

SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

LA DIFFRACTION METAXIALE : DOCTRINE UNITAIRE POUR L'OPTIQUE,
L'ACOUSTIQUE ET LA RADIO-ELECTRICITÉ, DANS LE LANGAGE DES SIGNAUX

PR. GEORGES BONNET

CESSY - UNIVERSITE DU VAR - F 83130 - LA GARDE

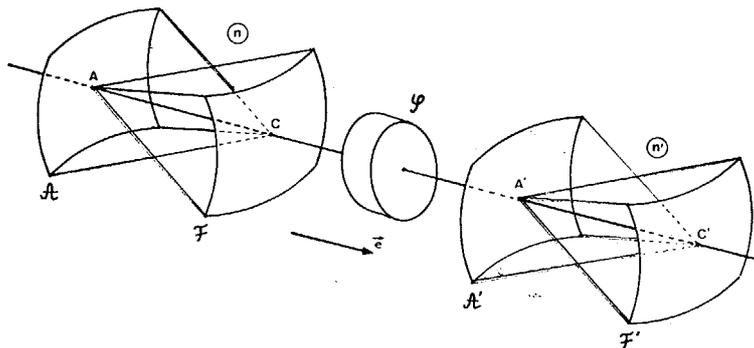
RESUME

La doctrine "métaxiale" est valable pour tout système électromagnétique, en particulier optique et radio-électrique, et même pour des systèmes acoustiques. On étudie le transfert entre émetteurs et récepteurs, à travers un système, dans une approximation du deuxième ordre où toutes les surfaces sont représentées par leurs sphères osculatrices. Seul le mécanisme de la diffraction est utilisé, conjointement avec des opérateurs spatiotemporels agissant sur un champ aléatoire polychromatique et, simultanément, sur sa cohérence. L'effet d'un changement de milieu conserve d'abord au transfert général l'aspect essentiel de la diffraction en milieu homogène, représenté par la trilogie : transformation de Fourier, filtrage spatial et transparence de courbure, intervenant successivement. Sa spécificité est d'implanter en outre, dans le milieu aval, une image cohérente de l'objet, laquelle se comporte comme une source secondaire pour tout écran placé dans ce milieu. Un système centré non diaphragmé reflète les mêmes propriétés : imagerie cohérente et aplanétique sur une "sphère image", trilogie pour un écran récepteur quelconque. L'effet de limitation du faisceau par un diaphragme et celui des aberrations des systèmes réels sont pris en compte, grâce à une propriété particulière de la diffraction à travers des transparences.

SUMMARY

METAXIAL DIFFRACTION : SIGNAL LANGUAGE APPLIED TO
UNITARY THEORY FOR OPTICS, ACOUSTICS AND RADIO-
ELECTRICITY -

"Metaxial" theory is valid for any electromagnetic system, especially optical and radioelectrical ones and even for acoustical systems. Transfer between emitters and receivers through a system is studied in a second order approximation where all surfaces are represented by their osculating spheres. Only diffraction processes are used in association with space-time operators acting on a polychromatic random field and simultaneously on its coherence. A discontinuity in the medium does not affect the essential aspect of diffraction in homogeneous media concerning the general transfer, as represented by the "trilogy": Fourier transform, spatial filtering and curvature equivalent transparency, which appear successively. Its specificity consists in inserting in addition a coherent image of the object in the output medium. An undiaphragmed idealised centered system shows the same properties: coherent and aplanetic imaging on an "image sphere", trilogy for any other receiving screen. The effects of beam limitation by stops and the aberrations of actual systems are involved with the theory through a particular diffraction property of transparencies.





1 - HISTORIQUE

1.1 - Analyse

Une doctrine de synthèse, unifiant l'Optique physique et l'Optique instrumentale, a pu être établie récemment par l'auteur sous le nom d' "Optique métaxiale" [1]. Elle se caractérise par un langage et des méthodes propres à la Théorie du Signal et son intérêt fondamental est à rechercher dans l'universalité qu'elle procure :

- d'une part, en replaçant dans un contexte unitaire, tout en les généralisant, les conditions d'imagerie aussi bien que de transformations fonctionnelles (de Fourier, de Fresnel, filtrage spatiotemporel, transparences de courbure et de décentrement, etc...)

- ensuite, par son aspect systématiquement polychromatique, qui découle des trois concepts sur lesquels elle repose : réponse percussionnelle spatiotemporelle, diffraction polychromatique, covariance d'espace-temps.

- enfin, par le domaine de validité qu'elle recouvre, lequel convient à tous les systèmes relevant des équations de Maxwell ou de l'équation de Helmholtz-Laplace ; soit, radio et hyperfréquences, rayons X, aussi bien que spectre optique proprement dit et, par ailleurs, acoustique des fluides.

1.2 - Antécédents

Cette "optique métaxiale" constitue en vérité l'aboutissement de nombreux travaux antérieurs dont (il est intéressant de le noter) la presque totalité est à attribuer à deux écoles de pensée :

- pour l'Optique cohérente, l'école de Besançon,
- pour le Signal optique, l'école du GRETSI.

a) Incontestablement, l'oeuvre déterminante, sur laquelle repose toute l'optique cohérente moderne (et, par extension, la diffraction métaxiale) est celle du fondateur de l'Ecole de Besançon : P.M. DUFFIEUX. Il n'est pas nécessaire de rappeler l'oeuvre capitale accomplie par cet éminent pionnier autour des années 40, laquelle se traduisit par l'irruption de la transformation de Fourier dans le domaine de l'optique physique [2].

b) C'est ensuite à André BLANC-LAPIERRE, fondateur et chef de file du GRETSI et à son collaborateur P.DUMONTET, qu'est dû l'apport complémentaire, non moins déterminant, du précédent : l'introduction des méthodes de représentation et d'analyse des signaux, en particulier des concepts statistiques liés aux signaux aléatoires, dans l'étude de l'optique cohérente [3] [4]. Grâce à cet apport, la notion même de cohérence, manipulée jusqu'alors par les opticiens avec une prudence manifeste, se trouvait placée dans son véritable contexte et dégagée de toutes les obscurités qui la recouvraient auparavant. Un complément remarquable à l'étude du transfert de la cohérence partielle dans un système optique a été apporté ultérieurement par H. MERMOZ, élément moteur de l'école du GRETSI, dans le même langage efficace des télécommunications [5].

c) Certes, des travaux importants ont également été entrepris à l'étranger, notamment aux U.S.A. ; mais ceux-ci laissent leur pleine antériorité aux recherches précitées et traduisent en général des conceptions de nature différente de celles qui nous animent ici. Citons par dessus tout l'oeuvre de poids due à J.W. GOODMAN [6] concernant l'optique de Fourier.

d) Cependant, c'est derechef l'Ecole de Besançon qui a accompli le pas décisif, sous l'autorité de J. Ch. VIENOT, élève et successeur de P.M. DUFFIEUX : dans l'article fondamental [7] rédigé en collaboration avec C. FROEHLY et A. LACOURT, ont été en effet introduites pour la première fois les notions de réponse percussionnelle et de fonction de transfert temporelles, au sein d'un système optique. Par là même se trouvait ouverte la voie à l'étude polychromatique du transfert optique spatiotemporel et par suite à l'utilisation de la méthodologie féconde des signaux et des systèmes.

e) Grâce à ces brillants préliminaires, il fut alors fort aisé pour l'auteur de ces lignes (Georges BONNET, également co-fondateur du GRETSI ...) de se consacrer à la tâche évoquée ci-dessus. Ce le fut d'abord en approfondissant la notion de Réponse percussionnelle spatiotemporelle [8] puis en se penchant sur le transfert conjoint du champ et de la cohérence partielle et sur les transformations fonctionnelles accessibles par diffraction polychromatique [9]. Une dernière étude préliminaire, concernant la notion de transparence en rayonnement polychromatique [10] précédait alors l'édification de l' "Optique métaxiale" proprement dite [1].

2 - DIFFRACTION METAXIALE (étude analytique)

L'étude analytique de l'optique métaxiale utilise la méthodologie de l'Analyse des Signaux et des Systèmes ainsi que le concept statistique de covariance spatiotemporelle. Le mot "optique" y sera utilisé dans son acception la plus large, englobant radioélectricité et acoustique.

2.1 - Transfert du champ

On considère (Fig. 1) que tout système optique linéaire et fixe, \mathcal{S} , peut être traité comme un opérateur linéaire spatiotemporel, dont le comportement dans le temps est celui d'un filtre linéaire : c'est l'opérateur de champ \mathcal{H} .

2.1.1. - Réponse percussionnelle [8] [9]

Dans une représentation d'Espace-Temps et si des conditions d'ouverture modérée autorisent un modèle scalaire, l'opérateur de champ \mathcal{H} est décrit par sa réponse percussionnelle $H(\vec{r}, \vec{p}; t)$: celle-ci représente le champ analytique créé au point d'observation M (décrit par un vecteur de position \vec{r}), après traversée du système \mathcal{S} , de la part d'une source unitaire ponctuelle de l'espace-temps (point géométrique $S(\vec{r}_0)$ de l'objet \mathcal{A} , point $t=0$ du temps). Ceci étant, le "champ analytique" $Y(\vec{r}, t)$ créé sur l'écran \mathcal{B} , à travers le système \mathcal{S} , par l'ensemble de l'objet rayonnant \mathcal{A} s'exprime [8] par,

$$(1) \quad Y(\vec{r}, t) = \int_A (H[\vec{r}, \vec{p}; t] * X[\vec{p}, t]) d\vec{p} \quad (t)$$

LA DIFFRACTION METAXIALE

L'aspect spatial de l'opérateur de champ est représenté par l'intégrale de surface ; son aspect temporel, par le produit de convolution : c'est un filtre linéaire.

2.1.2. - Gain complexe

Si l'on se place dans une base de représentation mixte, associant les variables d'espace \vec{p}, \vec{r} à la variable fréquence temporelle ν , les champs sont représentés par leurs "composantes spectrales", qui sont les TF partielles du champ analytique,

- sur l'objet, $x(\vec{p}, \nu) \stackrel{\text{E}}{=} X(\vec{p}, t)$
- sur l'écran $y(\vec{r}, \nu) \stackrel{\text{E}}{=} Y(\vec{r}, t)$

Dans cette base, la relation de transfert obtenue par la règle de Plancherel à partir de (1) devient,

$$(2) \quad y(\vec{r}, \nu) = \int_{\mathcal{A}} h(\vec{r}, \vec{p}; \nu) x(\vec{p}, \nu) d\vec{p}$$

où $h(\vec{r}, \vec{p}; \nu)$ est la TF temporelle de la réponse percussionnelle : c'est le gain complexe du système [8] [9] qui, physiquement, traduit l'amplitude du champ analytique créé sur l'écran \mathcal{B} , à travers le système \mathcal{S} , par une source unitaire spatialement ponctuelle (point \vec{p}) et monochromatique (fréquence ν) de l'objet \mathcal{A} .

2.2 - Transfert de la cohérence partielle [9]

La Cohérence intervient dès lors que le champ rayonné $X(\vec{p}, t)$ est aléatoire, temporellement stationnaire. Elle s'identifie à la covariancespatiotemporelle,

$$(3) \quad \Gamma_x(\vec{p}_1, \vec{p}_2; \tau) = E \{ X(\vec{p}_1, t) X^*(\vec{p}_2, t-\tau) \}$$

a) Dans la représentation mixte, il lui correspond la densité spectrale d'interaction

$$\chi_x(\vec{p}_1, \vec{p}_2; \nu)$$

qui en est la TF temporelle, telle que [9],

$$(4) \quad E \{ x(\vec{p}_1, \nu) x^*(\vec{p}_2, \nu') \} = \chi_x(\vec{p}_1, \vec{p}_2; \nu) \delta(\nu - \nu')$$

On peut alors utiliser la théorie du filtrage des signaux aléatoires qui (Formule des Interférences, cf [11]) donne la densité spectrale transférée par le système \mathcal{S} ,

$$\chi_y(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \nu) = h(\vec{r}_1, \vec{p}_1; \nu) h^*(\vec{r}_2, \vec{p}_2; \nu) \chi_x(\vec{p}_1, \vec{p}_2; \nu)$$

Ceci fait apparaître une propriété fondamentale [9] : la cohérence d'un couple de points est transférée par un opérateur de cohérence \mathcal{K} associé univoquement aux opérateurs de champ relatifs aux points en cause :

- Le gain complexe de cohérence est symbolisé par :

$$(5a) \quad k = h_1 h_2^*$$

- La réponse percussionnelle de cohérence, par

$$(5b) \quad K = (H_1 * H_2^\#)$$

et l'on a, symboliquement,

$$(5c) \quad \mathcal{K} = \mathcal{H}_1 \mathcal{H}_2^\dagger$$

où \mathcal{H} , est l'opérateur de champ relatif au transfert

$$\vec{p}_1 \rightarrow \vec{r}_1,$$

\mathcal{H}_2^\dagger est l'adjoint de celui relatif au transfert

$$\vec{p}_2 \rightarrow \vec{r}_2.$$

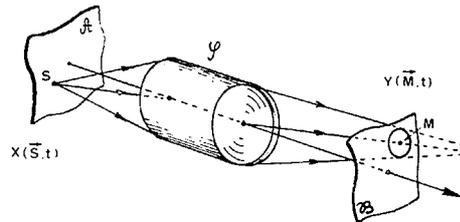


Fig. 1. — Schéma de principe.

L'extrême importance de cette propriété provient de ce que la connaissance des règles et des propriétés du transfert du champ entraîne ipso-facto celle des règles et propriétés du transfert de la cohérence. Grâce à cela, on peut donc faire l'économie d'une étude séparée, consacrée à la cohérence.

2.3 - Diffraction métaxiale

La doctrine métaxiale est une étude du second ordre qui se consacre, par hypothèse, aux relations de transfert entre des surfaces, objet émetteur et écran récepteur, réduites à leurs sphères osculatrices aux sommets. Il faut donc noter que deux paramètres algébriques seront nécessaires pour décrire une surface : la position de son pôle et sa courbure.

Nous parlerons alors de "diffraction métaxiale" pour exprimer le fait que :

- d'une part, l'unique phénomène physique pris en compte par cette synthèse est celui de la diffraction (scalaire),

- d'autre part, ses conditions spatiales de validité embrassent un voisinage de l'axe du système plus vaste d'un ordre de grandeur que celui associé à l'optique "paraxiale" géométrique classique. Cette dernière se contente en effet d'une description des surfaces par les plans tangents aux sommets.

Dans les conditions évoquées, la diffraction métaxiale dans un espace homogène d'indice n , entre un point $S(\vec{p})$ de l'objet \mathcal{A} de rayon algébrique R et un point $M(\vec{r})$ de l'écran \mathcal{B} , de rayon R' , situé à la distance d , cf. Fig. 2, est décrite par un gain complexe de champ [1] :

$$(6) \quad h(\vec{r}, \vec{p}; \nu) = \frac{i n \nu}{c d} \exp \left\{ -i \pi \frac{n \nu}{c} \dots \right. \\ \left. \dots \left[\left(\frac{1}{d} + \frac{1}{R'} \right) \vec{r}^2 + \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{R} \right) \vec{p}^2 - \frac{2}{d} \langle \vec{r}, \vec{p} \rangle \right] \right\}$$

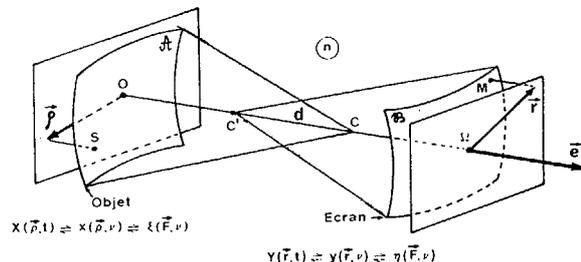


Fig. 2. -- Diffraction métaxiale (Fresnel).



LA DIFFRACTION METAXIALE

(c : célérité). Le gain complexe de cohérence s'en déduit immédiatement par la règle (5a).

L'analyse de cette expression conduit à un certain nombre de conclusions que nous allons évoquer brièvement.

2.3.1 - Composition des opérateurs de champ

a) On considère, Fig. 3, une surface intermédiaire \mathcal{A}_3 située indifféremment par rapport aux pôles d'un objet rayonnant \mathcal{A}_1 et un écran \mathcal{A}_2 , placés dans un milieu homogène.

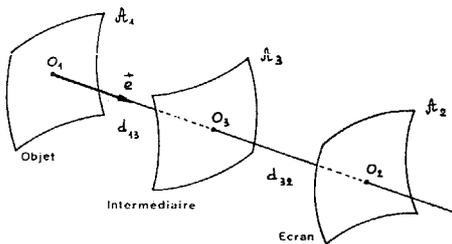


Fig. 3. - Écran aérien intermédiaire.

Par essence, la surface \mathcal{A}_3 est immatérielle et joue le double rôle de récepteur aérien et d'émetteur secondaire. On constate alors que l'opérateur de champ \mathcal{H}_{21} (et, par filiation, celui \mathcal{H}_{21} de cohérence) entre \mathcal{A}_1 et \mathcal{A}_2 peut se décomposer en :

- un opérateur \mathcal{H}_{31} de première diffraction, de \mathcal{A}_1 vers \mathcal{A}_3 ,
- un opérateur \mathcal{H}_{23} de seconde diffraction, de \mathcal{A}_3 vers \mathcal{A}_2 .

La loi de composition,

$$\mathcal{H}_{21} = \mathcal{H}_{23} \mathcal{H}_{31}$$

se traduit quantitativement, pour les gains complexes, par :

$$(7) \quad h_{21}(\vec{p}_2, \vec{p}_1; \nu) = \int_{\mathcal{A}_3} h_{23}(\vec{p}_2, \vec{p}_3; \nu) h_{31}(\vec{p}_3, \vec{p}_1; \nu) d\vec{p}_3$$

b) Par itération, on peut recourir à un nombre quelconque d'intermédiaires aériens.

c) Un cas particulier, important, est celui où le pôle de l'intermédiaire se confond avec celui, soit de l'émetteur, soit du récepteur : ce qui traduit le changement de courbure d'un de ces éléments. On montre alors que cette opération équivaut à l'application d'une "transparence de courbure", élément qui modifie localement la composante spectrale par un facteur,

$$(8) \quad \exp \left\{ -i\pi \frac{\nu}{cR} (\Delta 1/R) \vec{p}^2 \right\}$$

dans lequel intervient la différence entre courbures finale et initiale: $\Delta (1/R)$.

2.3.2 - Trilogie structurale

Dans le cas le plus général, Fig. 4, la diffraction métaxiale résulte de la combinaison, opérée dans l'ordre,

- d'une TF spatiale, traduisant une diffraction de Fraunhofer intermédiaire. Celle-ci est uniquement

liée à la structure de l'objet : position et courbure,

- d'un filtrage spatial, associé à la seule position de l'écran. La résultante est alors une transformation de Fourier-Fresnel,

- d'une transparence de courbure, associée à la seule courbure de l'écran.

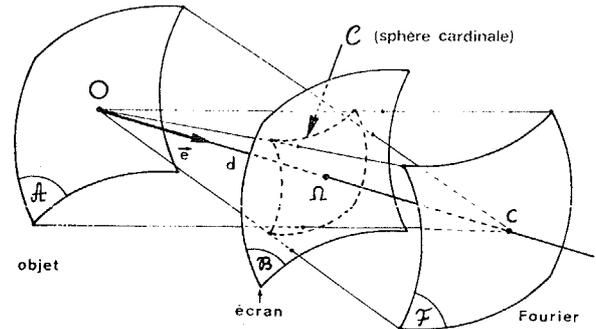


Fig. 4. - Trilogie de la diffraction de Fresnel.

a) Transformée de Fourier spatiale

Le gain complexe (6) se réduit à la forme simple,

$$(9) \quad h_1(\vec{p}, \vec{p}; \nu) = \frac{i\nu}{cR} \exp \left\{ 2\pi i \frac{\nu}{cR} \langle \vec{p}, \vec{p} \rangle \right\}$$

sur l'intermédiaire "sphère de Fourier" \mathcal{F} - Fig.4 - tel que :

- son pôle est le centre de courbure C de l'objet \mathcal{A} ($\Rightarrow d=R$),
- son centre de courbure est le pôle O de l'objet ($\Rightarrow R'=-d$).

Le gain complexe obtenu, porté dans la relation de transfert (2), conduit effectivement à la TF, première composante de la trilogie.

b) Filtrage spatial

On prend pour second intermédiaire la "sphère cardinale" \mathcal{C} (Fig. 4) concentrique avec la sphère de Fourier \mathcal{F} et telle que :

- son pôle est celui Ω de l'écran véritable \mathcal{B} ($d \rightarrow cR = d-R$),
- son centre de courbure est le pôle de l'objet \mathcal{A} ($R'=-d$).

Alors le gain complexe entre \mathcal{F} et \mathcal{C} vaut, cf (6),

$$(10) \quad h_2(\vec{q}, \vec{p}; \nu) = \frac{i\nu}{cR} \exp \left\{ -i\pi \frac{d\nu}{cR(d-R)} \left(\frac{R}{d} \vec{q} - \vec{p} \right)^2 \right\}$$

Portée dans la relation intégrale de transfert (2), cette expression donne lieu à un produit de convolution spatiotemporel : le passage de \mathcal{F} à la sphère cardinale concentrique \mathcal{C} constitue donc un filtrage spatial, avec un facteur d'échelle d/R : deuxième composante de la trilogie.

Le passage direct de l'objet \mathcal{A} à la sphère cardinale \mathcal{C} résulte de la combinaison des deux gains complexes précédents, suivant la règle (7) ; ce qui

LA DIFFRACTION METAXIALE

donne :

$$(11) h_c(\vec{q}, \vec{p}; \nu) = \frac{i\nu}{c d} \exp\{-i\pi \frac{\nu}{c} (\frac{1}{d} - \frac{1}{R}) \vec{p}^2\} \exp\{2\pi i \frac{\nu}{c d} \langle \vec{q}, \vec{p} \rangle\}$$

Relativement à la transformation intégrale (2), ce gain complexe apparaît comme le noyau d'une transformation de Fourier-Fresnel (généralisée) : objet \rightarrow sphère cardinale.

c) Transparence de courbure

Comparé avec le gain complexe général $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$, le gain (11) dénote uniquement l'absence d'un facteur,

$$(12) t(\vec{q}, \nu) = \exp\{-i\pi \frac{\nu}{c} (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{d}) \vec{q}^2\}$$

C'est le terme qu'il faut faire intervenir pour effectuer le passage du point \vec{q} de la sphère cardinale \mathcal{C} à celui $\vec{p} \equiv \vec{q}$ de l'écran réel \mathcal{B} . Par comparaison avec (8), on voit que cette dernière composante de la trilogie est une transparence de courbure.

d) Cohérence

En raison du théorème fondamental (5), la même trilogie structurale se retrouve pour la diffraction métaxiale de la cohérence [1].

3 - DIOPTRE SPHERIQUE

Soit \mathcal{D} la surface de séparation de deux milieux homogènes et isotropes, d'indices de réfraction n et n' : dans le domaine métaxial, ce dioptré est restreint à un élément de sphère (ou de plan). L'objet rayonnant \mathcal{A} est situé dans le milieu amont, à l'abscisse algébrique q ; l'écran coaxial \mathcal{B} est placé dans le milieu aval, à l'abscisse q' (origine 0 sur le pôle du dioptré \mathcal{D}). (Fig. 7)

3.1 - Gain complexe

Celui-ci se détermine, conformément à sa définition, à partir d'une source ponctuelle, monochromatique et unitaire, de l'objet \mathcal{A} :

a) la première étape consiste à calculer la composante spectrale $z(\vec{p}, \nu)$ sur la face d'entrée du dioptré : c'est un problème de diffraction en milieu homogène n , donc résolu par le recours au gain complexe de type (6).

b) la deuxième étape tient compte du double rôle joué par un dioptré :

- transmission du champ à travers la discontinuité du milieu. Ce rôle, purement local, est celui d'une transparence, d'un facteur uniforme égal, en incidence quasi-normale, à :

$$T_+ = \frac{2n}{n+n'}$$

- rôle d'objet secondaire, diffractant vers le milieu aval le champ transmis : il s'agit d'une surface rayonnante ayant la géométrie du dioptré \mathcal{D} et dotée d'une composante spectrale

$$T_+ z(\vec{p}, \nu)$$

c) la troisième étape, détermination de la composante spectrale sur l'écran \mathcal{B} , est encore un problème de diffraction en milieu homogène n' , à partir de l'objet secondaire \mathcal{D} . Elle entre dans le cadre de (6) et aboutit à la détermination du gain complexe objet \rightarrow dioptré \rightarrow écran, recherché.

d) on constate alors qu'un dioptré a le même comportement associatif qu'une surface aérienne d'un espace homogène. La règle de composition des opérateurs de diffraction, amont et aval,

$$\mathcal{H}_{BA} = \mathcal{H}_{BD} \mathcal{H}_{DA}$$

se traduit quantitativement, pour les gains complexes correspondants, par une expression en tous points identique à (7).

3.2 - Transfert objet-écran3.2.1. - Cas Général

Le gain complexe ainsi obtenu présente, dans le cas général, la même morphologie que celui (6) relatif à la diffraction en milieu homogène : exponentielle imaginaire d'une forme quadratique des paramètres de position \vec{r} et \vec{p} . On retrouve donc la même trilogie : TF, filtrage spatial et transparence de courbure. Ainsi, le changement de milieu n'apporte-t-il aucune novation dans les transformations fonctionnelles effectuées.

3.2.2. - Imagerie

Le particularisme du changement de milieu réside uniquement dans la dégénérescence qu'il introduit, pour une géométrie précise de l'écran aval, dans l'opérateur de transfert. Pour ce faire, deux conditions sont à remplir :

a) Condition de position : pôle A' de l'écran, image géométrique du pôle A de l'objet, à travers le dioptré (image au sens de l'optique paraxiale, déterminée par la formule de Descartes).

b) Condition de courbure : centre C' , image géométrique du centre C de l'objet.

Alors, le gain complexe sur cette "sphère image" \mathcal{A}' de l'objet amont \mathcal{A} se réduit à :

$$(13) h_{\mathcal{A}'\mathcal{A}}(\vec{r}, \vec{p}; \nu) = (T_+/g) \delta(\vec{p} - \vec{r}/g)$$

Il conduit, suivant (2), à une composante spectrale sur \mathcal{A}' égale à :

$$(14) \mathcal{A}' : \quad \alpha'(\vec{r}, \nu) = (T_+/g) \alpha(\vec{r}/g, \nu)$$

qui est donc l'image cohérente de celle $\alpha(\vec{p}, \nu)$ de l'objet \mathcal{A} , avec un facteur d'échelle $g = nq'/n'q$, connu comme le "grandissement transversal" de l'optique géométrique.

4 - SYSTEMES CENTRES4.1 - Itération

Un système dioptrique centré \mathcal{S} est un ensemble de dioptrés coaxiaux $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2 \dots \mathcal{D}_k$. Nous envisageons d'abord des systèmes non diaphragmés aux dimensions transversales indéfinies. Le transfert, à travers le système \mathcal{S} , de l'objet \mathcal{A} vers l'écran \mathcal{B} est un processus d'itération dans lequel :



a) L'imagerie cohérente de l'objet \mathcal{A} à travers le premier dioptré \mathcal{D}_1 est caractérisée par :

- une sphère image construite par conjugaison géométrique du sommet et du centre de l'objet,
- un grandissement transversal, lié uniquement à la position de l'objet
- un facteur de transmission sur le dioptré, lié au contraste des indices.

b) Cette image immatérielle se comporte comme un objet pour le dioptré \mathcal{D}_2 , lequel en forme une nouvelle image cohérente suivant les mêmes règles.

c) Il en est de même de proche en proche jusqu'au dernier dioptré \mathcal{D}_N . Celui-ci fournit au milieu aval une dernière image cohérente sur une sphère \mathcal{A}' , dans les conditions suivantes :

- le pôle A' et le centre de courbure C' de la sphère-image \mathcal{A}' sont les conjugués géométriques respectifs du pôle A et du centre C de l'objet \mathcal{A} à travers le système \mathcal{P} (Fig. 5) ;

- la composante spectrale $y(\vec{r}, \nu)$ du champ sur \mathcal{A}' reproduit celle $x(\vec{r}, \nu)$ de l'objet avec un grandissement transversal g égal au produit de tous les grandissements intermédiaires (g ne dépend donc que de la position de l'objet). On a ainsi :

$$(15) \quad y(\vec{r}, \nu) = (T_+/g) x(\vec{r}/g, \nu)$$

où T_+ est le produit des facteurs de transmission de chaque dioptré.

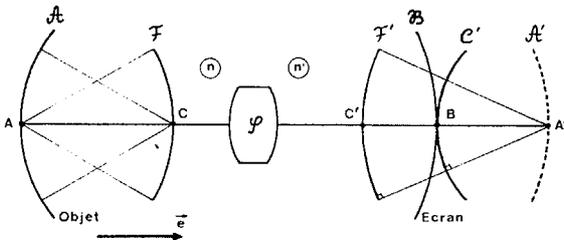


Fig. 5. - Trilogie du transfert général par un système centré.

4.2 - Eléments cardinaux

On montre aisément [1] que le système \mathcal{P} peut être caractérisé entièrement par la connaissance des indices extrêmes (n, n') et d'un couple de sphères conjuguées particulières : les sphères principales. Ces dernières correspondent à une imagerie cohérente de grandissement transversal unité et leurs pôles sont ainsi les points principaux (P, P') de l'optique géométrique. C'est par rapport à ces derniers que sont mesurées les abscisses (q) des pôles et (ω) des centres de courbure de l'objet \mathcal{A} et de l'écran \mathcal{B} . (Fig. 8)

On peut aussi, comme en optique géométrique, faire appel à ces points privilégiés de l'axe que sont les foyers objet et image.

4.3 - Imagerie cohérente

Les conditions d'obtention sur la sphère image \mathcal{A}' viennent d'être données. Notons en outre :

a) En particulier, l'image cohérente d'un objet plan est toujours obtenue sur une calotte sphérique (un plan dans le seul cas d'un système afocal). (Fig. 9)

b) Il existe un "invariant métaxial",

$$(16) \quad \mathcal{M} = n (1/\omega - 1/q) = \text{const.}$$

identique sur l'objet et sur la sphère image.

c) Le rôle fondamental d'un système optique est l'implantation en milieu aval de la réplique cohérente \mathcal{A}' de l'objet \mathcal{A} . Celle-ci se comporte à son tour comme un objet secondaire de l'espace aval ; intermédiaire immatériel susceptible de rayonner vers n'importe quel écran \mathcal{B} de cet espace et qui, quantitativement, se substitue entièrement à l'ensemble objet + système [1].

4.4 - Trilogie

Grâce à la propriété ci-dessus, il est aisé de retrouver, à la sortie d'un système quelconque, la même trilogie structurale qu'avec la diffraction directe en milieu homogène (§ 2.3.2) sous réserve d'utiliser un écran \mathcal{B} autre que la sphère image elle-même :

4.4.1 - Transformation de Fourier

Premier élément de la Trilogie, elle est obtenue sur une sphère de Fourier image \mathcal{F}' , caractérisée par la permutation de son pôle C' et de son centre de courbure A' avec ceux de la sphère image \mathcal{A}' (Fig. 5).

La sphère de Fourier image est la sphère de Fourier, dans l'espace aval, de la sphère image \mathcal{A}' , agissant en tant qu'objet secondaire de cet espace. Elle est en même temps l'image cohérente de la sphère de Fourier \mathcal{F} de l'objet \mathcal{A} en espace amont (Fig. 5)

L'invariant métaxial \mathcal{M} conserve son module, mais change de signe sur la sphère de Fourier, objet \mathcal{F} ou image \mathcal{F}' .

4.4.2 - Filtrage spatial

Second élément de la trilogie, il intervient lors du passage vers une sphère cardinale image \mathcal{C}' (Fig. 5) ayant même pôle \mathcal{B} que l'écran utilisé, mais centrée sur la sphère image \mathcal{A}' . Le transfert global depuis l'objet \mathcal{A} est une transformation de Fourier-Fresnel (généralisée).

4.4.3 - Transparence de courbure

Dernier élément de la trilogie, elle traduit le changement de courbure nécessaire pour passer de la sphère cardinale image \mathcal{C}' à l'écran véritable \mathcal{B} (Fig. 5).

Cette transformation conserve le module de la composante spectrale et de la densité spectrale.

4.5 - Cohérence

Tout ce qui a été établi pour le transfert du champ à travers le système centré \mathcal{P} , imagerie et trilogie, se transpose ipso-facto pour le transfert de la cohérence. Ceci découle de la propriété fondamentale du § 2.2.

5 - SYSTEMES DIAPHRAGMES ET ABERRANTS

La prise en compte, par l'optique métaxiale, de l'effet de limitation des faisceaux et de celui des aberrations est rendue possible grâce à une propriété fondamentale des transparences établie à cet effet [10].

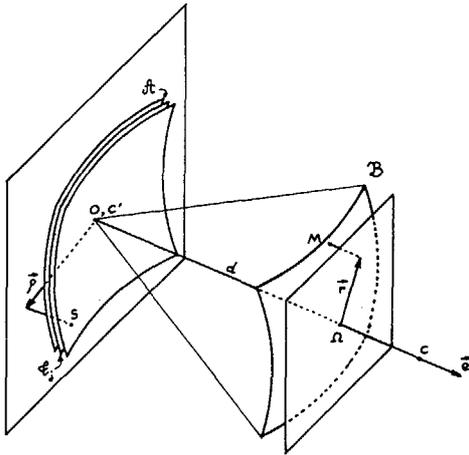


FIG. 6. — Conditions de diffraction sur une sphère cardinale, en présence de transparences.

5.1 - Diffraction à travers des transparences

On considère (Fig. 6) un objet \mathcal{A} surmonté d'une ou plusieurs transparences \mathcal{E}_j et rayonnant dans un espace homogène vers un écran \mathcal{B} , sphère cardinale de \mathcal{A} . Les transparences sont décrites par leurs facteurs spectraux ou par les TF spatiales de ces derniers :

$$t_j(\vec{r}, \nu) \rightleftharpoons \mathcal{O}_j(\vec{F}, \nu) \quad j = 1, 2, \dots, N$$

On montre alors [10] que la composante spectrale $y^N(\vec{F}, \nu)$ du champ diffracté sur la sphère cardinale de \mathcal{A} , à travers la combinaison de transparences, résulte d'un produit de convolution entre,

- la composante spectrale $y(\vec{F}, \nu)$ que recevrait le même écran, dans les mêmes conditions, mais en l'absence de transparences,

- les TF de chaque facteur de transparence :

$$(17) \quad y^N(\vec{F}, \nu) = \left(\frac{\nu}{cd}\right)^{2N} \left(y(\vec{F}, \nu) * \mathcal{O}_1\left[\frac{\nu}{cd}\vec{F}, \nu\right] * \dots * \mathcal{O}_N\left[\frac{\nu}{cd}\vec{F}, \nu\right] \right)_{(\vec{F})}$$

5.2 - Diaphragme et aberrations

Le problème de la description des systèmes réels, diaphragmés et aberrants, se résout alors très simplement en utilisant :

a) une surface intermédiaire, immatérielle, de l'espace aval : la pupille de sortie Π .

b) deux transparences appliquées sur cette pupille :

- la première, de facteur $t_D \rightleftharpoons \mathcal{O}_D$, représente le diaphragme, ramené au niveau de la pupille de sortie ;

- la seconde, de facteur $t_A \rightleftharpoons \mathcal{O}_A$, traduit les aberrations. C'est une transparence de phase qui représente la répartition pupillaire du chemin optique aberrant, tel que la théorie des aberrations permet de le calculer [12].

5.3 - Champ perçu

a) $y(\vec{r}, \nu)$, champ perçu en l'absence de transparences sur l'écran cardinal \mathcal{B} procède de la théorie du § 4 relatif à un système non diaphragmé et non aberrant. Il peut s'agir, indifféremment, d'imagerie ou de transformation fonctionnelle dans le cadre de la trilogie.

b) $\hat{y}(\vec{r}, \nu)$, champ perçu sur \mathcal{B} en tenant compte des limitations du système réel s'obtient donc, d'après ce qui précède, par :

$$(18) \quad \hat{y}(\vec{r}, \nu) = \frac{\nu^2}{c^2 d^2} \left(y(\vec{r}, \nu) * \mathcal{O}_D\left[\frac{\nu}{cd}\vec{r}, \nu\right] * \mathcal{O}_A\left[\frac{\nu}{cd}\vec{r}, \nu\right] \right)_{(\vec{r})}$$

où d est la distance pupille-écran.

c) Si l'écran \mathcal{B} n'est pas cardinal, il suffit de corriger ce dernier résultat par le soin d'une transparence de courbure.

6 - CONCLUSIONS

Utilisant le langage et la méthodologie du Signal, la théorie métaxiale court le risque de paraître quelque peu artificielle au physicien non familier de ce genre d'approche.

C'est pourquoi il importe de souligner que l'ensemble des résultats précités peut être retrouvé, qualitativement et quantitativement, par une construction phénoménologique fondée sur deux - et seulement deux - concepts physiques particulièrement simples. Ce sont :

- l'onde sphérique
- le principe de Huyghens-Fresnel

Ainsi se trouve mise en relief la base profondément physique et intuitive de la doctrine métaxiale résumée dans ces lignes.

7 - BIBLIOGRAPHIE

[1] BONNET (G.), Introduction à l'Optique Métaxiale : (I) Diffraction métaxiale dans un espace homogène ; trilogie structuralé ; dioptré sphérique, Ann. Télécommunic., 33, 5-6, (1978), pp. 143-166. (II) Systèmes dioptriques centrés (non diaphragmés et non aberrants). Ibidem, 33, 7-8, (1978), pp. 225-243.

[2] DUFFIEUX (P.M.), L'intégrale de Fourier et ses applications à l'optique - 1ère édit. : Oberthur (1946) - 2ème édit. : Masson (1970)

[3] BLANC-LAPIERRE (A.), DUMONTET (P.). Rev. Optique, 34, 1, (1955)

[4] DUMONTET (P.) Correspondance objet-image en optique, Thèse, Alger (1956).

[5] MERMOZ (H.) Ann. Télécommunic., 22, 17, (1967).



LA DIFFRACTION METAXIALE

- [6] GOODMAN (J.W.) Introduction to Fourier optics, Mc Graw Hill, (1968).
- [7] FROEHLY (C.), LACOURT (A.), VIENOT (J.CH.) Réponse impulsionnelle et fonction de transfert temporelle des pupilles optiques. *Nouv. Rev. Optique*, 4, 4, (1973), pp. 183-196.
- [8] BONNET (G.) Réponse percussive spatiotemporelle en diffraction polychromatique. *Ann. Télécommunic.* 30, 7-8, (1975), pp. 251-269.
- [9] BONNET (G.) Cohérence partielle polychromatique : filtrage spatiotemporel et transformation de Fourier. *Nouv. Rev. Optique*, 7, 4, (1976), pp. 235-258 .
- [10] BONNET (G.), Notion de transparence en lumière polychromatique. *J. Optics*, 8, 4, (1977), pp. 243-266 .
- [11] BONNET (G.), Représentation des signaux aléatoires ou déterministes. *Ann. Télécommunic.* 23, 3-4, (1968), pp. 62-86 .
- [12] MARECHAL (A.), *Imagerie géométrique et aberrations*. Ed. Revue d'Optique - Paris (1952).

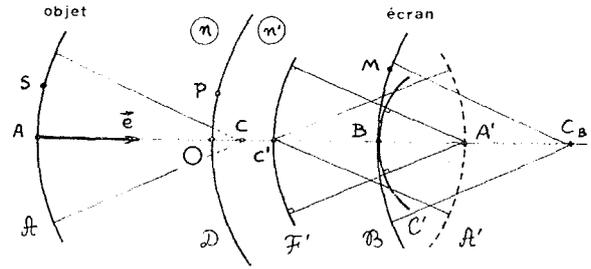


FIG. 7. — Dioptré sphérique.

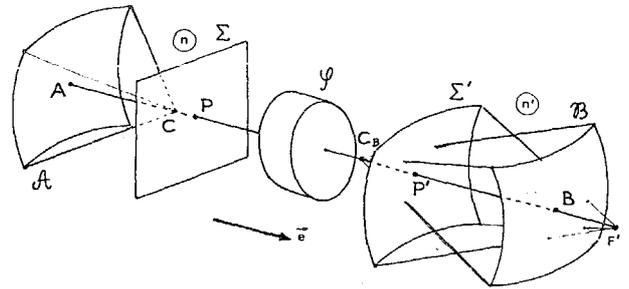


FIG. 8. — Description d'un système par ses éléments cardinaux.

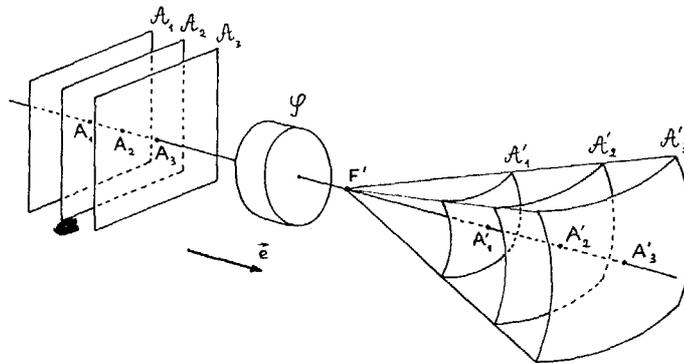


FIG. 9. — Imagerie cohérente des objets plans.

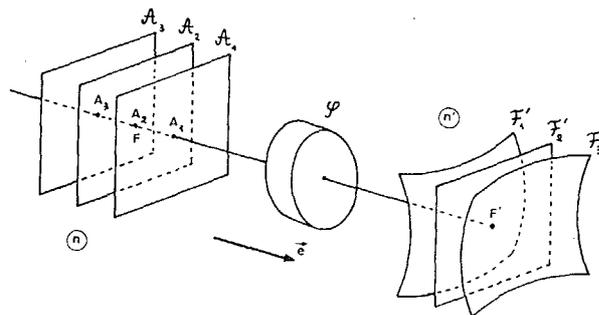


FIG. 10. — Transformée de Fourier spatiale d'objets plans.