

SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

CARACTERISATION PAR ANALYSE INTERSPECTRALE DU CHAMP D'ONDES REÇU SUR UN RÉSEAU DE CAPTEURS - APPLICATIONS

J.L. LACOUME, B. BOUTHEMY, F. GLANGEAUD, C. LATOMBE
A. SILVENT.

CEPHAG (Equipe de Recherche Associée au CNRS), B.P. 46, 38402 ST. MARTIN D'HERES CEDEX

RESUME

L'analyse du champ d'ondes reçu sur un réseau de capteurs ne peut se faire sans introduire des hypothèses sur les sources et sur le milieu de propagation. L'utilisation de la matrice interspectrale permet de tester ces hypothèses.

Dans notre modèle, le milieu est supposé stationnaire et linéaire et les sources, considérées comme des excitations aléatoires indépendantes. Dans ces conditions, le nombre de valeurs propres non nulles de la matrice interspectrale donne le nombre de sources.

Dans le cas d'une seule source, la fonction de transfert entre capteurs est donnée par le vecteur propre associé à la valeur propre non nulle de la matrice interspectrale.

En présence de plusieurs sources, la matrice interspectrale ne suffit pas pour donner une description complète des sources et du milieu. Il est alors nécessaire de faire des hypothèses: la plus courante étant l'hypothèse "ondes planes". Nous montrons comment, dans des situations déterminées, des hypothèses moins restrictives peuvent être faites.

Enfin, la procédure ainsi établie :

- 1/ Test du nombre de sources ;*
- 2/ Caractérisation des sources et du milieu,*

est mise en oeuvre dans une application à des signaux acoustiques sous-marins et à des ondes électromagnétiques se propageant dans l'environnement de la terre.

SUMMARY

Analysis of the wave-field received on an array cannot be performed without hypotheses on the sources and on the channel. Using the spectral matrix enables us to test these hypotheses.

In our model, the channel is supposed linear and stationary and the sources are considered as random independent excitations. Under these conditions the number of eigenvalues different from zero of the spectral matrix gives the number of sources.

In the case of a single source, the transfert function between receivers is given by the eigenvector associated with the non-null eigenvalue of the spectral matrix.

In the case of several sources, the spectral matrix alone cannot describe completely the sources and the channel. Then it is compulsory to assume some hypotheses, the most commonly used is that of "plane waves". We show how, in some specific situations, we can assume less restrictive hypotheses.

Lastly, the following procedure :

- 1/ Test of the number of sources*
- 2/ characterization of the sources and of the channel*

is used in applications to sub-marine acoustical signals and to electro-magnetic waves propagating in the terrestrial environment.



1. INTRODUCTION.

L'objet de ce travail est de présenter et de mettre en oeuvre une méthode de caractérisation du champ d'ondes reçu sur un réseau de capteurs.

Ce problème peut être abordé de plusieurs façons, selon le type de description du champ d'onde. Celui-ci peut être une distribution continue de sources et le champ reçu par chaque capteur résulte de la somme continue des excitations élémentaires, on peut aussi décrire le champ de sources par un nombre discret fini d'excitations élémentaires. Le choix entre ces deux approches résulte de connaissances a priori sur le phénomène étudié. On peut considérer l'approche discrète comme une approximation imposée par le nombre fini de données et la complexité limitée du traitement mis en oeuvre.

Dans les études de champ d'ondes, les deux approches ont été utilisées. Ainsi [1] ont adopté un champ de sources continu. De nombreux autres auteurs [2][3][4][5] ont présenté des études s'appuyant sur l'hypothèse d'une seule source présente. Des modèles discrets à plusieurs sources ont également été présentés [6][7]. Dans toutes ces études les auteurs sont conduits à adopter un modèle de propagation et à postuler une forme particulière pour les excitations élémentaires issues des sources. Généralement les excitations élémentaires sont représentées par des ondes planes. Cette hypothèse très restrictive a été discutée [8] et l'auteur propose un modèle de propagation paramétrique dont les paramètres sont déterminés à partir des données. Enfin, ces études supposent que les sources soient aléatoires et stationnaires et utilisent comme moyen de mesure la matrice interspectrale, présentée parfois comme une matrice de corrélation à bande étroite. Ceci conduit à se poser le problème de la définition de l'estimateur de la matrice interspectrale et de la prévision de l'estimation de cette matrice [9].

Lorsque l'on adopte le modèle discret à P sources et N capteurs en y ajoutant l'hypothèse (généralement admise) de linéarité, le problème traité se ramène à l'identification d'un système linéaire à P entrées et N sorties. Vu sous cet angle, le problème étudié rejoint les études d'analyse de dépendances développées par les probabilistes ou l'identification des systèmes multivariés des automaticiens. Cette approche a été abordée par de très nombreux auteurs qui ont mis en évidence l'importance, dans le cas stationnaire, de la matrice interspectrale [10]. Parallèlement, tout l'arsenal des méthodes d'identification peut être mis en oeuvre. Les méthodes autorégressives multivariées [11] sont à notre connaissance le premier résultat

important de cette convergence dont toutes les particularités n'ont pas encore été exploitées.

Enfin, un vaste champ d'exploration reste ouvert lorsque l'on abandonne l'hypothèse de stationnarité temporelle.

Dans notre travail, nous adoptons un modèle de propagation linéaire et stationnaire et nous postulons un nombre discret fini de sources auquel s'ajoute éventuellement un terme dont les composantes sur les capteurs sont décorrélés et de même puissance (bruit spatialement blanc). Nous ne faisons pas a priori d'hypothèse sur la forme des excitations élémentaires (hypothèse ondes planes). Nous montrerons que, dans ces conditions, la matrice interspectrale permet :

- de contrôler le nombre de sources ;
- au prix de certaines hypothèses, de caractériser les sources.

Notre objectif est, après avoir présenté la méthode utilisée, de montrer ses possibilités sur deux exemples empruntés à l'acoustique sous-marine et à la propagation des ondes électromagnétiques dans l'environnement de la terre.

2. MODELE.

Le problème pratique que nous traitons est celui de la caractérisation d'un champ de sources à partir des signaux enregistrés sur un réseau de capteurs. La dimension limitée de l'antenne ainsi réalisée et le caractère ponctuel (échantillonnage spatial) des mesures font qu'il existe une infinité de solutions possibles compatibles avec les mesures. Nous devons donc introduire un modèle caractérisé par un nombre limité de paramètres et rendant compte au mieux des propriétés du système étudié. Ce modèle doit cependant garder la plus grande généralité possible, afin de pouvoir décrire la situation réelle.

Nous adoptons un *modèle de propagation linéaire et stationnaire* que l'on peut représenter par un système linéaire et stationnaire à P entrées (les sources) et à N sorties (les signaux enregistrés sur les capteurs). L'hypothèse de linéarité est nécessaire et fondamentale : son abandon rend invalide la méthode de mesure fondée sur l'utilisation de la matrice interspectrale. La stationnarité peut être partielle. Envisageons le cas simple d'une seule source et d'un seul capteur. Le signal émis par la source est une fonction aléatoire $\xi(t)$ et le signal reçu $\zeta(t)$; l'hypothèse de linéarité et de stationnarité entraîne que :

$$\mathcal{Q}(t) = \mathcal{F}\{\mathcal{Z}(t)\}$$

\mathcal{F} : filtre de réponse impulsionnelle $h(t)$; de gain complexe $G(v)$.

PAPOULIS a montré [12] que l'on peut estimer $G(v)$ à partir de la densité spectrale de puissance d'interaction (d.s.p.i.) de $\mathcal{Q}(t)$ et $\mathcal{P}(t)$ même si $\mathcal{Z}(t)$ est non stationnaire, à condition que le filtre \mathcal{F} soit lui-même invariable dans le temps. Nous pouvons donc nous limiter à une hypothèse de stationnarité portant uniquement sur le canal de transmission, mais nous n'imposons pas cette hypothèse aux signaux émis par les sources.

Enfin, les signaux émis par les sources sont des fonctions aléatoires statistiquement indépendantes (cette hypothèse peut aussi être considérée comme une définition des sources).

En appelant $s_i^j(t)$ le signal reçu par le capteur i et issu de la source j , les hypothèses faites conduisent, pour le signal $X_i(t)$ reçu par le capteur i à :

$$X_i(t) = \sum_{j=1}^p s_i^j(t)$$

où les fonctions $s_i^j(t)$ sont des fonctions aléatoires indépendantes.

3. METHODE DE TRAITEMENT.

La fonction d'intercorrrelation entre les signaux reçus aux capteurs j et k est :

$$C_{jk}(\tau) = E\{X_j(t)X_k(t-\tau)\} = \sum_{i=1}^p C_{ijk}^i(\tau) + N_o \delta_{jk}(\tau)$$

avec $C_{ijk}^i(\tau) = E\{r_j^i(t)r_k^i(t-\tau)\}$: intercorrrelation des signaux reçus par les capteurs j et k et émis par la source i et où $N_o \delta_{jk}(\tau)$ est un bruit blanc.

La matrice interspectrale $\underline{\Gamma}(v)$ est la matrice des T.F. de $C_{jk}(\tau)$:

$$\Gamma_{jk}(v) = T.F\{C_{jk}(\tau)\} = T.F.\left\{\sum_{i=1}^p C_{ijk}^i(\tau) + N_o \delta_{jk}(\tau)\right\}$$

Comme les sources émettent des signaux statistiquement indépendants.

$$\Gamma_{jk}(v) = \sum_{i=1}^p T.F\{C_{ijk}^i(\tau)\} + N_o \cdot \underline{I}_N$$

La matrice $T.F.\{C_{ijk}^i(\tau)\} = \Gamma_{ijk}^i(v)$ est la matrice interspectrale d'ordre N et de rang 1, qui serait obtenue en utilisant les corrélations entre capteurs dues à la seule source i et elle peut s'écrire $S_i(v) \cdot \tilde{S}_i(v)$,

où $S_i(v)$ est la matrice colonne associée à un vecteur $\vec{S}_i(v)$. Ce vecteur $\vec{S}_i(v)$ est appelé "vecteur source" et ne peut être déterminé qu'à une phase près [8]. D'où :

$$\underline{\Gamma}(v) = \sum_{i=1}^p S_i(v) \cdot \tilde{S}_i(v) + N_o \cdot \underline{I}$$

3.1 Détermination du nombre de sources.

La matrice $\underline{\Gamma}(v)$ est définie non négative et hermitienne donc son rang est égal au nombre de ses valeurs propres non nulles.

S'il existe n sources statistiquement indépendantes, $\underline{\Gamma}(v)$ s'écrit :

$$\underline{\Gamma}(v) = \sum_{i=1}^p S_i(v) \tilde{S}_i(v) + N_o \cdot \underline{I}$$

et donc, si le bruit blanc est négligeable, $rg(\underline{\Gamma}(v)) \leq p$

Si les sources sont linéairement indépendantes (l'espace engendré par les \vec{S}_i est de dimension p) la matrice $\underline{\Gamma}(v)$ ne peut être de rang inférieur à p , car il existerait une relation linéaire entre les \vec{S}_i .

Réciproquement, si nous avons une matrice hermitienne $\underline{\Gamma}(v)$ de rang p , elle peut s'écrire d'une infinité de manières :

$$\underline{\Gamma}(v) = \sum_{i=1}^p \alpha_i u_i \tilde{u}_i$$

et en particulier, si \vec{v}_i sont les vecteurs propres associés aux valeurs propres λ_i ,

$$\underline{\Gamma}(v) = \sum_{i=1}^p \lambda_i v_i \tilde{v}_i$$

Nous dirons qu'il existe p "vecteurs sources" réelles ou virtuelles linéairement indépendantes dans le sous-espace engendré par les \vec{v}_i et nous chercherons à les caractériser.

En pratique, la matrice $\underline{\Gamma}(v)$ est une matrice estimée et aucune valeur propre n'est réellement nulle. Cependant, afin de déterminer le nombre de sources, nous calculerons les valeurs propres de $\underline{\Gamma}(v)$ et nous nous fixerons un seuil au dessous duquel les valeurs propres seront considérées comme nulles. Les problèmes posés par l'estimation de la matrice interspectrale ont été étudiés dans [9].

3.2 Identification des sources.

3.21 Cas d'une seule source.

Lorsque la matrice interspectrale est de rang 1 et n'admet qu'une seule valeur propre significativement différente de zéro :



$$\Gamma(v) = \lambda_1 v_1 \cdot \tilde{v}_1 = S_1(v) \cdot \tilde{S}_1(v)$$

où $S_1(v)$ est la matrice colonne associée au vecteur source $\vec{S}_1(v)$. En introduisant l'amplitude complexe $A_1(v)$ de la source et son vecteur directeur normé $\vec{s}_1(v)$

$$\Gamma(v) = E\{|A_1(v)|^2\} \cdot s_1 \cdot \tilde{s}_1 = \lambda_1 v_1 \cdot \tilde{v}_1$$

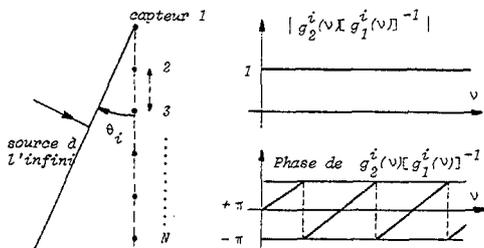
$\lambda_1(v) = E\{|A_1(v)|^2\}$ caractérise la densité spectrale de puissance du signal émis par la source unique, tandis que

$$\vec{s}_1(v) = \begin{pmatrix} g_1^1(v) \\ 1 \\ g_2^1(v) \\ \vdots \\ 1 \\ g_N^1(v) \end{pmatrix}$$

où les fonctions $g_k^1(v)$ sont telles que

$g_l^1(v) [g_k^1(v)]^{-1}$ représente la fonction de transfert entre les capteurs k et l .

Pour illustrer la notion de vecteur source, considérons le cas simple d'une source ponctuelle à l'infini et d'un réseau linéaire de capteurs équidistants dans un milieu de propagation homogène et stationnaire. (Fig. 1).



La fonction de transfert $g_k^i(v) [g_1^i(v)]^{-1}$ représente alors le déphasage dû à la propagation et l'on a :

$$\underline{S}_i(v) = A_i(v) \begin{pmatrix} 1/\sqrt{N} \\ e^{j\phi_i}/\sqrt{N} \\ \vdots \\ e^{jN\phi_i}/\sqrt{N} \end{pmatrix}$$

avec $\phi_i = 2\pi \frac{a \sin \theta_i}{\lambda}$

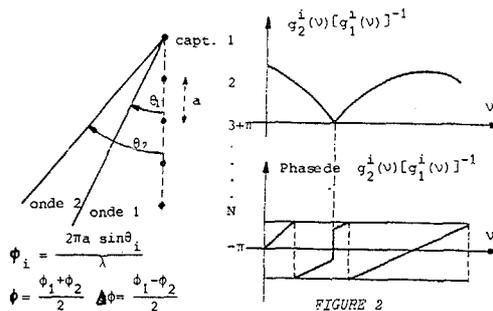
a : écartement des capteurs

λ : longueur d'onde.

Un tel vecteur source est soumis à des contraintes importantes :

- ses composantes ont la même amplitude ;
- les déphasages entre ses composantes sont en progression arithmétique et varient linéairement avec la fréquence.

Prenons un autre exemple illustrant le cas de trajets multiples. Un vecteur source résulte alors de la superposition de plusieurs ondes planes. Remarquons que chacune de ces ondes planes ne peut être considérée comme une source, car elles ne sont pas statistiquement indépendantes (dans la mesure où la propagation n'introduit pas de perte de cohérence). Dans le cas illustré par la figure 2, le vecteur source est :



$$\underline{S}_i(v) = A_i(v) \begin{pmatrix} 1/\alpha_i \\ e^{j\phi} \cos \Delta\phi/\alpha_i \\ \vdots \\ e^{jN\phi} \cos N\Delta\phi/\alpha_i \end{pmatrix}$$

$$\alpha_i = \left(\sum_{k=1}^N \cos^2 k\Delta\phi \right)^{1/2}$$

Les déphasages entre les composantes des vecteurs sources conservent les propriétés caractéristiques du cas des ondes planes (avec en outre des "décrochements" de π lorsque $\cos k\Delta\phi$ change de signe) mais il apparaît des variations de l'amplitude des composantes.

3.22 Cas de plusieurs sources.

Lorsque nous avons déterminé que le rang de la matrice $\Gamma(v)$ est supérieur à 1, nous voulons caractériser les sources présentes. Pour simplifier l'écriture, nous nous limiterons à deux sources, donc nous aurons deux valeurs propres non nulles ($\lambda_1 > \lambda_2$) auxquelles sont associés deux vecteurs propres \vec{v}_1 et \vec{v}_2 orthonormés

$$\Gamma(v) = \lambda_1 v_1 \tilde{v}_1 + \lambda_2 v_2 \tilde{v}_2 = s_1 \tilde{s}_1 + s_2 \tilde{s}_2$$

En introduisant les densités spectrales des deux sources ainsi que les vecteurs unitaires caractérisant les fonctions de transfert entre capteurs :

$$\Gamma(v) = \lambda_1 v_1 \tilde{v}_1 + \lambda_2 v_2 \tilde{v}_2 = d_1(v) s_1 \tilde{s}_1 + d_2(v) s_2 \tilde{s}_2$$

Comme il a été montré dans [8], de ces relations on peut déduire que :

- les vecteurs sources sont dans le plan (\vec{v}_1, \vec{v}_2) des vecteurs propres



- il manque une relation pour pouvoir déterminer les vecteurs \vec{S}_1 et \vec{S}_2 .

Pour cette caractérisation des vecteurs sources, il faut donc faire une hypothèse supplémentaire, cette hypothèse portant alors sur le modèle du milieu de propagation (donc sur les fonctions de transfert de capteur à capteur).

On peut postuler que le champ d'onde de chaque source est une onde plane. Alors le problème admet une solution unique, quel que soit le nombre de sources (inférieur à N) [14],[15].

Nous avons fait une hypothèse plus générale dans une application à des signaux géophysiques de type Pcl et nous avons réussi à caractériser chacune des deux sources dans une plage de fréquence assez étendue.

Dans le cas où la matrice interspectrale est de rang supérieur à 2, il faudra faire d'autres hypothèses supplémentaires sur le milieu.

4. APPLICATIONS.

4.1 Acoustique sous-marine.

Les signaux traités ont été enregistrés en mer sur un réseau de 5 hydrophones équidistants dans la gamme 0-1250 Hz. Dans les conditions de l'expérience, il existait un ou plusieurs bruiteurs assez éloignés pour pouvoir être assimilés en première approximation à des sources ponctuelles et émettant des signaux aléatoires indépendants. Les conditions du modèle défini en 2 étaient donc remplies. Nous présentons ici les résultats obtenus en traitant les signaux issus de 3 capteurs équidistants. Le temps d'intégration (durée totale de signal traité) est

$$T_i = 3,27 \text{ s}$$

et la largeur de bande du filtre d'analyse :

$$B_A = 20 \text{ Hz}$$

Soit un produit $B_A T_i = 65,4$.

On voit sur la figure 3 que dans toute la gamme de fréquence il existe une valeur propre dominante : ceci nous indique (à ce moment-là) la présence d'un seul bruiteur. La courbe donnant les variations de phase présente des variations linéaires de la phase en fonction de la fréquence, la pente étant double pour la troisième composante. Enfin, les modules des composantes des vecteurs propres sont à peu près constants et égaux. Dans l'exemple présenté, sur toute la gamme de fréquence analysée, le vecteur source du bruiteur se

comporte sensiblement comme celui d'une onde plane.

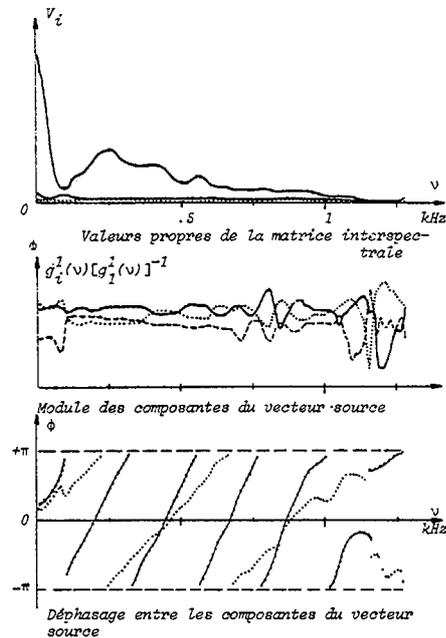


FIGURE 3 - Traitement de signaux à 3 composantes en acoustique sous-marine.

4.2 Applications géophysiques.

Nous avons étudié des signaux Pcl (de 0.5 à 5 Hz) enregistrés en 3 stations situées sensiblement à la même latitude (SOGRA - SUNDSVALL et LERWICK). Dans ce cas, nous savons que les signaux ne sont pas stationnaires, mais le milieu de propagation est invariant dans le temps (dans le traitement $T_i = 8$ mn, $B_A = 0.067$ Hz, soit $B_A T_i = 32$). Après calcul des valeurs propres (fig. 4), nous voyons que λ_2 ne peut pas être, à toute fréquence, négligée devant λ_1 et nous considérons que la matrice est de rang 2.

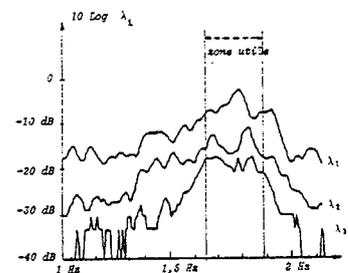


FIGURE 4 - Signaux géophysiques. Variations des valeurs propres avec la fréquence.

Notre hypothèse supplémentaire tient compte du fait qu'à certaines fréquences privilégiées $\lambda_1(\nu_0)$ est très grand devant $\lambda_2(\nu_0)$ et qu'en ces fréquences nous considérons n'avoir qu'une seule source $\vec{S}_1(\nu_0)$ colinéaire au vecteur propre $\vec{V}_1(\nu_0)$. Notre hypothèse est alors la suivante :



- nous imposons qu'à toute fréquence le vecteur source $\vec{s}_1(\nu)$ soit colinéaire au vecteur $\vec{v}_1(\nu_0)$.

$$\text{Nous fixons donc } \vec{s}_1(\nu) = \begin{pmatrix} g_1^1(\nu) \\ g_2^1(\nu) \\ g_3^1(\nu) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_1^1(\nu) e^{i\phi_1(\nu)} \\ \rho_2^1(\nu) e^{i\phi_2(\nu)} \\ \rho_3^1(\nu) e^{i\phi_3(\nu)} \end{pmatrix}$$

et $\vec{s}_1(\nu)$ est un vecteur constant.

Cette hypothèse signifie que nous nous imposons des fonctions de transfert de capteur à capteur indépendantes de la fréquence aussi bien en module qu'en phase. Les phases étant constantes, il n'y a donc plus de retard entre capteurs et nous pouvons dire que nous avons "orienté" l'antenne dans la direction de la source \vec{s}_1 . Ce traitement est ici possible car, sur les signaux d'enregistrement, les retards avaient été approximativement corrigés.

Pour que notre hypothèse ne soit pas infirmée, il est nécessaire de vérifier que le vecteur $\vec{v}_1(\nu_0)$ reste dans le plan $(\vec{v}_1(\nu), \vec{v}_2(\nu))$ et donc nous étudions le module du produit scalaire $\langle \vec{v}_1(\nu_0), \vec{v}_3(\nu) \rangle$ et nous concluons que notre hypothèse n'est pas invalide tant que ce produit est nul (fig. 5).



FIGURE 5 - Distance du vecteur source 1 (postulé) du plan des vecteurs sources.

Dans le plan $(\vec{v}_1(\nu), \vec{v}_2(\nu))$ nous pouvons écrire :

$$\vec{s}_1(\nu) = A_1(\nu)[\alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \vec{v}_2] = A_1(\nu) \vec{s}_1(\nu)$$

$$\vec{s}_2(\nu) = A_2(\nu)[\beta_1 \vec{v}_1 + \beta_2 \vec{v}_2] = A_2(\nu) \vec{s}_2(\nu)$$

Les composantes, dans la base orthonormée des vecteurs propres, du vecteur normé \vec{s}_1 , sont proportionnelles aux produits $\langle \vec{v}_1(\nu_0), \vec{v}_1(\nu) \rangle$ et $\langle \vec{v}_1(\nu_0), \vec{v}_2(\nu) \rangle$. Pour déterminer les composantes β_1 et β_2 de $\vec{s}_2(\nu)$ dans la même base, nous exprimons les densités spectrales de chaque source en tenant compte du fait que ces sources sont supposées statistiquement indépendantes :

$$E\{|A_1|^2\} \cdot |\alpha_1|^2 + E\{|A_2|^2\} \cdot |\beta_1|^2 = \lambda_1$$

$$E\{|A_1|^2\} \cdot |\alpha_2|^2 + E\{|A_2|^2\} \cdot |\beta_2|^2 = \lambda_2$$

$$\alpha_1 \alpha_2^* E\{|A_1|^2\} + \beta_1 \beta_2^* E\{|A_2|^2\} = 0$$

$$|\beta_1|^2 + |\beta_2|^2 = 1$$

Ce système comporte 5 équations réelles à 5 inconnues réelles, puisque le vecteur \vec{s}_2 ne peut être déterminé

qu'à une phase près. Sa résolution détermine β_1 et β_2 donc $\vec{s}_2(\nu)$; ainsi que les densités spectrales de chaque source.

Le vecteur \vec{X} composé des signaux reçus en chaque capteur peut se décomposer sur la base physique des capteurs $\{\vec{e}\}$ et sur la "base des directions sources" $\{\vec{s}\}$: $\vec{X}(\nu) = A_1(\nu) \vec{s}_1 + A_2(\nu) \vec{s}_2 + A_3(\nu) \vec{v}_3$
 $= X_1(\nu) \vec{e}_1 + X_2(\nu) \vec{e}_2 + X_3(\nu) \vec{e}_3$

Par des procédés de changements de base, nous déterminons les amplitudes complexes $A_1(\nu)$ et $A_2(\nu)$ et pouvons, par transformation inverse de FOURIER revenir aux formes temporelles des signaux émis individuellement par chaque source et tels qu'ils seraient vus par chaque capteur.

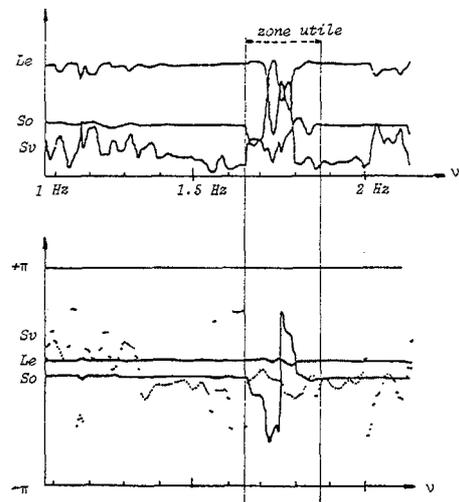


FIGURE 6 : Module et phase des composantes du second vecteur source dans la base physique

Nous représentons (fig. 6) les modules et phases des projections de \vec{s}_2 sur la base naturelle, les alignements de phase qui apparaissent sur les composantes de $\vec{s}_2(\nu)$ permettent de déterminer les retards que subit le signal émis par la 2ème source lorsqu'il est vu en une station, puis en une autre.

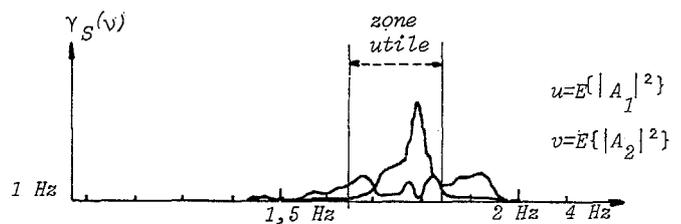


FIGURE 7 - Densité spectrale de puissance des sources

Nous représentons (fig. 7) les densités spectrales de chaque source et constatons que dans la zone qui nous intéresse, même si la première source a la densité spectrale la plus grande, nous distinguons parfaitement la seconde.

Il serait intéressant d'étudier plus en détail les régions où ces deux dernières courbes semblent se couper, mais comme nous sommes à la limite de la zone de validité, il est nécessaire de faire un autre choix de v_0 et donc de $\vec{s}_1(v)$ et d'étudier si les deux résultats peuvent se recouper.

CONCLUSION.

Dans les problèmes d'analyse d'un champ d'onde utilisant comme données les signaux enregistrés sur un réseau de capteurs, on est conduit à faire un certain nombre d'hypothèses : nombre de sources, nature du champ d'onde associé à chaque source ... Nous avons montré comment on peut utiliser les données pour contrôler ces hypothèses. Les deux points essentiels et nouveaux que nous avons mis en évidence sont :

- la possibilité de déterminer le nombre de sources à partir des valeurs propres de la matrice interspectrale ;
- la possibilité de traiter des cas à plusieurs sources sans introduire le modèle ondes planes.

Deux conclusions importantes se dégagent de l'étude du cas à plusieurs sources. Il est d'une part établi concrètement que l'on peut séparer les différentes sources sans faire appel à l'hypothèse onde plane. Nous insisterons cependant sur le fait que les contraintes à imposer sont très dépendantes des connaissances a priori et particulièrement de la physique du problème considéré. D'autre part, contrairement à une idée parfois invoquée, nous avons montré que l'on peut isoler les signaux issus de chaque source. En effet, contrairement aux analyses s'appuyant uniquement sur la mesure de la puissance (dans laquelle la phase des différents signaux est perdue) la matrice interspectrale contient le déphasage entre les différentes sources, si bien qu'il est possible d'accéder aux signaux issus de chaque source à un déphasage d'ensemble près.

Ce travail établi, pensons-nous, la fiabilité de la méthode d'analyse interspectrale dans le cas de plusieurs sources. De nombreuses études nous semblent encore nécessaires pour arriver à cerner complètement les possibilités de cette méthode de traitement.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] LEFEUVRE-STOrey - The Analysis of 6-component measurements of a random electromagnetic wave field in a magnetoplasma.
Note technique CRPE/41 - 1977.

- [2] MEANS - Use of the three-dimensional Covariance matrix in analysing the polarization properties of plane waves.
J. of Geophys. Research, Vol 77, N° 22, pp 5551-5559, 1972
- [3] C.W. ARTHUR - MCPHERRON, J.D. MEANS - A comparative Study of three techniques for using the spectral matrix in wave analysis.
Radio Sci., 11, N° 10, pp. 833-845, Oct. 76
- [4] SAMSON - Description of the polarization of vector processes : applications to ULF magnetic fields.
Geophys. J., Roy. Astron. Soc., 34, N° 3, pp 403-419, Sept. 1973.
- [5] C.W. ARTHUR - Digital techniques for ULF wave polarization analysis.
Ann. Telecomm. 1979
- [6] J. MUNIER - Imagerie acoustique de sources ponctuelles. Résolution de sources rapprochées.
Colloque EUROMECH 74, Marseille 1977, Rapport CEPHAG 42/77.
- [7] J.L. LACOUME - Extension au cas spatio-fréquentiel de la méthode de PISARENKO.
Rapport CEPHAG 11/78.
- [8] H. MERMOZ - Imagerie corrélation et modèles.
Ann. Télécomm., 31, N° 1-2, 1976, pp. 17-36.
- [9] C. TURCAT (LATOMBE) - Problèmes liés à l'estimation d'une matrice de densité spectrale.
Colloque GRETSI 1977.
- [10] BENDAT - System identification from multiple input/output data.
Journal of Sound and vibrations, 1976, 49 (3), pp. 293-308.
- [11] O.N. STRAND - Multichannel complex maximum entropy (autoregressive) spectral analysis.
IEEE Trans. on Automatic Control, Vol AC 22, N° 4 Aug. 1977, pp. 634-640.
- [12] A. PAPOULIS - Identification of systems driven by nonstationary noise.
IEEE Trans. on Information Theory, vol IT 24, N° 2, March 1978.
- [13] F. GLANGEAUD - C. LATOMBE (TURCAT) - J.L. LACOUME Identification d'ondes UBF dans la magnétosphère en utilisant la matrice interspectrale.
Ann. Télécomm. (à paraître).
- [14] V.F. PISARENKO - The retrieval of harmonics from a covariance function.
Geophys. J. Roy. Ast. Soc. (1973), 33, pp. 347-366