

SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

82/1



NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

TRAITEMENT D'ANTENNE EN PRESENCE D'UN SIGNAL
IMPARFAITEMENT COHERENT

Yvon LABASQUE

Société d'Etudes et Conseils AERO - 3avenue de l'Opéra - 75001 PARIS

RESUME

Dans le cas d'un signal imparfaitement cohérent (qu'il s'agisse d'une incohérence liée à la propagation ou aux déformations aléatoires de l'antenne) le traitement classique n'est pas optimal.

On rappelle le principe des différents traitements envisageables ainsi que leur complexité et on donne les rapports signal à bruit correspondants. L'adaptation du traitement au signal permet en général de diviser par un facteur supérieur à 2 les pertes de cohérence exprimées en décibels.

Dans le cas particulier d'une antenne linéaire à espacements constants, on indique un schéma de traitement équivalent qui, par rapport au traitement classique, n'augmente que peu la complexité des opérations lorsqu'on effectue la recherche panoramique d'un signal de direction inconnue.

SUMMARY

With an imperfectly coherent signal (the non-coherence of which may be due either to a diffusion process within the propagation medium or to random deformations of the array) the conventional beam former is no longer optimum.

The principle of the various treatment which can be considered is recalled together with their complexity. The corresponding signal to noise ratio is given.

Matching the processing to the signal generally allows the coherence losses (expressed in dB) to be divided by a factor generally greater than 2.

In the particular case of a linear array with regularly spaced elements, an equivalent treatment is given which does not significantly increase the whole processing complexity when the signal direction is unknown.



TRAITEMENT D'ANTENNE EN PRESENCE D'UN SIGNAL
IMPARFAITEMENT COHERENT

1.- GENERALITES

L'antenne que nous considérons dans la suite est constituée de capteurs ponctuels arbitrairement distribués dans l'espace ; le cas particulier de l'antenne linéaire à espacements constants sera examiné dans le § 3.

Chacun de ces capteurs délivre un signal $x(t)$ fonction du temps qui représente la variation du champ au point correspondant. Dans le cas monochromatique auquel nous limiterons ici, l'observation X_i du i ème capteur représentera l'amplitude et la phase de la composante du signal à la fréquence f choisie. Nous désignerons par X le vecteur colonne des observations.

Le but que l'on se fixe est de réaliser un traitement d'antenne permettant la détection optimale d'un signal noyé dans un bruit. Plus précisément nous avons le choix entre les deux hypothèses suivantes :

- . Hypothèse H_0 (bruit seul) $X = n$
- . Hypothèse H_1 (signal et bruit) $X = M\delta + n$

où M est une matrice carrée de transformation que nous supposons diagonale et qui représente simplement la transformation certaine subie par le signal entre les divers capteurs en raison des différences de marche* pour une direction donnée du signal.

Les vecteurs n et δ sont des variables aléatoires complexes, nous leur connaissons simplement a priori un certain nombre de propriétés statistiques : le bruit est supposé gaussien de valeur moyenne nulle et de matrice de covariance $Q(Q_{ij} = E(n_i n_j^*))$, le signal est supposé de moyenne nulle et de matrice de covariance P (non nécessairement gaussien sauf dans quelques cas que nous précisons). Puisque nous avons introduit la matrice M représentant l'évolution déterministe du signal, la matrice P ne prend plus en compte que les perturbations aléatoires qu'il subit entre les différents capteurs.

2.- TRAITEMENTS ENVISAGEABLES

2.1 Observations dans une direction donnée

Pour déceler dans une observation X la présence éventuelle d'un signal de direction connue, on est amené à élaborer un scalaire y dont on compare ensuite la valeur à un seuil S_d au-delà duquel on considère qu'il y a présence du signal (hypothèse H_1). La valeur du rapport signal à bruit en sortie de ce traitement est par définition :

$$\frac{S}{B} = \frac{E(y/H_1) - E(y/H_0)}{\sqrt{\text{var}(y/H_0)}} = \frac{\text{Contribution du signal à la valeur moyenne de sortie}}{\text{Ecart-type des fluctuations de sortie pour un bruit seul}}$$

* Nous pouvons écrire : $M_{ij} \triangleq M_{ij} = a_j e^{i\phi_{ij}}$ où i désigne le symbole imaginaire et ϕ_{ij} le déphasage qui résulte de la différence de marche entre le capteur et une origine quelconque, et a_j la variation d'amplitude correspondante (dans le cas d'une antenne transparente et d'une source à l'infini, les a_j sont égaux à 1).

Nous allons examiner les principaux traitements que l'on peut envisager pour élaborer y , nous reviendrons dans le paragraphe suivant sur les différents rapports signal à bruit correspondants.

2.1.1 Traitement classique pur [3]

Le schéma du traitement est donné par la figure ci-après :

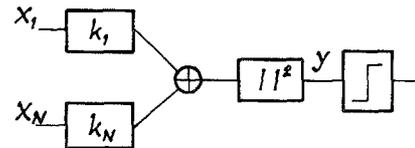


FIGURE 1

Les k_i sont des coefficients de pondération destinés :

. Soit simplement à compenser les différences de marche auquel cas on a $k_j = e^{i\phi_j}$ et l'on peut écrire :

$$(1) \quad y = X^* M U M^* X$$

où M est la matrice précédemment définie et où U désigne la matrice dont tous les termes sont égaux à l'unité*. On parle alors de traitement classique non pondéré.

. Soit à la fois à compenser les différences de marche et à effectuer une certaine pondération a priori visant, par exemple, à réduire le niveau des lobes secondaires. On parle alors de traitement classique pondéré et on écrit :

$$(2) \quad y = X^* p^* M U M^* p X$$

où p est la matrice diagonale des coefficients de pondération proprement dits ($k_j = p_j e^{i\phi_j}$).

2.1.2 Traitement optimal

On peut montrer qu'avec la structure de traitement de la figure 2, le meilleur traitement que l'on puisse effectuer (meilleur étant pris ici au sens de la maximisation du rapport signal à bruit tel qu'il a été défini précédemment) correspond au cas où les p_i sont les composantes du vecteur propre associé à la plus grande des valeurs propres de $Q^{-1}P$ [2].

Mais plus généralement lorsque l'on cherche le traitement quadratique (c'est-à-dire de la forme ./. . .

* On pourrait également écrire y sous la forme :

$$y = |KX|^2 = X^* K^* K X$$

où K désigne la matrice ligne des k_i ; mais les expressions (1) et (2) ont été préférées car elles font intervenir des notations que nous retrouverons plus loin.

TRAITEMENT D'ANTENNE EN PRESENCE D'UN SIGNAL IMPARFAITEMENT COHERENT

$y = X^* K K^* X$ qui maximise le rapport signal à bruit*, on est conduit à $K^* = A^* M^* Q^{-1}$, la matrice $A(N, m)$ étant telle que $AA^* = P$.

On forme donc dans le cas du traitement optimal :

$$(3) y = X^* Q^{-1} M A A^* M^* Q^{-1} X = X^* Q^{-1} M P M^* Q^{-1} X$$

ou encore :

$$y = |A^* M^* Q^{-1} X|^2$$

La valeur (3), optimale pour un traitement quadratique, reste optimale pour des hypothèses et des critères qui peuvent être différents ([1] et [4]); en particulier dans l'hypothèse d'un signal gaussien faible devant le bruit, la valeur de y ainsi obtenue représente le rapport de vraisemblance de l'observation X (ou plus exactement son logarithme) :

$$y = \log(L(X)) = \log \frac{p(X/H_1)}{p(X/H_0)}$$

$p(X/H_i)$ désignant la vraisemblance de l'observation X dans l'hypothèse H_i . Dire qu'il y a présence de signal pour y supérieur à un seuil S_d équivaut à dire qu'il y a signal dès que la vraisemblance de X dans l'hypothèse signal présent devient supérieure à e^{S_d} fois la vraisemblance de X dans l'hypothèse signal absent.

Le traitement optimal obtenu est schématisé sur la figure suivante :

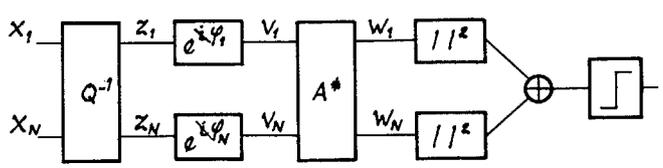


FIGURE 2

Le traitement peut se décomposer de la manière suivante :

1. Inversion du bruit de fond

$$Z = Q^{-1} X$$

Toute l'influence du bruit se retrouve ici, le traitement ultérieur (phases 2, 3, 4, 5) ne dépend plus du bruit et correspond au traitement adapté en présence du bruit blanc (voir plus loin).

2. Compensation des différences de marche

$$V = M^* Z$$

* Il faut remarquer que l'on peut choisir d'optimiser d'autres critères comme, par exemple, la sensibilité aux variations du signal ou du bruit ([2])

** Si le signal n'est pas faible devant le bruit, on doit former plus généralement

$$y = X^* Q^{-1} M P M^* (Q + M P M^*)^{-1} X$$

3. Pondération

$$W = A^* V$$

4. Calcul du module

$$y = |W|^2 = W^* W$$

5. Comparaison à un seuil

Ces opérations peuvent également être considérées comme regroupées et l'expression (3) précédente peut encore s'écrire :

$$(4) y = W^* W = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (Z_i^* Z_j P_{ij} e^{j(\phi_j - \phi_i)})$$

ou :

$$(5) y = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N [X_i^* X_j (\sum_{k=1}^m P_{kj} P_{ki}^*)]$$

avec :

$$(6) P_{ij} = \sum_{k=1}^m A_{ik}^* M_{kk}^* (Q^{-1})_{kj}$$

Par rapport au traitement classique, le traitement optimal présente une complexité accrue puisqu'il nécessite le calcul, non plus de N mais de Nm coefficients de pondération dont la détermination nécessite en particulier l'inversion de la matrice Q .

2.1.3 Traitement adapté au bruit

On ne cherche alors qu'à s'adapter au bruit le mieux possible et l'expression (3) devient :

$$(7) y = X^* Q^{-1} M U M^* Q^{-1} X$$

Ce traitement est représenté sur la figure suivante :

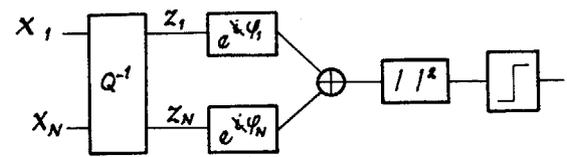


FIGURE 3

Le traitement appliqué à Z est le traitement classique, le traitement effectué ne s'en distingue donc que par l'application de Q^{-1} au vecteur des observations, ceci pour tenir compte des propriétés de corrélation du bruit entre les capteurs. La complexité est ici réduite d'un facteur m par rapport



TRAITEMENT D'ANTENNE EN PRESENCE D'UN SIGNAL IMPARFAITEMENT COHERENT

au cas général mais l'inversion de la matrice Q est toujours nécessaire. Des procédures adaptatives ont été réalisées à partir de ce schéma qui visent à conserver le caractère d'optimalité dans un environnement évolutif (cf 5.7).

Les expressions (4), (5) et (6) précédentes deviennent :

$$y = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N z_i^* z_j e^{i(\varphi_j - \varphi_i)} = \left| \sum_{i=1}^N z_i e^{i\varphi_i} \right|^2$$

$$y = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i^* x_j \mathcal{P}_{ij}^* \mathcal{P}_{ij} = \left| \sum_{i=1}^N x_i \mathcal{P}_{ij} \right|^2$$

$$\mathcal{P}_{ij} = \sum_{k=1}^N A_{ik}^* M_{kk}^* [Q^{-1}]_{kj}$$

$$\mathcal{P}_{ij} = 0 \quad \forall i \neq j$$

Ce traitement devient bien entendu optimal dans le cas d'un signal parfaitement cohérent ; on peut vérifier que lorsque tous les termes de la matrice sont égaux à δ^2 (énergie moyenne du signal) les expressions (3) et (7) deviennent identiques à une constante près, la matrice A est une matrice colonne ($m=1$) dont tous les termes sont égaux à δ .

2.1.4 Traitement adapté au signal seul

On ne cherche alors qu'à s'adapter au signal le mieux possible et le résultat du traitement est :

$$(8) \quad y = X^* MPM^* X$$

Ce traitement est représenté sur la figure suivante :

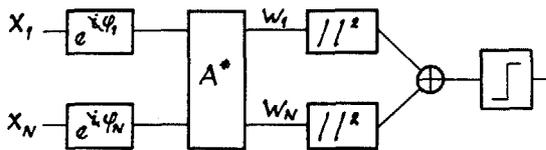


FIGURE 4

Bien que leur détermination soit simplifiée et ne nécessite plus l'inversion de la matrice Q , l'on doit toujours calculer Nm coefficients de pondération donnés par :

$$\mathcal{P}_{ij} = A_{ij}^* M_j^* = e^{i\varphi_j} A_{ij}^*$$

Ce traitement devient, bien entendu, optimal lorsque le bruit est parfaitement incohérent (ou spatialement blanc) ; on peut vérifier que lorsque la matrice Q est égale à $b^2 I$ où b^2 désigne l'énergie moyenne du bruit et I la matrice identité, il y a identité (à une constante près) entre les expressions (3) et (8).

On peut chercher à améliorer les performances du traitement précédent : sans chercher à s'adapter parfaitement au bruit auquel cas on retombe sur le traitement optimal déjà vu, on effectue une pondération a priori visant, par exemple, à réduire les lobes secondaires. Le traitement se résume alors par la formule :

$$(9) \quad y = X^* \mu^* MPM^* \mu X$$

où μ est la matrice diagonale des coefficients de pondération ; le schéma précédent n'est pas modifié structurellement. Dans la suite nous retiendrons la formulation (9), (8) correspondant au cas particulier où $\mu = I$.

2.1.5 Rapport signal à bruit après traitement

On peut montrer que si :

$$y = X^* K K^* X$$

alors :

$$(10) \quad E(y) = \text{Trace} [K^* V K] = \text{Trace} [K K^* V]$$

$$(11) \quad \text{Var.}(y) = [\sigma(y)^2] = 2 \text{Trace} [(K K^* V)^2]$$

où V désigne la matrice de covariance de X :

$$V = E(X X^*)$$

Le facteur 2 qui apparaît ici et que nous retrouverons dans la suite correspond au cas où X est complexe, dans le cas d'observations réelles, on aurait simplement (cf 1.7, p. 23-30) $\text{Var.}(y) = \text{Trace} [(K K^* V)^2]$ et le facteur 2 disparaîtrait dans tout ce qui va suivre.

Compte tenu des expressions (10) et (11), nous allons examiner ce que devient le rapport signal à bruit après traitement qui a été défini précédemment :

$$\frac{S}{B} = \frac{E(y/H_1) - E(y/H_0)}{\sqrt{\text{Var.}(y/H_0)}}$$

Les résultats sont donnés, pour diverses hypothèses, par le tableau suivant dans les cas :

du traitement classique non pondéré pour lequel on a :

$$y = X^* MUM^* X$$

et donc :

$$E(y/H_0) = \text{Trace} (MUM^* Q)$$

$$E(y/H_1) = \text{Trace} [MUM^* (Q + MPM^*)]$$

$$\text{Var.}(y/H_0) = 2 \text{Trace} [(MUM^* Q)^2]$$

du traitement classique pondéré pour lequel on a :

$$y = X^* \mu^* MUM^* \mu X$$



TRAITEMENT D'ANTENNE EN PRESENCE D'UN SIGNAL
IMPARFAITEMENT COHERENT

et donc :

$$E(y/H_0) = \text{Trace} (\mu^* MUM^* \mu Q)$$

$$E(y/H_1) = \text{Trace} [\mu^* MUM^* \mu (Q + MPM^*)]$$

$$\text{Var.}(y/H_0) = 2 \text{Trace} [(\mu^* MUM^* \mu Q)^2]$$

. du traitement adapté au bruit mais non au signal pour lequel on a :

$$y = X^* Q^{-1} MUM^* Q^{-1} X$$

et donc :

$$E(y/H_0) = \text{Trace} [Q^{-1} MUM^*]$$

$$E(y/H_1) = \text{Trace} [Q^{-1} MUM^* Q^{-1} (Q + MPM^*)]$$

$$\text{Var.}(y/H_0) = \text{Trace} [(Q^{-1} MUM^*)^2]$$

. du traitement adapté au signal mais non au bruit pour lequel on a :

$$y = X^* \mu^* MPM^* \mu X$$

et donc :

$$E(y/H_0) = \text{Trace} [\mu^* MPM^* \mu Q]$$

$$E(y/H_1) = \text{Trace} [\mu^* MPM^* \mu (Q + MPM^*)]$$

$$\text{Var.}(y/H_0) = \text{Trace} [(\mu^* MPM^* \mu Q)^2]$$

. du traitement optimal pour lequel on a :

$$y = X^* Q^{-1} MPM^* Q^{-1} X$$

et donc :

$$E(y/H_0) = \text{Trace} [Q^{-1} MPM^*]$$

$$E(y/H_1) = \text{Trace} [Q^{-1} MPM^* (Q + MPM^*)]$$

$$\text{Var.}(y/H_0) = \text{Trace} [(Q^{-1} MPM^*)^2]$$

Les principales conclusions qui se dégagent du tableau de résultats sont les suivantes :

Dans le cas du traitement classique (pondéré ou non) le rapport signal à bruit peut se décomposer en un produit de termes :

$$\frac{S}{B} = \frac{\text{Trace}(\mu^* P \mu U)}{\sqrt{2 \text{Trace} [M^* \mu Q \mu^* M U]^2}}$$

$$= \frac{\delta^2 \text{Trace}(\mu U) \text{Trace}(\mu^* U)}{b^2 \sqrt{2 \text{Trace} [M^* \mu Q \mu^* M U]^2}} \times \frac{1}{\delta^2 \text{Trace}(\mu U) \text{Trace}(\mu^* U)}$$

Le premier terme représente le rapport signal à bruit énergétique à l'entrée.

Le deuxième terme qui ne dépend pas de P représente le gain de l'antenne en présence du bruit Q dans l'hypothèse d'un signal parfaitement cohérent ($P = \delta^2 U$). (Le terme b^2 disparaît si la matrice Q est normalisée).

Le troisième terme qui ne dépend pas de Q représente le facteur de dégradation F_D , tel qu'il a été défini dans la conférence précédente présentée par R. LAVAL. Il a pour expression, si on explicite les traces :

$$F_D = \frac{1}{\delta^2} \frac{\sum \sum \mu_i \mu_j^* P_{ij}}{\sum \sum \mu_i \mu_j^*}$$

Si la pondération est uniforme :

$$F_D = \frac{1}{\delta^2} \frac{\sum \sum P_{ij}}{N^2}$$

Le terme $\frac{1}{\delta^2}$ disparaît si la matrice P_{ij} est normalisée.

La décomposition reste possible quand le traitement est adapté au bruit mais non au signal. Dans ce cas, les coefficients μ_i sont déterminés de façon à maximiser le deuxième terme G .

Dans le cas du traitement adapté au signal seul ou du traitement optimal l'expression n'est plus séparable en termes dépendant seulement de P ou de Q .

Toutefois, dans le cas particulier d'un bruit non corrélé ($Q = b^2 I$) elle peut se mettre sous la forme (dans le cas d'une antenne pondérée) :

$$\begin{aligned} \frac{S}{B} &= \frac{1}{b^2} \frac{\text{Trace}(\mu^* P \mu P)}{\sqrt{2 \text{Trace} P^2}} \\ &= \frac{\delta^2 \text{Trace} \mu U \cdot \text{Trace} \mu^* U}{b^2 \sqrt{2 \text{Trace} [(\mu \mu^* U)^2]}} \times \frac{1}{\delta^2 \text{Trace} \mu^* U \cdot \text{Trace} \mu U \sqrt{\text{Trace} P^2}} \end{aligned}$$

Le deuxième terme représente le gain de l'antenne en présence d'un bruit non corrélé (spatialement blanc). Le troisième terme représente le facteur de dégradation résiduel lié à l'incohérence du signal lorsque le traitement est adapté au signal. On peut expliciter ce facteur de dégradation. Il prend une forme très simple dans le cas d'une pondération uniforme :

$$(F_D)_{\text{adapté}} = \frac{1}{\delta^2} \frac{\sqrt{\sum \sum [P_{ij}]^2}}{N}$$

TRAITEMENT D'ANTENNE EN PRESENCE D'UN SIGNAL IMPARFAITEMENT COHERENT

Dans le cas où les coefficients P_{ij} sont tous réels, positifs, inférieurs à 1 (ce qui est le cas dans tous les exemples traités dans la conférence précédente) les facteurs de dégradation précédents respecteront l'inégalité :

$$(F_D)_{\text{adapté}} < \sqrt{F_D}$$

Si l'on exprime F_D sur une échelle logarithmique (en dB) on pourra donc conclure que dans le cadre des hypothèses ci-dessus l'adaptation du traitement au signal permet de réduire le facteur de dégradation (exprimé en décibels) d'un facteur supérieur à deux.

2.2 Signal de direction inconnue

Nous cherchons toujours à détecter la présence éventuelle d'une source mais la direction de celle-ci est inconnue. On est alors amené à échantillonner l'espace par un certain nombre de directions θ_l et à appliquer pour chacune d'entre elles l'un des traitements décrits précédemment. La valeur de M variera d'une direction à l'autre et la fixation des seuils S_l variera en conséquence afin d'assurer une compatibilité de performances entre les différentes directions. A titre d'exemple on donne ci-dessous le schéma correspondant au traitement optimal.

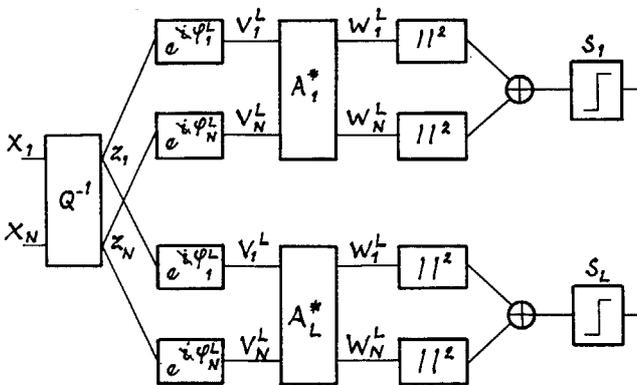


FIGURE 5

Il nécessite la détermination de $N \times M \times L$ coefficients de pondération contrairement au traitement classique qui n'en requiert que $N \times L$. En réalité, des simplifications sont possibles si l'on choisit convenablement les directions élémentaires, nous nous limiterons pour leur étude au cas particulier d'une antenne linéaire à espacements constants qui sera seule envisagée dans la suite.

3.- ANTENNE LINEAIRE A ESPACEMENTS CONSTANTS

Les matrices P et Q ne sont alors plus simplement hermitiennes et positives, mais deviennent des matrices de TOEPLITZ, c'est-à-dire que P_{ij} et Q_{ij}

ne dépendent que de $j-i$; les termes d'une même "bande" sont égaux entre eux* et l'on peut écrire :

$$P_{ij} = P_{j-i} = G_s [\theta_s, \delta l]_{\delta l = (j-i) \delta x}$$

$$Q_{ij} = Q_{(j-i)} = G_B [\delta l]_{\delta l = (j-i) \delta x}$$

où :

G_s et G_B désignent respectivement les fonctions de cohérence du signal et du bruit.

δx l'intervalle élémentaire entre deux capteurs.

θ_s l'angle entre la normale à l'antenne et la direction d'arrivée du signal.

On montre qu'on peut alors décomposer P (ou Q) sous la forme :

$$P = F \alpha F^*$$

où :

F est une matrice $(N, 2N-1)$ dont le terme élémentaire est donné par :

$$F_{jl} = e^{\frac{2\pi i j l}{2N-1}} \quad (\Rightarrow F_{lj}^* = e^{-\frac{2\pi i l j}{2N-1}})$$

α est une matrice diagonale $(2N-1, 2N-1)$ telle que :

$$\alpha_k \triangleq \alpha_{kk} = \frac{1}{2N-1} \sum_{j=i-(N-1)}^{N-1} P_{j-i} e^{\frac{2\pi i (j-l) k}{2N-1}}$$

La suite des α_k constitue la transformée de FOURIER discrète (TFD) inverse de la suite des P_n .

Le rapport de vraisemblance précédent (3) s'écrit donc :

$$y = U^* \alpha U = \sum_{k=1}^{2N-1} \alpha_k |U_k|^2$$

avec :

$$U = F^* M^* Q^{-1} X = F^* M^* \tilde{y}$$

* Il faut signaler que Q^{-1} n'est pas de TOEPLITZ bien que Q le soit ; ceci n'est qu'une propriété asymptotique qui tend à se vérifier quand N devient grand. L'inversion d'une matrice de TOEPLITZ est cependant particulièrement simple puisque le nombre d'opérations nécessaires est proportionnel à N^3 et non à N^4 comme dans le cas général (L^4).



TRAITEMENT D'ANTENNE EN PRESENCE D'UN SIGNAL
IMPARFAITEMENT COHERENT

ou encore :

$$U_k = \sum_{j=1}^N z_j e^{-\frac{2\pi i j k}{2N-1}} e^{-i k \varphi_j}$$

$$= \sum_{j=1}^N z_j e^{-\frac{2\pi i j}{2N-1} \left(k - (2N-1) \frac{\delta x}{\lambda} \sin \theta \right)}$$

La suite des U_l peut être considérée comme la transformée de FOURIER, suréchantillonnée de la suite des $z_j e^{2\pi i j \left(\frac{\delta x}{\lambda} \right) \sin \theta}$.

Si nous considérons à présent que l'on examine un nombre L de directions θ_l , on peut écrire pour chacune d'elles :

$$(12) \quad y_l = U_l^* \alpha_l U_l = \sum_{k=1}^{2N-1} \alpha_{lk} |U_{lk}|^2$$

avec toujours $U_l = F^* M_l^* z$

$$\Rightarrow U_{lk} = \sum_{j=1}^N z_j e^{-\frac{2\pi i j}{2N-1} \left[k - (2N-1) \frac{\delta x}{\lambda} \sin \theta_l \right]}$$

On voit qu'en choisissant un nombre L de directions égal à $2N-1$ et en répartissant régulièrement ces directions dans l'espace des $\sin \theta_l$ suivant la relation * :

$$(13) \quad \frac{\delta x}{\lambda} \sin \theta_l = \frac{l}{2N-1}$$

les U_{lk} prennent la forme :

$$U_{lk} = \sum_{j=1}^N z_j e^{-2\pi i j \frac{k-l}{2N-1}}$$

qui ne dépend que de $k-l$; finalement dans l'ensemble des U_{lk} seuls $2N-1$ d'entre eux ont des valeurs différentes (nous choisirons ceux dont l'indice va de $-(N-1)$ à $(N-1)$) et l'on peut noter :

$$(14) \quad U_m = \sum_{j=1}^N z_j e^{-\frac{2\pi i j m}{2N-1}}$$

La suite des U_m est la transformée de FOURIER discrète (suréchantillonnée) de la suite des z_j .

L'expression (12) précédente peut également s'écrire :

$$(15) \quad y_l = \sum_{m=-(N-1)}^{+N-1} \alpha_{l, l+m} |U_m|^2$$

* Seules les valeurs de l pour lesquelles $\sin \theta_l$ est compris entre -1 et $+1$ correspondront à des directions réelles, leur nombre β variera en fonction de la valeur de $\frac{\delta x}{\lambda}$.

La série des $\alpha_{l,i}$ étant elle-même considérée comme périodique en i : $\alpha_{l,i} = \alpha_{l, 2N-1-i}$

La série des $|U_m|^2$ représente donc l'énergie à la sortie de $2N-1$ lobes de directivité qui sont pointés dans les directions θ_l données par l'équation (13) précédente ; chacun de ces lobes de directivité est formé à partir des composantes du vecteur z_j dans ces mêmes directions.

Le schéma du traitement pour une direction est le suivant :

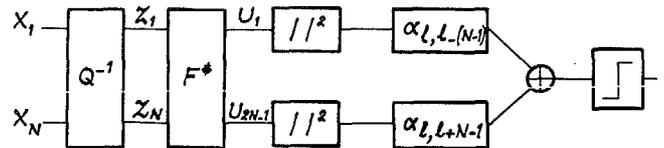


FIGURE 7

L'intérêt de ce schéma est que jusqu'à la constitution des $|U_i|^2$ le traitement est identique pour les différentes directions, on a reporté au niveau des α la dépendance angulaire résultant des propriétés de cohérence du signal. Ceci est d'autant plus intéressant que dans la réalité les $\alpha_{l, l+m}$ varient plus rapidement en fonction de $l+m$ qu'en fonction de l , l'expression (15) sera pratiquement une convolution ; de plus, la largeur effective de la fonction de diffusion angulaire du signal se réduit en fait à un domaine angulaire étroit autour de la direction de la source et il ne sera nécessaire de prendre en compte que les quelques lobes directifs qui entourent la direction θ_l . Autrement dit, les valeurs de $\alpha_{l, l+m}$ seront pratiquement nulles dès que $l+m$ s'écartera notablement de 0 (modulo $2N$) ; et pour une direction donnée on n'utilisera pas les $2N-1$ lobes de directivité mais seulement quelques uns dans la direction de la source et dans son voisinage immédiat.

La recherche d'un signal de direction inconnue se ramène donc à la série d'opérations suivantes :

1. Inversion du bruit de fond.
2. Formation de voies directives.
3. Convolution dans le domaine angulaire entre les énergies délivrées par les voies directives et la fonction de diffusion angulaire du signal.

Si le signal était parfaitement cohérent la suite des $\alpha_{l, l+m}$ se réduirait à $\alpha_{l, 0} = 1$ (fonction de Dirac) et le traitement se réduirait aux deux premières opérations.

Dans le cas d'une antenne linéaire à espacements constants, le fait de prendre en compte la non-cohérence du signal n'augmente donc pas de façon significative la complexité du traitement. D'autre part, nous avons vu que l'adaptation du traitement au signal permettrait en général de diviser par un facteur supérieur à deux les pertes de cohérence exprimées en décibels.



TRAITEMENT D'ANTENNE EN PRESENCE D'UN SIGNAL
IMPARFAITEMENT COHERENT

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] COX (H.). Interrelated Problems in Estimation and Detection, Parts I et II. Signal Processing with Emphasis on Underwater Acoustics. Nato Advanced Study Institute. ENSCHEDE, 1968, v. II, pp. 23-1 à 23-64.
- [2] COX (H.). Sensitivity Considerations in Adaptive Beamforming. Signal Processing, NATO Advanced Study Institute, Academic Press, 1973, pp. 619 à 645.
- [3] COX (H.). Line Array Performance when the Signal Coherence is Spatially Dependent. The Journal of the Acoustical Society of America, V. 54, N° 6, 1973, pp. 1 743 à 1 746.
- [4] GUEGUEN (C.). Modélisation et Identification des signaux et systèmes. Cours présenté à l'Ecole d'Eté du Trégor sur le traitement du signal pour les transmissions. IUT de Lannion 4 au 21.7.77, 185 p.
- [5] MERMOZ (H.). Essai de synthèse sur les antennes de détection optimales et adaptatives. Annales des Télécommunications, Mai-Juin 1973, V. 28, n° 5-6, pp. 244-254.
-