

SEPTIEME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 28 MAI au 2 JUIN 1979

SIGNAUX A GRAND PRODUIT DUREE-BANDE POUR L'ESTIMATION OPTIMALE NON CORRELEE
DE PARAMETRES DEPENDANTS DU TYPE DISTANCE-VITESSE ;

COMPARAISON AVEC LES SIGNAUX SONAR DE CERTAINES CHAUVES-SOURIS.

Malik MAMODE

Bernard ESCUDIE

Laboratoire de Traitement du Signal
Institut de Chimie et de Physique Industrielles de Lyon

RESUME

L'étude des signaux SONAR émis par certaines espèces de Chauves-Souris, depuis la détection jusqu'à la capture d'insectes, pose le problème de la recherche de signaux qui permettraient l'estimation OPTIMALE de certains paramètres, sous l'hypothèse d'une réception cohérente.

Dans cette perspective, il est nécessaire d'introduire des contraintes telles que la durée du signal, son énergie, la tolérance ou la résolution en distance et vitesse. On est amené à définir précisément certaines propriétés telles que la tolérance à l'effet DOPPLER en vue de la détection ou de l'estimation. Cette précision conditionne alors une certaine classe de signaux à grand produit durée-bande. Nous discutons la possibilité d'une estimation optimale simultanée de la distance et de la vitesse. La décorrélation des estimations, en plus des contraintes précédentes, conduit à diverses solutions théoriques comparables aux signaux sonar animaux, ces derniers provenant de l'observation expérimentale, in-situ, de Chauves-Souris au cours de poursuites d'une proie.

SUMMARY

The signal and waveform design for optimal detection and estimation is deeply related to the analysis of bat's SONAR systems with different conditions such as cruise, pursuit and catches of insects, under the assumption of coherent reception.

Solutions of these problems can be derived under constraints such as signal's duration, energy, range and range rate resolution, or DOPPLER tolerance. Doppler tolerance has to be defined in two different ways related to optimal detection or optimal estimation. These definitions generate a set of energy limited signals such that their own duration bandwidth product is higher than unity. We are deriving a solution related to optimal estimation of range and range rate, under the constraint of minimal cross-correlation between the two different estimates. The derived signals are very similar to those emitted by different bats during pursuits of targets.



SIGNAUX A GRAND PRODUIT DUREE-BANDE POUR L'ESTIMATION OPTIMALE NON CORRELEE
DE PARAMETRES DEPENDANTS DU TYPE DISTANCE-VITESSE ;
COMPARAISON AVEC LES SIGNAUX SONAR DE CERTAINES CHAUVES-SOURIS

INTRODUCTION

Les résultats obtenus lors de l'étude du système SONAR actif de diverses espèces de Chauves-Souris ont montré l'importance de l'estimation de certains paramètres tels que la distance et la vitesse relative entre l'animal et la proie [1] [2]. L'hypothèse d'un traitement cohérent, à la réception, semblant se confirmer, il s'ensuit que l'étude de la détection, de la poursuite et de la capture d'une proie par l'animal, confronte les résultats expérimentaux obtenus avec ceux dus à la Théorie des Communications [4] [3]. Le présent travail s'inscrit dans cette perspective et tente de préciser les conditions optimales d'estimation des paramètres de la cible pendant la poursuite. On s'intéresse plus particulièrement aux paramètres distance et vitesse relative ; celle-ci est supposée constante.

1) CADRE DE L'ETUDE ET RESULTATS ANTERIEURS

les travaux effectués depuis une dizaine d'années ont montré que les signaux SONAR des Chauves-Souris pouvaient être représentés comme suit [2]

$$\begin{aligned}
 (1) \quad S(t) &= A(t) \cos \Phi(t) \in \mathbb{L}_R^2 \\
 Z(t) &= A(t) e^{i\Phi(t)} \Leftrightarrow z(v) \in \mathbb{L}_c^2
 \end{aligned}$$

où $A(t)$ et $\Phi(t)$ sont les modulations d'amplitude et de phase du signal, telles que

$$(2) \quad \nu_i(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{décrit la loi de modulation de fréquence. On définit :}$$

- . $B = \nu_{max} - \nu_{min}$, $\nu_m \leq \nu_i(t) \leq \nu_M$, la bande passante
- . T , la durée du signal telle que

$$A(t) \equiv A(t) \cdot \Pi_T(t)$$

Alors ; si $BT \gg 1$, la condition de BEDROSIAN - RIHACZEK est vérifiée [5].

D'une part, divers auteurs ont étudié la synthèse de signaux permettant l'estimation optimale de paramètres ou la détection de cibles [6]. Des signaux ont ainsi été obtenus en vue de préserver les performances d'un récepteur-filtre adapté

contre l'effet DOPPLER (tolérance à l'effet DOPPLER) sous diverses contraintes (énergie, durée....).

D'autre part, des études plus nombreuses ont défini la structure de l'estimation, simultanée, du maximum de vraisemblance (M.V.) de paramètres dépendants [7]. Dans le cas d'un bruit additif gaussien, H.L. VAN TREES [8] et B. LEVINE [9] obtiennent la condition décrivant un signal à "BANDE ETROITE" tel que l'estimateur M.V. simultané de la date de retour τ et du déplacement DOPPLER de la fréquence porteuse Ω , du signal écho, soit à covariance croisée nulle et à variance minimale. Si le rapport signal sur bruit ρ , à la réception, est raisonnablement élevé, le logarithme de la fonctionnelle de vraisemblance se réduit à

$$\text{Log } \Lambda(\tau, \Omega) \simeq |\chi_z(\tau, \Omega)|^2$$

$\chi_z(\tau, \Omega)$ est la fonction d'Ambiguïté dite de WOODWARD [8]. La matrice d'information de FISHER s'écrit

$$J = \rho \begin{bmatrix} \beta^2 & -\lambda_L + \langle t \rangle \langle \omega \rangle \\ -\lambda_L + \langle t \rangle \langle \omega \rangle & \alpha^2 \end{bmatrix}$$

où

$$\alpha^2 = - \left(\frac{\partial^2 |\chi_z|^2}{\partial \tau^2} \right)_{(0,0)} ; \quad \beta^2 = - \left(\frac{\partial^2 |\chi_z|^2}{\partial \Omega^2} \right)_{(0,0)}$$

$$(3) \quad \lambda_L = \int_R t A^2(t) \cdot \dot{\Phi}(t) dt ;$$

$$\langle \omega \rangle = \int_R A^2(t) \cdot \dot{\Phi}(t) dt ; \quad \langle t \rangle = \int_R t |z|^2 dt$$

La condition $\lambda_L = \langle \omega \rangle \langle t \rangle$ décorrèle les estimateurs $\hat{\tau}$ et $\hat{\Omega}$, et fournit la variance d'estimation minimale. Elle définit, par exemple, des signaux à lois de modulation d'enveloppe et de fréquence PAIRES. [10]. La poursuite de l'étude consiste à lever l'hypothèse de "bande étroite".

2) ESTIMATEUR M.V. DE LA DATE ET DU TAUX D'EFFET DOPPLER D'UN SIGNAL DANS LE CAS "LARGE BANDE"

En présence d'un bruit gaussien, stationnaire de deuxième ordre, continu et dérivable en moyenne quadratique (ce qui exclut l'hypothèse du bruit BLANC, à densité spectrale de puissance moyenne constante : $\gamma_B(v) = \gamma_0 ; \forall v$), additionné à un signal certain, d'énergie finie, à grand produit BT, on observe [2]

SIGNAUX A GRAND PRODUIT DUREE-BANDE POUR L'ESTIMATION OPTIMALE NON CORRELEE
 DE PARAMETRES DEPENDANTS DU TYPE DISTANCE-VITESSE ;
 COMPARAISON AVEC LES SIGNAUX SONAR DE CERTAINES CHAUVES-SOURIS.

$$(4) \quad \begin{aligned} V_r(t) &= \sqrt{\gamma_0} S(\eta_0(t-\tau_0)) + B(t) = \text{Re } V(t) \\ V(t) &= \sqrt{\gamma_0} Z(\eta_0(t-\tau_0)) + Z_B(t) \end{aligned}$$

où le signal-écho est une copie du signal émis (1), retardée et affectée d'un taux de compression DOPPLER η_0 . Le logarithme de la fonction de vraisemblance est

$$(5) \quad \begin{aligned} \text{Log } \Lambda(\tau, \eta) &= \frac{1}{\gamma_0} \left| \int_R \sqrt{\gamma} Z(\eta(t-\tau)) \cdot V^*(t) dt \right|^2 \\ &- \frac{1}{\gamma_0} \left| 1 - \int_R \sqrt{\gamma} Z(\eta(t-\tau)) \cdot V^*(t) dt \right|^2 \\ &= L_1 - L_2 ; \text{ avec } L_1, L_2 \gg 0; \end{aligned}$$

l'écho est supposé d'énergie unité et le bruit, à densité spectrale constante ($\gamma_B(\nu) \sim \gamma_0$) dans la bande du signal (fig. 1), ceci dans le cadre de l'hypothèse de départ.

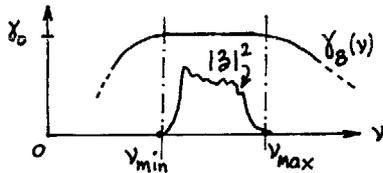


fig. 1

Rendre $\Lambda(\tau, \eta)$ maximum, revient à maximiser L_1 et à annuler L_2 .

En utilisant (4), L_1 peut s'écrire:

$$L_1 = \frac{1}{\gamma_0} |\chi_z(\tau, \eta)|^2 + \frac{1}{\gamma_0} \left| \int_R \sqrt{\gamma} Z^*(\eta(t-\tau)) Z_B dt \right|^2 + \frac{2}{\gamma_0} \text{Re} \left\{ \chi_z(\tau, \eta) \cdot \int_R \sqrt{\gamma} Z(\eta(t-\tau)) \cdot Z_B^*(t) dt \right\}$$

où $\chi_z(\tau, \eta)$ est la fonction d'Ambiguïté "Large Bande" (dite de KELLY-WISHNER [11]) :

$$(6) \quad \chi_z(\tau, \eta) = \int_R \sqrt{\gamma} Z(\eta(t-\tau)) \cdot \sqrt{\gamma_0} Z^*(\eta_0(t-\tau_0)) dt$$

Sous l'hypothèse d'un fort rapport signal sur bruit en sortie du récepteur ($\gamma_0 \ll 1$), le maximum de L_1 est atteint pour $\tau \neq \tau_0$ et $\eta \neq \eta_0$, vaut $1/\gamma_0$. Dans ces conditions, L_2 est négligeable devant L_1 . La fonctionnelle de vraisemblance, au voisinage du maximum (τ_0, η_0) , se réduit à

$$(7) \quad \begin{aligned} \text{Log } \Lambda(\tau, \eta) &\simeq \frac{1}{\gamma_0} |\chi_z(\tau, \eta)|^2 \\ \text{Max}_{\tau, \eta} \text{Log } \Lambda(\tau, \eta) &= \frac{1}{\gamma_0} = \rho = \frac{1}{\gamma_0} |\chi_z(\tau_0, \eta_0)|^2 \end{aligned}$$

Remarquons que la structure du récepteur est celle du filtre Adapté au signal, suivi d'une détection quadratique d'enveloppe. En pratique, nous convenons de placer l'origine des temps à l'instant d'apparition τ_0 de l'écho ($\tau_0=0$) et choisissons $\eta_0 = 1$ (ceci équivaut également à s'intéresser à $|\chi_z(\theta, \xi)|^2$ où $\theta = \eta\eta_0(\tau-\tau_0)$ et $\xi = \eta/\eta_0$).

L'estimateur $(\hat{\tau}, \hat{\eta})$ idéal, devrait fournir la valeur $(0, 1)$. Mais la géométrie de $|\chi_z|^2$ au voisinage de ce point, sera telle qu'une erreur systématique s'introduit dans la mesure de $\hat{\tau}$ et de $\hat{\eta}$. Ainsi, en présence d'effet DOPPLER de taux η' , le maximum de $|\chi_z(\tau, \eta')|^2$ se produira à l'instant [6]:

$$(8) \quad \begin{aligned} \tau = \hat{\tau} &= -\frac{\delta}{\lambda^2} (\eta' - 1) \quad \forall \eta' \\ &= \tau_m(\eta') \end{aligned}$$

si bien que, $\hat{\tau} \neq 0$ si $\eta' = \hat{\eta} \neq 1$. $\tau_m(\eta')$ est le lieu de $\text{Max}_{\tau} |\chi_z(\tau, \eta')|^2$, à η donné.

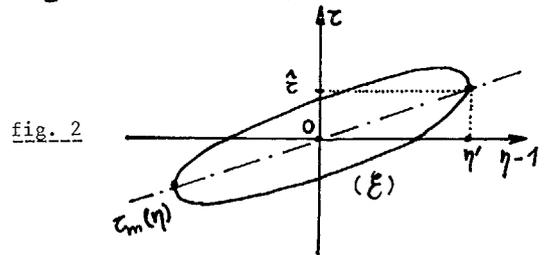


fig. 2

L'ellipse (E) de la figure 2 est une coupe de niveau de $|\chi_z|^2$, projetée dans le plan (τ, η) et passant par le point $(\tau_m(\eta'), \eta')$. Son équation est

$$\begin{aligned} \lambda^2 \tau^2 + (\eta-1)^2 \xi^2 + 2\tau(\eta-1)\delta &= \epsilon^2 \\ \epsilon^2 &= |\chi_z(\tau_m(\eta'), \eta')|^2 \leq 1 ; \end{aligned}$$

où $\lambda^2 = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 |\chi_z|^2}{\partial \tau^2} \right)_{(0,1)}$; $\xi^2 = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 |\chi_z|^2}{\partial \eta^2} \right)_{(0,1)}$;

$$(9) \quad \delta = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 |\chi_z|^2}{\partial \tau \partial \eta} \right)_{(0,1)}$$

La matrice de covariance des erreurs ($\rho = \frac{1}{\gamma_0} \gg 1$) est donnée par

$$\mathbb{P}_{\hat{\tau}, \hat{\eta}} = \frac{\gamma_0}{2} \begin{bmatrix} \xi^2 & -\delta \\ -\delta & \lambda^2 \end{bmatrix}$$



SIGNAUX A GRAND PRODUIT DUREE-BANDE POUR L'ESTIMATION OPTIMALE NON CORRELEE
DE PARAMETRES DEPENDANTS DU TYPE DISTANCE-VITESSE ;
COMPARAISON AVEC LES SIGNAUX SONAR DE CERTAINES CHAUVES-SOURIS.

La condition $\delta = 0$ (ou $|\delta|$ minimum) améliore la précision des estimateurs \hat{z} et $\hat{\eta}$, tout en supprimant l'erreur de "biais" (8). Nous allons donc chercher les signaux qui, traités de manière cohérente, dans les conditions définies précédemment, fournissent des estimations DECORRELEES ou DECOUPLEES de τ et de η . Ces deux grandeurs sont liées aux paramètres $R(t)$, distance de la cible, et $dR/dt(t)$, vitesse radiale relative de la cible à l'instant de la réflexion du signal émis ; elles sont dépendantes l'une de l'autre.

Pour effectuer cette recherche, nous allons imposer des contraintes sur les performances en sortie du traitement envisagé.

3) SIGNAL OPTIMAL TOLERANT L'EFFET DOPPLER EN DETECTION OU EN ESTIMATION DE LA DISTANCE

3 - a) Qu'est-ce que la tolérance à l'effet DOPPLER ?

Pour répondre à une telle question, il convient avant tout de préciser l'opération que l'on désire réaliser à l'aide du dispositif de traitement: "est-ce une DETECTION DE PRESENCE de la cible, ou une ESTIMATION précise de sa position et de sa vitesse ?". En effet :

a) dans le cas de la détection, l'erreur de "biais" liée à $\tau_m(\eta)$ (8) est sans importance ; le but de l'opération est de déceler la présence d'une cible (située, en général, à une distance élevée). Qu'importe l'instant du maximum en sortie du récepteur, pourvu qu'il existe avec un maximum de "CONSTRATE", pour éviter les fausses alarmes. La tolérance à l'effet DOPPLER demande que, $\forall \eta$, l'on préserve avant tout le rapport signal sur bruit à la réception pour la gamme de vitesses possibles de la cible :

$$\forall \eta \in [\eta_1, \eta_2], |X_z(\tau_m(\eta), \eta)|^2 \neq 1$$

C'est, notamment, le point de vue de R.A. ALTES [6].

B) dans le second cas, on veut tout au contraire connaître les paramètres de la cible avec le maximum de précision, soient avec les erreurs les plus faibles possibles.

La tolérance à l'effet DOPPLER exige, donc, en plus de la contrainte précédente, que la trace $\tau_m(\eta)$ (8) soit la plus voisine possible de l'axe $(\eta-1)$ de telle façon que

$$\forall \eta \in [\eta_1, \eta_2]; |X_z(\tau_m(\eta), \eta)|^2 \neq |X_z(0, \eta)|^2$$

$$\tau_m(\eta) \approx 0$$

Nous nous plaçons, dans la suite, dans cette dernière perspective.

3 - b) Contraintes physiques intervenant dans la recherche du signal optimal.

Dans l'analyse d'une situation SONAR où se trouve une Chauve-souris, lors de l'identification et de la poursuite d'une cible, il apparaît des contraintes physiques liées à l'émission du signal et aux buts recherchés [4]. Ces contraintes sont les suivantes :

- (c) } - énergie limitée $E_s = E_z = 1$
- durée finie T et causalité $Z(t) = \Pi_T Z$
- produit $BT \gg 1$ (cf. (1))

On désire estimer au mieux la distance de la cible ; il nous faut donc minimiser la quantité:

$$|\delta| = \frac{1}{2} \left| \frac{\partial^2 |X_z|^2}{\partial \tau \partial \eta} \right|_{(0,1)}$$

qui assurera un taux de couplage faible, sous les contraintes (c) précédentes. De plus, on démontre que [6]

$$|X_z(\tau_m(\eta), \eta)|^2 \neq 1 - \left(\xi^2 - \frac{\delta^2}{\lambda^2} \right) (\eta-1)^2$$

Cette grandeur doit être voisine de l'unité, $\forall \eta \in [\eta_1, \eta_2]$. Nous contraignons donc ξ^2 à être faible et λ^2 à être grand (λ^2 chiffre $\text{Var } \hat{z}$ et autorise une bonne résolution en distance).

4) SIGNAUX OPTIMAUX TOLERANT L'EFFET DOPPLER ET MINIMISANT LE TAUX DE COUPLAGE, POUR L'ESTIMATION DE LA DISTANCE :

Une approche logique du problème de découplage consisterait à minimiser $|\delta|$ sous les contraintes (c), λ^2 et ξ^2 . Mais, $|\delta|$ s'exprime par

$$|\delta| = |K - \langle \omega \rangle \cdot \lambda_L| \text{ où } K = \int_R t (\dot{A}^2 + A^2 \dot{\Phi}^2) dt$$

; $\langle \omega \rangle$ et λ_L donnés par (3).
Et, $\lambda^2 = \Delta - \langle \omega \rangle^2 = \int_R (\dot{A}^2 + A^2 \dot{\Phi}^2) dt - \langle \omega \rangle^2 > 0$
(11) $\xi^2 = \alpha_s^{(1)} - \frac{1}{4} \lambda_L^2 > 0$; où $\alpha_s^{(1)} = \int_R t^2 (\dot{A}^2 + A^2 \dot{\Phi}^2) dt$

Le problème ainsi posé n'est donc pas commodément abordable par la méthode variationnelle. Il est alors bon de remarquer que si

$$\left\{ \begin{array}{l} t \in [0, T] \\ K \geq \langle \omega \rangle \cdot \lambda_L \end{array} \right. ; \text{ alors } |\delta| = \delta \geq 0$$

SIGNAUX A GRAND PRODUIT DUREE-BANDE POUR L'ESTIMATION OPTIMALE NON CORRELEE DE PARAMETRES DEPENDANTS DU TYPE DISTANCE-VITESSE ; COMPARAISON AVEC LES SIGNAUX SONAR DE CERTAINES CHAUVES-SOURIS.

Minimiser δ revient donc à minimiser K , en contraignant la porteuse $\langle \omega \rangle$ à avoir une valeur telle que le produit $\lambda_1 \langle \omega \rangle$ satisfasse l'inégalité précédente. Enfin, on remplace les contraintes sur λ^2 et $\alpha_s^{(1)}$ par celles relatives à Δ et $\alpha_s^{(1)}$, en vertu de (11), car

$$\Delta \text{ grand} \rightarrow \lambda^2 \text{ grand}$$

$$\alpha_s^{(1)} \text{ faible} \rightarrow \lambda^2 \text{ faible}$$

Ceci nous conduit donc à rechercher le minimum de la fonctionnelle $I = \int_0^T F(t, A, \dot{A}, \dot{\Phi}) dt$

$$(12) F \equiv t(\dot{A}^2 + A^2 \dot{\Phi}^2) + \mu_E A^2 + \mu_P A^2 \dot{\Phi}^2 + \mu_\Delta (\dot{A}^2 + A^2 \dot{\Phi}^2) + \mu_{A_S} t^2 (\dot{A}^2 + A^2 \dot{\Phi}^2)$$

avec $\mu_E, \mu_P, \mu_\Delta, \mu_{A_S}$, des multiplicateurs de LAGRANGE liés respectivement aux contraintes sur l'énergie $E_2, \langle \omega \rangle, \Delta$, et sur $\alpha_s^{(1)}$.

La solution optimale vérifie les équations suivantes

$$(13) \quad \ddot{\Phi}(t) = -\frac{\mu_P}{2} \cdot \frac{1}{\mu_{A_S} t^2 + t + \mu_\Delta}$$

$$(14) \quad \ddot{A}(\mu_{A_S} t^2 + t + \mu_\Delta) + \dot{A}(1 + 2\mu_{A_S} t) - A \left[\mu_E - \frac{\mu_P^2/4}{\mu_{A_S} t^2 + t + \mu_\Delta} \right] = 0$$

avec la condition nécessaire d'atteindre le minimum [12]: $\mu_{A_S} t^2 + t + \mu_\Delta > 0 \quad \forall t \in [0, T]$

En choisissant $\mu_\Delta = 1/4\mu_{A_S}$, l'équation différentielle précédente devient

$$\ddot{A} + \frac{2}{x} \dot{A} + A \left[\frac{\mu_P^2}{4\mu_{A_S}^2} \cdot \frac{1}{x^2} - \frac{\mu_E}{\mu_{A_S}} \cdot \frac{1}{x^2} \right] = 0$$

avec $\mu_{A_S} > 0$ et $x = t + 1/2\mu_{A_S}$.

Une solution possible est [13]

$$(14) \quad A(t) = k \left(t + \frac{1}{2\mu_{A_S}} \right)^{-1/2} J_q \left(\frac{\mu_P}{1 + 2\mu_{A_S} t} \right) ; \left\{ \begin{array}{l} k \in \mathbb{R} \\ \text{quelconque. } J_q(x) \text{ est la fonction de BESSEL de première espèce, d'ordre } q = 1/4 - \mu_E/\mu_{A_S} \end{array} \right.$$

La loi de modulation de fréquence s'écrit, dans ces conditions,

$$(15) \quad \gamma_i(t) = (2\pi)^{-1} \dot{\Phi} = \frac{\mu_{A_S} \mu_P}{\pi} \cdot (1 + 2\mu_{A_S} t)^{-2}$$

La constante k est ajustée grâce à la contrainte énergétique. On impose de plus

$$A(0) = J_q(\mu_P) = 0 ; \quad A(T) \sim 0$$

Nous avons ainsi tracé la solution suivante, correspondant à

$$q = 18 ; \quad B = 15 \text{ KHz} ; \quad T \approx 2,6 \text{ ms} ;$$

$$BT \approx 40 ; \quad \mu_P : \text{1er zéro de } J_{18}(x) ; \quad \mu_{A_S} \approx 119 \text{ s}^{-1} ;$$

; cette dernière valeur nous fixe une fréquence de départ de l'ordre de 20 KHz. Une telle valeur est faible pour correspondre aux caractéristiques des signaux SONAR observés. Cette difficulté est levée en remarquant que les résultats précédents restent valables si $Z(t)$ est interprété comme étant l'ENVELOPPE COMPLEXE du signal analytique $Z(t) e^{i\omega_0 t}$, où $\omega_0 \equiv 2\pi \nu_0$ sera une porteuse H. F. arbitraire. Ainsi la loi de modulation de fréquence peut s'écrire

$$(16) \quad \gamma_i(t) \equiv \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

, ν_0 étant ajustée convenablement pour que $\nu_0 \gg B$.

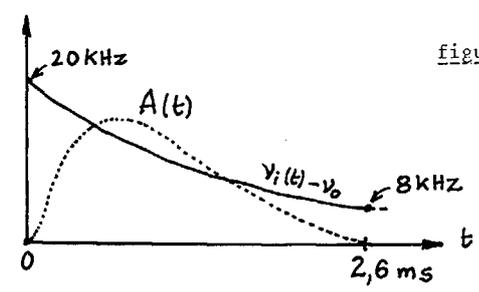


figure 3

La figure 3 représente la solution

$$0 \leq t \leq 2,6 \text{ ms} \quad \nu_i = \nu_0 + \frac{20}{(1 + 238,1t)^2} \text{ kHz}$$

$$(17) \quad A(t) = k (1 + 238,1t)^{-1/2} \cdot J_{18} \left(\frac{23,25}{1 + 238,1t} \right)$$

Un tel signal procure un découplage de l'estimation \hat{z} , de celle de $\hat{\eta}$; et celà, d'autant mieux que $\alpha_s^{(1)}$ est faible car

$$(18) \quad \alpha_s^{(1)} = \int_0^T t^2 |\dot{z}|^2 dt < T \cdot \int_0^T t |\dot{z}|^2 dt = K \cdot T$$

Ce résultat confirme ce que nous avons écrit en 3 - a) et le signal (17) sera, donc, également "TOLERANT DOPPLER".

5) AUTRES SIGNAUX OPTIMAUX "TOLERANT DOPPLER" ET MINIMISANT K

Le découplage des estimateurs $(\hat{z}, \hat{\eta})$ est d'autant mieux réalisé que le signal tolère l'effet DOPPLER. La relation (18) nous permet d'envisager le calcul variationnel précédent sans la contrainte $\alpha_s^{(1)}$ car la minimisation de K entraîne une valeur faible pour $\alpha_s^{(1)}$ (tolérance au DOPPLER).

La nouvelle fonctionnelle dérive de (12), où $\mu_{A_S} \equiv 0$.

Les nouvelles solutions vérifient ainsi

$$(19) \quad \ddot{\Phi}(t) = \frac{-\mu_P/2}{t + \mu_\Delta}$$

$$(20) \quad \ddot{A}(t + \mu_\Delta) + \dot{A} + A \left[-\mu_E + \frac{\mu_P^2/4}{t + \mu_\Delta} \right] = 0$$

, et la condition de LEGENDRE d'atteindre le minimum est [12] $t + \mu_\Delta > 0 \quad \forall t \in [0, T]$.

L'équation différentielle (20) peut admettre la solution suivante [13]

$$(21) \quad A(t) = k J_q(\beta \sqrt{t + \mu_\Delta})$$

où $\left\{ \begin{array}{l} k \text{ est une constante réelle arbitraire} \\ q = \mu_P^2 \in \mathbb{N} \\ \beta^2 = -4\mu_E > 0 \\ J_q(\cdot) \text{ fonction de BESSEL de lère espèce, d'ordre } q \end{array} \right.$

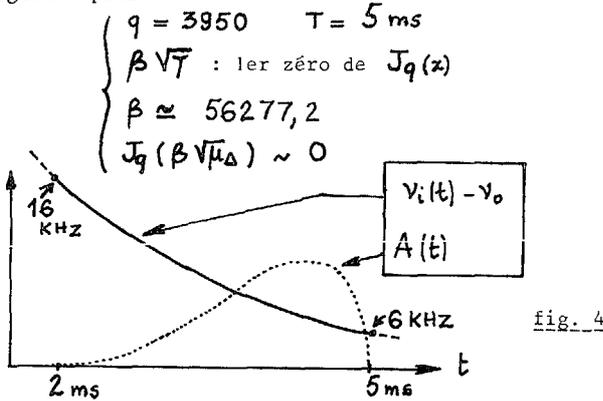
La solution (19); (21) est un signal tolérant l'effet DOPPLER [2] [6] pour une estimation de la distance. La bande passante B vaut, sachant que $q = \mu_P^2$,



SIGNAUX A GRAND PRODUIT DUREE-BANDE POUR L'ESTIMATION OPTIMALE NON CORRELEE
DE PARAMETRES DEPENDANTS DU TYPE DISTANCE-VITESSE ;
COMPARAISON AVEC LES SIGNAUX SONAR DE CERTAINES CHAUVES-SOURIS.

$$B = \frac{\sqrt{q}}{4\pi} \cdot \frac{T}{\mu\Delta (T + \mu\Delta)}$$

si $T = 100 \mu\Delta$, on a $BT \approx 7,96 \sqrt{q}$. Par conséquent, imposer $BT \gg 1$, revient à considérer des fonctions de BESSEL de première espèce d'ordre q très élevé. Une telle solution est illustrée à la figure 4 pour

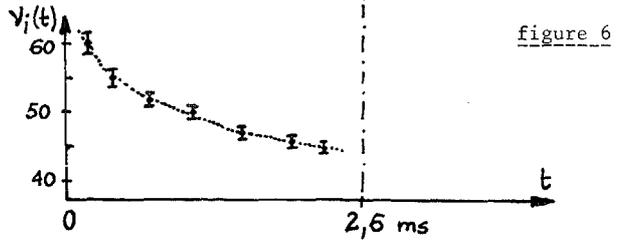
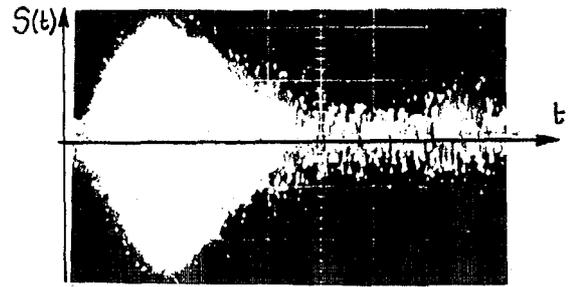
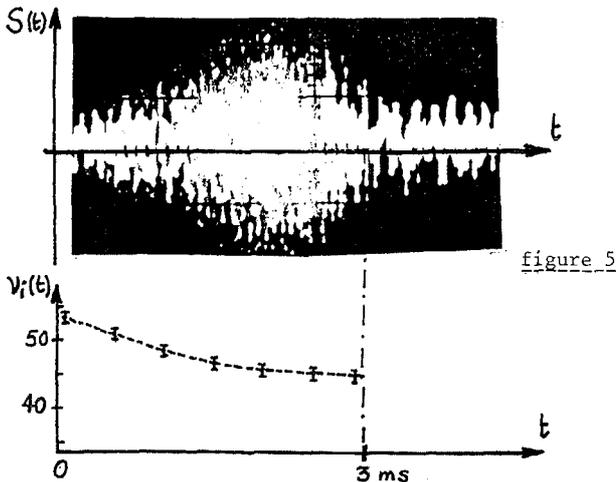


Notons que ce signal ne prend des valeurs significatives, différentes de zéro, que pour $t \geq 2 \text{ ms}$. Ceci nous oblige à définir une durée vraie $T \# 3 \text{ ms}$ et une bande de modulation $B \approx 10 \text{ kHz} = v_i(T) - v_i(2)$ ($BT \approx 30$).

6) COMPARAISON AVEC LES SIGNAUX SONAR OBSERVES

Une étude menée dans le cadre de la R C P 445 CNRS a permis d'observer les signaux SONAR émis par des chauves-souris, dans des conditions opérationnelles véritables. Les essais ont été réalisés à Daoulas (juillet 1977) [4]. Parmi les signaux observés, on remarque au début d'une poursuite (estimation et identification de cibles) ceux représentés aux figures 5 et 6 et les lois de modulation de fréquences correspondantes.

On constate une coïncidence parfaite avec les signaux optimaux des paragraphes 4) et 5).



Signaux d'estimation de la distance ou de télémétrie (Pipistrelle).

7) CONCLUSIONS

L'étude des divers signaux SONAR des Chauves-Souris nous a amenés à nous pencher sur le problème de la recherche de signaux procurant des détections ou des estimations optimales sous contraintes. Notamment la tolérance à l'effet DOPPLER des performances d'un récepteur cohérent nous a conduit à définir cette propriété relativement à l'opération faite. La variance minimale des estimations simultanées distance et vitesse n'est atteinte que pour des signaux procurant la corrélation minimale entre celles-ci. La solution d'un tel problème fournit des signaux à grand produit BT, à modulation de fréquence décroissante d'allure hyperbolique, dont la modulation d'amplitude présente un maximum dans la durée du signal. De tels signaux approchent de près ceux émis par diverses chauves-souris au cours de leurs opérations SONAR dans un milieu naturel bruyant. Les résultats présentés ne sont que le début d'une étude dont le développement est actuellement en cours dans le cadre des études menées par la RCP 445 C N R S.

REMERCIEMENTS

Les auteurs remercient pour leurs suggestions les différents participants de la RCP 445 CNRS au cours des réunions portant sur l'exposé des travaux en cours.

On pourra trouver, in fine, quelques autres signaux observés lors d'une poursuite d'insectes par une Pipistrelle.

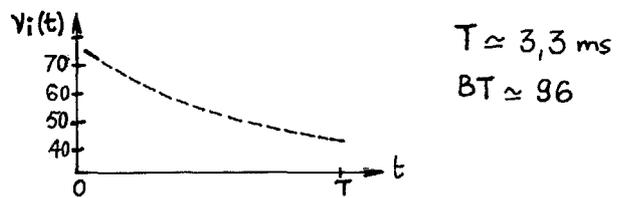
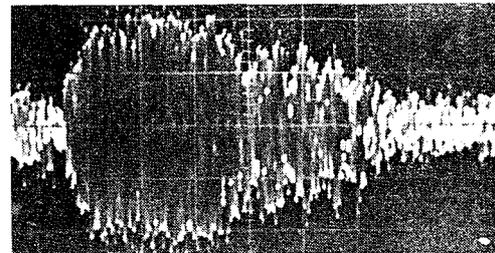
SIGNAUX A GRAND PRODUIT DUREE-BANDE POUR L'ESTIMATION OPTIMALE NON CORRELEE
 DE PARAMETRES DEPENDANTS DU TYPE DISTANCE-VITESSE ;
 COMPARAISON AVEC LES SIGNAUX SONAR DE CERTAINES CHAUVES-SOURIS.

BIBLIOGRAPHIE

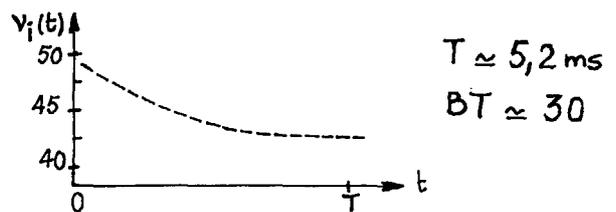
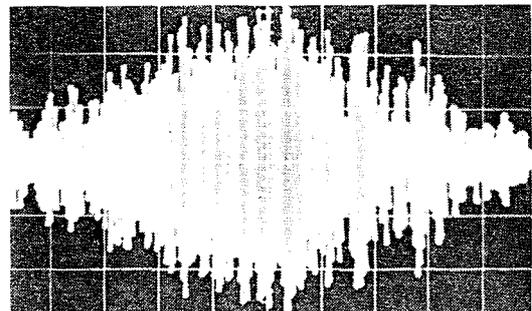
- [1] J.A. SIMMONS Science Vol. 171 p.925, 928 Mars 1971
- [2] M.BEROUJON et al. 5iè Colloque GRETSI Nice p. 393, 400 Juin 1975
- [3] B.ESCUDIE "Signal Processing and Design Related to Bat's Sonar Systems" Int. Animal Sonar Syst. (JERSEY)Avril 1979
- [4] Y. TUPINIER et al. "Analysis of Vesper-tillionids Sonar signals during Cruise Pursuit and Prey Capture" FIBRC Meeting Alburquerque (N.M.) U.S.A. 1978.
- [5] B.ESCUDIE et al. "Sur certaines propri-étés spectrales des signaux à grand produit BT" CETHEDC n° 45 1975
- [6] R.A. ALTES "Methods of Wide Band Si-gnals Design for Radar and Sonar Sys-tems" Thèse Un. of Rochester (NY)USA 1971
- [7] A.D. WHALEN "Detection of Signals in Noise" p. 325, 331 Academic Press Ed. 1971
- [8] H.L. VAN TREES "Detection , Estimation and Modulation Theory" Tome 3 p.295, 300 J.WILEY Ed. 1968.
- [9] B. LEVINE "Radiotechnique statistique" Vol.II p. 348, 349 Ed. MIR (Moscou) 1970.
- [10] A.W. RIHACZEK "Doppler-Tolerant Signal Waveforms" Proc. of IEEE Vol 54 n° 6 June 1966
- [11] E.J.KELLY ET R.P. WISHNER "Matched Fil-ter Theory for High Velocity, Accelerating Targets" IEEE Trans. MIL-9 p.56, 69 1965
- [12] R.COURANT et D.HILBERT"Methods of Mathe-matical Physics" Vol 1 p. 164, 274 Interscience Pub. (NY) 1953.
- [13] I.S. GRADSTHEYN et I.M. RYZHICK "Tables of Integrals Series and Products" p.971 Academic Press (NY) 1965.

APPENDICE

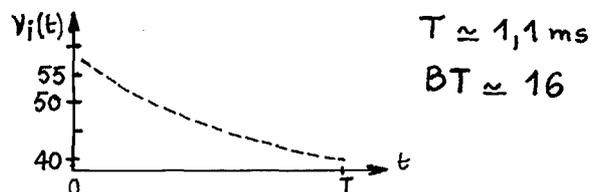
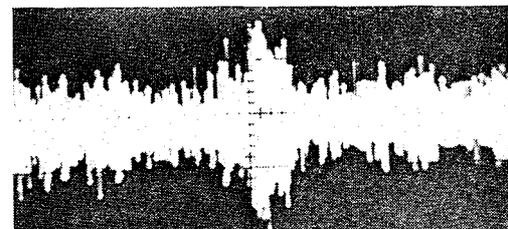
Quelques signaux enregistrés à DAOULAS de Pipistrelle, pendant une poursuite :



Signal de veille et de détection



Signal d'estimation et de localisation



Partie finale de la poursuite - Capture.