

SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

87/1



NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

PROCESSUS BIDIMENSIONNELS ET MODELE AUTOREGRESSIF VECTORIEL ; APPLICATION
A LA MODELISATION DES TEXTURES

TWO-DIMENSIONAL PROCESSES AND AR VECTOR MODEL
APPLICATION TO THE MODELLING OF TEXTURES

J.P. GAMBOTTO

DEPARTEMENT SYSTEMES ET COMMUNICATIONS
ENST. 46 rue Barrault, 75634, PARIS - Cedex 13

RESUME

Cet article propose l'utilisation d'un modèle vectoriel pour l'identification des processus à 2 indices ; les principaux résultats concernant l'estimation linéaire vectorielle sont présentés : nous analysons, en particulier, les relations entre la factorisation des matrices de corrélation et différentes normalisations de l'algorithme de Robinson. Nous montrons que certains polynômes à 2 variables orthogonaux sur le cercle unité sont obtenus en utilisant un algorithme récursif d'estimation des processus vectoriels ; ces polynômes sont associés au filtre bidimensionnel récursif le plus général (filtre demi-plan asymétrique) ; cette méthode est ensuite utilisée pour la modélisation des Textures.

SUMMARY

In this paper, we propose a vector model for the identification of two-dimensional processes. The main results concerning vector linear prediction are presented : in particular we analyse the relationship between the factorization of correlation matrices and some normalized versions of the Robinson algorithm. It is shown that some two-dimensional orthogonal polynomials on the unit circle can be derived using one of these algorithms ; these polynomials are equivalent to the half-plane asymmetric filters. This approach is then applied to the modelling of a natural Texture.



PROCESSUS BIDIMENSIONNELS ET MODELE AUTOREGRESSIF VECTORIEL ; APPLICATION
A LA MODELISATION DES TEXTURES

TWO-DIMENSIONAL PROCESSES AND AR VECTOR MODEL
APPLICATION TO THE MODELLING OF TEXTURES

I) Introduction :

Dans tous les problèmes d'identification, le choix du modèle est d'une grande importance ; pour les images, une généralisation du cas monovarié est donnée par le filtre autorégressif (AR) non séparable à 2 variables le plus général (filtre demi-plan asymétrique) [1]. Cependant, jusqu'à présent, ce modèle a été très peu utilisé, principalement à cause du problème de la stabilité, et d'autre part l'introduction d'algorithmes rapides pour l'identification des signaux bidimensionnels est assez récente [2].

Le modèle AR bidimensionnel est en fait très efficace pour la synthèse de textures artificielles ayant des propriétés statistiques données [3] ; cependant, pour l'identification, nous montrons dans cet article, qu'un modèle vectoriel peut être utilisé. Cette méthode donne de bons résultats pour la reconnaissance des textures, ainsi que lors de la segmentation des images à partir des propriétés du second ordre [4].

On montre que l'estimation des paramètres d'un modèle AR vectoriel dans les images conduit à la résolution du problème d'estimation linéaire bidimensionnelle : aux récursions de l'algorithme vectoriel correspondent des récursions équivalentes sur certains polynômes bidimensionnels orthogonaux sur le bi-cercle unité $|z| = |w| = 1$.

II Estimation Linéaire Bidimensionnelle :

Considérons le signal stationnaire $y_{m,n}$ et le modèle AR bidimensionnel le plus général :

$$y_{m,n-h} = - \sum_{(i,j) \in E_{p,r}^h} a_{ij} y_{m-i,n-j} + U_{m,n-h} \quad (1)$$

où les $a_{i,j}$ sont les paramètres du modèle et $a_{0,h} = 1$; $U_{m,n}$ est un bruit blanc centré à 2 indices, de covariance égale à d ; et la somme (1) porte sur l'ensemble des couples (i,j) défini par :

$$E_{p,r}^h = \{(i,j) / 0 \leq i \leq p, 0 \leq j \leq r \text{ et } j > h \text{ pour } i = 0\} \quad (2)$$

la corrélation du signal $y_{m,n}$ est définie par :

$$r_{s,t} = E [y_{m,n} y_{m-s,n-t}] \quad (3)$$

Considérons les polynômes à 2 variables $f(z,w)$ et $g(z,w)$, le produit scalaire est défini par :

$$\langle f(z,w), g(z,w) \rangle_B = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\Gamma_1} \int_{\Gamma_2} f(z,w) \bar{g}(z,w) z^{-1} w^{-1} dz dw \quad (4)$$

où $r(z,w)$ est la transformée de la suite de corrélation (3), et Γ_1, Γ_2 sont 2 cercles unité dans les plans en z et en w ; la transformée inverse de $r(z,w)$ est alors donnée par :

$$r_{i-s,j-t} = \langle z^{-i} w^{-j}, z^{-s} w^{-t} \rangle_B \quad (5)$$

De même que dans le cas monovarié, l'erreur de prédiction est orthogonale au passé du processus ; c'est à dire on a :

$$E[(y_{m,n-h} - \hat{y}_{m,n-h}) \cdot y_{m-s,n-t}] = 0$$

pour $(s,t) \in E_{p,r}^h$ (6)

L'application de (6) au modèle (1) donne un système d'équations linéaires (équations de Yule Walker du processus bidimensionnel) ; en utilisant la notation (5) ce système se met sous la forme :

$$\langle A_{p,r}^h(z,w), z^{-s} w^{-t+h} \rangle_B = 0 \quad \forall (s,t) \in E_{p,r}^h \quad (7)$$

avec :

$$A_{p,r}^h(z,w) = \sum_{(i,j) \in E_{p,r}^h} a_{ij} z^{-i} w^{-j+h} \quad (8)$$

où $E_{p,r}^h = E_{p,r}^h + (0,h)$

III Estimation Linéaire Vectorielle

Considérons le signal Y_m à r composantes qui vérifie le modèle AR vectoriel :

$$A_{p,0} Y_m + \sum_{i=1}^p A_{p,i} Y_{m-i} = U_m \quad (9)$$

où les matrices carrées $A_{p,i}$ sont les paramètres du modèle et $A_{p,0} = I$; le vecteur U_m est un bruit blanc de dimension r ; la covariance de U_m et la corrélation du signal Y_m sont donnés respectivement par :

$$D = E[U_m U_m^T] \quad (10)$$

$$R_{i-j} = E[Y_i Y_j^T] \quad (11)$$

Le modèle (9) est identifié en minimisant un critère

PROCESSUS BIDIMENSIONNELS ET MODELE AUTOREGRESSIF VECTORIEL : APPLICATION A LA MODELISATION DES TEXTURES
 TWO-DIMENSIONAL PROCESSES AND AR VECTOR MODEL APPLICATION TO THE MODELLING OF TEXTURES

statistique sur l'ensemble des données ; considérons l'erreur de prédiction $\hat{U}_m = Y_m - \hat{Y}_m$: l'estimation par les moindres carrés consiste à minimiser la trace de :

$$E[\hat{U}_m \hat{U}_m^T] \quad (12)$$

et si l'entrée U_m est gaussienne, le critère du maximum de vraisemblance conduit à minimiser le déterminant de (12) ; on montre cependant que ces 2 critères sont équivalents au système matriciel suivant (équations de Yule Walker généralisées) :

$$A \underline{R} = D \quad (13)$$

$$A = [A_{p,0}, \dots, A_{p,p}] \quad (14)$$

où \underline{R} est une matrice de corrélation Toeplitz par bloc et symétrique.

Soient 2 matrices polynomiales de dimension $r \times r$ $F(z)$ et $G(z)$, introduisons le produit :

$$\langle F(z), G(z) \rangle = \frac{1}{2\pi j} \int_{\Gamma} F(z) R(z) G^+(z) z^{-1} dz \quad (15)$$

où $R(z)$ est la transformée en z de la suite R_i , Γ le cercle unité, et $+$ désigne la transposition conjuguée ; en posant $F(z) = \sum_{i=0}^p I_r z^{-i}$ et $G(z) = \sum_{j=0}^p I_r z^{-j}$, la matrice R_{i-j} se met sous la forme :

$$R_{i-j} = \langle z^{-i}, z^{-j} \rangle \quad (16)$$

Pour $r = 1$ on montre que (15) est un produit scalaire [5] ; dans le cas vectoriel ($r > 1$) les propriétés de symétrie conjuguée, de linéarité, et de norme peuvent être généralisées de la façon suivante [4] :

$$\langle F(z), G(z) \rangle = \langle G(z), F(z) \rangle^+ \quad (17)$$

$$\langle CF(z), AG(z) + BU(z) \rangle = C \langle F(z), G(z) \rangle A^+ + C \langle F(z), U(z) \rangle B^+ \quad (18)$$

où A, B, C sont 3 matrices $r \times r$ complexes.

$$\langle F(z), F(z) \rangle \text{ est définie positive et hermitique.} \quad (19)$$

de plus on montre l'inégalité matricielle équivalente à celle de Cauchy Schwartz :

$$\langle F(z), F(z) \rangle \langle G(z), G(z) \rangle \geq \langle F(z), G(z) \rangle \langle G(z), F(z) \rangle^+ \quad (20)$$

(où >0 signifie : défini positif)

Considérons maintenant les équations de Yule Walker à l'ordre p (13) on montre facilement en utilisant les propriétés de linéarité du produit (18) que le filtre

$$A_p(z) = \sum_{i=0}^p A_{p,i} z^{-i} \quad (21)$$

est orthogonal aux puissances $\{z^{-1}, \dots, z^{-p}\}$, soit :

$$\langle A_p(z), z^{-j} \rangle = 0_r \quad j = 1, \dots, p \quad (22)$$

et à partir du modèle inverse défini par :

$$\sum_{i=0}^p A_{p,i} Y_{m+i} = U_m \quad (23)$$

où les $A_{p,i}$ sont des matrices $r \times r$, $A_{p,0} = I$, et U_m est un bruit blanc de dimension r , on obtient de même :

$$\langle A_p(z), z^j \rangle = 0_r \quad j = 1, \dots, p \quad (24)$$

où

$$A_p(z) = \sum_{i=0}^p A_{p,i} z^i \quad (25)$$

IV Propriétés du Filtre Vectoriel

L'algorithme proposé par Robinson [6] et Whittle [7] pour résoudre récursivement les équations de Yule Walker (13) s'obtient facilement à partir de la formulation précédente et en utilisant uniquement les propriétés d'orthogonalité des polynômes $A_n(z)$ et $\tilde{A}_n(z)$ sur le cercle unité [4] ; cet algorithme est équivalent à la factorisation de la matrice de corrélation \underline{R} sous la forme :

$$\underline{A} \underline{R} \underline{A}^T = \underline{D} \quad (26)$$

où \underline{A} est une matrice triangulaire par bloc inférieure, dont les blocs-lignes sont les modèles directs (14) aux différents ordres, et \underline{D} est la matrice des résidus diagonale par bloc. Les coefficients des modèles inverses sont obtenus à partir de la factorisation de la matrice transposée par bloc \check{R} :

$$\check{A} \check{R} \check{A}^T = \check{D} \quad (27)$$

et

$$\check{R} = \underline{L} \underline{R} \underline{L} \quad (28)$$

où \underline{L} est une matrice de permutation par bloc (c.a.d. avec des blocs identité sur la seconde diagonale et des zéros ailleurs).

L'algorithme de Robinson peut aussi se mettre sous forme normalisée : plusieurs normalisations ont été introduites [8] [3] ; elles se déduisent de (27) et



(26) en factorisant les matrices \underline{D} et \underline{D}^* :

$$\underline{D} = \underline{H} \underline{H}^T \quad \underline{D}^* = \underline{H}^* \underline{H}^{*T} \quad (29)$$

\underline{H} et \underline{H}^* étant diagonales par bloc ; les factorisations de \underline{R} et \underline{R}^* sont alors les suivantes :

$$\underline{C} \underline{R} \underline{C} = \underline{I} \quad \underline{C}^* \underline{R}^* \underline{C}^{*T} = \underline{I} \quad (30)$$

où \underline{C} et \underline{C}^* sont triangulaires par bloc, et les égalités matricielles (29) correspondent à la factorisation des matrices résidu \underline{D}_n et \underline{D}_n^* :

$$\underline{D}_n = \underline{H}_n \underline{H}_n^T \quad \underline{D}_n^* = \underline{H}_n^* \underline{H}_n^{*T} \quad n = 0, \dots, p \quad (31)$$

Lorsque \underline{H}_n et \underline{H}_n^* sont triangulaires inférieures avec des éléments diagonaux tous positifs, (30) est équivalent aux décompositions de Choleski des matrices \underline{R} et \underline{R}^* ; si les \underline{H}_n sont triangulaires inférieures et les \underline{H}_n^* triangulaires supérieures (avec les éléments diagonaux positifs) on montre que l'algorithme correspond aux factorisations suivantes :

$$\underline{C} \underline{R} \underline{C}^T = \underline{I} \quad \underline{C}^* \underline{R}^* \underline{C}^{*T} = \underline{I} \quad (32)$$

\underline{C} et \underline{C}^* étant respectivement triangulaire inférieure et triangulaire supérieure ; et les récursions pour les filtres orthogonaux sur le cercle unité sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \underline{C}_{n+1}(z) &= \underline{P}_{n+1} \left[\underline{C}_n(z) + z^{-(n+1)} \underline{V}_{n+1} \underline{C}_n^*(z) \right] \\ \underline{C}_{n+1}^*(z) &= \underline{Q}_{n+1} \left[\underline{C}_n^*(z) + z^{+(n+1)} \underline{V}_{n+1}^T \underline{C}_n(z) \right] \end{aligned} \quad (33)$$

où les coefficients des filtres $\underline{C}_n(z)$ et $\underline{C}_n^*(z)$ sont donnés par $\underline{C}_{n,i} = \underline{H}_n \underline{A}_{n,i}$ et $\underline{C}_{n,i}^* = \underline{H}_n^* \underline{A}_{n,i}^*$ pour $i = 0, \dots, n$ et \underline{P}_{n+1} est triangulaire inférieure et \underline{Q}_{n+1} triangulaire supérieure.

La stabilité des filtres $\underline{A}_p(z)$ et $\underline{A}_p^*(z)$ orthogonaux sur le cercle unité, se démontre en utilisant les propriétés du produit (15). A partir de l'inégalité (20) on montre facilement que les résidus \underline{D}_n et \underline{D}_n^* $n = 0, \dots, p$ sont définis positifs, et forment une suite décroissante ; d'autre part, les valeurs propres des matrices $(\underline{A}_{n,n} \underline{A}_{n,n}^*)$ pour $n = 0, \dots, p$ sont inférieures à 1 ; ces propriétés garantissent la stabilité des filtres $\underline{A}_p(z)$ et $\underline{A}_p^*(z)$ [4].

V Matrices de Corrélation Centrosymétriques et Processus Vectoriel :

La matrice de corrélation \underline{R}_p d'un processus vectoriel n'est pas en général centrosymétrique ; cependant dans le cas où elle est centrosymétrique à tous les ordres (c.a.d. \underline{R}_n centrosymétrique pour $n = 0, \dots, p$) -ou ce qui est équivalent lorsque les blocs \underline{R}_i sont symétriques par rapport à la seconde diagonale- de nouvelles propriétés intéressantes apparaissent ; en particulier l'algorithme de Robinson se simplifie et il existe une relation simple entre les paramètres du modèle direct et ceux du modèle inverse.

Soit \underline{A} une matrice $n \times n$ et \underline{L} une matrice de permutation $n \times n$ (c.a.d. ayant des 1 sur la seconde diagonale et des zéros ailleurs) et considérons la matrice suivante :

$$\underline{\check{A}} = \underline{L} \underline{A} \underline{L} \quad (34)$$

Les matrices invariantes par cette transformation sont appelées centrosymétriques ; on montre facilement que la somme, le produit, l'inversion et la transposition de matrices centrosymétriques donne des matrices centrosymétriques ; une conséquence de ce résultat est donnée par le Théorème suivant :

Théorème 1 : Les paramètres des modèles vectoriels directs et inverses $\{\underline{D}_p ; \underline{A}_{p,i} \quad i = 0, \dots, p\}$ et $\{\underline{D}_p^* ; \underline{A}_{p,i}^* \quad i = 0, \dots, p\}$ sont centrosymétriques si et seulement si les matrices de corrélation \underline{R}_i $i = 0, \dots, p$ sont centrosymétriques.

La démonstration de ce Théorème est immédiate, en utilisant l'algorithme de Robinson et les décompositions (26), et (27).

Considérons maintenant le cas d'une matrice \underline{A} symétrique par rapport à la seconde diagonale ; à partir de (34) il vient :

$$\underline{\check{A}} = \underline{A}^T \quad (35)$$

Théorème 2 : Lorsque les matrices \underline{R}_i $i = 0, \dots, p$ vérifient l'égalité (35), les coefficients des modèles direct et inverse sont liés par la relation :

$$\underline{A}_{p,i}^* = \underline{L} \underline{A}_{p,i} \underline{L} \quad i = 0, \dots, p \quad (36)$$

Démonstration : Considérons la matrice de corrélation $\underline{\check{R}}$ définie par la transformation (28) ; si les blocs



PROCESSUS BIDIMENSIONNELS ET MODELE AUTOREGRESSIF VECTORIEL ; APPLICATION
A LA MODELISATION DES TEXTURES

TWO-DIMENSIONAL PROCESSES AND AR VECTOR MODEL
APPLICATION TO THE MODELLING OF TEXTURES

R_i vérifient (35), il existe une autre transformation qui donne la matrice \check{R} :

$$\check{R} = \underline{M} \underline{R} \underline{M} \quad (37)$$

où \underline{M} est une matrice diagonale par bloc (ayant $p+1$ matrices L sur la diagonale et des zéros ailleurs), symétrique qui a la propriété $\underline{M} \underline{M} = I$.

Considérons la décomposition de la matrice \check{R} (30) lorsque les blocs H_n^* sont triangulaires supérieurs avec des éléments diagonaux tous positifs ; à partir de (37) il vient :

$$(\underline{M} \underline{C} \underline{M}) \underline{R} (\underline{M} \underline{C} \underline{M})^T = I \quad (38)$$

on vérifie facilement que $\underline{M} \underline{C} \underline{M}$ est une matrice triangulaire inférieure dont les éléments diagonaux sont tous positifs ; de l'unicité de la décomposition de Choleski de la matrice \check{R} on déduit alors que $\underline{M} \underline{C} \underline{M} = C$, et la relation entre les coefficients des modèles directs et inverse est donnée par :

$$C_{n,i} = L C_{n,i}^* \quad \begin{matrix} i = 0, \dots, n \\ n = 0, \dots, p \end{matrix}$$

et en remarquant que $C_{n,0} = H_n^*$ et $C_{n,0}^* = H_n^*$ on en déduit (36).

VI Modèle Vectoriel et Processus à 2 indices :

L'algorithme de Robinson peut être utilisé pour l'identification des processus à 2 indices ; en effet considérons le vecteur Y_m construit à partir de $r+1$ points successifs sur la ligne m de l'image ; et supposons que la suite $\{Y_{m-i}\}$ vérifie un modèle vectoriel d'ordre n avec la normalisation suivante : $C_{n,0}$ est triangulaire inférieure ses éléments diagonaux sont tous positifs, et le bruit U_m a pour variance la matrice identité ; les $p+1$ modèles vectoriels pour $n = 0, \dots, p$ sont donc obtenus à partir de la factorisation de Choleski (32) de la matrice de corrélation R_p du processus Y_m .

Dans le cas d'un processus bidimensionnel, les matrices R_i sont Toeplitz ; elles vérifient donc la relation (35) et les récursions de l'algorithme de Robinson ont la forme suivante :

$$\begin{aligned} C_{n+1}(z) &= P_{n+1} [C_n(z) + z^{-(n+1)} v_{n+1} C_n^*(z)] \\ C_n^*(z) &= L C_n(z^{-1}) L \end{aligned} \quad (39)$$

on montre alors facilement que les matrices $C_{n,0}^*$ sont triangulaires supérieures ; soient $C_{n,m}(z)$ et $C_{n,m}^*(z)$ les lignes m des matrices polynomiales $C_n(z)$ et $C_n^*(z)$, il vient :

$$C_{n+1,m}(z) = \sum_{s=1}^m P_{n+1}^{m,s} [C_{n,s}(z) + z^{-(n+1)} \sum_{j=1}^{r+1} v_{n+1}^{s,j} C_{n,j}^*(z)] \quad (40)$$

$$m = 1, \dots, r+1$$

où $P_{n+1}^{m,s}$ et $v_{n+1}^{m,s}$ sont les éléments des matrices P_{n+1} et V_{n+1} .

Les équations de Yule Walker associées au modèle normalisé (39) ont la forme suivante :

$$\langle C_n(z), z^{-s} \rangle = \begin{cases} 0_r & s = 1, \dots, n \\ C_{n,0}^{-T} & s = 0 \end{cases} \quad (41)$$

Introduisons le vecteur ligne $\underline{w}^T = [1, w^{-1}, \dots, w^{-r}]$; la matrice R_{i-s} peut être considérée, comme la matrice de corrélation construite à partir des $(r+1)^2$ produits scalaires (5) obtenus pour les couples (j,t) avec $j, t \in \{0, \dots, r\}$; soit :

$$R_{i-s} = \langle \underline{w} z^{-i}, \underline{w}^T z^{-s} \rangle_B \quad (42)$$

et en remplaçant (42) dans les équations de Yule Walker (41), il vient :

$$\langle C_n(z) \underline{w}, \underline{w}^T z^{-s} \rangle_B = \begin{cases} 0 & s = 1, \dots, n \\ C_{n,0}^{-T} & s = 0 \end{cases} \quad (43)$$

à partir des équations précédentes et en remarquant que $C_{n,0}^{-T}$ est une matrice triangulaire supérieure, on obtient les relations :

$$\langle C_{n,m}(z) \underline{w}, w^{-j} z^{-s} \rangle_B = \begin{cases} 0 & s = 1, \dots, n \\ d_j^m & s = 0 \end{cases} \quad (44)$$

$$0 \leq j \leq r$$

avec $\underline{d}^m = [0 \dots 0, d_{m-1}^m, \dots, d_r^m]$ où \underline{d}^m est la ligne m de la matrice $C_{n,0}^{-T}$.

En posant $A_{n,r}^m(z,w) = C_{n,r-m+1}(z) \underline{w} \underline{w}^m$ (45) on obtient à partir de (44) la relation d'orthogonalité suivante :

$$\langle A_{n,r}^m(z,w), w^{-j+m} z^{-s} \rangle_B = 0 \quad (s,j) \in E_{n,r}^m \quad (46)$$

où $E_{n,r}^m$ est l'ensemble des couples d'indices définis en (2).

On en déduit que $A_{n,r}^m(z,w)$ est le polynôme bidimensionnel orthogonal sur le bicercle unité, définit en (8) ; il existe donc $(r+1) \cdot (p+1)$ polynômes bidimensionnels (8) orthogonaux sur le bicercle unité, qui



sont associés à la décomposition de Choleski (32) de la matrice de corrélation \underline{R} du processus bidimensionnel.

Considérons maintenant la factorisation de Choleski de la matrice \underline{R} :

$$\underline{C} \underline{R} \underline{C}^T = \underline{I} \quad (47)$$

où \underline{C} est triangulaire inférieure ; il existe des polynômes bidimensionnels orthogonaux sur le bicercle unité, associé à la décomposition de \underline{R} ; à partir de (47) et (6) on montre qu'ils ont la forme suivante :

$$A_{p,r}^h(z,w) = \sum_{(i,j) \in E_{p,r}^h} a_{i,j} z^{-i} w^{+j-h}$$

et vérifient la relation d'orthogonalité :

$$\langle A_{p,r}^h(z,w), z^{-s} w^{t-h} \rangle_B = 0 \quad \forall (s,t) \in E_{p,r}^h$$

Les filtres demi-plan asymétriques correspondant à ces 2 types de polynômes sont représentés sur la figure 1 ; ils sont en général différents ; cependant si $r_{s,t} = r_{s,-t}$ pour $(s,t) \in E_{p,r}^h$ les matrices R_i deviennent symétriques et on a alors l'égalité :

$A_{p,r}^h(z,w) = A_{p,r}^h(z,w^{-1})$; cette propriété ne signifie pas que la texture correspondante est isotrope, car il faut avoir $r_{s,t} = r_{(s-t)}$ pour $(s,t) \in E_{p,r}^h$.

VII Application à la modélisation et à la reconnaissance des Textures

La formulation vectorielle a été utilisée pour la reconnaissance des Textures, ainsi que pour la segmentation des images [9] : les paramètres du modèle AR vectoriel sont calculés sur une Texture de référence (ou sur une zone particulière de l'image), et les modèles des autres Textures sont utilisés comme filtres vectoriels inverses pour la classification de la Texture de référence ; cette méthode semble particulièrement bien adaptée à la classification automatique des Textures, et peut apporter une aide importante à la segmentation des images. Nous présentons ici un résultat de modélisation utilisant l'approche vectorielle : une Texture est analysée avec un modèle AR vectoriel d'ordre $(p,r) = (2,3)$; le modèle bidimensionnel déduit du modèle vectoriel précédent $A_{2,3}^0(z,w)$ est ensuite utilisé pour resynthétiser la Texture (fig. 2).

L'algorithme récursif vectoriel proposé conduit à la résolution du problème d'estimation linéaire bidimensionnelle ; mais contrairement au cas monovarié la récursion en p et r , n'est pas unique : l'algorithme vectoriel correspond seulement à un choix particulier parmi les différents polynômes orthogonaux sur le cercle unité ; d'autres récursions peuvent être recherchées, en utilisant par exemple, le Théorème de décomposition des polynômes orthogonaux sur le cercle unité [10].

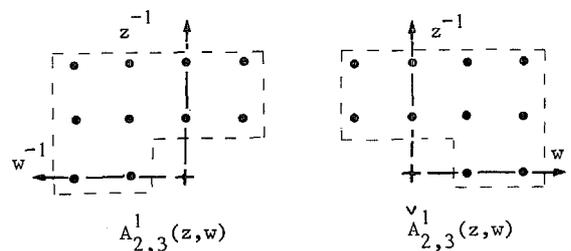


Figure 1 : Exemple de filtres demi-plan asymétriques

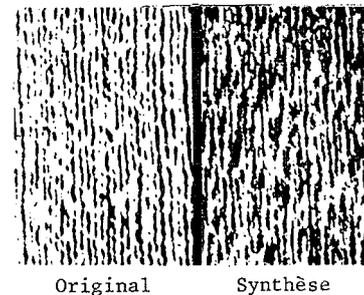


Figure 2 : Analyse et Synthèse Automatiques d'une Texture Naturelle

REFERENCES :

- /1/ M. P. EKSTROM, J. W. WOODS, Two-dimensional spectral factorization with application in recursive digital filtering.
IEEE Trans. on Acoust. Speech, Signal Processing, Vol ASSP-24, pp 115-128, 1976
- /2/ J. H. JUSTICE, A Levinson-Type algorithm for two-dimensional Wiener filtering using bivariate Szegő polynomials,
Proc. of the IEEE, Vol 65, n° 6, June 1977
- /3/ J. P. GAMBOTTO, C. GUEGUEN, "A multidimensional

PROCESSUS BIDIMENSIONNELS ET MODELE AUTOREGRESSIF VECTORIEL ; APPLICATION
A LA MODELISATION DES TEXTURES

TWO-DIMENSIONAL PROCESSES AND AR VECTOR MODEL
APPLICATION TO THE MODELLING OF TEXTURES

filtering approach to pattern recognition with
application to Texture classification and segmen-
tation" Inter. Signal Processing Conférence,
Firenze, 1978

/4/ J. P. GAMBOTTO ; Thèse de Docteur-Ingénieur (à
paraître), "Estimation multidimensionnelle pour
la synthèse et l'analyse des Textures" ENST, 1979

/5/ J. D. MARKEL, A. H. GRAY, "On autocorrelation with
application to speech analysis",
IEEE ou AE, Vol AU-21, n° 2, April 1973

/6/ R. WIGGINS, E. ROBINSON, Recursive solution to the
multichannel filtering problem,
J. Geophys. Res., Vol 70, pp 1885-1891, April 1965

/7/ P. WHITTLE, on the fitting of multivariate autore-
gressions and the approximate canonical factoriza-
tion of the spectral density matrix,
Biometrika, Vol 50, pp 129-134, 1963

/8/ M. MORF, A. VIERA, D. T. LEE, T. KAILATH, Recursive
multichannel maximum entropy method,
1977 Joint Automatic Control Conference, June 22-
23

/9/ J. P. GAMBOTTO, C. GUEGUEN : "A multidimensional
modeling approach to Texture classification and
segmentation",
IEEE Inter. Conference on ASSP - April 1979 -
Washington

/10/ Y. GENIN, Y. KAMP "Two-dimensional stability and
orthogonal polynomials on the hyper cercle" Proc.
of IEEE ; pp 873-882, June 1977.
