

# SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

---

TRAITEMENT ADAPTATIF D'ANTENNES A LARGE BANDE

C.C. LAM, G.Y. DELISLE et H.T. HUYNH

Département de Génie Electrique, Université Laval, Québec, Canada G1K 7P4

---

## RESUME

Des travaux récents ont montré que le filtrage spatial optimal consiste en un prétraitement linéaire commun à tous les traitements optimaux d'antennes en détection. Il peut se définir en fonction de la matrice de corrélation ou en fonction du diagramme de rayonnement de puissance du réseau. L'expression de ce filtrage se compose de deux facteurs fondamentaux, la *référence-signal* et la *référence bruit-seul*. On présentera ici une extension de ces travaux au cas des signaux à large bande. On montrera particulièrement que ce filtrage spatial optimal maximisera, à toute fréquence de la bande transmise et compte tenu des diverses combinaisons possibles des champs de bruit spatial et thermique, le rapport des densités spectrales de signal et de bruit défini à l'entrée du récepteur du réseau d'antennes. L'effet de la largeur de bande et ceux des densités spectrales normées de signal et de bruit seront illustrés dans les expressions de certains rapports S/N définis selon certaines classes de signaux. Des résultats numériques seront présentés afin d'illustrer comment ce filtrage spatial optimal pouvait être réalisé physiquement.

La formulation précédente du filtrage spatial optimal sera reprise, en tenant compte cette fois du facteur d'adaptation sur la direction d'arrivée du signal. On définira le rapport signal à bruit adaptatif en fonction des paramètres physiques du réseau tels que le nombre de capteurs, l'erreur de l'estimée de la direction d'arrivée du signal et le rapport de puissance entre les brouilleurs et le bruit interne.

## SUMMARY

It has been recently shown that the optimum spatial filtering is a common linear preprocessing for all types of arrays. This filtering can be defined either in terms of the correlation matrix or the power radiating pattern of the system. The resultant analytical expression is a sum of two fundamental factors which are the signal only and the noise only references. This work is an extension to the case of wideband signals in the presence of spatial and thermal noises. It will be shown that in the whole frequency band considered, the optimum spatial filtering maximizes the ratio of signal power density to the noise power density at the input of the array. Numerical results are obtained for some particular classes of spatial noise fields.

Taking into account the factor of estimated arrival direction of signal, it is shown that the same formulation can also be used in the case of adaptive array. The signal to noise ratio computed numerically for the case of one discrete spatial noise source.



## 1. TRAITEMENT OPTIMAL D'ANTENNES EN RECEPTION-RAPPEL.

Les sorties d'un réseau de capteurs utilisé pour la détection se présentent sous la forme de signaux dont la variation est spatio-temporelle, et le traitement optimal de cette information a fait l'objet de plusieurs travaux importants [1,9]. On constate que ces travaux diffèrent les uns des autres principalement selon la classe des signaux et des bruits considérés, par les critères (ou indices) de performance choisis et par les techniques d'optimisation proposées. Il est cependant bien établi que le filtrage spatial optimal qui maximise, à toute fréquence, le rapport de la densité spectrale du signal à celle du bruit est un prétraitement linéaire commun à toutes les méthodes suivi d'un traitement temporel fonction du critère choisi [7,10].

En monochromatique, on constate particulièrement que le filtrage spatial optimal est également celui qui maximise le rapport des puissances moyennes du signal et du bruit. De plus, on a montré [11] dans ce cas que le filtre linéaire résultant est le même, à une constante près, et que cette dernière est fonction de ces puissances moyennes. Ce filtre est entièrement caractérisé par la référence-signal et la référence bruit-seul, i.e. respectivement la matrice des signaux utiles et celle des intercorrélations des bruits à la sortie des capteurs. Une formulation différente de ce même résultat peut être obtenue en exprimant l'indice de performance (par exemple le rapport signal-à-bruit) en fonction du diagramme de rayonnement de puissance du réseau d'antennes de réception [12].

En utilisant des méthodes numériques puissantes [13], on peut obtenir des résultats très élaborés dans le cas d'un réseau de capteurs de petite envergure et dont la géométrie n'est pas trop complexe, en particulier les antennes filiformes [12]. De même, on peut obtenir l'ensemble des excitations qui devront être réalisées aux capteurs pour optimiser le rapport des puissances moyennes de signal et de bruit en tenant compte des éléments perturbateurs comme les effets mutuels [14].

Les résultats numériques et expérimentaux qui ont déjà été publiés sont, pour la plupart, valables seulement pour l'opération en monochromatique. Dans ce texte, nous essaierons de présenter une généralisation limitée mais néanmoins valable sur le comportement des réseaux de capteurs en considérant une opération sur une plage de fréquence correspondant à celle rencontrée dans la pratique. Il est certain que la complexité des calculs nécessite certaines hypothèses et la section suivante expose les considérations qui sont propres à ce travail.

## 2. EXTENSION AU CAS LARGE BANDE.

L'extension au cas large bande peut être faite dans l'optique de la caractérisation de la matrice de corrélations

des signaux disponibles aux sorties des capteurs pour une plage de fréquence donnée ou par la recherche des paramètres du filtre multipolaire équivalent sur cette même plage. C'est sous cet angle que nous avons envisagé l'extension des résultats car les points de comparaison numériques et expérimentaux s'avèrent plus facilement disponibles.

Un réseau d'antennes en réception est caractérisé par une surface de captation  $A(\Omega, f)$  dans laquelle  $\Omega$  désigne la direction et  $f$  la fréquence. Il peut être considéré comme un filtre spatial et spectral qui absorbe la densité spectrale du rayonnement incident et la fournit à la charge (le récepteur). Ainsi, le modèle global schématisé à la fig. 1 peut représenter d'une façon ac-

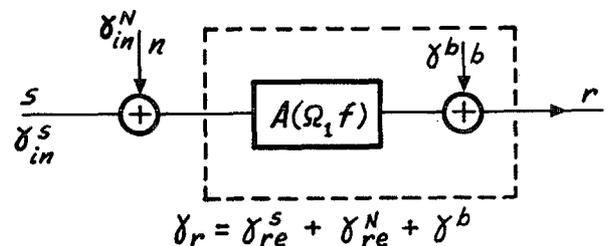


Fig. 1: Schéma global d'un réseau d'antennes de réception à large bande.

ceptable le réseau d'antennes (du point de vue énergétique) dans lequel  $s$  représente le signal utile,  $n$  le bruit spatial,  $b$  le bruit thermique additif généré par les pertes ohmiques dans le capteur. La relation [15]:

$$A(\Omega, f) = \frac{\lambda^2}{4\pi} G(\Omega, f) \quad (1)$$

demeure valable même dans le cas où  $G$  est une fonction de  $\Omega$  et de  $f$ . Physiquement cela suppose:

- qu'il est possible d'adapter, dans la bande de fréquence du signal, le réseau d'antennes et la charge,
- et que le système répond à chaque composante spectrale du signal.

Il résulte de (1) que la densité spectrale  $\gamma_{re}(\Omega, f)$  référée à l'entrée du récepteur (i.e. à la sortie  $r$  de la fig. 1) sera reliée à celle incidente sur le réseau  $\gamma_{in}(\Omega, f)$  provenant d'une direction  $\Omega$  par la relation suivante:

$$\gamma_{re}(\Omega, f) = \frac{\lambda^2}{4\pi} G(\Omega, f) \gamma_{in}(\Omega, f) \quad (2)$$

On introduit les hypothèses suivantes sur le signal utile et le champ de bruit:

- a) le signal désiré  $s$ , dont on suppose connues la direction d'arrivée  $\Omega_0$  et la densité spectrale  $\gamma_{in}^S(\Omega_0, f)$  appartient à une classe variée de signaux qui sont soit sous forme déterministe, aperiodique, caractérisée par la densité spectrale d'énergie, soit sous forme aléatoire, stationnaire, caractérisée par la densité spectrale de puissance. Ainsi sa densité spectrale à l'entrée du récepteur est donnée par:



$$\gamma_{re}^S(\Omega_0, f) = \frac{\lambda^2}{4\pi} G(\Omega_0, f) \gamma_{in}^S(\Omega_0, f) \quad (3)$$

b) le champ de bruit spatial est toujours supposé aléatoire, stationnaire, statistiquement indépendant du champ de signal et de corrélation angulaire microscopique [14], donc il peut être composé de l'une ou de plusieurs des sources suivantes:

1°) un champ de bruit continu produisant un rayonnement incident sur les capteurs, qui peut être exprimé en fonction de la température de bruit spatial à l'aide de la loi de Rayleigh-Jeans qui s'exprime, sur une large plage de fréquence, comme [16]:

$$\gamma_{in}^C(\Omega, f) = \frac{k}{\lambda^2} t(\Omega, f) \quad (4)$$

où  $k$  est la constante de Boltzmann ( $1.38 \times 10^{-23}$  J/K)

$\lambda$  est la longueur d'onde et

$t(\Omega, f)$  est la distribution spatiale et spectrale de température de bruit.

L'équation (4) tient compte du fait que les antennes du réseau sont polarisées et ne captent que la moitié du rayonnement incident. La densité spectrale de puissance du champ de bruit continu, à l'entrée du récepteur, s'écrit:

- soit en fonction du rayonnement incident  $\gamma_{in}^C(\Omega, f)$  comme:

$$\gamma_{re}^C(f) = \frac{\lambda^2}{4\pi} \int_{\Omega} \gamma_{in}^C(\Omega, f) G(\Omega, f) d\Omega \quad ; \quad (5)$$

- soit en fonction de la température de bruit spatial comme:

$$\gamma_{re}^C(f) = \frac{E}{4\pi} \int_{\Omega} t(\Omega, f) G(\Omega, f) d\Omega \quad . \quad (6)$$

On traite le cas où la fonction  $t(\Omega, f)$  est séparable sous la forme:

$$t(\Omega, f) = t(\Omega) \cdot t(f) \quad . \quad (7)$$

D'un point de vue analytique, ceci permet de rendre intégrables plusieurs expressions de  $t(\Omega, f)$  qui ne le seraient pas autrement, et conduit à une mise en équations facilitant l'obtention de résultats numériques. D'un point de vue pratique, cette hypothèse n'apparaît pas trop restrictive. On obtient donc, de (6) et (7):

$$\gamma_{re}^C(f) = \frac{kt(f)}{4\pi} \int_{\Omega} t(\Omega) G(\Omega, f) d\Omega \quad . \quad (8)$$

2°) un champ formé de  $P$  bruiteurs ponctuels non corrélés. Le bruiteur de rang  $i$ , situé dans la direction  $\Omega_i$ , produit au réseau une densité spectrale de puissance notée  $\gamma_{in}^i(\Omega_i, f)$ . Ainsi, la densité spectrale de puissance du champ de  $P$  bruiteurs ponctuels s'exprime, à l'entrée du récepteur, comme:

$$\gamma_{re}^P(f) = \frac{\lambda^2}{4\pi} \sum_{i=1}^P \gamma_{in}^i(\Omega_i, f) G(\Omega_i, f) \quad . \quad (9)$$

3°) un bruit thermique additif  $b$ , généré par les pertes ohmiques dans les capteurs du réseau (bruit

blanc), dont la densité spectrale de puissance s'écrit:

$$\gamma_b = kT_0 \quad (10)$$

et ce, pour la plage de fréquence considérée.

La contribution spectrale du bruit thermique à l'entrée du récepteur est liée au rendement énergétique  $y(f)$  pour la relation suivante [14]:

$$\gamma_t(f) = [1 - y(f)] \gamma_b = [1 - y(f)] kT_0 \quad . \quad (11)$$

La densité spectrale référée à la sortie  $r$  de la fig. 1 s'exprime d'une façon générale, grâce à l'hypothèse de l'indépendance statistique des champs de signal et de bruit, comme:

$$\gamma_r(f) = \gamma_{re}^S(\Omega_0, f) + \gamma_{re}^B(f) + \gamma_t(f) \quad . \quad (12)$$

Les densités spectrales de signal et de bruit spatial reçues par un réseau de capteurs omnidirectionnels de gain unitaire seront définies, en substituant, respectivement,  $G(\Omega, f) = 1$ , d'où:

$$\gamma_0^S(\Omega_0, f) = \frac{\lambda^2}{4\pi} \gamma_{in}^S(\Omega_0, f) \quad (13)$$

$$\text{et} \quad \gamma_0^C(f) = kt(f) \cdot \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} t(\Omega) d\Omega = kt(f) T_{\Omega} \quad (14)$$

où  $T_{\Omega}$  est définie comme la température spatiale moyenne du champ de bruit continu,

$$\text{et} \quad \gamma_0^P(f) = \frac{\lambda^2}{4\pi} \sum_{i=1}^P \gamma_{in}^i(\Omega_i, f) \quad . \quad (15)$$

En définissant, respectivement,

$$\Gamma_{in}^C(\Omega, f) = \frac{\lambda^2 \gamma_{in}^C(\Omega, f)}{\gamma_0^C(f)} \quad (16), \quad \Gamma_{in}^i(\Omega, f) = \frac{\lambda^2 \gamma_{in}^i(\Omega, f)}{\gamma_0^P(f)} \quad (17)$$

$$T(\Omega) = \frac{t(\Omega)}{T_{\Omega}} \quad , \quad (18)$$

comme les distributions normées du champ de bruit continu, du champ de  $P$  bruiteurs ponctuels et de la température de bruit spatial  $t(\Omega)$ , les conditions de normalisation s'expriment comme:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \Gamma_{in}^C(\Omega, f) d\Omega = 1 \quad (19), \quad \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^P \Gamma_{in}^i(\Omega, f) = 1 \quad (20)$$

$$\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} T(\Omega) d\Omega = 1 \quad (21), \quad \Gamma_{in}^C(\Omega, f) = T(\Omega) \quad . \quad (22)$$

Chaque composante spectrale du spectre de sortie  $\gamma_r(t)$  peut être exprimée

a) pour le signal, comme:

$$\gamma_{re}^S(\Omega_0, f) = \gamma_0^S(\Omega_0, f) \cdot G(\Omega_0, f) = \gamma_0^S(\Omega_0, f) \cdot \gamma_n^S(\Omega_0, f) \quad (23)$$

b) pour le champ de bruit spatial et le bruit thermique comme:

$$\gamma_{re}^N(f) = \gamma_{re}^B(f) + \gamma_t(f) = \gamma_0^N(f) \cdot \gamma_n^N(f) \quad . \quad (24)$$

Le tableau 1 présente les expressions des densités spectrales de bruit référées à l'entrée du récepteur pour les divers types de champ de bruit considérés dans cette étude.



Champ de bruit $\gamma_0^N(f)$	Densités spectrales de bruit référées à l'entrée du récepteur $\gamma_n^N(f)$
Champ de bruit continu $\gamma_0^C(f)$	$\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} T(\Omega) G(\Omega, f) d\Omega$
Champ de P bruiteurs ponctuels $\gamma_0^P(f)$	$\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^P \Gamma_{in}^i(\Omega_i, f) G(\Omega_i, f)$
Champ de bruit continu et P bruiteurs ponctuels $\gamma_0^C(f)$	$\frac{1}{4\pi} \left\{ \int_{\Omega} T(\Omega) G(\Omega, f) d\Omega + \frac{\gamma_0^P(f)}{\gamma_0^C(f)} \sum_{i=1}^P \Gamma_{in}^i(\Omega_i, f) G(\Omega_i, f) \right\}$
Champ de bruit continu et thermique $\gamma_0^C(f)$	$\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} T(\Omega) G(\Omega, f) d\Omega + \frac{kT_0}{\gamma_0^C(f)} [1 - y(f)]$
Champ de P bruiteurs ponctuels et bruit thermique $\gamma_0^P(f)$	$\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^P \Gamma_{in}^i(\Omega_i, f) G(\Omega_i, f) + \frac{kT_0}{\gamma_0^P(f)} [1 - y(f)]$
Champ de bruit continu de P bruiteurs ponctuels et bruit thermique $\gamma_0^C(f)$	$\frac{1}{4\pi} \left\{ \int_{\Omega} T(\Omega) G(\Omega, f) d\Omega + \sum_{i=1}^P \Gamma_{in}^i(\Omega_i, f) G(\Omega_i, f) \right\} + \frac{kT_0}{\gamma_0^C(f)} [1 - y(f)]$

Tableau 1: Densités spectrales pour divers champs de bruit.

Le rapport des densités spectrales de signal et de bruit est défini à la sortie  $r$  de la fig. 1 comme:

$$\frac{\gamma_s}{\gamma_N}(f) = \frac{\gamma_{re}^s}{\gamma_{re}^N}(f) = \frac{\gamma_{re}^s(f)}{\gamma_{re}^s(f) + \gamma_t(f)} \quad (25)$$

On peut donc écrire:

$$\frac{\gamma_s}{\gamma_N}(f) = \left( \frac{\gamma_s}{\gamma_N} \right)_0 (f) \cdot \left( \frac{\gamma_s}{\gamma_N} \right)_n (f) \quad (26)$$

où  $\left( \frac{\gamma_s}{\gamma_N} \right)_0 (f)$  représente le rapport des densités spectrales de signal et de bruit que l'on observait à la sortie d'un réseau de capteurs omnidirectionnels de gain unitaire,

et  $\left( \frac{\gamma_s}{\gamma_N} \right)_n (f)$  le rapport des densités spectrales normées de signal et de bruit qui ne dépend que des paramètres du réseau et des distributions normées, spatiales et spectrales de bruit.

Puisque le second facteur concerne non seulement les caractéristiques du signal et du bruit mais aussi les paramètres du réseau et en particulier les paramètres d'optimisation, il sera considéré comme l'indice de performance,  $J(\Omega_0, f)$ , pour le problème considéré. Ainsi l'optimisation de cet indice introduira le filtrage spatial commun discuté au début de ce texte. Les expressions de cet indice de performance pour les divers champs de bruit à l'étude sont résumées au tableau 2.

Le choix du rapport normé  $(\gamma_s/\gamma_N)_n$  comme indice de performance nous permet, d'une part, d'éviter les calculs supplémentaires en maximisant le rapport  $\gamma_s/\gamma_N$ , d'autre part, de comparer directement, dans certains

cas, les résultats obtenus à l'étude avec ceux obtenus par d'autres chercheurs dans le domaine. Ceci est particulièrement vrai dans le cas où le champ de bruit continu est omnidirectionnel [ce qui conduit à  $T(\Omega)=1, \forall \Omega$ ].

### 3. PARAMETRES DU FILTRE MULTIPOLAIRE.

Un réseau de  $N$  antennes filiformes orienté dans la direction  $\Omega$  peut être représenté par un multipôle équivalent dont les caractéristiques sont exposées ailleurs [12]. Le réseau d'antennes symbolisé à la fig. 2 est en-

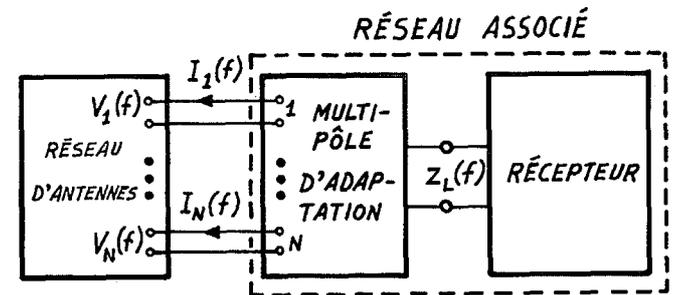


Fig. 2: Représentation sous la forme d'un multipôle équivalent.

tièrement caractérisé par sa matrice d'admittance de dimension  $(N+1) \times (N+1)$  qui s'écrit:

$$\begin{bmatrix} I_t(f) \\ [I_a(f)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{tt}(f) & [Y_{ta}(f)] \\ [Y_{at}(f)] & [Y_{aa}(f)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_t(f) \\ [V_a(f)] \end{bmatrix} \quad (27)$$

dans laquelle, pour une fréquence  $f$  donnée:

$V_t$  et  $I_t$  désignent, respectivement, la tension et le courant de la source (i.e. aux bornes de l'antenne-témoin;

$[V_a]$  et  $[I_a]$  sont les matrices, de dimension  $(N \times 1)$ ,



## TRAITEMENT ADAPTATIF D'ANTENNES A LARGE BANDE

Champ de bruit $\gamma_0^N(f)$	Indice de performance du réseau à l'étude $J(\Omega_0, f)$	Référence bruit-seul $[S_N(f)]$
Champ de bruit continu $\gamma_0^C(f)$	$\frac{G(\Omega_0, f)}{\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} T(\Omega) G(\Omega, f) d\Omega}$	$[S_c(f)] = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} T(\Omega)  Y_{ta}(f) < Y_{ta}(f)  d\Omega$
Champ de P bruiteurs ponctuels $\gamma_0^P(f)$	$\frac{G(\Omega_0, f)}{\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^P \Gamma_{in}^i(\Omega_i, f) G(\Omega_i, f)}$	$[S_p(f)] = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^P \Gamma_{in}^i(\Omega_i, f)  Y_{ta}^i(f) < Y_{ta}^i(f) $
Champ de bruit continu et P bruiteurs ponctuels $\gamma_0^C(f)$	$\frac{G(\Omega_0, f)}{\frac{1}{4\pi} \left\{ \int_{\Omega} T(\Omega) G(\Omega, f) d\Omega + \sum_{i=1}^P \Gamma_{in}^i(\Omega_i, f) G(\Omega_i, f) \right\}}$	$[S_{cp}(f)] = [S_c(f)] + \frac{\gamma_0^P(f)}{\gamma_0^C(f)} [S_p(f)]$
Champ de bruit continu et thermique $\gamma_0^C(f)$	$\frac{G(\Omega_0, f)}{\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} T(\Omega) G(\Omega, f) d\Omega + \frac{kT_0}{\gamma_0^C(f)} [1 - y(f)]}$	$[S_{ct}(f)] = [S_c(f)] + \frac{\lambda^2 k T_0}{K \gamma_0^C(f)} [Y_L(f)]$
Champ de P bruiteurs ponctuels et bruit thermique $\gamma_0^P(f)$	$\frac{G(\Omega_0, f)}{\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^P \Gamma_{in}^i(\Omega_i, f) G(\Omega_i, f) + \frac{kT_0}{\gamma_0^P(f)} [1 - y(f)]}$	$[S_{pt}(f)] = [S_p(f)] + \frac{\lambda^2 k T_0}{K \gamma_0^P(f)} [Y_L(f)]$
Champ de bruit continu de P bruiteurs ponctuels et bruit thermique $\gamma_0^C(f)$	$\frac{G(\Omega_0, f)}{\frac{1}{4\pi} \left\{ \int_{\Omega} T(\Omega) G(\Omega, f) d\Omega + \sum_{i=1}^P \Gamma_{in}^i(\Omega_i, f) G(\Omega_i, f) \right\} + \frac{kT_0}{\gamma_0^C(f)} [1 - y(f)]}$	$[S_{cpt}(f)] = [S_c(f)] + \frac{\gamma_0^P(f)}{\gamma_0^C(f)} [S_p(f)] + \frac{\lambda^2 k T_0}{K \gamma_0^C(f)} [Y_L(f)]$

Tableau 2: Expressions de l'indice de performance  $J(\Omega_0, f)$  et de la référence bruit seul  $[S_N(f)]$  en fonction des divers champs de bruit considérés dans cette étude.



désignant respectivement les tensions et les courants aux accès du multipôle équivalent;

$[Y_{ta}]$  et  $[Y_{at}]$  de dimensions respectives  $(1 \times N)$  et  $(N \times 1)$ , sont les matrices d'admittance de transfert entre l'accès de la source (l'antenne-témoin) et les accès du multipôle équivalent;

et  $[Y_{aa}]$  de dimension  $(N \times N)$ , est la matrice des admittances entre les accès du multipôle équivalent. A la réception, le gain du réseau s'écrit, pour une direction et une fréquence données, en termes des paramètres du multipôle équivalent comme [12]:

$$G(\Omega, f) = \frac{K}{\lambda^2} \frac{|\langle V_a(f) | Y_{ta}(f) \rangle|^2}{\langle V_a(f) | \text{Re}[Y_{aa}(f)] | V_a(f) \rangle} \quad (28)$$

On montre, avec ces paramètres, que:

$$J(\Omega_0, f) = \frac{|\langle V_a(f) | Y_{ta}^0(f) \rangle|}{\langle V_a(f) | S_N(f) | V_a(f) \rangle} \quad (29)$$

$$J(\Omega_0, f) = \frac{\langle V_a(f) | R(f) | V_a(f) \rangle}{\langle V_a(f) | S_N(f) | V_a(f) \rangle} \quad (30)$$

dans laquelle  $[S_N(f)]$  est une matrice de dimensions  $(N \times N)$  dont l'expression pour chaque combinaison du champ de bruit se trouve au tableau 2, et  $R(f)$  est une dyade

$$R(f) = |Y_{ta}^0(f) \rangle \langle Y_{ta}^0(f)| \quad (31)$$

Le vecteur  $|V_a(f) \rangle$  qui rend le rapport  $J(\Omega_0, f)$  maximal lorsque la matrice  $[S_N(f)]$  est régulière sur toute la largeur de bande considérée, est déterminé par:

$$|V_a(f) \rangle_{\max} = S_N^{-1}(f) |Y_{ta}^0(f) \rangle \quad (32)$$

et la valeur maximale de l'indice de performance s'exprime alors comme:

$$J(\Omega_0, f)_{\max} = \langle Y_{ta}^0(f) | S_N^{-1}(f) | Y_{ta}^0(f) \rangle \quad (33)$$

A titre illustratif, on présente aux fig. 3 et 4 les résultats typiques des variations des paramètres du multipôle équivalent en fonction de la fréquence. De même, la fig. 5 présente les variations de  $J(\Omega_0, f)$  pour un réseau circulaire de quatre éléments dont on fait varier les dimensions.

En pratique, il se peut que la matrice  $S_N(f)$  devienne singulière; un exemple typique est illustré par un réseau où le champ de bruit est composé d'un nombre de bruiteurs ponctuels inférieur à celui des capteurs. Dans de tels cas, on devra avoir recours à des méthodes d'optimisation sous contraintes [17]. Pour la plupart des situations, cette matrice  $S_N(f)$  reste régulière pour toute valeur de  $f$  dans la bande de fréquence du récepteur, de sorte que les résultats (32) et (33) offrent des perspectives intéressantes. En effet, le vecteur d'excitation optimum  $|V_a(f) \rangle_{\text{opt}}$  peut être synthétisé grâce aux atténuateurs et aux déphaseurs, une fois la matrice d'admittance  $|Y_{ta}^0(f) \rangle$  et la matrice de densité spectrale  $[S_N(f)]$  bien définies. Cette formulation

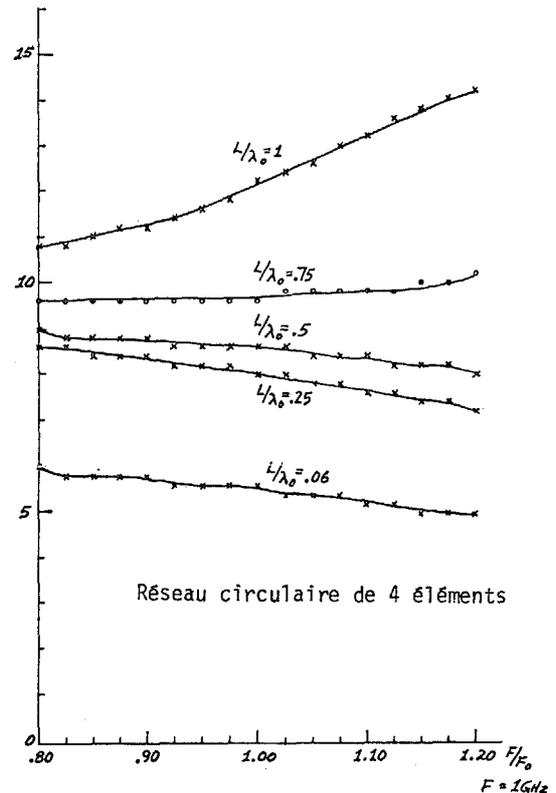


Fig. 5: Variation de l'indice  $J(\Omega_0, f)$ . générale englobe tous les cas particuliers dont les résultats sont présentés au tableau 2.

#### 4. ETUDE DU RAPPORT S/N D'UN RESEAU OPTIMAL ADAPTATIF.

Quand la direction d'arrivée du signal n'est pas connue avec certitude, on ne peut avoir une adaptation parfaite. Dans ce cas, Cox [18] propose d'utiliser la direction estimée pour le traitement spatial et il introduit ainsi trois différents types de filtre; toutefois, il ne discute pas le problème d'adaptativité proprement dite. Widrow utilise le critère à erreur quadratique minimale pour introduire le concept des réseaux adaptatifs [19]; son travail donne naissance par la suite à de nombreux travaux analytiques et expérimentaux [20,21].

Dans cette section, nous allons étudier le rapport signal à bruit pour un réseau adaptatif quelconque. Le résultat général sera exprimé en fonction des paramètres caractéristiques du réseau pour le cas particulier des signaux monochromatiques. Les hypothèses générales sont les suivantes:

H1. le milieu de propagation est homogène, isotrope et sans perte; il introduit ainsi un simple retard entre deux points de l'espace;

H2. le signal désiré  $\xi(t)$  est non corrélé avec les  $P$  brouilleurs directs  $\zeta_i(t)$ ,  $(i=1, \dots, p)$ ;

H3. le réseau contient  $N$  capteurs dont les bruits internes  $b_k(t)$  sont statistiquement indépendants  $(k=1, \dots, N)$ ;

H4. les signaux sont transmis par la même porteuse

TRAITEMENT ADAPTATIF D'ANTENNES A LARGE BANDE

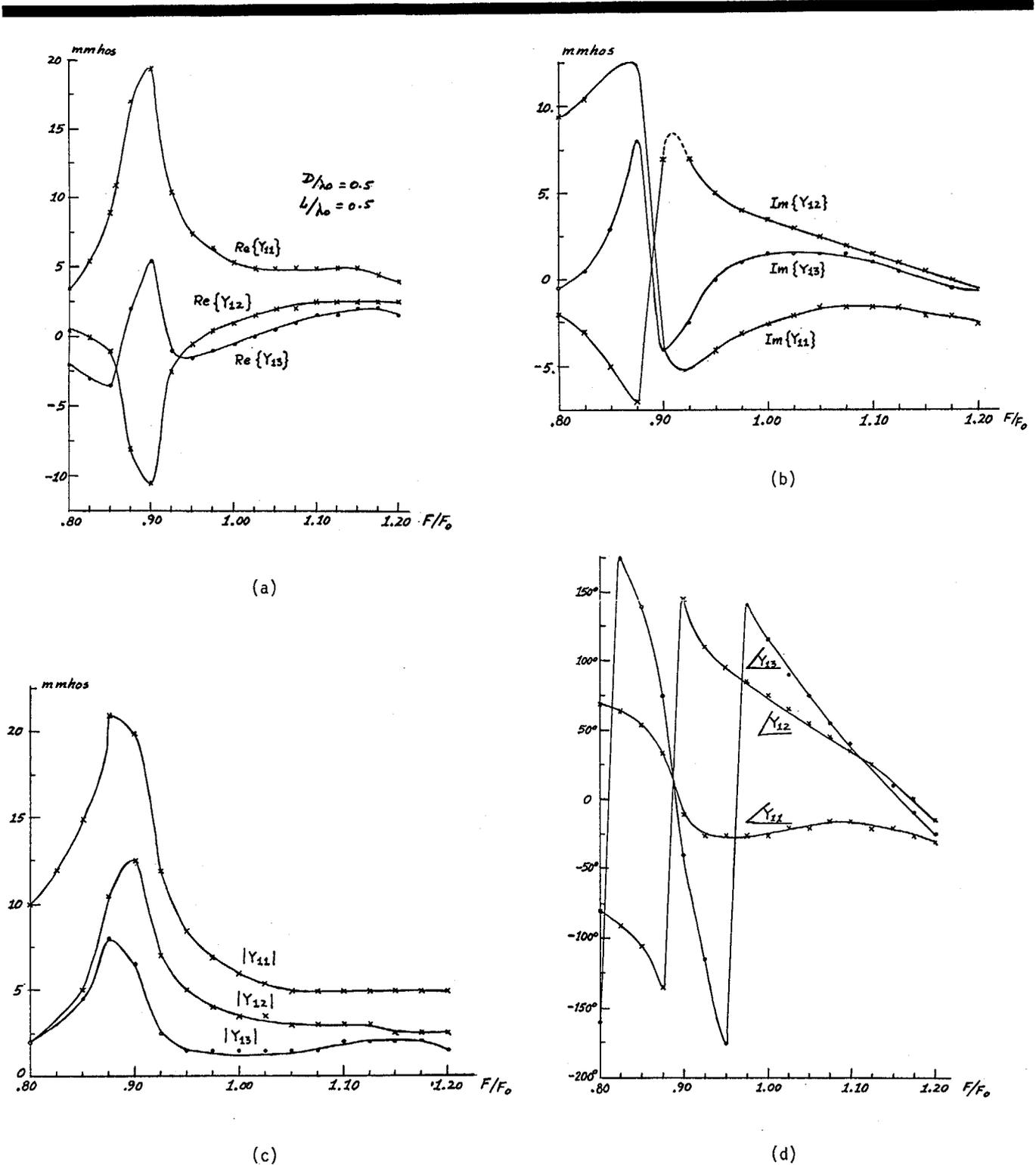


Fig. 3: Variations du paramètre  $Y_{aa}$  (filtre multipolaire) en fonction de la fréquence pour un réseau circulaire de 4 antennes filiformes de longueurs identiques  $L/\lambda_0 = 0.5$  et espacées uniformément de  $D/\lambda_0 = 0.5$ : a) parties réelles de  $Y_{aa}$ ; b) parties imaginaires de  $Y_{aa}$ ; c) modules de  $Y_{aa}$ ; d) phases de  $Y_{aa}$ .



TRAITEMENT ADAPTATIF D'ANTENNES A LARGE BANDE

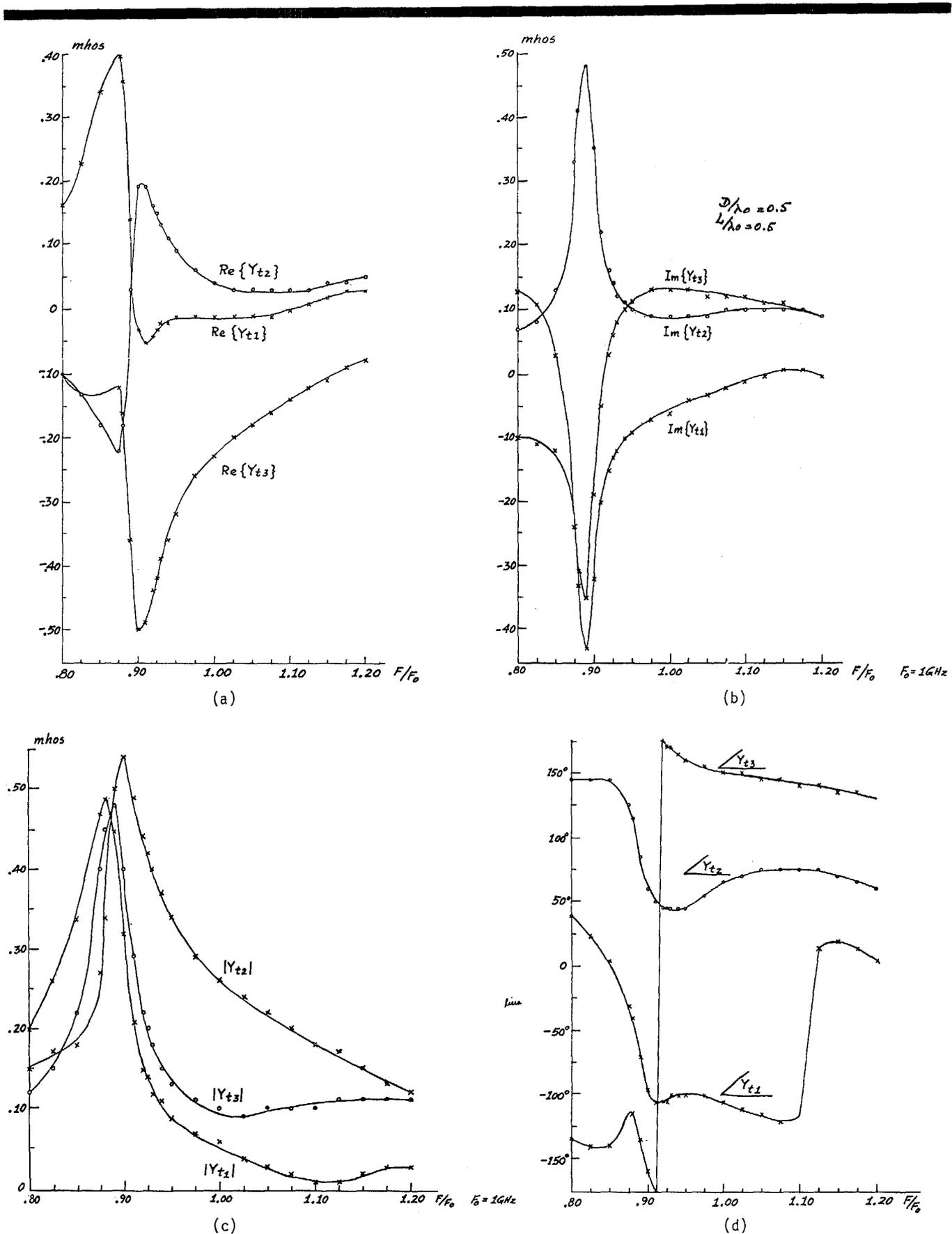


Fig. 4: Variations du paramètre  $Y_{ta}$  en fonction de la fréquence pour un réseau circulaire de 4 antennes filiformes de longueurs identiques  $L/\lambda_0 = 0.5$  et espacées uniformément de  $D/\lambda_0 = 0.5$ :  
 a) parties réelles de  $Y_{ta}$ ; b) parties imaginaires de  $Y_{ta}$ ; c) modules de  $Y_{ta}$ ; phases de  $Y_{ta}$ .



TRAITEMENT ADAPTATIF D'ANTENNES A LARGE BANDE

de fréquence angulaire  $\omega_c$ .

Calcul du rapport  $(S/N)_a$ :

Soit  $x(t)$  le vecteur des signaux reçus à l'entrée des capteurs; il est donc la somme de deux vecteurs, l'un dû au signal désiré et l'autre aux perturbations:

$$|x(t)\rangle = |s(t)\rangle + |n(t)\rangle \quad (34)$$

Soit  $V_i$  le vecteur des retards relatifs entre les capteurs pour le signal dû à la  $i^{\text{ème}}$  source (qui peut être le signal désiré ou un brouilleur quelconque); on peut écrire:

$$|s(t)\rangle = \xi(t)|V_1\rangle \quad (35)$$

$$|n(t)\rangle = \sum_{i=2}^{p+1} \zeta_i(t)|V_i\rangle + |b(t)\rangle \quad (36)$$

où  $|V_i\rangle = \begin{bmatrix} e^{-j\omega_c T_{i1}} \\ \vdots \\ e^{-j\omega_c T_{iN}} \end{bmatrix}$  et  $|b(t)\rangle = \begin{bmatrix} b_1(t) \\ \vdots \\ b_N(t) \end{bmatrix}$  (37)

Les retards  $T_{ik}$  dépendent évidemment de la direction d'arrivée du  $i^{\text{ème}}$  signal, de la direction et de la distance du  $k^{\text{ème}}$  capteur par rapport au centre géométrique du réseau et de la vitesse de propagation.

Si le niveau adaptatif utilise l'algorithme d'erreur quadratique minimum, le vecteur de pondération optimum de  $|W\rangle_a$  du réseau est [22]:

$$|W\rangle_a = R_x^{-1}|r\rangle \quad (38)$$

où  $R_x$  et  $|r\rangle$  sont respectivement la matrice de covariance de  $|x\rangle$  et le vecteur formé par les coefficients de cross-corrélation entre le signal désiré  $\xi(t)$  et les composantes  $x_k(t)$ .  $R_n$  étant la matrice de covariance de  $|n\rangle$ , on définit dans l'espace hermitique généré par  $R_n^{-1}$  le facteur de cosinus au carré  $\eta_a$  de l'angle généralisé entre les vecteurs  $|r\rangle$  et  $|V_1\rangle$  comme [22]:

$$\eta_a = \frac{\langle r | R_n^{-1} | r \rangle}{\langle r | R_n^{-1} | r \rangle \langle V_1 | R_n^{-1} | V_1 \rangle} \quad (39)$$

Le rapport  $(S/N)_a$  du signal sur bruit s'écrit alors:

$$(S/N)_a = \frac{(S/N)_0}{1 + [(1 - \eta_a)/\eta_a] [1 + (S/N)_0]^2} \quad (40)$$

où  $(S/N)_0$  est le rapport du signal sur bruit optimum quand la direction d'arrivée du signal est parfaitement connue. Ce résultat très général est applicable à tous les réseaux vérifiant les hypothèses H1 à H4. A titre d'illustration, nous présentons aux fig. 6 et 7 les résultats numériques obtenus dans le cas d'un réseau linéaire de quatre éléments les variations des divers paramètres caractéristiques du réseau.

5. CONCLUSION

Les résultats préliminaires de ces travaux montrent qu'il est possible de traiter, à l'aide de méthodes numériques, le cas des réseaux adaptatifs d'antenne à large bande. La formulation des divers paramètres s'obtient en généralisant des travaux formulés initialement pour le cas monochromatique et l'interprétation des courbes et tableaux sera donnée lors de la présentation.

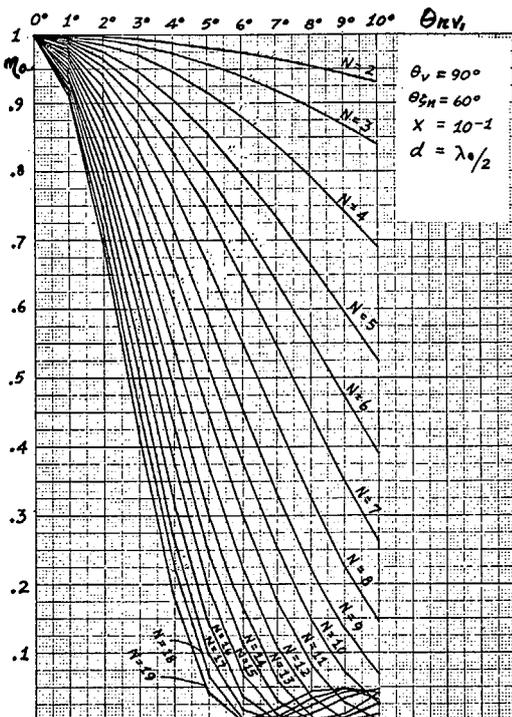


Fig. 6: Variation de  $\eta_a(\theta, r, V_1, N)$  en fonction du nombre d'éléments pour un réseau linéaire de 4 éléments en présence d'un brouilleur directif.

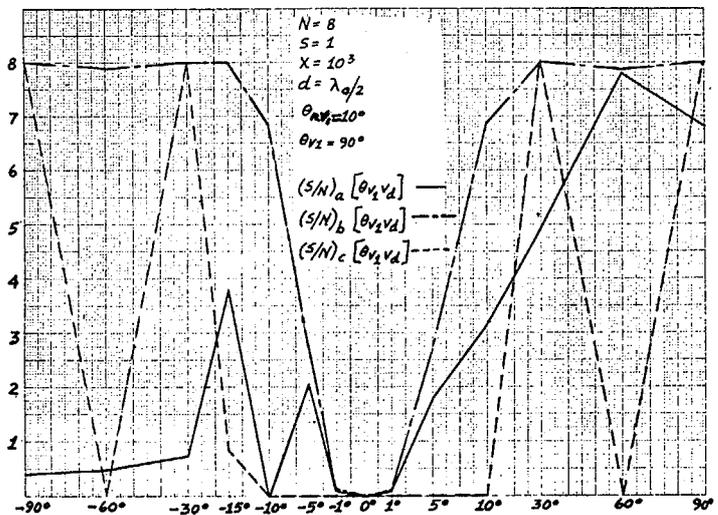


Fig. 7: Comparaison de la performance d'un réseau linéaire de 8 éléments en présence d'un brouilleur directif dans le cas conventionnel, optimal et adaptatif.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BRYN, F., "Optimum signal processing of three-dimensional arrays on gaussian signals and noise", J. Acoust. Soc. Amer., 34, pp. 289-297, mars 1962.
- [2] MIDDLETON, D., GROGINSKY, H.L., "Detection of random acoustic signals by receivers with distributed elements: optimum receiver structure for normal signal and noise fields", J. Acoust. Soc. Amer., 38, pp. 727-737, novembre 1965.
- [3] URKOWITZ, H., "On detection and estimation of wave fields for surveillance", IEEE Trans., MIL-9, pp. 44-56, janvier 1965.
- [4] PICINBONO, B., "Optimum filtering and multichannel receivers", IEEE Trans., IT-12, n° 2, pp. 256-260, avril 1966.
- [5] COX, H., "Optimum arrays and the Schwarz inequality", J. Acoust. Soc. Amer., 45, pp. 228-232, mars 1969.
- [6] MERMOZ, H., "Elimination des brouilleurs par traitement optimal d'antenne", Ann. Télécom., 24, pp. 282-293, juillet-août 1969.
- [7] MERMOZ, H., "Essai de synthèse sur les antennes de détection optimales et adaptatives", Ann. Télécom., 25, pp. 269-293, juillet-août 1970.
- [8] ARQUES, P.Y., "Détection, estimation et performances de signaux certains de date d'arrivée et de direction inconnues", Ann. Télécom., 26, pp. 371-380, septembre-octobre 1971.
- [9] MERMOZ, H., "Ecueils et diversité des traitements adaptatifs d'antennes", Ann. Télécom., 28, pp. 244-254, mai-juin 1973.
- [10] BIENVENU, G., "Traitement d'antenne adaptatif à large bande pour les sonars actifs ou passifs", 4ème Coll. GRETSI sur le Traitement du Signal, Nice, 1973, pp. 169-216.
- [11] CHENG, D.K., "Optimization techniques for antenna arrays", Proc. IEEE, 59, pp. 1664-1674, décembre 1971.
- [12] DELISLE, G.Y. et CUMMINS, J.A., "Mutual coupling in the signal-to-noise ratio optimization of antenna arrays", IEEE Trans., EMC-15, pp. 38-44, mai 1973.
- [13] HARRINGTON, R.F., Field computations by moment methods, McMillan, New York, 1968.
- [14] MUNIER, J. et DELISLE, G.Y., "Traitement optimal d'antenne à bande étroite - Application aux réseaux d'antennes filiformes fortement couplées", 5ème Coll. GRETSI sur le Traitement du Signal, Nice, juin 1975, pp. 513-520.
- [15] COLLIN, R.E. et ZUCKER, F.J., Antenna theory, vol. 1, McGraw-Hill, 1969.
- [16] WEEKS, W.L., Antenna engineering, McGraw-Hill, 1968.
- [17] DELISLE, G.Y., CUMMINS, J.A. et SANZGIRI, S.M., "Optimum processing of antenna array signals in the presence of discrete noise sources", IEEE Trans., EMC-16, n° 2, pp. 98-105, mai 1974.
- [18] COX, H., "Resolving power and sensitivity to mismatch of optimum array processors", JASA, 54, n° 3, pp. 771-785, septembre 1973.
- [19] WIDROW, B., MANTEY, P.E., GRIFFITHS, L.J. et GODDE, B.B., "Adaptive antenna systems", Proc. IEEE, 55, n° 12, pp. 2143-2159, décembre 1967.
- [20] BAIRD, C.A. et al, "Adaptive processing for antenna arrays", Radiation Systems, Inc., RADC-TR-72-174, Rapport final, juillet 1972, AD-748-220.
- [21] COMPTON, R.T., "An adaptive array in an AM communication system", IEEE AP/S Int. Symp. Digest, Stanford, Ca., pp. 400-403, juin 1977.
- [22] SANZGIRI, S.M., DELISLE, G.Y. et CUMMINS, J.A., "On the performance of adaptive array antennas", IEEE AP/S Int. Symp. Digest, Urbana, Ill., pp. 281-284, juin 1975.