

SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

UNE METHODE SEQUENTIELLE DE DETECTION DE CONTOURS

M. BASSEVILLE, B. ESPIAU

IRISA, Campus de Beaulieu, 35042 RENNES CEDEX

RESUME

On présente une méthode temps-réel de détection de contours dans une image, constituée de deux algorithmes séquentiels, l'un de détection locale, l'autre de suivi de contours.

En premier lieu, une approche monodimensionnelle permet de détecter, sur chaque ligne d'image, des éléments de contours au moyen de procédures séquentielles analogues à celles utilisées pour l'estimation d'un instant de changement de paramètres dans des distributions statistiques.

Une seconde étape consiste à relier les éléments de contours détectés précédemment en effectuant un filtrage de Kalman et en utilisant une logique de décision pour lever les ambiguïtés. On utilise pour cela les informations des quelques lignes précédentes.

Cette méthode est particulièrement adaptée à des images très bruitées sur lesquelles elle a été comparée à des méthodes de gradients classiques.

SUMMARY

An on-line method allowing edge detection into a picture is presented. It includes two sequential algorithms, one for local detection, an other for line tracking.

First, the detection of edge elements is performed on each line by a one-dimensional approach. The sequential procedures used derive from methods allowing estimation of the time at which parameters of statistical distributions change.

A second stage consists in linking the edge elements detected before. For that purpose, a Kalman filter and a logical procedure of decision, using informations obtained from a small number of previous lines, allow edge-tracking and conflicts solving.

The method is quite efficient in case of very noisy images, and has been compared to some classical masks.



1. Introduction

Le traitement d'images à un niveau évolué (reconnaissance de formes, analyse de scènes, restauration adaptative) nécessite généralement une segmentation préliminaire des images en régions. Ces zones, homogènes du point de vue de la texture, du niveau de gris moyen ou d'autres paramètres statistiques, sont séparées par des contours dont la reconnaissance comporte deux étapes :

1) détection locale de points susceptibles d'appartenir à des contours, ou ajustement d'un modèle local de contour ;

2) synthèse globale des contours dans l'image (liaison des éléments de contour entre eux, élimination des détections parasites, fermeture éventuelle des contours).

Ces problèmes ont été largement étudiés dans la littérature, et les algorithmes utilisés sont d'une grande variété (voir à ce propos une revue en réf. [5] (et [1])). Vis-à-vis des approches classiques, notre point de vue est le suivant :

1 - Les contours recherchés séparent des plages homogènes fortement bruitées.

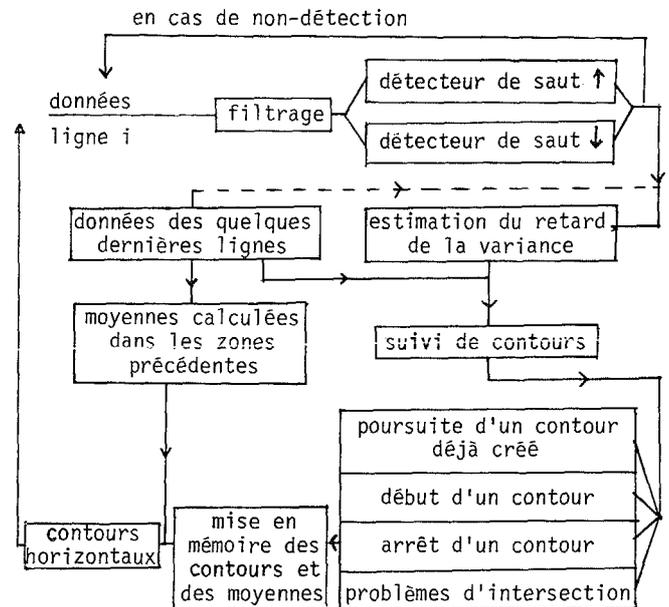
2 - Le traitement est effectué ligne par ligne, avec des contraintes de taille mémoire et de temps de calcul.

Dans ces conditions, les algorithmes utilisés seront statistiques (pour assurer de bonnes performances dans le cas de faibles rapports signal/bruit - cf. 1) et séquentiels pour satisfaire les contraintes du 2. La méthode globale comportera donc les deux parties :

- A chaque ligne, la détection est effectuée par association d'un filtre destiné à suivre les variations lentes du niveau de gris moyen et d'un détecteur séquentiel de sauts, issu de méthodes d'estimation d'instant de changement de paramètres statistiques (cf. [2]).

- Les contours sont suivis à l'aide d'un filtre de Kalman associé à une logique de décision destinée à lever les ambiguïtés, le modèle d'état étant une droite bruitée.

La fig. 1 synthétise l'algorithme complet de traitement :



Le paragraphe 2 est consacré à la présentation et à l'étude de plusieurs méthodes de détection séquentielle de changement de moyenne. La méthode récursive de suivi de contours est présentée au paragraphe 3. Enfin, dans le paragraphe 4 sont exposées la mise en oeuvre de ces méthodes et quelques applications : en traitement d'images, la méthode de détection de contours résumée par le diagramme ci-dessus est appliquée à des radiographies du cerveau ; en robotique, les détecteurs séquentiels de sauts sont utilisés pour détecter des objets à l'aide de capteurs de proximité.

2. Détection séquentielle de changement de moyenne

On considère le problème suivant : on observe un signal carré perturbé par un bruit blanc, et on cherche à estimer de manière séquentielle les instants de saut de ce signal ; on suppose, pour simplifier, que les intensités du signal à chaque palier sont connues, et, par translation, on peut se ramener, sans restreindre le problème, à la détection d'un changement de signe de ce signal. Soit donc $(Y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de variables indépendantes de loi gaussienne de variance σ^2 , et dont la moyenne passe de $\mu_0 > 0$ connue pour $n \leq r$, $\mu_1 = -\mu_0$ $\mu_n \geq r+1$, r étant l'instant inconnu à estimer. Dans le cas de moyennes inconnues, on estime d'abord μ_0 et on règle les détecteurs de façon à déceler un saut d'amplitude minimum $\Delta\mu = |\mu_1 - \mu_0|$ fixée. On reviendra plus loin sur ce problème.

On se propose ici d'étudier et de comparer quatre méthodes séquentielles d'estimation de r , relativement



UNE METHODE SEQUENTIELLE DE DETECTION DE CONTOURS

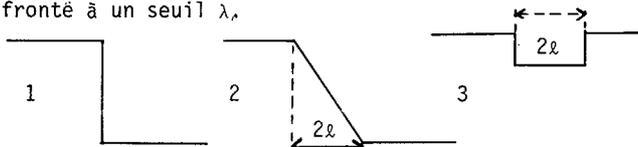
traditionnelles soit en automatique, soit en statistique ; après avoir présenté les méthodes, on introduira les critères de comparaison retenus tant pour les simulations que pour les études théoriques.

2.1 Les algorithmes

Deux d'entre eux, du type "dérivée filtrée", sont fréquemment utilisés en automatique et traitement du signal : ils procèdent par une dérivation du signal, bien naturelle dans cette situation, précédée d'un filtrage plus ou moins fin pour raréfier les "fausses" alarmes inévitables avec ce détecteur. Les deux autres (méthodes de Shiryaev et d'Hinkley) sont issues de la littérature statistique (cf. [3]).

a) Méthodes de "dérivée filtrée" :

Le signal 1 bruité est filtré par un filtre linéaire de longueur finie 2ℓ puis dérivé 3, et confronté à un seuil λ .



On utilise deux filtres élémentaires, de longueur 2ℓ : un filtre intégrateur et un filtre dit "triangulaire" dont la fonction de transfert est de la forme :

$$-at \cdot 1_{\{0 \leq t \leq \ell\}} - a(2\ell - t) \cdot 1_{\{\ell \leq t \leq 2\ell\}} \text{ avec } a\ell^2 = 1$$

Les observations $(Z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ résultant du filtrage et de la dérivation sont donc de la forme :

$$(1) \quad Z_n = \frac{Y_{n+\ell} - Y_{n-\ell}}{2\ell} \text{ dans le premier cas}$$

$$\text{et (2) } Z_n = \frac{(Y_{n+1} + \dots + Y_{n+\ell}) - (Y_{n-1} + \dots + Y_{n-\ell})}{\ell^2}$$

dans le second.

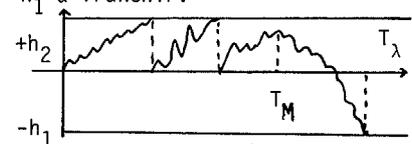
La taille 2ℓ du filtre et le seuil λ sont à déterminer de façon à pondérer convenablement les effets de ce détecteur : le filtrage, en diminuant le bruit tend à raréfier les fausses alarmes, mais aussi à diminuer la pente du saut, tandis que l'on risque de ne pas détecter certains sauts si le seuil est trop haut.

A partir de ces détecteurs, on peut envisager deux façons de décider de la présence d'un saut : une première méthode, dite "grossière" consiste à déclencher l'alarme dès que $|Z_n| \geq \lambda$ et laisser passer 2ℓ observations avant de réenclencher le détecteur : autrement dit, on fixe le seuil à l'infini, après chaque alarme, pendant une durée égale à la taille du filtre, afin d'éviter les détections successives au voisinage d'un saut. La seconde méthode, dite avec "compteur", consiste à compter le nombre de franchissements du seuil λ par $|Z_n|$ pendant une durée 2ℓ après le premier franchissement, et à ne déclencher l'alarme que si ce

nombre de franchissements dépasse une quantité Q à fixer ; l'instant d'alarme choisi est alors celui du premier franchissement. L'avantage de cette méthode par rapport à la méthode grossière est d'éviter les fausses alarmes, le risque étant de ne pas détecter certains sauts si Q est trop grand. Dans la suite, on se limitera à des valeurs de Q comprises entre 1 et ∞ , et on verra que $Q=2$ permet une amélioration appréciable du détecteur, au sens des critères définis au paragraphe suivant.

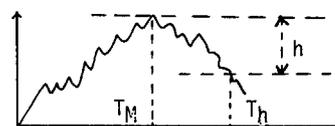
b) Méthode de Shiryaev :

Cette méthode, introduite par Shiryaev [7] comme version simplifiée de la méthode optimale [8], consiste à utiliser un test séquentiel de rapport de vraisemblance : on cumule les observations successives ($S_0 = 0$, $S_n = \sum_{i=1}^n Y_i$) et on déclenche l'alarme dès que $S_n \leq -h_1$, avec la convention que l'on réinitialise le cumul à zéro à chaque fois que $S_n \geq +h_2$, afin de tenir compte de l'évolution du processus observé en devenant plus exigeant sur le seuil $-h_1$ à franchir.



c) Méthode d'Hinkley :

Introduite par Page en 1954 en contrôle de qualité, elle est connue sous le nom de "cumulative sum test" et procède, comme la précédente, par intégration des observations : $S_0 = 0$, $S_n = \sum_{i=1}^n Y_i$ ($n \geq 1$). Cette fois, l'alarme est déclenchée par observation du maximum de ce processus (S_n) : soit $M_n = \max_{0 \leq k \leq n} S_k$; il y a alarme dès que $M_n - S_n \geq h$ ($h > 0$), cf. [6].



De manière heuristique, cette méthode apparaît plus fine que la précédente, en ce sens que la réactualisation au cours du temps du seuil h par S_n intervient à chaque instant (par l'intermédiaire de M_n) et non plus de temps en temps (lors des franchissements de la barrière supérieure $+h_2$). Cette supériorité a priori a été confirmée par simulations et de manière théorique, à l'aide des critères d'étude définis ci-après. D'autre part, vis-à-vis des méthodes de type "dérivée filtrée", la méthode d'Hinkley présente le double avantage de garder en mémoire tout le passé du processus $(Y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ observé, et non pas seulement un passé de taille fixe comme c'est le cas de tous les filtrages par fenêtres glissantes, sans pour autant introduire des calculs complexes puis-



que $M_n - S_n = (M_{n-1} - Y_n) \cdot 1_{\{Y_n < M_{n-1}\}}$.

Pour les méthodes de Shiryaev et d'Hinkley, plusieurs estimateurs de l'instant r de saut sont envisageables : l'instant d'alarme T_h , lui-même, ou bien T_h diminué de son biais, ou bien l'instant T_M , où le dernier maximum avant T_h a été atteint (autrement dit, dans le cas où μ_0 et μ_1 sont connues, T_M est l'estimateur de maximum de vraisemblance de r calculé sur les observations faites jusqu'à l'instant T_h).

2.2 Les critères d'étude

Les paramètres des détecteurs (seuils et, éventuellement, tailles de filtre et de compteur) sont à régler de manière à satisfaire au mieux les deux exigences contradictoires suivantes : éviter les fausses alarmes, minimiser les mauvaises détections (trop tardives, au risque de ne pas "voir" certains sauts!). Reprenant la terminologie de Shiryaev [8], on caractérisera donc chaque détecteur par le temps moyen T entre fausses alarmes et le retard moyen R à la détection d'un saut, conditionnellement au fait qu'il n'y a pas eu de fausses alarmes avant le saut. T donne une indication sur le comportement du détecteur en l'absence de saut, alors que R permet de mesurer le biais de l'instant d'alarme choisi comme estimateur de l'instant de saut.

Pour un rapport signal à bruit $\frac{\Delta\mu}{\sigma}$ donné, un détecteur dépendant d'au moins deux paramètres sera réglé de manière à maximiser T et minimiser R ; un détecteur à un seul degré de liberté sera réglé par exemple de façon à optimiser T (resp. R) pour une valeur de R (resp. T) fixée ou encore de façon à satisfaire une relation du type $\alpha R + \frac{\beta}{T} = cste$; le critère d'optimalité choisi dépendant des applications concrètes. Dans la suite, un algorithme sera dit optimal si pour un temps moyen T entre fausses alarmes fixé, il minimise le retard moyen à la détection.

Enfin, ces deux critères T et R permettent d'étudier la robustesse des détecteurs devant la présence de bruit d'une part, et d'autre part la précision avec laquelle est identifiée la moyenne μ_0 dans le cas où elle est inconnue.

2.3 Quelques résultats obtenus par simulations

Avant d'aborder les comparaisons entre méthodes, on commence par les étudier séparément.

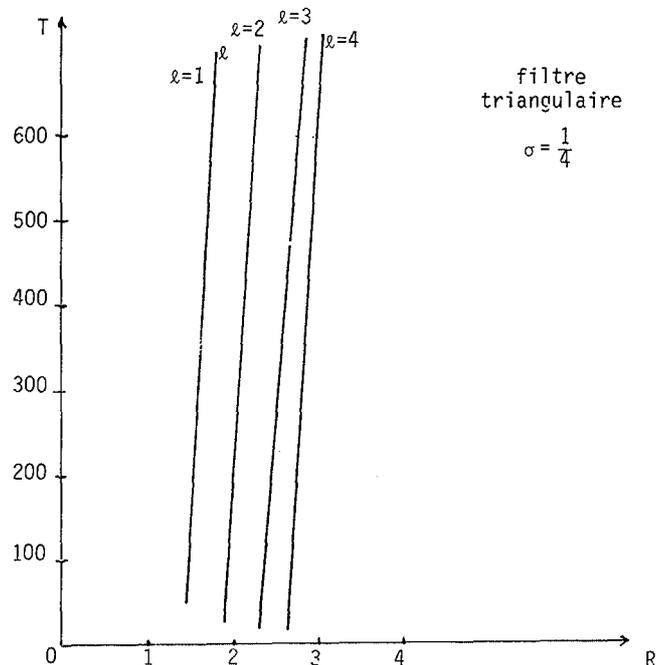
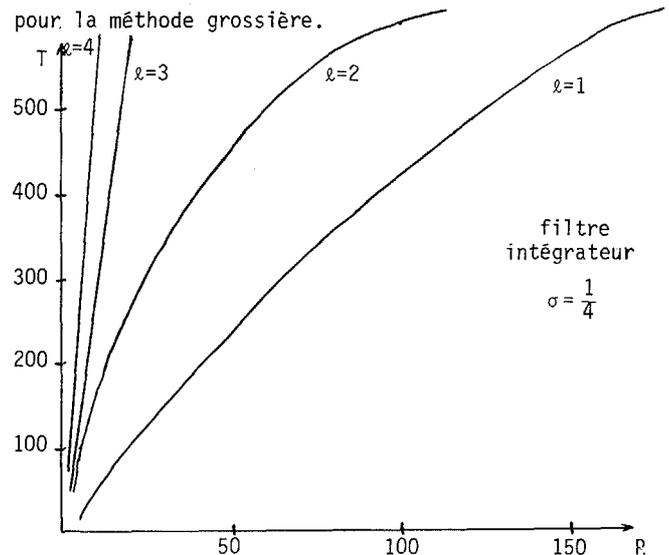
a) Méthodes de dérivée filtrée :

Le temps moyen T entre fausses alarmes, pour la méthode grossière, varie de façon "exponentielle" en fonction du seuil, la croissance étant d'autant plus forte que la taille du filtre est plus grande (resp.

plus petite) pour le filtre intégrateur (resp. filtre triangulaire). Il en est de même pour les alarmes déclenchées à l'aide d'un compteur ; de plus, pour une taille de filtre donnée, la croissance de T est d'autant plus rapide que la taille du compteur est élevée.

L'allure des variations du retard moyen à la détection R en fonction du seuil est également approximativement exponentielle. Pour le filtre intégrateur, le retard croît d'autant plus vite que la taille du filtre est plus grande. Pour le filtre triangulaire, c'est l'inverse qui se produit. Pour les deux filtres, l'influence du compteur se traduit par une plus forte variation du retard lorsque la taille Q du compteur augmente.

Enfin, on trouvera ci-dessous les variations du temps moyen entre fausses alarmes en fonction du retard moyen à la détection, pour diverses tailles de filtre, pour la méthode grossière.





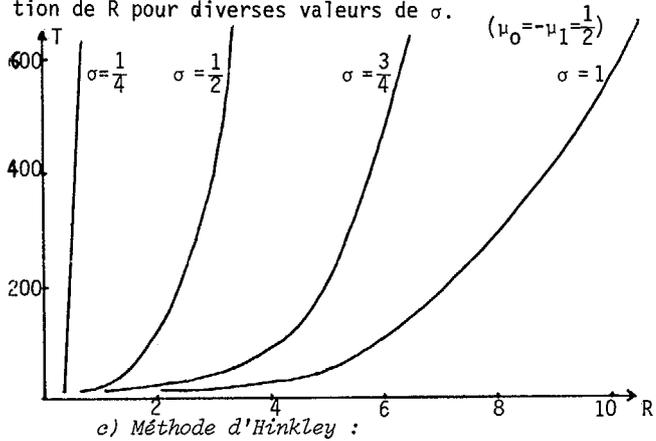
UNE METHODE SEQUENTIELLE DE DETECTION DE CONTOURS

La taille du filtre optimale, au sens où elle minimise le retard moyen à la détection pour un temps moyen entre fausses alarmes fixé, est la plus grande (resp. la plus petite) pour le filtre intégrateur (resp. triangulaire).

b) Méthode de Shiryaev :

Le temps moyen entre fausses alarmes varie de façon exponentielle en fonction du seuil $h (=h_2 = +h_1)$; tandis que le retard moyen à la détection varie linéairement en fonction du seuil. Dans les deux cas, la croissance est d'autant plus forte que la variance de bruit est grande.

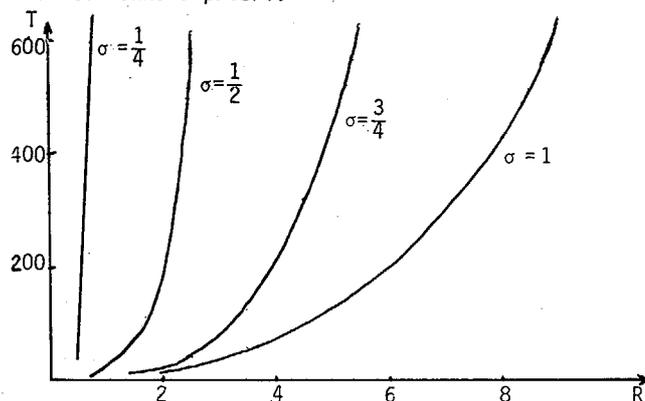
Ci-dessous figurent les variations de T en fonction de R pour diverses valeurs de σ .



Les résultats sont qualitativement les mêmes que pour la méthode de Shiryaev : les courbes analogues ont même allure ; ceci traduit la ressemblance entre les deux méthodes qui ne diffèrent que par la fréquence de réactualisation du seuil.

d) Conclusion :

Les variations de T en fonction de R qui figurent ci-dessous pour diverses valeurs de σ montrent que la méthode d'Hinkley est optimale parmi toutes les méthodes, et ce d'autant plus que la variance de bruit est élevée ; d'autre part, elle est plus robuste que celle de Shiryaev : une sous-estimation de la variance du bruit affecte moins le retard à la détection pour un seuil fixé en fonction d'un temps moyen entre fausses alarmes donné a priori.



2.4 Résultats théoriques :

a) Méthode de Shiryaev :

La méthode de Shiryaev présentée au paragraphe 2.1.b) est en fait une version simplifiée (cf.[7]) de la méthode optimale d'observation d'un processus soumis à des perturbations, que Shiryaev a étudiée en [8] (voir aussi [9]). Pour la méthode optimale, il obtient l'expression analytique du retard moyen à la détection R en fonction du temps moyen entre fausses alarmes T , sous la forme :

$$(3) \quad R = e^{\frac{1}{T}} \int_{\frac{1}{T}}^{+\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt - 1 + \frac{1}{T} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{x}{T}} \frac{\text{Log}(1+x)}{x} dx$$

En particulier :

$$(4) \quad R = \begin{cases} \text{Log } T - 1 - C + O\left(\frac{1}{T}\right) & \text{lorsque } T \rightarrow +\infty \text{ (C: cste d'Euler)} \\ \frac{T}{2} + O(T^2) & \text{lorsque } T \rightarrow 0 \end{cases}$$

Pour la méthode simplifiée du paragraphe 2.1.b) utilisée ici, les résultats asymptotiques sont les suivants :

$$(5) \quad R = \begin{cases} \text{Log } T - \frac{3}{2} + o(1) & \text{lorsque } T \rightarrow +\infty \\ \frac{5}{6} T + O(T^2) & \text{lorsque } T \rightarrow 0 \end{cases}$$

b) Méthode d'Hinkley :

En utilisant des approximations exponentielles des distributions asymptotiques de maxima de marches aléatoires, Hinkley [6] obtient une évaluation numérique de la distribution de T_M en fonction de $\frac{\mu_0 - \mu_1}{\sigma}$ et par simulation calcule quelques valeurs numériques du biais de T_M en fonction de la précision avec laquelle le rapport $\frac{\mu_0 - \mu_1}{\sigma}$ est connu.

On se propose, dans la suite de ce paragraphe, d'utiliser les résultats théoriques concernant les lois du temps d'arrêt $T_h = \inf \{t \mid M_t - X_t \geq h\}$ et des temps de sorties d'intervalles $T_{a,b} = \inf \{t \mid X_t = a \text{ ou } b\}$ ($a < 0 < b$, $X_0 = 0$) pour certains types de processus $(X_t)_{t \in \mathbb{T}}$, afin d'obtenir les lois des intervalles entre fausses alarmes d'une part et, d'autre part, de l'intervalle compris entre l'instant de saut et l'instant d'alarme T_h conditionnellement au fait qu'il n'y a pas eu de fausses alarmes avant l'instant de saut ; et donc en particulier T et R qui sont respectivement le premier moment de chacune de ses lois.

Le temps d'arrêt T_h a été étudié, notamment par D.P. Kennedy et H.M. Taylor, pour différents types de processus à temps discret ou continu, à valeurs entières ou réelles, non nécessairement homogènes. (voir [4]). Les résultats essentiels que l'on utilisera ici concernent la transformée de Laplace du couple (T_h, M_{T_h}) dans les deux cas suivants :

* Le processus (X) est une marche aléatoire sur \mathbb{Z} : $X_0 = 0$, $X_n = \sum_{i=1}^n Y_i$ où les $(Y_i)_{i \in \mathbb{N}}$ sont des variables



aléatoires de Bernoulli, indépendantes, dont le paramètre $p_0 = P(Y_i=+1) > \frac{1}{2}$ passe, après l'instant r , à une valeur $p_1 < \frac{1}{2}$.

* Le processus $(X_t)_{t \in \mathbb{R}}$ est un mouvement brownien avec une dérive dont on cherche à détecter l'instant de changement de signe :

$$dX_t = \mu_t dt + \sigma dW_t$$

$$\text{où } \mu_t = \begin{cases} \mu_0 > 0 & \text{pour } t \leq r \\ \mu_1 < 0 & \text{pour } t > r \end{cases}$$

et où $(W_t)_{t \in \mathbb{R}}$ est le brownien standard.

En l'absence de changement de loi du processus (X) (situation "fausses alarmes"), T_h , dans le premier cas, est tel que pour tout $\beta > 0$ et tout $\alpha < \text{Log } \frac{1}{\delta(\beta)}$:

$$E(e^{\alpha M_{T_h} - T_h}) = \frac{\gamma(\beta)}{1 - e^{\alpha \delta(\beta)}} \quad (6)$$

$$\text{où : } \gamma(\beta) = \frac{\lambda_+ - \lambda_-}{\lambda_+ \lambda_- - h - \lambda_- h} \quad (7)$$

$$\delta(\beta) = \frac{\lambda_- - \lambda_+}{\lambda_+ \lambda_- - h - \lambda_- h} \quad (8)$$

et où λ_+ et λ_- sont les solutions de l'équation $p_0 \lambda^2 - e^{\beta \lambda} + q_0 = 0$. En particulier, le temps moyen entre fausses alarmes $T = E(T_h)$ vaut :

$$T = \frac{1}{2p_0 - 1} (T_h - h) \quad (9)$$

$$\text{où : } \delta = \delta(0) = \frac{1 - (\frac{p_0}{q_0})^h}{\frac{q_0}{p_0} - (\frac{p_0}{q_0})^h} \quad (10)$$

Dans le cas du mouvement brownien avec dérive :

$$E(e^{M_{T_h} - \beta T_h}) = \frac{\delta e^{-\gamma h}}{\delta \text{ch}(\delta h) - (\alpha + \gamma) \text{sh}(\delta h)} \quad (11)$$

pour tout $\beta \geq 0$ et tout $\alpha < \theta$, où $\gamma = \frac{\mu_0}{\sigma}$, $\delta = \sqrt{\left(\frac{\mu_0}{\sigma}\right)^2 + \frac{2\beta}{\sigma^2}}$, et $\theta = \delta \coth(\delta h) - \gamma > 0$.

$$\text{En particulier : } T = E(T_h) = \frac{1}{\mu_0} \left[\frac{e^{2\gamma h} - 1}{2\gamma} - h \right] \quad (12)$$

Etudions maintenant la loi \mathcal{L}_1 du retard à la détection, sous l'hypothèse qu'il n'y a pas eu de fausse alarme avant l'instant r de saut. Soit $U_r^0 = u_0 \in [0, h[$ l'état atteint par le détecteur $U_t^0 = M_t^0 - X_t^0$ et ν_0 la loi de U_r^0 sous cette hypothèse. Alors :

$\mathcal{L}_1 = \int_0^h \mathcal{L}(T^1(u_0)) d\nu_0(u_0)$, où $T^1(u_0)$ est le temps d'arrêt pour le processus (X) régi par la nouvelle loi (de paramètre p_1 ou μ_1), l'état "initial" du maximum étant cette fois u_0 et non 0. De manière précise :

$$T^1(u_0) = \inf \{t > 0 \mid M_t^1 - X_t^1 \geq h\}$$

avec ; $M_t^1 = \max_{0 \leq s \leq t} (u_0, M_s^1)$ et $M_t^1 = \max_{0 \leq s \leq t} X_s^1$.

En considérant la façon dont le processus (X_t^1) sort de l'intervalle $[u_0 - h, u_0]$, on obtient :

$$\begin{aligned} E(e^{-\beta T^1(u_0)}) &= E(e^{-\beta T^1_{u_0-h, u_0}} ; X_{T^1_{u_0-h, u_0}}^1 = u_0 - h) \\ &+ E(e^{-\beta T^1_{u_0-h, u_0}} ; X_{T^1_{u_0-h, u_0}}^1 = u_0) \\ &= E(e^{-\beta T^1_{u_0-h, u_0}} ; X_{T^1_{u_0-h, u_0}}^1 = u_0 - h) \\ &+ E(e^{-\beta T^1_h} ; M_{T^1_h}^1 \geq u_0) \end{aligned} \quad (13)$$

Le premier terme fait appel à la loi d'un temps de sortie d'intervalle, conditionnellement à l'état du processus au moment de la sortie (résultats connus), et le second se calcule à partir de la loi jointe de $(T_h, M_{T_h}^1)$ obtenue précédemment, la loi du processus (X) étant cette fois de paramètre p_1 ou μ_1 .

Il reste encore à trouver une approximation de la loi de l'état du détecteur $U_r^0 = M_r^0 - X_r^0$. Une étude numérique a été effectuée pour le premier cas : on a étudié la stabilisation de la matrice de transition des trajectoires de la chaîne de Markov $(U_n^0)_{n \in \mathbb{N}}$ qui, à l'instant r , ne sont pas sorties de $\{0, 1, \dots, h-1\}$; puis on a calculé la loi stationnaire associée à la matrice stabilisée ainsi obtenue, pour différentes valeurs de h (entre 2 et 7) et de $p_0 > \frac{1}{2}$. Les résultats numériques ont montré que cette loi est très proche (surtout pour $p_0 > \frac{3}{4}$) de la loi obtenue en tronquant en h , la masse résiduelle étant reportée en 0, la loi asymptotique de la chaîne de Markov non astreinte à rester dans $\{0, 1, \dots, h-1\}$, qui est la loi géométrique de paramètre $\frac{1-p_0}{p_0}$. Cette loi a donc été prise pour loi ν_0 , et dans le cas du mouvement brownien on a utilisé pour ν_0 la loi exponentielle de paramètre $\frac{2\mu_0}{\sigma}$ tronquée en h , et la masse résiduelle étant reportée aussi en 0.

Tous calculs faits, on obtient la transformée de Laplace de la loi du retard à la détection sous l'hypothèse "pas de fausses alarmes avant le saut" :

$$\begin{aligned} E(e^{-\beta(T_h - r)} \mid T_h > r) &= \left[y_0^h + (1-y_0) \frac{1 - (cy_0)^h}{1 - cy_0} \right] b \\ &+ \frac{1-y_0}{a} \left[\frac{1 - (\frac{y_0}{\lambda_-})^h}{1 - \frac{y_0}{\lambda_-}} - \frac{1 - (\frac{y_0}{\lambda_+})^h}{1 - \frac{y_0}{\lambda_+}} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \text{où : } y_0 &= \frac{1-p_0}{p_0} \\ a &= \lambda_-^{-h} - \lambda_+^{-h} \end{aligned}$$

UNE METHODE SEQUENTIELLE DE DETECTION DE CONTOURS

(15) $b = \frac{\gamma(\beta)}{1-\delta(\beta)}$ données par les formules (7) et (8)
 $c = \delta(\beta)$

λ_{\pm} racines de $p_1 \lambda^2 - e^{\beta} \lambda + q_1 = 0$

pour le cas où (X) est une marche aléatoire de Bernoulli, et, dans le cas du mouvement brownien avec dérive :

(16)
$$E(e^{-\beta(T_h-r)} | T_h > r) = e^{-(\gamma_1+2\gamma_0)h} \frac{\delta_1}{\theta_1 \operatorname{sh}(\delta_1 h)}$$

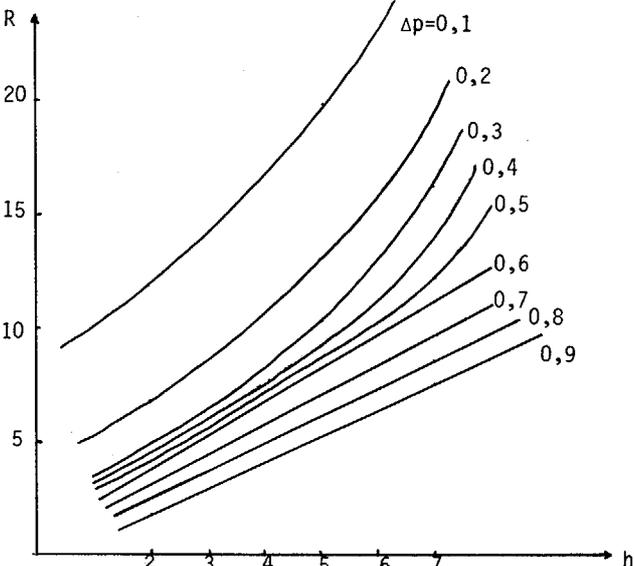
$$+ \frac{2\gamma_0 \cdot e^{-\gamma_1 h}}{\operatorname{sh}(\delta_1 h)} \frac{\delta_1}{(\gamma_1-2\gamma_0)^2 - \delta_1^2}$$

$$- \frac{2\gamma_0 e^{-2\gamma_0 h}}{(\gamma_1-2\gamma_0)^2 - \delta_1^2} (\theta_1 + 2\gamma_0)$$

$$+ \frac{2\gamma_0 e^{-\gamma_1 h}}{\operatorname{sh}(\delta_1 h)} \frac{\delta_1}{\theta_1 (\theta_1 + 2\gamma_0)} (1 - e^{-(\theta_1 + 2\gamma_0)h})$$

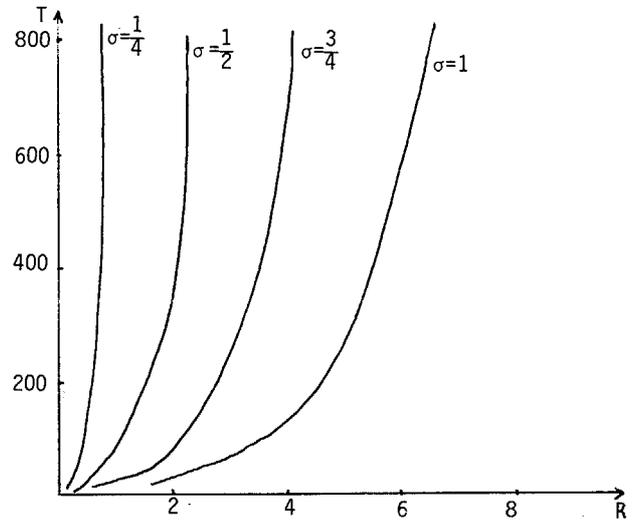
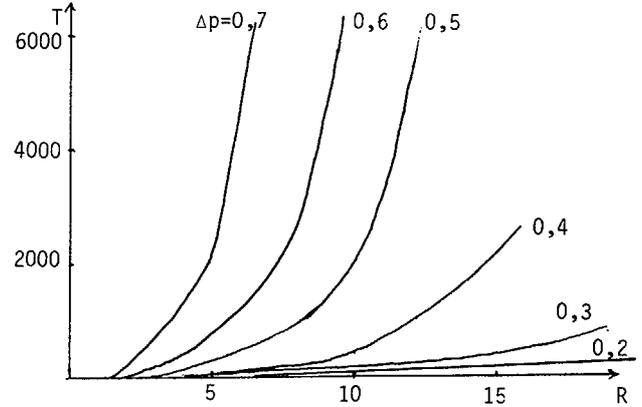
où : $\delta_1 = \sqrt{\gamma_1^2 + \frac{2\beta}{\sigma^2}}$ et $\theta_1 = \delta_1 \coth(\delta_1 h) - \gamma_1$.

Par dérivation, on en déduit le retard moyen à la détection R. Un calcul numérique de la fonction ainsi obtenue permet d'étudier le comportement de R en fonction du seuil h, et en fonction des valeurs des paramètres de la loi du processus X observé avant et après le saut. Par exemple, dans le cas où (X) est une marche aléatoire de paramètre $p_0 = \frac{1+\Delta p}{2}$ puis $p_1 = \frac{1-\Delta p}{2}$, on obtient les variations suivantes de R en fonction de h pour différentes valeurs de Δp :



Enfin on trouvera ci-dessous les variations du temps moyen entre fausses alarmes T en fonction du retard R obtenues pour différentes valeurs de Δp d'une part, et pour différentes valeurs de σ dans le cas du brownien avec dérive ($\mu_0 = -\mu_1 = \frac{1}{2}$) d'autre part ; ces courbes sont à rapprocher de celles obtenues par simulation

au paragraphe précédent.





3. Filtrage des contours

Les détecteurs d'éléments de contour considèrent les lignes successives comme indépendantes. Une image étant fondamentalement bidimensionnelle, la prise en compte des relations entre lignes permet d'affiner les résultats obtenus à l'étape précédente ; en particulier, des fausses alarmes sont éliminées, certaines non-détections sont compensées, et les contours eux-mêmes sont nettoyés d'une partie de leur bruit.

Ces diverses opérations doivent être effectuées au cours du balayage ; les algorithmes utilisés sont donc à nouveau séquentiels et conduisent à un retard à la décision relativement faible (de l'ordre de 3 ou 4 lignes), donc à une occupation mémoire réduite. Deux phases, imbriquées dans la pratique, sont à considérer :

3.1 Suivi d'un contour

Un contour peut être modélisé sous forme d'équation d'état linéaire de dimension à fixer ; nous nous restreindrons aux lignes droites bruitées de la forme :

$$\begin{cases} x_{i+1}^{\ell} = x_i^{\ell} + a_i^{\ell} + e_i^{\ell} \\ a_{i+1}^{\ell} = a_i^{\ell} \end{cases}$$

où ℓ est le numéro du contour considéré, a_i^{ℓ} la pente et e_i^{ℓ} un bruit d'état supposé gaussien ; x_i^{ℓ} est l'emplacement du contour ℓ sur la ligne i . L'équation de mesure associée est alors : $y_i^{\ell} = x_i^{\ell} + \varepsilon_i^{\ell}$, où y_i^{ℓ} est une alarme ramenée au point de discrétisation le plus proche. ε_i^{ℓ} est un bruit de détection et de quantification de variance σ_{ε}^2 . L'utilisation d'un filtre de Kalman ordinaire permet l'estimation du couple $\{x, a\}$ à chaque ligne. L'absence éventuelle d'alarme est compensée par une prédiction de durée limitée. La présence d'un bruit d'état autorise le suivi des contours non rectilignes ; enfin, fourches, croisements et changements brusques d'orientation sont interprétés par l'algorithme comme autant de réinitialisations de contours.

3.2 Résolution des conflits

A chaque contour est associée une variance propagée par le filtre ; en considérant la prédiction $i/i-1$, on peut définir deux zones-types :

- zone d'admissibilité Z_{ℓ} : c'est un intervalle centré sur la prédiction $\hat{x}_i^{\ell}/i-1$, de largeur $2\alpha [\sigma_{\varepsilon}^2 + P(i/i-1)]^2$, où $P(i/i-1)$ est la variance de l'erreur de prédiction et α un coefficient de proportionnalité. On exprime ainsi l'intervalle dans lequel doit se retrouver l'alarme cherchée.

- zone de conflit Z_C :

$$Z_C(\ell_1, \ell_2) = \bigcup_{\ell=\ell_1}^{\ell=\ell_2} Z_{\ell} : \left\{ \begin{array}{l} Z_{\ell} \cap Z_{\ell+1} = h_{\ell} \neq \emptyset \\ \exists k : y_i^k \in h_{\ell} \end{array} \right\} \quad \ell=\ell_1 \dots \ell_2-1$$

Cette zone est la juxtaposition de zones d'admissibilité pour lesquelles la décision d'affectation des alarmes est non causale. Chaque Z_C fait donc l'objet d'un traitement global au moyen de diverses règles décrites dans [3] permettant l'affectation d'alarmes, et la poursuite ou l'arrêt des contours.

4. Mise en oeuvre et applications

L'implantation pratique des algorithmes de détection requiert en particulier l'estimation à chaque pas de la moyenne et de la variance du niveau de gris. Ces estimées sont fournies par des filtres récursifs, auxquels a été adjointe une pondération exponentielle des observations, destinée à suivre les lentes variations des paramètres au sein d'une même zone. Pendant cette opération, un détecteur de type "dérivée filtrée" est mis en oeuvre pour éviter la non détection de contours proches, les détecteurs d'Hinkley étant évidemment déconnectés. Par ailleurs, un réglage optimal est obtenu lorsque l'amplitude du saut est connue ; comme ce n'est pas le cas en général, on se fixe une amplitude minimale à détecter, les sauts supérieurs étant détectés a fortiori.

Ces méthodes ont été appliquées à divers problèmes : tout d'abord, la reconnaissance de mires noires/blanches dans un paysage a été effectuée en utilisant un réseau de photodiodes (cf. [3]). Puis, les algorithmes ont été comparés à un détecteur de Sobel sur les images de Pratt [3]. Par ailleurs, des radiographies du cerveau, très peu contrastées, ont été traitées de cette façon. Les résultats obtenus de très bonne qualité nous ont incités à poursuivre ces études, d'une part en utilisant un système de numérisation à haute définition, et d'autre part en considérant des modèles d'images plus complexes. Signalons enfin que l'algorithme simple consistant à cumuler des v.a. binaires est utilisé en détection de proximité (très bas rapport signal/bruit) sous forme câblée.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] I.E. ABDU (1978) : "Quantitative methods of edge detection". USCIP Report 830. Univ. of Southern California. Los Angeles.
- [2] M. BASSEVILLE (1977) : "Traitement d'images". Publication interne IRISA n° 91.
- [3] M. BASSEVILLE, B. ESPIAU (1978) : "Détection de contours dans une image numérisée". Publication interne IRISA n° 109.



UNE METHODE SEQUENTIELLE DE DETECTION DE CONTOURS

-
- [4] M. BASSEVILLE (1978) : "Déviations par rapport au maximum : formules d'arrêt et martingales associées". Compte-rendus des Séminaires de Probabilité. Rennes 78.
 - [5] M. BASSEVILLE (1978) : "Détection de contours : méthodes et études comparatives". Soumis à une publication aux Annales des Télécommunications.
 - [6] D.V. HINKLEY (1971) : "Inference about the change-point from cumulative sum tests". Biometrika. Vol. 58, n° 3, p. 509-523.
 - [7] A.N. SHIRYAEV (1961) : "The problem of the most rapid detection of a disturbance in a stationary process". Soviet. Math. Dokl., n° 2, p. 795-799.
 - [8] A.N. SHIRYAEV (1963) : "On optimum methods in quickest detection problems". Theory of Proba. and its applications. Vol. 8, n° 1, p. 22-46.
 - [9] A.N. SHIRYAEV (1978) : "Optimal stopping rules". Applications of Mathematics. Springer-Verlag.