utiliser des concepts simples mais réalistes.

Nous développons ici, la façon dont nous réalisons cette étude après avoir analysé les différents modèles simples existant au chapitre I. Ces modèles sont basés sur les équations de LIDTHILL - WESTERVELT et de BURGERS. La première a l'avantage sur la seconde de permettre le calcul de la directivité BF en plus

du rendement, nous nous intéresserons donc plutôt à elle. Cependant nous comparerons les résultats obtenus sur le rendement avec les deux types d'équations.

Au chapitre II, nous présentons le modèle de MELLEN et MOFFETT qui sert de base à notre programme de prédiction et qui est utilisé au chapitre III pour essayer de répondre aux questions précédentes.

## CHAPITRE I - COMPARAISON DES SOLUTIONS DE L'EQUATION DE LIDTHILL - WESTERVELT

Cette équation est :

$$(1) \Delta p_- - \frac{1}{C_0^2} \frac{\partial^2 p_-}{\partial t^2} = -\rho_0 \frac{\partial q}{\partial t} \quad \text{avec : } q = \frac{\beta}{\rho_0^2 C_0^4} \frac{\partial p_1^2}{\partial t}$$

où  $\rho_0$  est la densité du fluide,  $C_0$  la vitesse de propagation de la pression,  $\beta$  le paramètre de non linéarité du fluide ( $\beta \approx 3,5$  pour l'eau de mer). Le terme  $p_1$  correspond aux pressions primaires HF émises par la source et  $p_-$  est la pression BF créée par l'interaction des ondes HF. Le terme  $q$  est la densité de sources fictives.

L'équation (1) n'est rigoureuse que si les ondes HF qui constituent les sources fictives sont planes. Elle reste encore une bonne approximation si les ondes HF sont sphériques. Dans le cas d'ondes quelconques, le terme  $q$  est un peu plus compliqué.

La solution de (1) est :

$$(2) p_-(\vec{r}) = \frac{-\rho_0}{4\pi} \int_V \frac{\partial q}{\partial t} \frac{e^{-(jk_- + \alpha_-)\xi}}{\xi} dv$$

où  $\alpha_-$  correspond à l'atténuation à la fréquence BF. Le terme  $\xi$  est donné par (cf figure 1) :

$$(3) \xi = (r_1^2 + r^2 - 2rr' \cos \gamma)^{1/2}; \quad \cos \gamma \equiv \sin \alpha \sin \theta \cos(\phi - \psi) + \cos \alpha \cos \theta$$

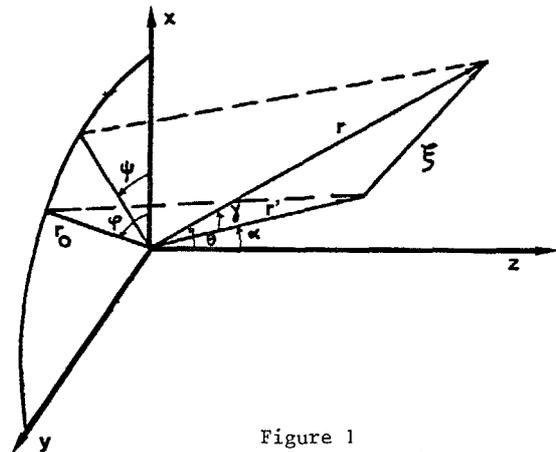


Figure 1

Pour résoudre (2) il faut connaître  $\frac{\partial q}{\partial t}$  c'est-à-dire  $p_1^2$ . On peut écrire :

$$(4) p_1(\vec{r}', t) = \text{Re} \{ A_1(\vec{r}') e^{-(j\vec{k}_1 + \alpha_1) \cdot \vec{r}'} e^{j\omega_1 t} + A_2(\vec{r}') e^{-(j\vec{k}_2 + \alpha_2) \cdot \vec{r}'} e^{j\omega_2 t} \}$$

où  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont les coefficients d'atténuation aux fréquences primaires  $f_1$  et  $f_2$ . En ne gardant que les termes correspondant à la fréquence différence :

$$\omega_1 - \omega_2 \equiv \omega_-, \text{ il vient : } \beta \omega_-^2 A_1(\vec{r}') \cdot A_2(\vec{r}') \\ (5) p_-(r, \theta, \psi) = \text{Re} \left\{ -\frac{4\pi\rho_0 C_0^4}{\rho_0^2 C_0^4} \int_V e^{-(j\vec{k}_- + \alpha_-) \cdot \vec{r}'} \frac{e^{-(j\vec{k}_- + \alpha_-) \cdot \xi}}{\xi} dv \right\}$$



## POSSIBILITES ET LIMITES DES ANTENNES PARAMETRIQUES EMETTRICES

où  $\alpha_T \equiv \alpha_1 + \alpha_2$  et  $\vec{k}_- = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$

A ce niveau, on fait généralement l'approximation suivante :

$$(6) A_i(\vec{r}') \equiv \begin{cases} P_i \cdot T(r') & \text{si } r' < R_o \text{ (Zone de FRESNEL)} \\ P_i \cdot T(r') \cdot D_i(r', \phi, \alpha) \cdot \frac{R_o}{r'} & \text{si } r' > R_o \text{ (Zone de FRAUNHOFER)} \end{cases}$$

où  $R_o$  est la distance de RAYLEIGH définie par

$R_o = S/\lambda_o$  avec  $S$  : surface du transducteur et

$\lambda_o = (\lambda_1 + \lambda_2)/2$ .  $P_i$  représente l'amplitude du signal

émis par le transducteur,  $T(r')$  est une fonction qui tient compte de l'extra-atténuation que nous détaillerons plus loin,  $D_i(r', \phi, \alpha)$  est la directivité de

l'onde primaire d'indice  $i$ . Pour simplifier, on prendra :

$$D_1 \equiv D_2 \equiv D_o, P_1 = P_2 \equiv P_o.$$

L'intégrale de volume (5) peut donc se séparer en deux parties, la première représente la contribution de l'interaction des ondes primaires dans la zone de FRESNEL (champ proche), la deuxième leur contribution dans la zone de FRAUNHOFER. On constate alors que les caractéristiques de la zone d'interaction sont liées aux deux paramètres  $R_o$  et  $T(r')$  qui définissent ainsi les trois principaux régimes extrêmes de fonctionnement.

En effet, la longueur effective de l'antenne "end-fired" est déterminée par l'atténuation du faisceau primaire :

**Cas 1** : Si les ondes primaires ont une fréquence élevée et une amplitude faible, l'absorption est forte,  $R_o$  est grand et l'interaction a lieu principalement en champ proche.

**Cas 2** : Si les ondes primaires ont une fréquence plus basse, leur amplitude étant toujours faible ( $T(r') \equiv 1$ ), l'absorption est moins forte,  $R_o$  est petit et l'interaction a lieu principalement en champ lointain.

**Cas 3** : La longueur effective de l'antenne est réduite pour des amplitudes primaires élevées car alors  $T(r') < 1$  et l'interaction a lieu principalement en champ proche.

En fait, dans la réalité, une antenne paramétrique fonctionne suivant un cas intermédiaire entre ces trois cas extrêmes. Il est donc nécessaire d'avoir un modèle simple capable de faire ces prédictions. De plus pour que ce modèle reste effectivement simple, il faut que le point d'observation soit loin de la zone d'interaction. Ceci permet de calculer (5) plus aisément puisque des simplifications sont alors possibles.

Dans ce qui va suivre, nous passons en revue les modèles simples existants qui traitent correctement des régimes de fonctionnement 1 et 2.

Nous développerons ensuite un modèle simple plus général au chapitre II.

**Cas 1** : Les ondes primaires sont planes, de faible niveau ( $T(r') \equiv 1$ ),  $R_o$  tend vers l'infini, le volume d'interaction se réduit à une ligne confondue avec l'axe acoustique de l'antenne. Dans ces conditions, l'intégrale de volume (5) s'évalue analytiquement (WESTERVELT {1}) lorsque le point d'observation est loin de la zone d'interaction :

$$(7) P_-^w(r, \theta) = \frac{\beta \omega_-^2 P_o^2 S}{8\pi \rho_o C_o^4 r} \cdot \left( \frac{\alpha_T^2}{4} + k_-^2 \sin^4 \frac{\theta}{2} \right)^{-1/2}$$

où  $S$  est la surface de l'antenne.

D'après (7) la directivité de cette antenne est donnée par :

$$(8) D_w(\theta) = \left( 1 + \frac{4k_-^2}{\alpha_T^2} \sin^4 \frac{\theta}{2} \right)^{1/2}$$

La largeur du lobe principal est donnée par :

$$\alpha_T^2 = 4 k_-^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}, \text{ soit :}$$

$$(9) (2\theta_3)_w = 4 \text{ Arcsin} \left( \frac{\alpha_T}{2k_-} \right)^{1/2} = 4 \left( \frac{\alpha_T}{2k_-} \right)^{1/2}$$

La variation de  $(2\theta_3)_w$  en fonction de la fréquence

primaire HF pour quelques fréquences BF est représentée figure 2. Pour relier le coefficient d'absorption  $\alpha$  à la fréquence HF, nous avons utilisé la loi de SHULKIN et MARSH {2} pour l'eau de mer,  $\alpha$  étant pris en Neper/m.

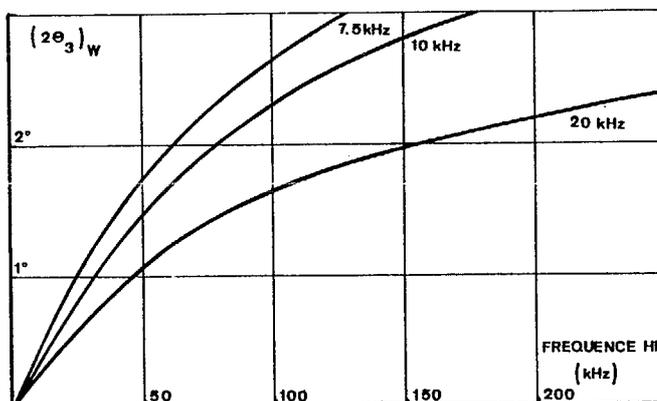


Figure 2

En fait, l'expression (7) doit être corrigée. BERKTAY {3} d'une part, NAZE et TJOTTA {4} d'autre part ont tenu compte des dimensions latérales du faisceau (cylindrique de section  $S$  au lieu d'être linéaire). Cette correction, appelée effet d'ouverture et notée  $D_{ouv}(\theta, \psi)$  correspond, en champ lointain, à la directivité de l'antenne matérielle si celle-ci émettait directement la basse fréquence. Ce facteur de correction joue peu pour des angles  $\theta$  et  $\psi$  petits. Il est par contre important pour  $\theta$  et  $\psi$  grands et a pour effet de rendre le faisceau BF plus étroit.

**Cas 2** : On suppose que les ondes primaires sont sphériques,  $R_o$  tend vers zéro. Le volume d'interaction est un cône dont le sommet est au centre acoustique de l'antenne. L'intégrale (5) se met sous la forme suivante, quelle que soit la position du point d'observation, à l'intérieur ou à l'extérieur de la zone d'interaction.

$$(10) P_-(r, \theta, \psi) = \frac{\beta \omega_-^2 P_o^2 R_o^2}{4\pi \rho_o C_o^4} \int_0^\pi \sin \alpha \, d\alpha$$

$$\int_0^{2\pi} d\phi D_o^2(\theta, \phi) I(\cos \gamma)$$

avec :

$$(11) I(\cos \gamma) = \int_0^\alpha T^2(r') e^{-\alpha_T r'} \frac{e^{-jk_-(r'+\xi)}}{\xi} dr'$$

où  $\xi$  et  $\cos \gamma$  ont été définis (expression 3).



On peut calculer (10) numériquement (MUIR {5}, MUIR et WILLETTE {6}, ODERO {7}). Cependant les oscillations de l'intégrand de  $I(\cos\gamma)$  sont difficiles à maîtriser. On peut s'affranchir de ces oscillations en utilisant une méthode développée par MELLEN {8}. On génère ainsi (cf {9}) une table de valeurs de  $I(\cos\gamma)$  qui sert à l'intégration numérique de (10). ROLLEIGH {10} a également mis au point une méthode de calcul de (10).

L'expression (11) se calcule analytiquement lorsque le point d'observation est hors de la zone d'interaction ( $r' \ll r$ ) et pour un faible niveau des ondes primaires ( $T(r') \equiv 1$ ). Il vient :

$$(12) I(\cos\gamma) = \frac{1}{\alpha_T r} \cdot \frac{1}{1 + j \frac{2k_-}{\alpha_T} \sin^2 \frac{\gamma}{2}} \cdot e^{-jk_- r}$$

En introduisant (12) dans (10), cette dernière expression prend la forme d'une intégrale de convolution, qui peut être calculée semi-analytiquement (BERKTAY et LEAHY {11}).

Lorsque  $(2\theta_3)_w \rightarrow 0$  (expression 9), le calcul de (10), compte tenu de (12) donne :

$$(13) p^-(r, \theta, \psi) = \frac{\beta P_o^2 R_o^2 k_-}{2\rho_o C_o^2 r} D_o^2(\theta, \psi) \left[ \frac{\pi}{2} - j \text{Ln} \left( \frac{2k_-}{\alpha_T} \right) \right]$$

Ce qui indique que lorsque  $(2\theta_3)_w \rightarrow 0$ , le diagramme de directivité BF devient égal au produit des diagrammes HF.

Cependant dans le cas général, l'expression (12) ne peut décrire correctement les sources fictives en champ proche de l'antenne. Si on fait l'hypothèse que le champ proche des ondes primaires est constitué d'ondes planes jusqu'à la distance  $R_o$  puis d'ondes sphériques, l'expression (12) est modifiée (MELLEN et MOFFETT {12}) ; il faut ajouter le terme correctif suivant :

$$(14) e^{-jk_- R_o} (1 - \cos\gamma)$$

Ce terme produit l'effet d'ouverture qui peut être important pour  $\theta$  et  $\psi$  grands. On montre que l'introduction de (14) dans (12) pour calculer (10) amène à multiplier les résultats par le même facteur  $D_{ouv}(\theta, \psi)$  que pour le cas 1. Ce facteur est toujours important dès que le produit  $k_- x$  (dimensions de l'antenne) est supérieur à 1 et a encore pour effet de rendre plus étroit le lobe BF.

Cas 3 : Il s'agit ici d'évaluer le terme d'extra-atténuation  $T(r')$ . Quand une onde d'amplitude finie se propage, elle se déforme progressivement. Plus son amplitude initiale est grande et plus la déformation est grande : une sinusoïde tend vers une dent de scie. Ces déformations ont été étudiées, en particulier pour l'antenne paramétrique, à partir de l'équation de BURGERS (cf réf. {7}). Les solutions ne sont pas simples à mettre en oeuvre. Une autre approche a été faite par MERKLINGER {13} et reprise par MELLEN et MOFFETT {14}. Ces derniers aboutissent au résultat suivant :

$$(15) T^2(r') = \frac{2}{K^2} \left[ \frac{1 + K}{(1 + 2K)^{1/2}} - 1 \right]$$

où :  $K = 3(\sigma/2\pi)^2$

Le paramètre  $\sigma$  est sans dimensions. Il définit la distance à partir de laquelle une onde de choc se forme (pour plus de détails cf. par exemple la réf. {15}). MELLEN et MOFFETT ont introduit l'expression (15) dans (5) et ont calculé assez simplement cette dernière expression.

Comme les résultats théoriques et expérimentaux sont en bon accord, il nous a semblé intéressant de détailler leur modèle au chapitre suivant, car il sert de base à notre programme de prédiction.

## CHAPITRE II - MODELE DE MELLEN et MOFFETT

L'intérêt de ce modèle est qu'il permet de calculer, tout en restant simple, le rendement et le diagramme de directivité BF d'un transducteur carré, circulaire ou rectangulaire lorsque le point d'observation est loin de la zone d'interaction HF, ceci quel que soit le niveau HF. Il a été développé aux références {14} et {16} et comparé avec de nombreux résultats expérimentaux. Nous en donnons simplement ici les résultats qui nous intéressent.

MELLEN et MOFFETT supposent que les ondes HF ont les caractéristiques suivantes :

- Dans le cas d'un transducteur circulaire ou carré : ondes HF planes dans un volume de section égale à la surface de l'antenne et de longueur égale à la distance de Rayleigh  $R_o$ . Puis ondes HF sphériques dans un cône centré sur le transducteur de demi-angle d'ouverture égal à  $\theta_o = \text{Arctg}(a/R_o)$  où  $a$  est le rayon du disque ou le demi-côté du carré.

- Dans le cas d'un transducteur rectangulaire de côtés  $a$  et  $b$  ( $a > b$ ) : ondes HF planes dans un volume parallélépipédique de section  $ab$ , de longueur  $R_o/N$  où  $R_o = ab/\lambda_o$ ,  $N = a/b$ . Ondes HF cylindriques dans un volume trapézoïdal compris entre  $R_o/N$  et  $R_o$  puis ondes sphériques dans un volume conique au-delà de  $R_o$ . Les ouvertures  $\theta_3$  et  $\psi_3$  sont définies sur la figure 3 avec :

$$(\theta_3)_{HF} \approx \text{Arcsin} \left( 0,5 \frac{\lambda_o}{a} \right) \approx \frac{\lambda_o}{2a} ;$$

$$(\psi_3)_{HF} \approx \text{Arcsin} \left( 0,5 \frac{\lambda_o}{b} \right) \approx \frac{\lambda_o}{2b}$$

(On suppose les angles petits)

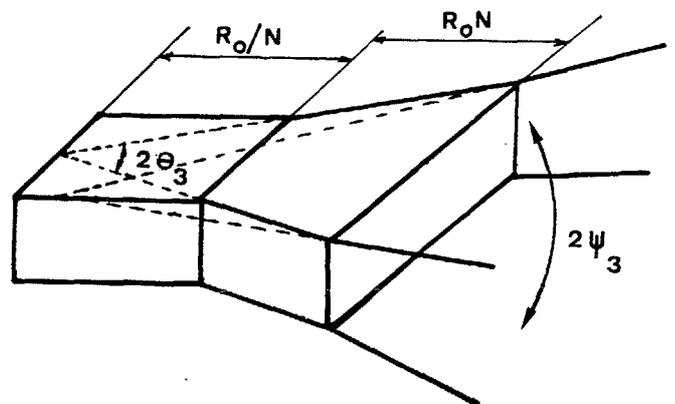


Figure 3

Les ondes HF étant supposées nulles lorsqu'on est en dehors des volumes définis ci-dessus, il s'ensuit un comportement non physique des termes exponentiels. Il sont donc remplacés par des fonctions sans discontinuité mais ayant le même comportement aux limites.



POSSIBILITES ET LIMITES DES ANTENNES PARAMETRIQUES EMETTRICES

Ils obtiennent les résultats suivants :

II-1. Rendement

Défini par :

$$(16) \quad g = |g| \exp(j\gamma) \equiv \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{rp_-(r,0,0)}{R_0 P_0}$$

où :

$$(17) \quad g = \frac{\chi}{2} \left(\frac{f_-}{f_0}\right)^2 \int_0^\infty T^2(r') e^{-\alpha_T r'} \left(1 + j \frac{Nf_- r'}{f_0 R_0}\right)^{1/2} \left(1 + j \frac{f_- r'}{Nf_0 R_0}\right)^{-1/2} \frac{dr'}{R_0}$$

$\chi = 2\pi\beta P_0 R_0 f_0 / \rho_0 C_0^3$  est un paramètre de saturation ( $\chi < 1$  : non linéarité faible,  $\chi \gg 1$  forte non linéarité et existence d'extra-atténuation  $T^2(r')$  est donné par (15) avec :

$$(18) \quad (\sigma/2\chi = \text{Ln} \left\{ \left[ 1 + (N-1) \frac{r'}{R_0} + \left(\frac{r'}{R_0}\right)^2 \right]^{1/2} + \frac{r'}{R_0} + \frac{1}{2} (N-1) \right\} - \text{Ln} \frac{1}{2} (N+1) \equiv \text{Argsh} \left(\frac{r'}{R_0}\right)$$

lorsque  $N = 1$  (piston circulaire ou carré)

L'angle  $\gamma$  définit la zone où l'interaction HF est prépondérante. Lorsque  $\gamma \sim 0^\circ$ , l'interaction se fait en champ proche, lorsque  $\gamma \sim 90^\circ$ , l'interaction se fait en champ lointain).

II-2. Directivité BF

Elle est donnée par la formule suivante :

$$(19) \quad |D(\theta, \Psi)|^2 = \cos^2 \gamma |D_{\text{ouv}}(\theta, \Psi)|^2 \left[ 1 + 2 \frac{d_0 f_0}{\chi f_-} |g| \cos^2 \gamma \sin^4 \left(\frac{\theta \text{ ou } \Psi}{2}\right) + \sin^2 \gamma |D_0(\theta, \Psi)|^4 \right]$$

Avec :

$$d_0 = 4\pi R_0 / \lambda_0 : \text{facteur de directivité HF.}$$

Remarque : La formule (19) a été obtenue à partir du comportement de  $p_-(r, \theta, \Psi)$  pour de grandes valeurs de  $\theta$  et  $\Psi$ . Elle peut être entachée d'erreur au voisinage des angles à  $-3$  dB.

II-3. Valeurs remarquables des expressions (17) et (19)

1 - Pour  $\chi \ll 1$  (faible niveau HF) et  $\alpha_T R_0 f_0 / f_- \gg 1$  (interaction en champ proche) ; on retrouve le cas 1 :

$$(20) \quad |g| \rightarrow \frac{\chi}{2\alpha_T R_0} \left(\frac{f_-}{f_0}\right)^2 ;$$

$\gamma \rightarrow 0$  ; D'où :  $p_-(r,0) \equiv$  expression (7)

$$(21) \quad |D(\theta, \Psi)|^2 \rightarrow |D_{\text{ouv}}(\theta, \Psi)|^2 \times |D_W(\theta, \Psi)|^2$$

où  $D_W(\theta \text{ ou } \Psi)$  est la directivité de Westervelt donnée par (8).

2 - Pour  $\chi \ll 1$  (faible niveau HF) et  $\alpha_T R_0 f_0 / f_- \ll 1$  (interaction en champ lointain) ; on retrouve le cas 2 :

$$|g| \rightarrow \frac{\chi}{2} \frac{f_-}{f_0} E_1 \left(\frac{\alpha_T R_0 f_0}{f_-}\right) ; \quad \gamma \rightarrow \pi/2$$

d'où  $p_-(r,0)$  identique à l'expression (13) dès que  $\alpha_T R_0 f_0 / f_- \leq 10^{-2}$ .

$$|D(\theta, \Psi)|^2 \rightarrow |D_0(\theta, \Psi)|^4 \text{ près de l'axe acoustique.}$$

Ici le  $(2\theta_3)_{\text{BF}}$  peut être 0,7 fois plus petit que le  $(2\theta_3)_{\text{HF}}$ .

II-4. Comparaison avec d'autres modèles simples

Nous avons comparé les formules précédentes avec les modèles simples développés par BERTAY-LEAHY {11} et FENLON {17} (basés sur l'équation de BURGERS), qui ont des domaines d'application plus limités. En ce qui concerne les niveaux BF prédits, il y a identité des résultats entre les trois modèles pour le cas 2 ( $\chi \ll 1$ ,  $\alpha_T R_0 f_0 / f_- \ll 1$ ). Il y a également identité des résultats avec le modèle de FENLON dans le cas 1 ( $\chi \ll 1$ ,  $\alpha_T R_0 f_0 / f_- \ll 1$ ).

Il y a bon accord sur les directivités avec les formules de BERTAY-LEAHY tant que  $N$  est petit ( $< 5$ ) et que les directivités HF restent étroites :  $(2\theta_3)_{\text{HF}} < 5^\circ$ .

CHAPITRE III - EXEMPLE D'UTILISATION DU PROGRAMME DE PREDICTION

Nous avons réalisé un programme de calcul à partir du modèle précédent.

Nous présentons ici un ensemble de courbes donnant en particulier les niveaux sonores BF en fonction des niveaux sonores HF. Ces niveaux sont définis ainsi :

- Niveau sonore rms pour chaque composante primaire HF ramené à 1 m :

$$L_0 = 20 \log (P_0 R_0 / \sqrt{2})$$

Si nous exprimons  $P_0$  en  $\mu\text{P}$  et  $f_0$  en kHz, on peut écrire :

$$L_0 = 281 + 20 \log \chi - 20 \log f_0 \text{ (kHz) réf. } 1 \mu\text{P à } 1\text{m}$$

où  $\chi$  est défini en (17). Pratiquement,  $\chi$  varie entre 0 et 10.

- Niveau sonore BF ramené à 1 m :

$$L_- = L_0 + 20 \log |g| \text{ réf. } 1 \mu\text{P à } 1\text{m.}$$

Nous sommes maintenant en mesure de répondre aux questions que nous nous sommes posées dans l'introduction.

- Supposons que nous ayons une surface d'antenne fixée : par exemple un carré de 50 cm de côté, et que nous voulions connaître les fréquences HF à utiliser pour avoir le meilleur rendement et la meilleure directivité BF (dont la fréquence est fixée par exemple à 10 kHz).

Nous aboutissons à deux séries de courbes (figures 4 et 5).

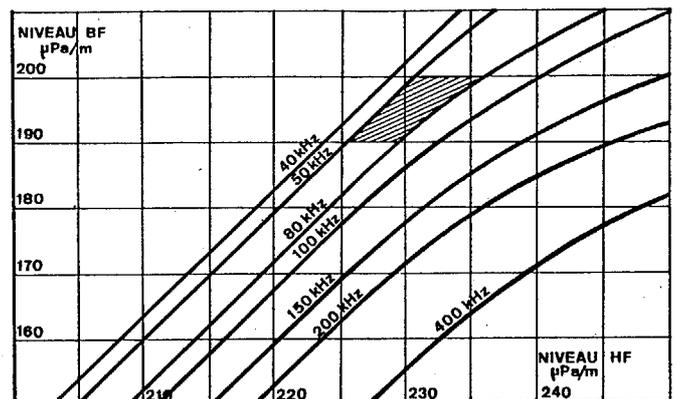


Figure 4



POSSIBILITES ET LIMITES DES ANTENNES PARAMETRIQUES EMETRICES

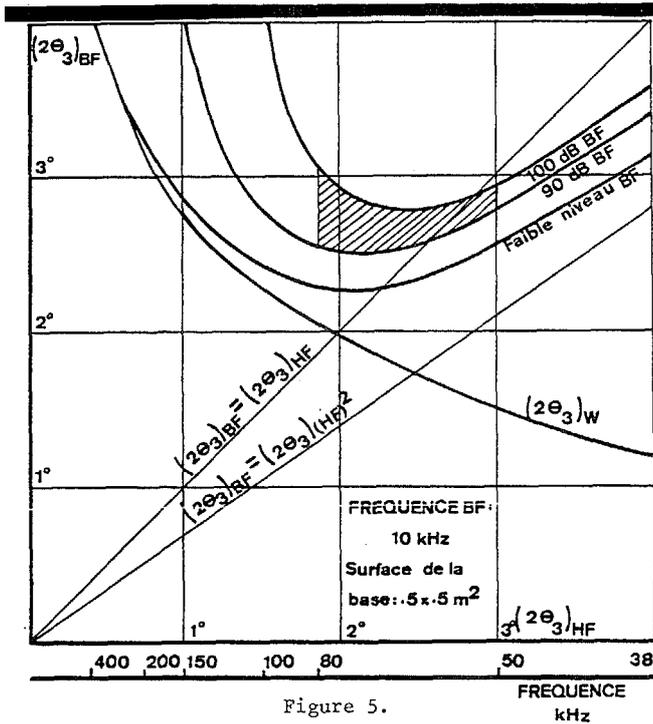


Figure 5.

La figure 4 représente le niveau BF en fonction du niveau HF pour des fréquences moyennes  $f_o$  comprises entre 38 et 400 kHz. La plage de ces fréquences permet de passer du cas 1 (fréquences HF élevées, amplitudes faibles, courbes du bas) au cas 2 (fréquence HF faibles, amplitudes faibles, courbes du haut). Si on veut un niveau BF élevé, par exemple entre 190 et 200 dB, il est nécessaire d'avoir des fréquences HF faibles (par exemple entre 50 et 80 kHz).

Parallèlement à ces courbes, la figure 5 permet de se faire une idée des directivités BF possibles : lorsque la fréquence HF décroît, le  $(2\theta_3)_w$  tend vers zéro et le  $(2\theta_3)_{BF}$  tend vers le produit des directivités HF (position limite du cas 2). Lorsque la fréquence HF est élevée le  $(2\theta_3)_{BF}$  tend vers  $(2\theta_3)_w$  (cas 1). Il faut remarquer alors que pour un  $(2\theta_3)_{HF}$  petit le  $(2\theta_3)_{BF}$  est grand. Inversement, le  $(2\theta_3)_{BF}$  peut être plus petit que le  $(2\theta_3)_{HF}$  à condition que celui-ci soit déjà grand. Il existe un optimum, ou plutôt une plage de fréquences HF pour laquelle le  $(2\theta_3)_{BF}$  est minimum, cette plage se déplaçant avec le niveau BF souhaité.

Dans le cadre de l'étude précédente, et pour une surface S, une fréquence et un niveau BF fixés quelle est la forme géométrique (cercle, carré ou rectangle) qui donne le meilleur rendement ?

Le manque de place nous empêche de développer cette réponse. Nous dirons seulement qu'à faible niveau HF, le rendement est meilleur avec une antenne de forme circulaire ou carrée mais que par contre à fort niveau HF, le rendement est meilleur avec une antenne rectangulaire.

- La fréquence BF étant fixée, on peut chercher à déterminer la directivité BF la plus petite possible (nécessairement à faible niveau HF) en prenant comme paramètre la directivité HF par l'intermédiaire de la surface de l'antenne. On obtient par exemple le réseau de courbes de la figure 6 (fréquence BF : 10 kHz) où l'on constate que le facteur d'ouverture de l'antenne joue un rôle important car il permet d'obtenir des  $(2\theta_3)_{BF}$  inférieurs aux  $(2\theta_3)_w$  pour des surfaces d'antennes suffisamment grandes.

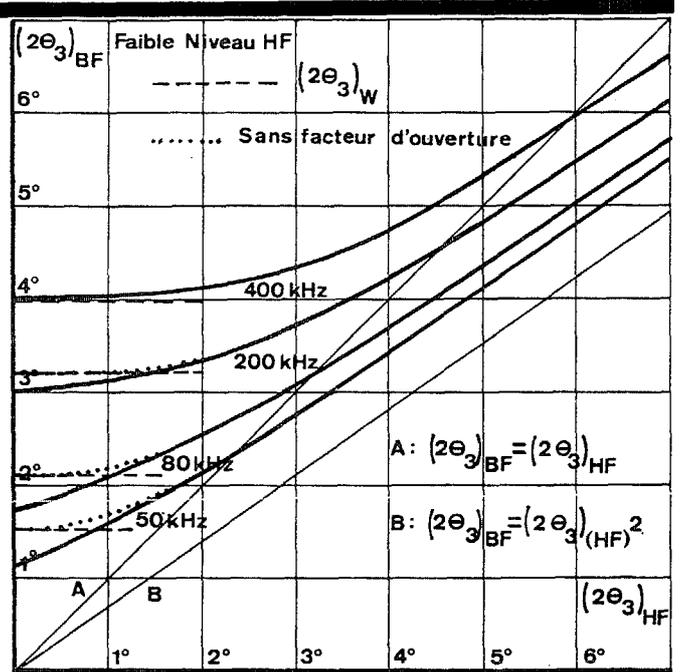


Figure 6.

CONCLUSIONS

Nous avons essayé ici de faire une synthèse obligatoirement limitée des différents modes de fonctionnement d'une antenne paramétrique.

Nous avons montré qu'il existait un modèle simple et cependant très général applicable à des formes d'antennes planes diverses et à des niveaux HF quelconques.

Nous n'avons pu, faute de place, le comparer avec différents résultats expérimentaux. Nous demandons au lecteur d'admettre que ces prédictions sont généralement bonnes ; à deux réserves près :

- la largeur à -3 dB de la directivité BF peut être faussée lorsque le rapport  $f_o/f_-$  est élevé.

De plus, lorsque l'antenne est rectangulaire, les prévisions à -3 dB sont erronées dès que le rapport N n'est plus voisin de 1.

- L'hypothèse que les ondes sont planes, collimatées et d'amplitude constante, en champ proche, est nettement insuffisante : elle ne permet pas d'expliquer la variation du niveau BF en fonction du rapport  $f_o/f_-$  découverte expérimentalement.

Enfin une autre limitation dans l'utilisation de ce modèle vient de ce que le point de mesure doit être loin de la zone d'interaction.

Quoiqu'il en soit, ce modèle a le mérite de permettre de dégrossir le problème à traiter et la détermination des possibilités et des limites de l'antenne à fabriquer, quitte ensuite à employer les programmes d'intégration numériques pour obtenir des valeurs plus précises. Cependant ces programmes n'admettent qu'une géométrie circulaire pour l'antenne. Et sauf exception (cf par exemple (18)), ils supposent tous que le champ HF proche est constitué d'ondes planes.



POSSIBILITES ET LIMITES DES ANTENNES PARAMETRIQUES EMETTRICES

BIBLIOGRAPHIE

- (1) P.J WESTERVELT "Parametric Acoustic Array"  
JASA\* Vol. 35, p.535-537 (1963).
- (2) R.J VRICK "Principles of underwater sound"  
Mc graw Hill (1975).
- (3) H.O BERKTAY "Possible exploitation of non-linear  
acoustics in underwater transmitting applications"  
JSV\*\* 2(4), p.435-461 (1965).
- (4) J.NAZE, S. TJOTTA "Non-linear Interaction of two  
sound beams" JASA 37, p.174-175 (1965).
- (5) T.G MUIR "An analysis of the parametric acoustic  
array for spherical wave fields". Ph D thésis.  
University of Texas - Austin - (1971).
- (6) T.G MUIR, J.G WILLETTE "Parametric acoustic  
transmitting arrays "JASA Vol. 52, p.1481-1486  
(1972).
- (7) D. ODERO "Rendement et directivité d'une antenne  
paramétrique émettrice" colloque GRETSI (1977).
- (8) R.H MELLEN "Near field beam patterns of exponen-  
tially shaded end-fire line arrays" JASA Vol.60,  
p.505-506 (1976).
- (9) R.H MELLEN, M.B MOFFETT "A numerical method for  
calculating the near field of a parametric acous-  
tic source" JASA Vol.63, p.1622-1624 (1978).
- (10) R.L ROLLEIGH "Difference frequency pressure  
within the interaction region of a parametric  
array" JASA Vol.58, p.964-971 (1975)
- (11) H.O BERKTAY, D.J LEAHY "Far field performance  
of parametric transmitters "JASA Vol.55,  
p.539-546 (1974).
- (12) M.B MOFFETT, R.H MELLEN "On parametric source  
aperture factors" JASA Vol.60, p.581-583 (1976).
- (13) H.M MERKLINGER "Improved efficiency in the para-  
metric transmitting array" JASA Vol.58,  
p.784-787 (1975).
- (14) M.B MOFFETT, R.H MELLEN "Model for parametric  
acoustic sources" JASA Vol.61, p.325-337 (1977).
- (15) D. ODERO, B. POIREE "L'acoustique non linéaire  
dans les fluides".  
Revue du LETHEDEC N°46 (1976).
- (16) M.B MOFFETT, R.H MELLEN, W.L KONRAD "Parametric  
acoustic sources of rectangular aperture".  
JASA Vol.63, p.1326-1331 (1978).
- (17) F.H FENLON "On the performance of a dual fre-  
quency parametric source via matched asymptotic  
solutions of BURGERS' equation".  
JASA Vol.55, p.35-46 (1974).
- (18) P. ALAIS, P.Y HENNION "A new Fourier theory of  
parametric emission and reception" 7ème Inter-  
national Symposium on non-linear acoustics -  
BLACKSBURG (1976).

\* JASA ≡ Journal of Acoustical Society of America

\*\* JSV ≡ Journal of Sound Vibration