

COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 26 au 30 AVRIL 1977

TRAITEMENT SPATIOFREQUENTIEL DES SIGNAUX RECUS EN ACOUSTIQUE
AERIENNE, CONTRAINTES IMPOSEES PAR LA PROPAGATION ALEATOIRE
DU SON DANS L'ATMOSPHERE :
APPLICATION A L'IMAGERIE ACOUSTIQUE DES BRUTEURS.

A. HELLION J. LARCHER P. NINGRE

Traitement du Signal I.C.P.I. 25 rue du Plat 69288 LYON Cédex 1

RESUME

La propagation aléatoire du son dans l'atmosphère conduit à l'altération des propriétés spatiotemporelles des sons émis. La nature inhomogène et turbulente du milieu tout au long du trajet se traduit par une perte de cohérence entre les signaux reçus sur des capteurs distants d'un certain nombre de longueurs d'onde. Cette perte de cohérence naturelle introduit des contraintes sur l'encombrement maximal de l'antenne de réception et sur le type de traitement à adopter dans la réalisation de l'imagerie spatiofréquentielle des sources étudiées. Le choix de la distance maximale entre capteurs et de leur répartition spatiale ainsi que des pondérations angulaires introduites dans le traitement dépend directement de la courbe de perte de cohérence des signaux reçus.

Dans les conditions pratiquement rencontrées la perte de cohérence limite le pouvoir de résolution angulaire et impose une limitation de bande spectrale dans le traitement. Ces contraintes posent directement le problème de l'estimation optimale de la position des sources et de la "déconvolution" d'images positives et à support donné.

SUMMARY

Space-time properties of acoustic signals are distorted by the random propagation in free atmosphere. The coherence loss between the received signals is due to the turbulent effects of the channel. This loss implies a constraint on the maximum size of the array given a noncoherent signal processing (cross-correlation). The processor's output provides an acoustic image of the space-frequency noise sources distribution. Weighting functions used in the array processor are mainly related to the coherence loss effect.

Angular and spectral resolutions are limited by the turbulent effects inside the channel. Under these conditions the acoustic image processing is faced with the positive "deconvolution" technic given a finite angular set.



TRAITEMENT SPATIOFREQUENTIEL DES SIGNAUX RECUS EN ACOUSTIQUE
 AERIENNE, CONTRAINTES IMPOSEES PAR LA PROPAGATION ALEATOIRE
 DU SON DANS L'ATMOSPHERE ;
 APPLICATION A L'IMAGERIE ACOUSTIQUE DES BRUTEURS.

INTRODUCTION

Il est important, par exemple dans les études de pollution acoustique, de pouvoir identifier à distance un ou plusieurs bruiteurs. Le procédé décrit ici fournit la répartition angulaire et fréquentielle de la puissance acoustique reçue en un point.

L'image acoustique est obtenue à partir d'un interféromètre à base multiple par des méthodes voisines de celles utilisées en sonar passif [1][2] et en radio astronomie [3]. Malheureusement, le caractère turbulent du milieu aérien entraîne des contraintes sur la réalisation d'antennes acoustiques [4] et des défauts de résolution. Les résultats de l'étude de la propagation du son en milieu naturel, et plus spécialement ceux liés à la cohérence spatio-temporelle du champ sonore, permettent de mieux connaître les performances d'un système d'imagerie acoustique et ainsi d'envisager son amélioration.

I - IMAGERIE ACOUSTIQUE

1) Principe [5]

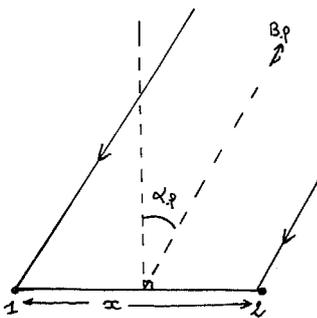


Figure 1

Soient 2 capteurs 1 et 2 distants de x et un bruiteur B_p situé dans une direction α_p par rapport à la normale à la base de mesure. L'intercorrélacion entre les sorties $X_1(t)$ et $X_2(t)$ des deux capteurs fournit :

$$r_{12}(\tau, \alpha) = r_{B_p}(\tau - x \cos \alpha_p)$$

en supposant que :

- $r_{B_p}(\tau) \Leftrightarrow \gamma_{B_p}(\omega)$ densité spectrale du bruit dû au bruiteur B_p supposé à grande distance

- $a_p = \frac{\sin \alpha_p}{c}$ c étant la vitesse

moyenne de propagation du son dans l'air.

Dans le cas de M bruiteurs supposés indépendants on obtient avec les mêmes hypothèses :

$$r_{12}(\tau, \alpha) = \sum_{p=1}^M r_{B_p}(\tau - x \cos \alpha_p)$$

2) Contraintes pratiques

Expérimentalement, $r(\tau, \alpha)$ n'est calculée que sur un support limité en τ et en α , avec éventuellement une loi de pondération $F(\tau)$ et $G(\alpha)$ sur ce support. On obtient donc :

$$r(\tau, \alpha) = \sum_{p=1}^M r_{B_p}(\tau - x \cos \alpha_p) \cdot F(\tau) \cdot G(\alpha)$$

Par transformation de Fourier de $r(\tau, \alpha)$ de la variable τ vers la variable ω , il vient :

$$\gamma(\omega, \alpha) = \sum_{p=1}^M \int_R \gamma_{B_p}(u) f_p(\omega - u) G(\alpha) e^{-2i\pi u \cos \alpha_p x} du$$

avec $f_p(\omega) \Leftrightarrow F(\tau)$

Puis au moyen d'une deuxième transformation de Fourier de la variable α vers la variable $-v a$ on obtient :

$$I(v, a) = \sum_{p=1}^M \int_R \gamma_{B_p}(u) f_p(\omega - u) g(u a_p - v a) du$$

avec $g(v) \Leftrightarrow G(\alpha)$ et $a = \frac{\sin \alpha}{c}$

$F(\tau)$ possède un support $2\tau_M$ c'est à dire :

$$F(\tau) = \prod_{2\tau_M}(\tau) \text{ en l'absence de pondération}$$

et $G(\alpha)$ possède un support $2\alpha_M$ c'est à dire :

$$G(\alpha) = \prod_{2\alpha_M}(\alpha) \text{ en l'absence de pondération}$$

Nous supposons que $F(\tau)$ et $G(\alpha)$ sont des fonctions de même type (Hamming, Hanning, Bartlett...).

On peut considérer, compte tenu des conditions expérimentales, que $g(u a_p - v a)$ évolue très lentement en fonction de u par rapport à $f_p(\omega - u)$. En effet, dans le cas d'une pondération rectangulaire

$$\prod_{2\tau_M}(\tau) \Leftrightarrow \frac{\sin \pi u \tau_M}{\pi u}$$

le lobe principal de $f_p(\omega - u)$ possède une largeur L_f en u telle que :

$$L_f = \frac{1}{\tau_M}$$

N = Nombre de points du corrélacion

τ_M = Retard Maximal du corrélacion

$$L_f = \frac{4 \nu_{MAX}}{N}$$

(Analyse de $-\tau_M$ à $+\tau_M$)

ν_{MAX} = Fréquence Maximale d'analyse.

Dans les mêmes conditions :

$$\prod_{2\alpha_M}(\alpha) \Leftrightarrow \frac{-u a}{x} \frac{\sin 2\pi u a \alpha_M}{\pi u a} = g(u)$$

Pour $u_0 = \pm L_f/2$ il vient :

$$\frac{g(u_0)}{g(0)} = \frac{\sin \pi L_f a \alpha_M}{\pi L_f a \alpha_M}$$

p est le nombre d'incréments en distance, le pas élémentaire étant au maximum

ou

$$D_M = p \frac{\lambda_{min}}{2}$$

pour éviter toute ambiguïté angulaire

TRAITEMENT SPATIOFREQUENTIEL DES SIGNAUX RECUS EN ACOUSTIQUE
AERIENNE, CONTRAINTES IMPOSEES PAR LA PROPAGATION ALEATOIRE
DU SON DANS L'ATMOSPHERE :
APPLICATION A L'IMAGERIE ACOUSTIQUE DES BRUITEURS.

$$D_n = \frac{p \cdot c}{2 \nu_{MAX}} \quad \text{par sous échantillonnage spatial.}$$

$$\text{d'où } \frac{g(u_0)}{g(0)} \geq \frac{\sin \frac{2\pi p}{N}}{\frac{2\pi p}{N}} = 0,96 \quad \text{pour } \begin{matrix} p \leq 20 \\ N \geq 256 \end{matrix}$$

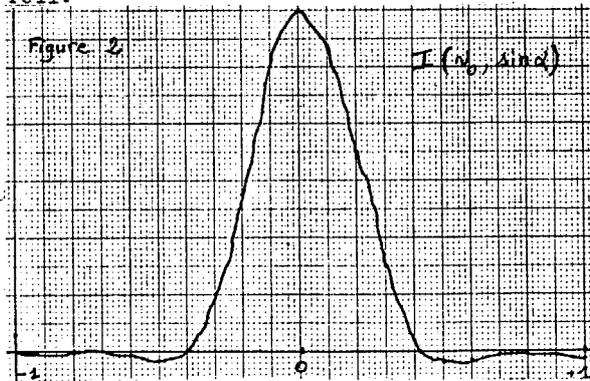
Sous cette hypothèse, on peut écrire :

$$I(\nu, a) = \sum_{k=1}^M g[\nu(a_k - a)] \cdot (\gamma_{B,p} * \frac{\rho}{\nu})_{(\nu)}$$

Les maxima de $I(\nu, a)$, dûs au bruiteur $n^{\circ} R$, seront situés sur des coupes $a = a_k$ qui représentent alors $(\gamma_{B,p} * \frac{\rho}{\nu})_{(\nu)}$. La surface $I(\nu, a)$ fournit donc une image de la répartition angulaire et spectrale de la puissance acoustique moyenne reçue.

3) Résolutions

La résolution angulaire et fréquentielle du système est illustrée par les figures 2, 3 et 4 qui représentent la fonction d'appareil.



La possibilité de séparer angulairement deux bruiteurs spectralement non disjoints ^{dépend} du support de $g(\nu a)$ qui est l'image angulaire d'une source ponctuelle fournie par le dispositif. Pour une antenne d'encombrement D_{MAX} le pouvoir de Résolution au sens de Rayleigh est :

$$\Delta(\sin \alpha) = c / 2 \nu D_{MAX}$$

qui varie en $1/\nu$ ce qui impose de n'utiliser, pour une antenne donnée, qu'une bande limitée en fréquence, par exemple une bande d'octave qui limitera la variation de résolution à 2. Si on veut réaliser une image acoustique à large bande, avec un nombre donné de capteurs, la résolution obtenue sera mauvaise pour les fréquences les plus basses sauf si on tolère des ambiguïtés angulaires (sous échantillonnage spatial) pour les fréquences les plus élevées. Ce point est illustré par la figure 5.

4) Améliorations possibles

Remarquons qu'une coupe à fréquence donnée de $I(\nu, a)$, compte tenu de l'hypothèse de sources ponctuelles à l'infini, apparaît comme la convolution de $g(\nu a)$ par la distribution des sources $\sum_{k=1}^M \delta(a - a_k)$.

On peut donc envisager d'exploiter les connaissances à priori de ce champ de sources (objet) pour améliorer l'image par déconvolution. Ceci peut conduire à différentes méthodes liées au type de connaissance à priori :

- a) Objet non négatif - $I(\nu, a)$ représente une distribution de puissance moyenne [6][7]
- b) Objets ponctuels [8][9]
- c) Objet à support borné en fonction de la variable a [10] .

Notons toutefois que ces différents procédés supposent une "bonne connaissance" de la fonction d'appareil et une estimation du rapport dans l'image obtenue [6, p. 860]

Bruit sur l'image obtenue

L'image est ici la transformée de Fourier à 2 dimensions de la quantité $\Gamma(z, \alpha)$. Le bruit de cette image est lié à la précision d'estimation des fonctions d'intercorrélation $\Gamma(z, \alpha)$ et à sa conséquence sur $\gamma(\nu, \alpha)$. L'erreur d'estimation sur $\gamma(\nu, \alpha)$ due à la durée d'intégration est fortement liée à la densité spectrale du bruit reçu après propagation dans le milieu aérien. Les conséquences du caractère aléatoire de cette propagation seront exposées plus loin.

Connaissance de la fonction d'appareil

La fonction d'appareil $g(\nu a)$ n'est qu'en apparence la transformation de Fourier de la loi de pondération $G(\alpha)$ appliquée. En effet, là encore, le caractère aléatoire de la propagation entraîne une perte de cohérence spatiale qui se traduit par une pondération $G(\alpha)$ liée à cet effet. Une connaissance de la cohérence spatiale est indispensable pour caractériser la fonction d'appareil.

...



TRAITEMENT SPATIOFREQUENTIEL DES SIGNAUX RECUS EN ACOUSTIQUE
 AERIENNE, CONTRAINTES IMPOSEES PAR LA PROPAGATION ALEATOIRE
 DU SON DANS L'ATMOSPHERE :
 APPLICATION A L'IMAGERIE ACOUSTIQUE DES BRUTEURS.

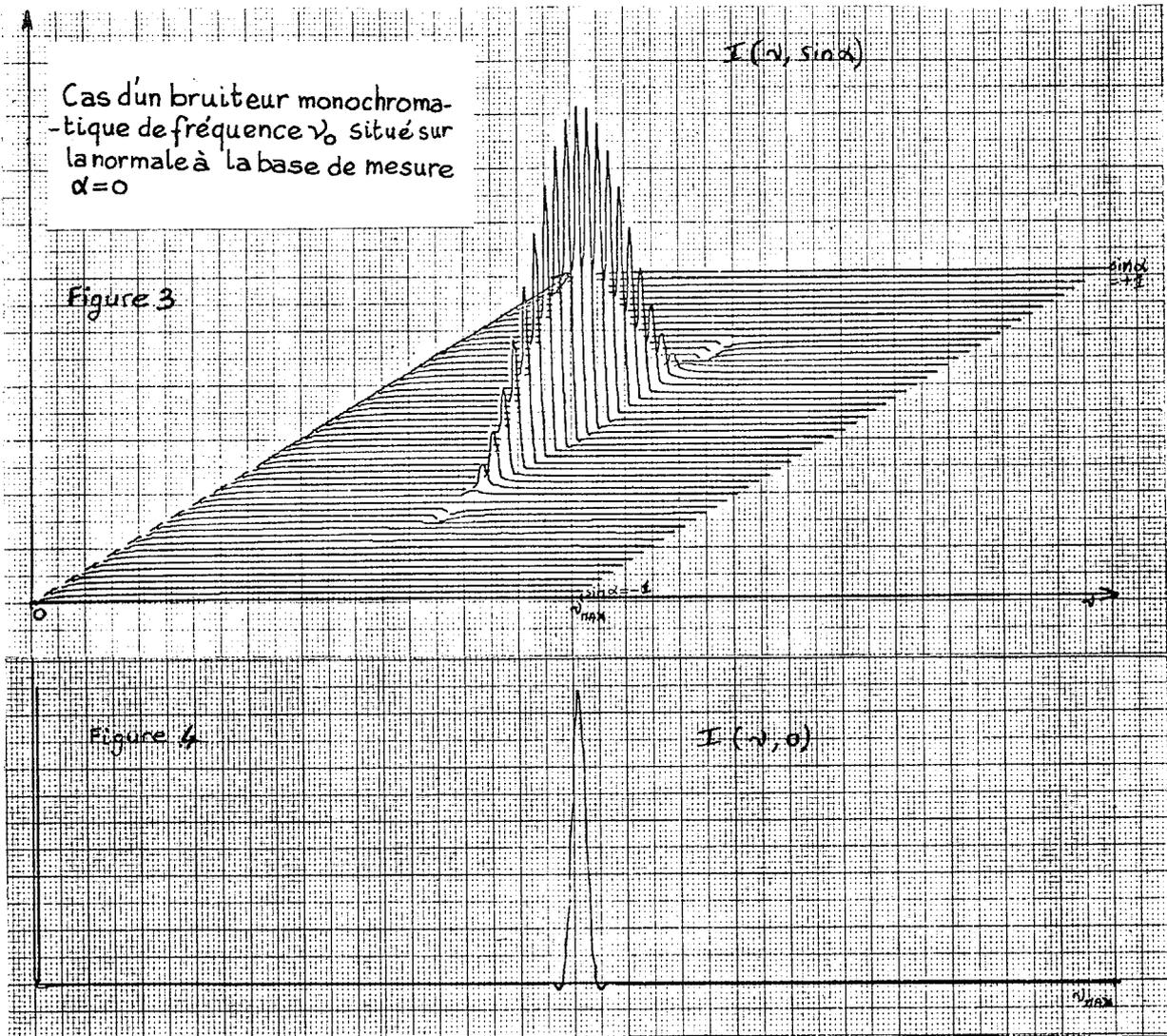
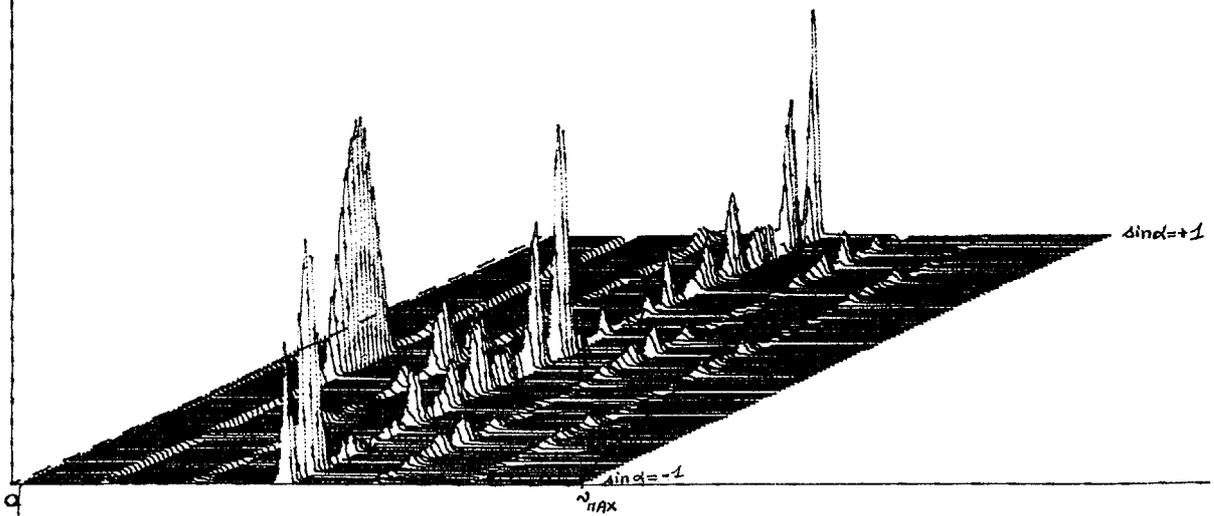


Figure 5



TRAITEMENT SPATIOFREQUENTIEL DES SIGNAUX RECUS EN ACOUSTIQUE
AERIENNE, CONTRAINTES IMPOSEES PAR LA PROPAGATION ALEATOIRE
DU SON DANS L'ATMOSPHERE :
APPLICATION A L'IMAGERIE ACOUSTIQUE DES BRUTEURS.

II - PROPAGATION ALEATOIRE EN ACOUSTIQUE
AERIENNE

1) Propriétés des signaux transmis

Le caractère inhomogène et turbulent de l'atmosphère naturelle provoque une "propagation aléatoire" du son en milieu aérien [11]. Celle-ci se traduit par plusieurs effets, notamment par des modulations de phase et d'amplitude du signal reçu à grande distance d'un bruiteur. Le milieu aérien agit comme un filtre aléatoire à paramètres variables que l'on peut caractériser par sa fonction de transfert

$$h(t, \nu) = |h(t, \nu)| e^{i\varphi(t, \nu)}$$

fonction aléatoire du temps. [12]

Dans le cas d'un bruiteur monochromatique de fréquence ν_0 , de puissance constante $P_0 = \frac{A_0^2}{Z}$ le signal reçu après propagation s'écrit :

$$S(t) = A_0 |h(t, \nu_0)| \cos(2\pi\nu_0 t + \varphi(t, \nu_0))$$

Diverses observations en milieu naturel ont montré que :

- . La loi de densité de probabilité de $S(t)$ à instant donné est de type gaussien centré.
- . $\varphi(t, \nu_0)$ a une loi de densité de probabilité équipartie sur un support $(-\pi, +\pi)$

. La puissance moyenne reçue est fonction de ν_0 .

$$E\{S(t)S(t-\tau)\} = \Gamma_s(0, \nu_0) e^{-\frac{|\tau|}{z_0} \cos 2\pi\nu_0 \tau} ; z_0 \nu_0^q = k$$

q, k et z_0 dépendant des conditions météorologiques.

La densité spectrale du signal $S(t)$ est donc de type lorentzien, la largeur à 1/10 de son maximum est $\Delta\nu_0 \approx 1/z_0$. $\Delta\nu_0$ représente donc l'élargissement fréquentiel dû à la propagation du signal dans le milieu aérien. Suivant les conditions atmosphériques, $\Delta\nu_0$ varie de 0,3 Hz à 1 Hz pour $\nu_0 = 400$ Hz et de 2 Hz à 15 Hz pour $\nu_0 = 2000$ Hz. Pour une situation météorologique "calme" dans le cas d'un vent faible, de vitesse moyenne inférieure à 5m/s par exemple, l'épanouissement fréquentiel pour $\nu_0 = 2000$ Hz est très faible $\Delta\nu_0 \leq 5$ Hz.

2) Cohérence Transversale

Les signaux reçus sur deux capteurs distants de x situés sur une base perpendiculaire au sens de la propagation et provenant de la même source ont suivi deux trajets distincts dans le milieu aérien. Du fait de la turbulence atmosphérique, ces deux signaux $S_1(t)$ et $S_2(t)$ seront plus ou moins cohérents suivant la valeur de x .

On convient d'appeler cohérence (dans le domaine fréquentiel) entre S_1 et S_2 la quantité

$$C_{12}(\nu, x) = \frac{|\gamma_{S_1 S_2}(\nu, x)|}{\sqrt{\gamma_{S_1}(\nu) \gamma_{S_2}(\nu)}} \quad \gamma_{S_1 S_2}(\nu, x) \rightleftharpoons \Gamma_{12}(z, x)$$

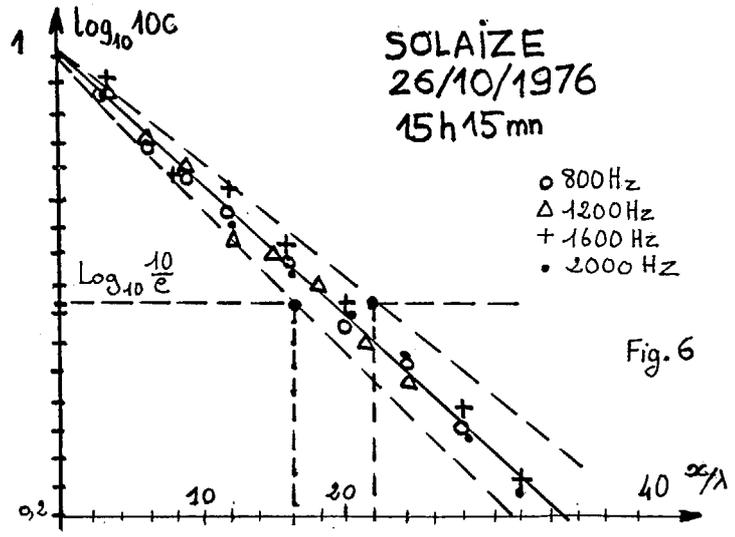
$$\gamma_{S_i}(\nu) \rightleftharpoons \Gamma_{ii}(z) \quad i=1,2.$$

Dans le cas où $S_2(t)$ est une filtrée linéaire de $S_1(t)$ il vient $C_{12}(\nu, x) = 1$. Dans le cas général $0 \leq C_{12}(\nu, x) \leq 1$.

Dans le cadre de la propagation aléatoire de signaux monochromatiques cette fonction de cohérence, à une fréquence donnée ν_0 , est liée en partie à la loi de probabilité du déphasage instantané entre les deux signaux $S_1(t)$ et $S_2(t)$.

Dans le cas de l'imagerie angulaire d'une source ponctuelle ce déphasage aléatoire provoque une scintillation angulaire de la source qu'il est important de connaître.

Diverses observations en milieu naturel ont montré qu'à 1 km de la source, la fonction $C_{12}(\lambda_0, x) = e^{-\frac{|x|}{z_0 \lambda_0}}$. λ_0 étant la longueur d'onde associée à la fréquence ν_0 . z_0 est un paramètre dépendant fortement des conditions météorologiques et ne dépendant pratiquement pas de la fréquence ν_0 comme le montre la figure 6. En général $8 \leq z_0 \leq 20$



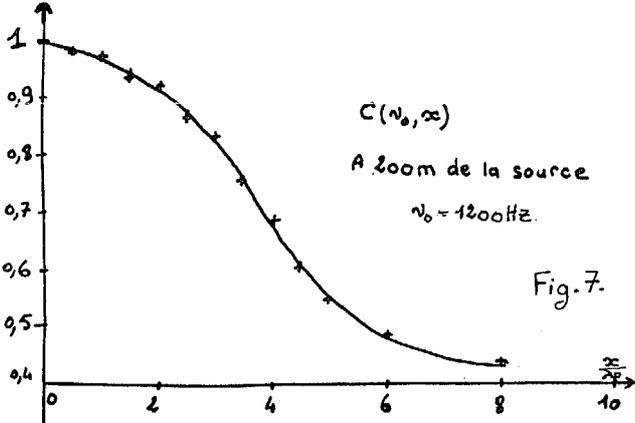


TRAITEMENT SPATIOFREQUENTIEL DES SIGNAUX RECUS EN ACOUSTIQUE
 AERIENNE, CONTRAINTES IMPOSEES PAR LA PROPAGATION ALEATOIRE
 DU SON DANS L'ATMOSPHERE :
 APPLICATION A L'IMAGERIE ACOUSTIQUE DES BRUTEURS.

Remarques :

- Pour certaines conditions météorologiques particulières, il peut arriver que le paramètre n_0 dépende également de la fréquence.

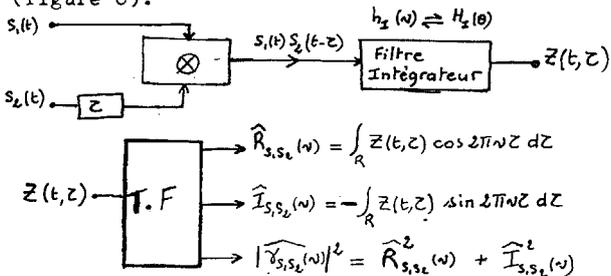
- A une distance plus faible de la source, 200m par exemple, l'allure de $C_{12}(x, \lambda_0)$ ne dépend que de x/λ_0 mais n'est plus de forme exponentielle comme le montre la figure 7.



Précision d'estimation sur la cohérence

Pour obtenir $C_{12}(x, \lambda_0)$, on estime

$|\gamma_{s_1, s_2}(x, \lambda_0)|$ par transformation de Fourier de la fonction d'intercorrélacion de $S_1(t)$ et $S_2(t)$ suivant le principe illustré par la figure ci-dessous (figure 8).



Compte tenu de la cohérence partielle entre $S_1(t)$ et $S_2(t)$ on peut écrire :

$$S_1(t) = X(t) + B_1(t) \text{ et } S_2(t) = Y(t) + B_2(t)$$

avec $Y(t)$ filtré linéaire de $X(t)$

$B_1(t)$ et $B_2(t)$ étant des bruits centrés indépendants de $X(t)$ et entre eux.

Il vient :

$$\Gamma_{s_1, s_2}(z) = \Gamma_{xy}(z) \Leftrightarrow \gamma_{xy}(\omega) = h^*(\omega) \gamma_x(\omega) ; h(\omega) = r(\omega) + i q(\omega)$$

$$E\{Z(t, z)\} = h_x(0) \quad E\{S_1(t) S_2(t-z)\} = h_x(0) \Gamma_{xy}$$

On supposera $h_x(0) = 1$

D'où

$$Z(t, z) = \Gamma_{xy}(z) + B(z)$$

$B(z)$ représente l'erreur d'estimation

$$E\{B(z)\} = 0$$

Pratiquement $Z(t, z)$ n'est calculé que pour

$$z \in (-z_n, z_n)$$

D'où

$$\widehat{R}_{s_1, s_2}(\omega) = \int_R \Gamma_{xy}(z) \Pi_{z, z_n}(z) \cos 2\pi \omega z dz + \int_R B(z) \Pi_{z, z_n}(z) \cos 2\pi \omega z dz$$

$$\widehat{R}_{s_1, s_2}(\omega) = (r * \omega_{2z_n})(\omega) + b_r(\omega) \quad \omega_{2z_n}(\omega) \Leftrightarrow \Pi_{z, z_n}(z)$$

De même avec $b_x(\omega) = \int_R B(z) \Pi_{z, z_n}(z) \sin 2\pi \omega z dz$

$$\widehat{I}_{s_1, s_2}(\omega) = (q * \omega_{2z_n})(\omega) - b_x(\omega)$$

Compte tenu des propriétés de $B(z)$, on a

$$E\{b_r(\omega)\} = E\{b_x(\omega)\} = 0$$

A une convolution par la fenêtre d'analyse près, on a une estimation non biaisée des parties réelle et imaginaire de $\gamma_{s_1, s_2}(\omega)$.

Par contre

$$E\{|\widehat{\gamma}_{s_1, s_2}(\omega)|^2\} = (r * \omega_{2z_n})(\omega)^2 + (q * \omega_{2z_n})(\omega)^2 + E\{b_r^2(\omega) + b_x^2(\omega)\}$$

L'estimation du module carré de $\gamma_{s_1, s_2}(\omega)$ est donc

biaisé - Biais = $E\{b_r^2(\omega) + b_x^2(\omega)\}$

Sous les hypothèses suivantes :

- Durée d'intégration suffisamment grande par rapport à la bande spectrale du signal.
- Signaux S_1 et S_2 gaussiens.

On obtient, en notant $\beta e = \int_R |h_x(\omega)|^2 d\omega$ et en utilisant la méthode décrite en [13]

$$E\{b_r^2(\omega)\} = \frac{\beta e}{2} \int_R [\gamma_{s_1}(\theta) \gamma_{s_2}(\theta) + r^2(\theta) - q^2(\theta)] [\omega_{2z_n}^2(\omega - \theta) + \omega_{2z_n}^2(\omega - \theta) \omega_{2z_n}^2(\omega + \theta)] d\theta$$

$$E\{b_x^2(\omega)\} = \frac{\beta e}{2} \int_R [\gamma_{s_1}(\theta) \gamma_{s_2}(\theta) - r^2(\theta) + q^2(\theta)] [\omega_{2z_n}^2(\omega - \theta) - \omega_{2z_n}^2(\omega - \theta) \omega_{2z_n}^2(\omega + \theta)] d\theta$$

$$E\{b_r(\omega) b_x(\omega)\} = \beta e \int_R \gamma_{s_1}(\theta) \gamma_{s_2}(\theta) \omega_{2z_n}^2(\omega - \theta) d\theta + \beta e \int_R [r^2(\theta) - q^2(\theta)] \omega_{2z_n}^2(\omega - \theta) \omega_{2z_n}^2(\omega + \theta) d\theta$$

Pour une fréquence ω supérieure à quelques fois la largeur du lobe principal de $\omega_{2z_n}(\theta)$, le terme $\omega_{2z_n}(\theta - \omega) \omega_{2z_n}(\theta + \omega)$ est nul ce qui conduit aux précisions d'estimation suivante :

$$\mathcal{E}_{r(\omega)} = \frac{\sigma_{b_r, s_1, s_2}}{E\{\widehat{R}_{s_1, s_2}\}} \quad \mathcal{E}_{q(\omega)} = \frac{\sigma_{b_x, s_1, s_2}}{E\{\widehat{I}_{s_1, s_2}\}}$$

$$\mathcal{E}_{r(\omega)} = \sqrt{\frac{\beta e}{\Delta \omega}} \left[1 + \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{q^2(\omega)}{r^2(\omega)} \right) \frac{\gamma_{B_1}(\omega)}{\gamma_x(\omega)} + \frac{\gamma_{B_2}(\omega)}{r^2(\omega) \gamma_x(\omega)} + \frac{\gamma_{B_1}(\omega) \gamma_{B_2}(\omega)}{r^2(\omega) \gamma_x^2(\omega)} \right] \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\mathcal{E}_{q(\omega)} = \sqrt{\frac{\beta e}{\Delta \omega}} \left[1 + \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{r^2(\omega)}{q^2(\omega)} \right) \frac{\gamma_{B_1}(\omega)}{\gamma_x(\omega)} + \frac{\gamma_{B_2}(\omega)}{q^2(\omega) \gamma_x(\omega)} + \frac{\gamma_{B_1}(\omega) \gamma_{B_2}(\omega)}{q^2(\omega) \gamma_x^2(\omega)} \right] \right]^{\frac{1}{2}}$$

TRAITEMENT SPATIOFREQUENTIEL DES SIGNAUX RECUS EN ACOUSTIQUE
 AERIENNE, CONTRAINTES IMPOSEES PAR LA PROPAGATION ALEATOIRE
 DU SON DANS L'ATMOSPHERE :
 APPLICATION A L'IMAGERIE ACOUSTIQUE DES BRUTEURS.

Si le biais sur l'estimation de $|\gamma_{S_1, S_2}(\omega)|^2$ est suffisamment faible, il vient

$$\mathcal{E}_{|\widehat{\gamma}_{S_1, S_2}|^2} = \sqrt{\frac{2\beta e}{\Delta\nu}} \left(1 + \frac{\gamma_{S_1}(\omega)\gamma_{S_2}(\omega)}{|\gamma_{S_1, S_2}(\omega)|^2}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{2\beta e}{\Delta\nu}} \left(1 + \frac{1}{C_{S_1, S_2}^2(\omega, \infty)}\right)^{1/2}$$

avec $\Delta\nu = \frac{[\int_R \omega_{2z_n}(\theta) d\theta]^2}{\int_R \omega_{2z_n}^2(\theta) d\theta}$ si S_1 et S_2 sont à large bande par rapport à $\omega_{2z_n}(\omega)$

et $\Delta\nu = \frac{[\int_R \gamma_{S_1}(\omega) d\omega]^2}{\int_R \gamma_{S_1}^2(\omega) d\omega}$ si S_1 et S_2 ont des bandes spectrales identiques très étroites par rapport à $\omega_{2z_n}(\omega)$

On remarque que la précision d'estimation sur $|\widehat{\gamma}_{S_1, S_2}|^2$ sera d'autant moins bonne que $S_1(t)$ et $S_2(t)$ seront moins cohérents puisque $\mathcal{E}_{|\widehat{\gamma}_{S_1, S_2}|^2}$ varie comme

$$\sqrt{1 + \frac{1}{C_{S_1, S_2}^2(\omega, \infty)}}$$

Compte tenu des résultats exposés au paragraphe II - 1, $S_1(t)$ et $S_2(t)$ sont des signaux à bande très étroite par rapport à $\omega_{2z_n}(\omega)$ avec $\Delta\nu \approx 3\text{ Hz}$. D'une part, la précision d'estimation sur $|\gamma_{S_1, S_2}(\omega)|^2$ dépend donc de la valeur de $C(\omega, \infty)$ et du rapport entre le temps d'intégration $T = \frac{1}{\beta e}$ et de la largeur de bande du signal [14]. Ceci fixe le rapport S/B de l'image obtenue $\mathcal{I}(\nu, a)$ par le procédé exposé précédemment.

D'autre part, la précision d'estimation sur

$$C_{S_1, S_2}(\omega, \infty) \text{ est : } \mathcal{E}_{C_{S_1, S_2}}(\omega, \infty) = \sqrt{\frac{\beta e}{2\Delta\nu}} \left[\sqrt{2} + \sqrt{1 + \frac{1}{C_{S_1, S_2}^2(\omega, \infty)}} \right]$$

Soit pour $\beta e = \frac{1}{T}$, T étant le temps d'intégration $T = 900\text{ s}$

$$\Delta\nu \approx 3\text{ Hz} \text{ et } C_{S_1, S_2} \approx 1 \quad \mathcal{E}_{C_{S_1, S_2}} \approx 2\sqrt{\frac{\beta e}{\Delta\nu}} = 0,038$$

Alors que pour $C_{S_1, S_2} \approx 0,1 \quad \mathcal{E}_{C_{S_1, S_2}} \approx 0,156$

A la limite pour $C_{S_1, S_2} \approx 0$, $\mathcal{E}_{C_{S_1, S_2}}$ devient infini.

3) Influence de la cohérence transversale sur la résolution angulaire

La fonction de cohérence $C(\omega, \infty)$ intervient dans le procédé d'imagerie comme une fonction de pondération supplémentaire en distance pour la fonction $G(x)$ qui devient donc

$$G(x) = \prod_{D_n}(\infty) \cdot C(x, \lambda_0) = \prod_{D_n}(\infty) \cdot e^{-\frac{|\infty|}{n_0 \lambda_0}}$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$$

La fonction d'appareil à une fréquence donnée $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ est donc

$$g(-\nu_0 a) = \int_{-D_n}^{+D_n} e^{-\frac{|\infty|}{n_0 \lambda_0}} e^{2i\pi\nu_0 a x} dx ; a = \frac{\sin \alpha}{c}$$

en prenant $D_n = p \frac{\lambda_0}{2}$ on obtient

$$g\left(-\nu_0 \frac{\sin \alpha}{c}\right) = 2\lambda_0 n_0 \frac{1 - e^{-\frac{p}{2n_0} [\cos(\pi p \sin \alpha) - 2\pi n_0 \sin \alpha \sin(\pi p \sin \alpha)]}}{1 + 4\pi^2 n_0^2 \sin^2 \alpha}$$

La demi-largeur à mi-hauteur $\alpha_{1/2}$ tel que

$$g\left(-\nu_0 \frac{\sin \alpha_{1/2}}{c}\right) = 0,5 \cdot g(0)$$

est représentée en fonction de p pour différentes valeurs de n_0 sur la figure 9 on constate que $\alpha_{1/2}$ ne dépend pratiquement pas de n_0 pour $p \leq 20$

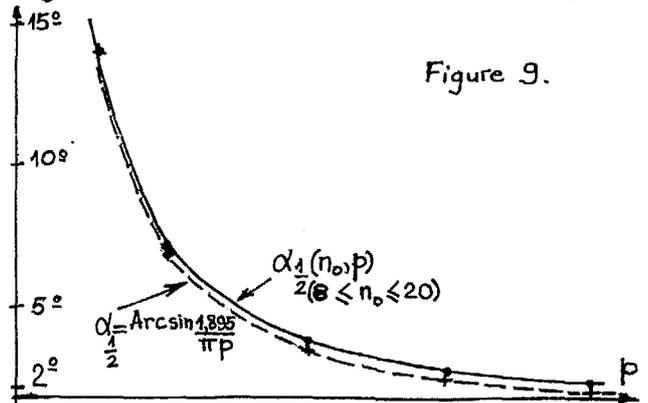


Figure 9.

En absence de perte de cohérence due à la propagation aléatoire en milieu aérien on aurait eu

$$g\left(-\nu_0 \frac{\sin \alpha}{c}\right) = \frac{\sin 2\pi\nu_0 a D_n}{\pi\nu_0 a} = \frac{\sin(\pi p \sin \alpha)}{\pi \sin \alpha} \cdot \frac{c}{\nu_0}$$

dont la demi-largeur à mi-hauteur est telle que $\pi p \sin \alpha_{1/2} = 1,895 \text{ rd}$ soit $\alpha_{1/2} = \text{Arcsin} \frac{1,895}{\pi p}$ (courbe représentée sur la figure 9)

La comparaison entre les courbes $\alpha_{1/2}$ en fonction de p en présence ou en absence de perte de cohérence montre que, pour $p \leq 15$, elles sont pratiquement confondues à 0,2° près - Or pratiquement la dimension maximale de la base utilisée dans le procédé d'imagerie est limitée par le nombre n de microphones, en général $n = 6$.

En disposant les capteurs selon un réseau "gracieux" on a au maximum $D_n = 12 \cdot \frac{\lambda_{\text{min}}}{2}$ donc $p = 12$. [15] Ainsi la perte de cohérence n'influe que très



TRAITEMENT SPATIOFREQUENTIEL DES SIGNAUX RECUS EN ACOUSTIQUE
AERIENNE, CONTRAINTES IMPOSEES PAR LA PROPAGATION ALEATOIRE
DU SON DANS L'ATMOSPHERE :
APPLICATION A L'IMAGERIE ACOUSTIQUE DES BRUTEURS.

peu sur la résolution angulaire du système. Cependant, il est très important d'estimer sans trop d'erreur la fonction de cohérence $C(\alpha, \beta)$ afin de connaître la véritable fonction d'appareil dont la connaissance est nécessaire pour améliorer les performances du procédé utilisé.

CONCLUSION

L'expérience acquise depuis quelques années et les résultats ci-dessus démontrent l'influence du milieu de propagation pour définir et affiner une méthode d'imagerie. En effet, toute tentative d'amélioration du pouvoir de résolution repose sur la connaissance des propriétés statistiques du milieu, en ce qui concerne la fonction d'appareil (cohérence spatiale) et le bruit sur l'image obtenue (précision d'estimation de la densité spectrale d'interaction entre deux signaux issus de la même source et ayant traversé le milieu).

REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier J. MUNIER et Y. BIRAUD pour l'aide qu'ils nous ont apportée au cours de fréquentes discussions fructueuses.

Nous ne saurions oublier de remercier Messieurs MATTEI et DELCAMBRE pour leur collaboration bienveillante, cette étude fut soutenue par la Division Etude et Recherche (E.D.F. - Clamart) et la commission Bruit et Vibration (M.Q.V. S.G. H.C.E.).

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M.C. SERRES 4è Colloque GRETSI, Mai 1973, Vol 1, p. 45-64
- [2] H. MERMOZ I.C.M., Annales Telecomm., Vol. 31 p. 17-36, (1976)
- [3] E.J. BLUM Annales Astrophysique, Vol. 20 et al. p. 155-164, (Juillet-Août 1957)
- [4] J. BILLINGSLEY Journal of Sound and Vibration R. KINNS Vol. 48, p. 485-510 (cf p. 500 § 47) 1976.
- [5] M. BEROUJON, B. ESCUDIE, J.L. FRIN, A. HELLION 5è Colloque GRETSI p. 521-529 Juin 1975
- [6] Y. BIRAUD 2è Colloque GRETSI Tome 2 p. 853-878, 1969
- [7] B.R. FRIEDEN Progress in Optics Ch. VIII, § 6-5, P. 375-379, 1971
- [8] V.F. PISARENKO Geoph. J.R Astr. Soc. Vol. 33 p. 347-366, 1973
- [9] J. MUNIER 6è Colloque GRETSI, avril 1977
- [10] J. VILLE Câbles et Transmission, p. 1-44 1956
- [11] B. ESCUDIE, A. HELLION, J. LARCHER 5è Colloque GRETSI, p. 211-218 Juin 1975
- [12] J. LARCHER Thèse Docteur-Ingénieur GRENOBLE - Juin 1976
- [13] A. HELLION Annales Telecomm. Tome 26 n° 7-8 et al. p. 255-258, 1971
- [14] A. HELLION Thèse Docteur-es-Sciences, à paraître, 1977
- [15] a-F. BIRAUD, E.J. BLUM, J.C. RIBES I.E.E.E. - Trans, A.P. Vol. AP22 n° 1, p. 108-109, Janvier 1974
b-E.J. BLUM, J.C. RIBES, F. BIRAUD Astron. Astrophys., Vol. 41 p. 409-411, 1975
c-J. ARSAC Rev. Optique, Vol. 38, p. 65-95 136-165, 396-413, 1956