

# SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

---

REALISATION D'UN SYNCHRONISATEUR PRIMAIRE NUMERIQUE POUR SIGNAUX CODES

A. EL MOGHAZY - G. MARAL - A. BLANCHARD -

ENSAE (ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE L'AERONAUTIQUE ET DE L'ESPACE) 10 Av. E. Belin 31055 TOULOUSE Cédex

---

## RESUME

On présente une réalisation entièrement numérique à l'aide de circuits logiques d'un synchronisateur primaire de signaux codés Biphase-L et adaptable au code NRZ. Le spectre du signal codé à l'entrée ne possède aucune raie permettant la synchronisation. La non-linéarité produite par un circuit de retard et une multiplication numérique fournit une raie discrète qui est filtrée par une boucle d'asservissement de phase numérique. Le signal de référence en sortie de la boucle sert d'horloge pour commander le retour à zéro d'un filtre adapté numérique du type sommateur. Il a été procédé à une optimisation des paramètres pour réaliser un compromis entre le temps d'acquisition et la probabilité d'erreur. La maquette fonctionne pour une cadence de 400 bits/s et accepte des décalages supérieurs à 1%. Les principes de réalisation ainsi que les performances mesurées du synchronisateur numérique sont donnés.

## SUMMARY

A digital realisation of a self bit synchronizer, using conventional digital IC's, is presented for coded Biphase-L signal. The realisation is adapted for NRZ code. As the received PCM signal has no discrete spectral component, a non-linear element (delay and multiplication) followed by a DPLL is used to generate and extract the bit timing information. The timing signal is used to command a digital matched filter bit detector.

An acquisition time and probability of errors tradeoff was considered.

An experimental model has been implemented for a bit rate of 400 bits/sec. This model works with frequency shifts larger than  $\pm 1\%$ .

This paper presents the main concepts of design and the experimental results.



INTRODUCTION

Le système ARGOS de localisation et collecte de données par satellite, réalisé dans le cadre d'une coopération bilatérale entre le CNES et la NASA, fait largement appel aux techniques analogiques pour la démodulation des signaux reçus par le satellite. Il est envisagé pour les équipements de la prochaine génération d'utiliser au maximum les techniques numériques, en particulier pour le dispositif de démodulation du signal reçu [1]. Le signal démodulé (signal MIC Biphase-L à 400 bits/s noyé dans du bruit additif) serait alors obtenu sous forme d'une suite d'échantillons quantifiés. Il est donc nécessaire de concevoir un synchronisateur primaire MIC, effectuant la double opération de restitution du rythme digital et de décision des bits transmis, capable de fonctionner uniquement à partir de cette suite d'échantillons.

Le spectre des signaux MIC ne comporte pas, en général, de raie discrète sur une fréquence correspondant au rythme digital ou l'un de ses harmoniques. Il faut donc faire passer le signal dans un élément non linéaire pour créer une raie discrète, puis dans un filtre passe bande autour de la fréquence de cette raie. Le synchronisateur primaire numérique présenté (Fig. 1) utilise comme élément non linéaire un dispositif du type "retard et multiplication" [2, Chap. 14], tandis que le filtrage passe bande est réalisé à l'aide d'une boucle d'asservissement de phase numérique. Le circuit de décision de bit est une réalisation numérique du filtre adapté à la forme d'onde du signal attendu.

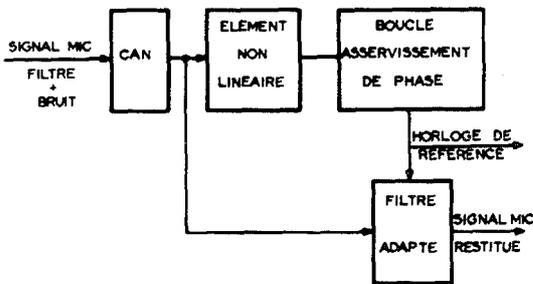


Figure 1 - Schéma du synchronisateur primaire numérique.

Les performances théoriques de ces différents dispositifs ainsi que le résultat de mesures effectuées sur une maquette de laboratoire font l'objet des prochains paragraphes.

L'ELEMENT NON LINEAIRE

L'élément non linéaire adopté ici est du type "retard et multiplication" (Fig. 2a).

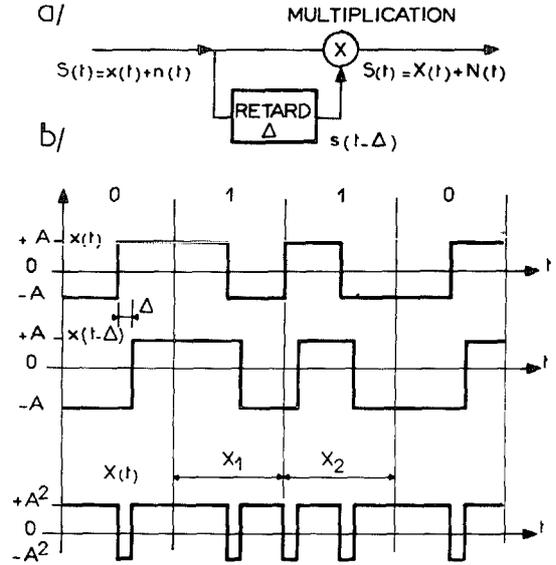


Figure 2 - a) schéma de l'élément non linéaire b) signaux mis en jeu

Si  $x(t)$  et  $n(t)$  sont respectivement le signal MIC et le bruit additif à l'entrée de l'élément non linéaire, le signal utile  $X(t)$  et le bruit  $N(t)$  à la sortie sont donnés respectivement par :

$$X(t) = x(t) x(t - \Delta)$$

$$N(t) = x(t) n(t - \Delta) + x(t - \Delta) n(t) + n(t) n(t - \Delta)$$

$\Delta$  étant la valeur du retard.

Compte tenu du caractère binaire du signal MIC d'entrée  $x(t)$ , le signal  $X(t)$  est lui-même un signal binaire : il est composé d'une suite de symboles  $X_1$  et  $X_2$  dont les probabilités d'apparition sont respectivement  $P_e$  et  $1 - P_e$  lorsque  $P_e$  est la probabilité de transition du message d'entrée. La Figure 2b donne une représentation des symboles  $X_1$  et  $X_2$  lorsque le signal  $x(t)$  est un signal codé Biphase-L supposé non filtré. Le calcul du spectre de puissance du signal [3, Chap. 1] montre que ce spectre comporte une partie continue et des composantes discrètes sur des fréquences multiples de la fréquence de bit. L'amplitude de la raie discrète à la fréquence  $nF$  est :

$$A_d(nF) = 4 \left(\frac{\Delta}{T}\right) A^2 |1 - P_e + (-1)^n| \frac{\sin \pi \Delta n F}{\pi \Delta n F}$$

avec  $A$  : amplitude crête du signal  $x(t)$ ,

$T$  : durée de symbole

$$F = \frac{1}{T}$$

Pour une probabilité de transition nulle (message d'entrée constitué par une longue suite de bits "0" ou de bits "1") la partie continue du spectre du signal  $X(t)$  est nulle et  $A_d(mF)$  est nul pour  $n$  impair. L'amplitude maximale de raie que l'on peut obtenir correspond à  $n=2$  et  $\Delta/T = 0.25$ . Pour une probabilité de transition  $P_t = 0.5$  (message d'entrée constitué d'une suite aléatoire de bits "0" et "1" équirépartis), la raie d'amplitude maximale correspond à nouveau au cas  $n=2$ ,  $\Delta/T = 0.25$  malgré l'existence de la partie continue du spectre et de raies discrètes sur les multiples impairs de  $F$  et en particulier à  $F$ . La raie à  $2F$  est alors égale au 3/4 de la valeur qu'elle a lorsque  $P_t = 0$ .

Le calcul du spectre de puissance  $S_{NN}(k)$  du bruit  $N(k)$  en sortie de l'élément non linéaire a également été effectué (dans le cas le plus défavorable où  $P_k = 0.5$ ) en supposant que le bruit d'entrée est un bruit gaussien de densité spectrale  $N_{0/2}$  de  $-E_c$  à  $+E_c$ ,  $E_c$  étant la fréquence de coupure d'un filtre passe bas idéal qu'il est nécessaire d'introduire pour que le processus ait une puissance finie.

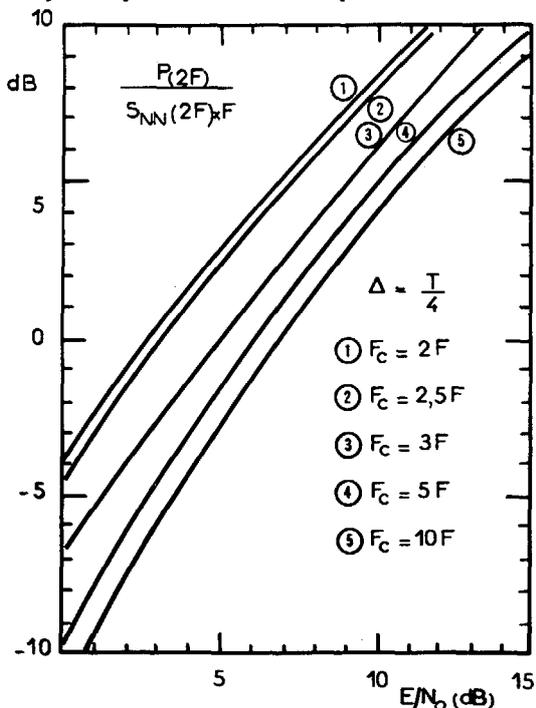


Figure 3 - Rapport signal/bruit en sortie de l'élément non linéaire.

Puisque la boucle d'asservissement de phase effectue un filtrage autour de sa fréquence centrale, on est surtout intéressé par la valeur de la densité spectrale du bruit autour de la fréquence  $2F$ . Nous supposons pour la suite que cette densité est constante et égale à  $S_{NN}(2F)$ . Il est alors possible de calculer comment varie le rapport  $P_{2F}/S_{NN}(2F) \times F$

en fonction du rapport  $E/N_0$ ,  $E = AT^2$  étant l'énergie par bit, pour différentes valeurs de  $E_c$ ,  $P_{2F}$  étant la puissance correspondant à la raie discrète à la fréquence  $2F$  soit  $P_{2F} = \frac{1}{2} A_d^2(2F)$  (Fig. 3).

Il convient de noter que la valeur du spectre continu du signal  $X(t)$  est négligeable vis à vis de  $S_{NN}(2F)$  pour les valeurs considérées du rapport signal à bruit d'entrée.

LA BOUCLE D'ASSERVISSEMENT DE PHASE NUMERIQUE

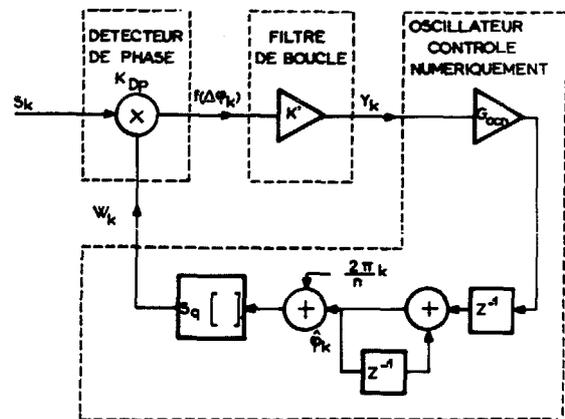


Figure 4 - Boucle d'asservissement de phase numérique.

La boucle d'asservissement de phase numérique (Fig. 4) est un dispositif qui fournit une réplique utilisable du signal d'horloge lié au signal MIC  $x(t)$ . Traditionnellement, elle comporte des organes réalisant les fonctions du détecteur de phase, du filtre de boucle, et de l'oscillateur à fréquence contrôlée.

La fonction du détecteur de phase est obtenue en effectuant la multiplication de l'échantillon  $S_k = S(kT_e)$  ( $k$  entier,  $T_e$  période d'échantillonnage) par la sortie  $W_k$  de l'oscillateur contrôlé numériquement (O.C.N.) au même instant  $kT_e$ . La composante moyenne  $\langle S_k W_k \rangle$  en sortie du multiplieur est une fonction de la différence de phase  $\Delta\phi_k$  des signaux appliqués. Cette fonction  $f(\Delta\phi_k)$  est représentée en Fig. 5, en l'absence de bruit, lorsque le signal d'entrée et le signal de l'O.C.N. ont respectivement pour expression :

$$S_k = X_k = S_q [2\pi F_0 k T_e + \phi_k]$$

$$W_k = S_q [2\pi F_0 k T_e + \hat{\phi}_k]$$

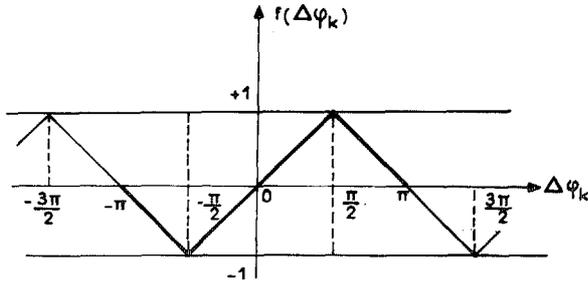


Figure 5 - Caractéristique du comparateur de phase.

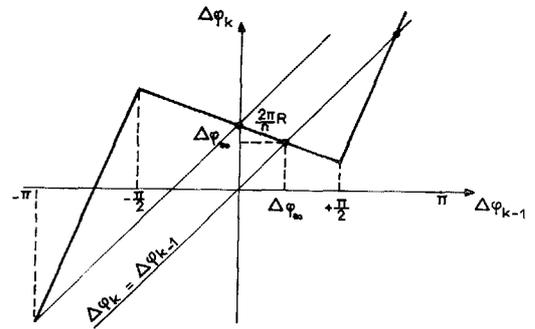


Figure 6 - Diagramme du plan de phase

La fréquence centrale  $F_0$  de l'O.C.N. est reliée à la fréquence échantillonnage  $F_e = \frac{1}{T_e}$  par  $F_e = n F_0$

La fonction  $Sq(x)$  est définie par :

$$Sq(x) = +1 \quad \text{si } 0 \leq x < \pi$$

$$Sq(x) = -1 \quad \text{si } \pi \leq x < 2\pi$$

$$Sq(x + 2\pi) = Sq(x)$$

tandis que  $\Delta\psi_k = \psi_k - \hat{\psi}_k$ . En plus de la composante moyenne  $f(\Delta\psi_k) = \langle X_k W_k \rangle$ , il y a en sortie du multiplieur des composantes de fréquence élevée, mais on peut montrer que celles-ci affectent peu le fonctionnement du dispositif si  $K < \frac{4}{F_0 T_e}$ ,  $K$  représentant le gain de boucle numérique (voir ci-après).

La boucle utilisée ici étant une boucle du 1er ordre, le filtre de boucle se réduit à une multiplication par une constante  $K'$ . L'échantillon appliqué à l'instant  $kT_e$  à l'entrée modulation de l'O.C.N. est donc  $Y_k = K' f(\Delta\psi_k)$ .

Enfin, l'O.C.N. délivre les échantillons tels que :

$$W_k = Sq \left[ \frac{2\pi}{n} k + \hat{\psi}_k \right]$$

$$\hat{\psi}_k = \hat{\psi}_{k-1} + G_{ocn} Y_{k-1}$$

La constante  $G_{ocn}$  représente la sensibilité de modulation de l'O.C.N.

L'analyse du fonctionnement de la boucle a été faite dans le domaine non linéaire, en l'absence de bruit, pour étudier le phénomène de l'acquisition. L'analyse des performances de poursuite, en particulier les performances en présence de bruit, a été faite sur un modèle linéarisé.

Etude de l'acquisition

Soit  $F_0 + \Delta F$  la fréquence du signal d'entrée. En appelant  $R$  l'écart de fréquence relatif ( $R = \frac{\Delta F}{F_0}$ ) il vient :

$$\psi_k = \frac{2\pi}{n} R k$$

et

$$\Delta\psi_k = \psi_k - \hat{\psi}_k = \frac{2\pi}{n} R k - \hat{\psi}_{k-1} - G_{ocn} K' f(\Delta\psi_{k-1})$$

Par suite :

$$\Delta\psi_k - \Delta\psi_{k-1} = \frac{2\pi}{n} R - G_{ocn} K' f(\Delta\psi_{k-1})$$

En utilisant le diagramme du plan de phase (Fig. 6) correspondant à l'équation ci-dessus et à la fonction d'erreur  $f(\Delta\psi_k)$  donnée sur le schéma de la Figure 5, on peut montrer que le point de fonctionnement stable, lorsqu'il existe, est donné par :

$$\Delta\psi_\infty = \frac{2\pi}{n} \frac{R}{K} = \frac{2\pi}{n F_0} \frac{\Delta F}{K}$$

la quantité  $K = \frac{2}{\pi} G_{ocn} K'$  représentant le gain de boucle numérique. D'autre part, la condition nécessaire et suffisante d'existence de ce point stable est :

$$|R| \leq \frac{nK}{4} \quad \text{soit} \quad |\Delta F| \leq \frac{K F_0}{4} = \Delta F_{MAX}$$

La valeur moyenne du temps d'acquisition  $\langle T_{acq} \rangle$  est le temps moyen nécessaire pour que l'erreur de phase ait atteint sa valeur finale  $\Delta\psi_\infty$  à  $\pm \Delta\psi_{acq}$  près, la valeur initiale de la phase étant uniformément répartie sur l'intervalle  $(-\pi, +\pi)$ . La figure 7 représente la variation de  $\langle T_{acq} \rangle$  rapporté à  $T = \frac{1}{F}$  en fonction de  $\frac{\Delta F}{\Delta F_{MAX}}$  pour  $\Delta\psi_{acq} = \frac{2\pi}{n}$  avec  $n = 16$ .

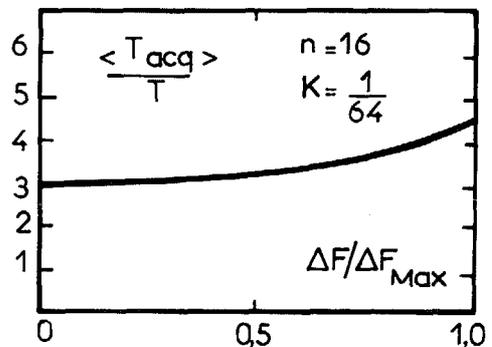


Figure 7 - Temps d'acquisition moyen.

Etude de la poursuite (modèle linéaire)

On suppose maintenant que l'erreur de phase  $\Delta\psi_k$  reste toujours suffisamment petite pour que l'on

puisse remplacer la fonction d'erreur  $f(\Delta\varphi_k)$  par :

$$f(\Delta\varphi_k) = K_{DP} \Delta\varphi_k$$

la constante  $K_{DP}$  représentant la sensibilité du comparateur de phase. Lorsque le signal d'entrée est un signal de forme d'onde carrée d'amplitude 1,  $K_{DP} = \frac{2}{\pi}$ . Lorsque le signal à l'entrée de la non linéarité est constitué d'une suite aléatoire de bits "0" et "1" équirépartis, nous avons vu que le signal utile de sortie est un signal sinusoïdal à la fréquence  $2F$  (on choisira donc  $F_0 = 2F$ ) d'amplitude  $A_{2F} = \frac{3A^2}{2\pi}$ . La sensibilité du comparateur de phase est alors

$$K_{DP} = \frac{3A^2}{2\pi}$$

L'équation représentant le fonctionnement de la boucle est alors :

$$\hat{\varphi}_k = \hat{\varphi}_{k-1} + G_{O.C.N.} K' K_{DP} (\varphi_k - \hat{\varphi}_{k-1})$$

La fonction de transfert en  $z$ , en posant

$K = G_{O.C.N.} K' K_{DP}$  est donnée par :

$$F(z) = \frac{\hat{\varphi}(z)}{\varphi(z)} = \frac{K}{z + K - 1}$$

A partir de l'expression de la fonction de transfert en  $z$  il est facile de calculer les performances de la boucle. Ainsi pour une dérive de fréquence relative  $R = \frac{\Delta F}{F_0}$  entre les signaux on retrouve une erreur de phase en régime permanent  $\Delta\varphi_{\infty} = \frac{2\pi}{n} \frac{R}{K}$  égale à celle obtenue par la méthode du plan de phase. Lorsque le signal d'entrée est accompagné d'un bruit de densité spectrale  $S_{NN}(2F)$  la variance de phase de l'O.C.N. est donnée par [4] :

$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{S_{NN}(2F)}{P_{2F}} 2B_n = \frac{S_{NN}(2F)}{P_{2F}} \frac{K}{2-K} F_e$$

$2B_n$  étant la bande passante équivalente de bruit de la boucle.

Pour restituer le rythme de bit, la fréquence  $2F$  du signal délivré par l'O.C.N. est divisée par 2. Il en résulte que la fluctuation de la phase relative  $\hat{\lambda} = \frac{\hat{\varphi}}{2\pi}$  est aussi divisée par 2. En conséquence, la variance de la phase relative est donnée par :

$$\sigma_{\hat{\lambda}}^2 = \frac{1}{2^2} \frac{\sigma_{\varphi}^2}{(2\pi)^2}$$

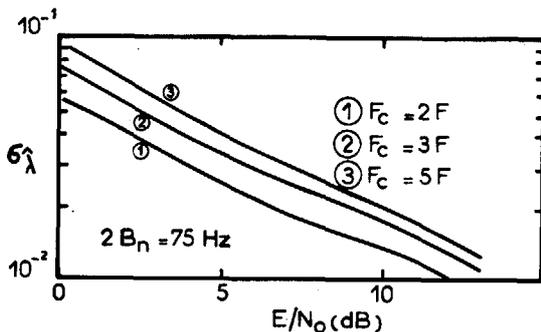


Figure 8 - Ecart type de la phase relative.

Les variations de  $\sigma_{\hat{\lambda}}$  en fonction du paramètre  $E/N_0$  sont représentées en Fig. 8 pour diverses valeurs de  $F_c$  et pour  $2B_n = 75 \text{ Hz}$ .

LE FILTRE ADAPTE

Le filtre adapté numérique pour des signaux Biphase-L accompagnés d'un bruit additif blanc et gaussien est un dispositif qui réalise l'opération :

$$Y = \sum_{i=1}^{N/2} \Delta_i - \sum_{i=N/2+1}^N \Delta_i$$

$\Delta_i$  étant la valeur de l'échantillon du signal d'entrée à l'instant  $iT_e$  et  $N$  étant le nombre d'échantillons pendant la durée  $T$  d'un bit. Cette formule illustre la nécessité d'avoir retrouvé le rythme digital (rôle de la boucle d'asservissement de phase numérique) si l'on veut que l'opération ci-dessus commence au début du symbole reçu et se termine à la fin du symbole reçu. On décidera que le symbole reçu correspond à un bit "1" si  $Y > 0$  et qu'il s'agit d'un bit "0" si  $Y < 0$ . La probabilité d'erreur théorique est alors  $P_e = \frac{1}{2} (1 - \text{erf} \sqrt{\frac{E}{N_0}})$ .

En réalité, on n'atteindra pas la performance théorique car la forme d'onde du signal utile  $x(t)$  subit une distorsion par filtrage dans le canal de transmission, d'autre part les échantillons sont quantifiés, et enfin le signal délivré par la boucle n'est pas rigoureusement synchrone du rythme digital. On peut définir la dégradation comme la quantité supplémentaire  $\Delta(E/N_0)$  qu'il faut prévoir pour obtenir la même probabilité d'erreur que celle donnée par l'équation ci-dessus.

Les erreurs de synchronisation qu'il faut considérer ici sont :

- une erreur aléatoire à répartition uniforme sur l'intervalle  $(-\frac{\pi}{2n}, +\frac{\pi}{2n})$  provenant du fait que la phase de l'O.C.N. est quantifiée par pas de  $\frac{2\pi}{n}$  à la fréquence  $2F$ . On peut montrer que pour  $n \geq 12$  la dégradation est inférieure à 0.5dB pour  $P_e = 10^{-5}$
- une erreur constante égale à  $\frac{\pi R}{n K}$ . Il faut maintenir cette erreur suffisamment petite puisque l'on peut montrer que pour une erreur de  $\frac{\pi}{10}$  la dégradation peut atteindre 2dB (pour  $P_e = 10^{-5}$ ).
- une erreur aléatoire à répartition sensiblement gaussienne due au bruit à l'entrée du dispositif. Lindsey [3, Ch. 9] a relié la dégradation à l'écart type de l'erreur sur la phase de l'horloge : pour un écart type de 0.19 rad. elle est inférieure à 2dB pour  $P_e = 10^{-5}$



### CARACTERISTIQUES ET PERFORMANCES DU SYNCHRONISATEUR

La maquette réalisée correspond aux choix suivants :

- fréquence d'échantillonnage  $F_e = 12.8 \text{ KHz}$
- il y a 32 échantillons par durée de bit, soit  $n = F_e/F_0 = 16$
- chaque échantillon du signal d'entrée est quantifié à 16 niveaux.
- le gain  $G_{ocn} K'$  est égal à  $\frac{\pi}{2^7}$  radians/nombre binaire

ce qui correspond dans la phase de poursuite à une bande passante équivalente de bruit  $2B_n$  égale à  $75 \text{ Hz}$

- le retard introduit par l'élément non linéaire est  $\Delta = \frac{T}{4}$ .

Les performances espérées sont confrontées aux performances mesurées dans le tableau ci-dessous :

	Performance espérée	Performance mesurée
<b>ACQUISITION</b>		
gamme relative d'acquisition	6.25% en l'absence de bruit.	identique sans bruit (pour $E/N_0 = 9 \text{ dB}$ on trouve 4% si $F_c \leq 2 \text{ kHz}$ )
temps d'acquisition moyen	3 à 4 bits (voir Fig. 7)	inférieur à 10 bits
<b>POURSUITE</b>		
dégradation pour $P_e = 10^{-5}$		
si décalage de fréquence nul	1dB dû au bruit seul. 1.5dB au total	1.5dB (voir Fig. 9)
si décalage de fréquence = 1%	2.5dB au total	2.3dB
<b>SEUIL DE FONCTIONNEMENT</b>		$E/N_0 = 2 \text{ dB}$ pour $F_c = 2 \text{ kHz}$

### CONCLUSION

L'originalité du synchronisateur primaire présenté dans cet article est d'être entièrement numérique. Les performances mesurées sur la maquette réalisée sont voisines des performances théoriques espérées. On remarquera plus particulièrement que le temps d'acquisition est faible, de l'ordre de quelques durées de bit.

La maquette réalisée pour des signaux Biphase-L à cadence 400 bits/s est susceptible d'adaptation à d'autres codes, par exemple NRZ, et peut fonctionner à des cadences supérieures, dans la limite des fréquences maximales de fonctionnement des circuits logiques actuels.

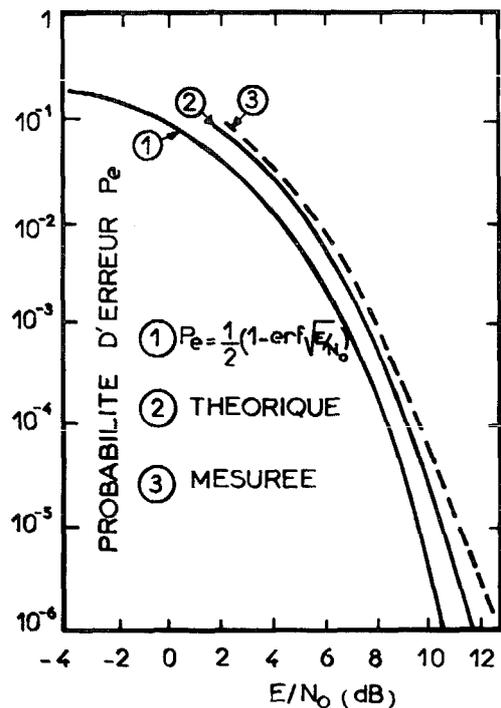


Fig. 9 - Probabilité d'erreur pour un décalage de fréquence nul

La courbe théorique (2) ne tient compte que de l'imprécision de synchronisation due au bruit seul.

### REFERENCES

- [1] J.M. BOUCHER "Boucle de phase numérique adaptative" Colloque National sur le traitement du signal et ses applications, Nice, 26 au 30 Avril 1977.
- [2] J.J. SPILKER "Digital Communications by satellite" Prentice-Hall, INC, 1977.
- [3] W.C. LINDSEY and M.K. SIMON "Telecommunication Systems Engineering" Prentice-Hall, INC, 1973.
- [4] A. BLANCHARD "Phase-locked Loops Application to coherent receiver design" John Wiley & Sons, 1976.