

COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 26 au 30 AVRIL 1977

Détermination des paramètres d'un modèle à partir d'un signal filtré en
détection magnétique.

MM. PRETET et PERIOU

G.E.S.M.A. - D.C.A.N. BREST

RESUME

Pour évaluer les possibilités de détection d'objets ferromagnétiques, on utilise un modèle mathématique représentatif du phénomène physique. Le modèle le plus simple est un dipôle dont on cherche à déterminer les paramètres caractéristiques à partir de signaux fournis par un équipement de détection dont on connaît la fonction de transfert. On propose une méthode permettant de calculer à partir du signal enregistré, le signal à l'entrée du système de détection. Ce signal correspond à la variation de champ magnétique local provoqué par l'objet à détecter. La connaissance de ce champ magnétique ainsi obtenu permet la détermination des paramètres du modèle choisi en utilisant une méthode d'optimisation. La méthode employée est celle des moindres carrés.

Une vérification expérimentale de l'ensemble de la méthode a pu être effectuée. Les résultats obtenus sont présentés.

SUMMARY



1. INTRODUCTION

La recherche d'objets ferromagnétiques, soit à terre soit en mer, ne peut se faire qu'à l'aide de magnétomètres mesurant les variations du module du champ magnétique local. Les informations fournies dans ces conditions ("signature magnétique" de l'objet) sont difficiles à exploiter pour déterminer les caractéristiques magnétiques de l'objet détecté.

Le but de cette étude est de décrire une méthode de détermination des aimantations principales (moments dipolaires équivalents suivant les axes longitudinal, transversal et vertical) d'un objet ferromagnétique en utilisant les signatures magnétiques relevées à l'aide d'un magnétomètre à RMN (1) dans des conditions bien définies.

Le problème est celui de la détermination des paramètres d'un modèle mathématique représentant le phénomène physique à partir du signal enregistré. Le modèle utilisé ici est un modèle dipolaire (six dipôles centrés représentant les aimantations permanentes et induites suivant les trois axes principaux de l'objet) parfaitement représentatif des phénomènes, compte tenu des distances de mesures par rapport aux dimensions de l'objet. Ce modèle permet d'écrire la formule donnant en tous points de l'espace (pour lesquels l'approximation dipolaire reste valable), la variation du module ΔB du champ magnétique local (paramètre mesuré par le capteur) en fonction des aimantations principales. Si on connaît en un certain nombre de points de l'espace les valeurs de ΔB , il est possible de déterminer les valeurs des aimantations par une méthode d'optimisation, la plus couramment utilisée étant la méthode des moindres carrés. Dans le cas pratique qui nous intéresse, le problème n'est malheureusement pas aussi simple car le signal dont on dispose n'est pas la simple variation de ΔB suivant une route donnée mais un signal filtré. Il est donc nécessaire de "défiltrer" le signal enregistré avant d'utiliser la méthode d'optimisation des paramètres. Il s'agit d'un problème classique de déconvolution pour lequel une étude assez longue a été nécessaire car les méthodes habituellement citées dans les ouvrages spécialisés se sont révélées assez décevantes.

(1) Magnétomètre à Résonance Magnétique Nucléaire

2. CONDITIONS D'ENREGISTREMENT DES SIGNATURES

Le champ magnétique créé par l'objet provoque une déformation des lignes de force du champ magnétique terrestre qui se traduit par une "anomalie magnétique" localisée dans l'espace. Dans la zone concernée, il y a modification des caractéristiques du champ magné-

tique. Le magnétomètre à résonance nucléaire mesure la variation du module du vecteur associé au champ magnétique par l'intermédiaire d'un signal dont la fréquence est proportionnelle à ce module. Un convertisseur fréquence - tension permet d'obtenir un signal analogique dont la tension est proportionnelle au module du champ magnétique local. Ce signal est filtré à plusieurs niveaux pour éliminer les signaux parasites avant d'attaquer un enregistreur graphique. Ce filtrage déforme le signal. L'idéal serait de pouvoir enregistrer le signal juste à la sortie du convertisseur fréquence - tension. Pour des raisons d'ordre pratique, cela n'est malheureusement pas possible.

3. CALCUL DE LA SIGNATURE AVANT FILTRAGE A PARTIR DU SIGNAL ENREGISTRE

3.1. Principe de la détermination du signal avant filtrage

On appelle $s(t)$ le signal enregistré et $e(t)$ le signal non filtré. Le calcul de $e(t)$ à partir de $s(t)$ est obtenu en effectuant une déconvolution par la méthode des correcteurs numériques, en utilisant la fonction de transfert de la chaîne de traitement de signal entre $e(t)$ et $s(t)$.

3.2. Principe de la déconvolution du signal

Si $e(t)$ est la valeur instantanée du signal d'entrée du système, si $s(t)$ est la valeur instantanée du signal de sortie du système, et $g(t)$ la réponse impulsionnelle du système, nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} s(t) = e(t) * g(t) & (\text{équation de convolution}) \\ e(t) = s(t) * g(t) & (\text{équation de déconvolution}) \end{cases}$$

Le problème consiste à résoudre l'équation de déconvolution. Après plusieurs essais de différentes méthodes, nous avons finalement retenu la méthode utilisant un correcteur numérique, permettant de retrouver $e(t)$ à partir de $s(t)$. Le correcteur numérique est déterminé à partir de la réponse du système à un échelon unité.

3.2.1. Principe de la déconvolution à partir d'un correcteur numérique

On cherche à déterminer un système fictif, stable et physiquement réalisable permettant de retrouver l'entrée $e(t)$ du système réel à partir de sa sortie $s(t)$. Un tel système fictif s'appelle un correcteur numérique et peut être décrit par sa matrice temporelle D telle que :



Détermination des paramètres d'un modèle à partir d'un signal filtré en détection magnétique.

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ e_k \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & \dots & 0 & \dots \\ d_2 & d_1 & & & \\ \cdot & \cdot & & & \\ \cdot & \cdot & & & \\ d_k & d_{k-1} & \dots & d_1 & \dots \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ s_k \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$$

La détermination du correcteur optimal peut être faite à partir de la réponse du système à un signal test, par exemple la réponse $u(t)$ correspondant à un échelon unité. Le correcteur numérique recherché doit être tel que $[e] = [D] \cdot [u]$

$$\text{avec } e(i) = \sum_0 u(t) \text{ pour } i = 1, 2, 3 \dots$$

$$\text{et } u(i) = [u(t)] \quad t = iT$$

3.2.2. Détermination pratique du correcteur

La correction apportée est d'autant meilleure que l'ordre du correcteur (qui n'a aucun rapport avec l'ordre de la fonction de transfert du système étudié) est élevé. Par exemple, pour un correcteur du second ordre, la fonction de transfert en "z" s'écrit :

$$D(z) = \frac{K(z-a)(z+c)}{(z+b)(z+e)}$$

Elle est parfaitement déterminée (K, a, b, c, e) si l'on calcule les cinq premiers éléments de la matrice D , à partir des cinq premières valeurs choisies pour $e(t)$. On a, en effet :

$$\begin{aligned} d_1 &= K \\ d_2 &= d_1(c - a - e - b) \\ \textcircled{1} \quad d_3 &= -d_1(ac + eb) - d_2(e + b) \\ d_4 &= -eb \cdot d_2 - d_3(e + b) \\ d_5 &= -eb \cdot d_3 - d_4(e + b) \end{aligned}$$

Les autres termes de la matrice D sont calculés par la relation de récurrence suivante, valable pour $n > 3$

$$\textcircled{2} \quad d_n = -eb \cdot d_{n-2} - (e + b) d_{n-1}$$

La connaissance de la matrice D et de la matrice colonne déterminée par l'échantillonnage du signal $s(t)$ détermine la matrice colonne e , qui représente le signal $e(t)$ échantillonné.

3.4. Signal non filtré

La connaissance du correcteur numérique permet d'obtenir sur ordinateur le signal non filtré à partir de la signature enregistrée et après échantillonnage de cette dernière. Ce signal non filtré correspond à la variation du module du champ magnétique local suivant une trajectoire donnée. C'est ce signal que l'on peut comparer à la signature théorique calculée à partir du modèle représentant l'objet ferromagnétique pour déterminer la valeur des aimantations dipolaires principales équivalentes.

4. MODELE DIPOLAIRE EQUIVALENT REPRESENTATIF DES CARACTERISTIQUES MAGNETIQUES D'UN OBJET FERRO-MAGNETIQUE

L'étude des modèles magnétiques est un problème complexe qui a déjà fait l'objet de nombreux travaux. Mathématiquement, il est toujours possible d'utiliser des modèles plus ou moins complexes (développement du champ magnétique en série multipolaire, expression du champ suivant un développement utilisant des fonctions spéciales à partir de la résolution de l'équation de Laplace en coordonnées sphériques ou ellipsoïdales...) En fait, l'expérience montre que très souvent un simple modèle dipolaire est suffisant (ce qui revient à limiter les développements au 1er ordre). C'est donc ce modèle qui sera décrit ici.

On calcule le champ \vec{b} créé par six dipôles équivalents aux aimantations principales de l'objet dans un référentiel lié à l'objet. On en déduit l'expression du champ \vec{B} créé dans un référentiel lié à la terre à partir d'une matrice de changement de base $[C]$

Si \vec{F} est le champ magnétique terrestre local en l'absence de l'objet la variation du module du champ en présence de l'objet sera :

$$\Delta B = \left| \vec{F} + \vec{B} \right| - \left| \vec{F} \right|$$

On linéarise cette équation en considérant que ΔB est pratiquement la projection de \vec{B} sur \vec{F} . Si β est l'inclinaison du champ magnétique terrestre on a :

$$\Delta B = B_y \cos \beta + B_z \sin \beta$$

et ΔB s'exprime alors en fonction des coordonnées x, y, z , du point de mesure et du cap φ (orientation de l'objet par rapport au Nord magnétique) sous la forme d'une expression linéaire suivant les aimantations $M_L^P, M_L^I, M_T^P, M_T^I, M_V^P, M_V^I$ (aimantations permanentes et induites longitudinales, transversales et verticales).

$$\Delta B = f_L^P M_L^P + f_L^I M_L^I + f_T^P M_T^P + f_T^I M_T^I + f_V^P M_V^P + f_V^I M_V^I$$



les f_{α}^{δ} étant des fonctions des coordonnées x, y, z , du point de mesure, du cap φ de l'objet et de l'inclinaison du champ terrestre β .

5. DETERMINATION DES AIMANTATIONS PRINCIPALES

Lorsque l'on connaît la valeur de ΔB en un certain nombre de points de l'espace, les paramètres φ et β étant fixés, la détermination des aimantations M_{ij}^k ($j = L, T$ ou V et $k = P$ ou I) revient à la résolution d'un système de N équations à 6 inconnues. En effet, si on appelle x_i, y_i, z_i les coordonnées du $i^{\text{ème}}$ point de mesure et φ_i le cap de l'objet au moment de la mesure dans une zone où

$$\beta = \beta_0 \text{ on peut poser :}$$

$$f_L^P(x_i, y_i, z_i, \varphi_i) = f_{LP}^i$$

$$f_L^I(x_i, y_i, z_i, \varphi_i) = f_{LI}^i$$

Si ΔB^i est la valeur de ΔB au $i^{\text{ème}}$ point de mesure, on peut écrire :

$$\Delta B^i =$$

$$f_{LP}^i M_L^P + f_{LI}^i M_L^I + f_{TP}^i M_T^P + f_{TI}^i M_T^I + f_{VP}^i M_V^P + f_{VI}^i M_V^I$$

Si on a N points de mesures, on obtient un système de N équations à 6 inconnues. Un tel système peut se résoudre par la méthode des moindres carrés.

Il faut noter que, pour que l'on puisse calculer les valeurs des différentes aimantations, il ne faut pas que pour tous les points de mesures on ait une fonction f correspondant à l'un des moments qui soit nul ou que deux fonctions f soient identiques. Ceci entraîne que l'on doit utiliser des mesures faites à des caps différents pour séparer effectivement les aimantations induites longitudinales et transversales des aimantations permanentes et que l'on ne pourra pas séparer les aimantations induites et permanentes verticales.

En fait, pour séparer M_L^P et M_L^I (N), il faudra deux signatures (l'une cap Nord, l'autre cap Sud). De même, pour dissocier M_T^P et M_T^I (E), il faudra une signature cap Est et une autre Cap Ouest. Soit au total 4 signatures pour déterminer les moments.

6. VERIFICATION EXPERIMENTALE DE LA METHODE

Pour effectuer une vérification globale de la méthode, nous avons effectué une série de mesures sur un objet ferromagnétique connu. Ces mesures ont été effectuées à la chaîne de mesure magnétique à terre de la station de Lanvéoc.

6.1. Principe de la mesure

L'objet ferromagnétique choisi est un cylindre creux en acier de deux mètres de long environ et de 50 cm de diamètre. On détermine les aimantations principales de l'objet avec les installations et les capteurs de la chaîne de mesure, en utilisant les méthodes habituelles. On relève simultanément les signatures magnétiques de l'objet à l'aide d'un magnétomètre à RMN. On détermine les aimantations principales à partir de ces signatures par la méthode exposée précédemment, et on compare les résultats avec ceux obtenus par la méthode classique.

6.2. Conditions de mesure

Le cylindre est placé sur un chariot se déplaçant suivant un axe perpendiculaire au plan dans lequel se trouvent les magnétomètres directs de la chaîne de mesure et le magnétomètre à RMN (voir figure 1).

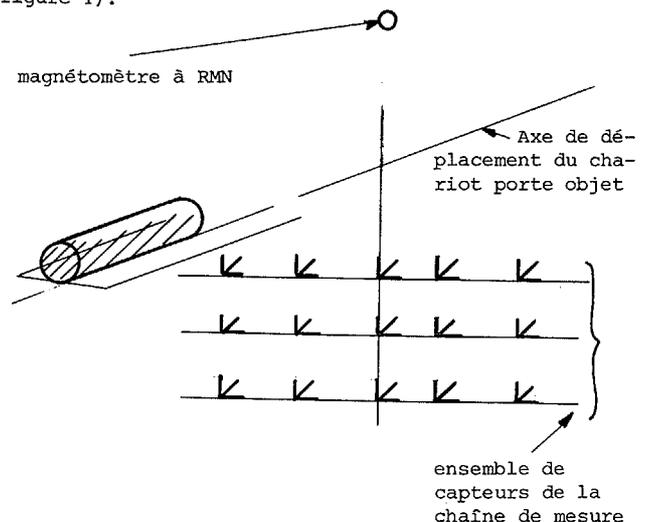


Figure 1. Dispositif de mesure

Le magnétomètre à RMN est fixé à 4 mètres au-dessus de l'axe du cylindre.

Le signal de sortie du magnétomètre à RMN est injecté dans un filtre de fonction de transfert $F(p)$ parfaitement connue. On enregistre le signal à l'entrée $[e(t)]$ et à la sortie $[s(t)]$ du filtre.

C'est le signal $s(t)$ qu'il faudra exploiter pour retrouver les aimantations principales du cylindre.

6.3. Mesures

6.3.1. Utilisation des magnétomètres de la chaîne de mesure

Ces magnétomètres mesurent les va-

Détermination des paramètres d'un modèle à partir d'un signal filtré en détection magnétique

leurs des composantes verticales, longitudinales et transversales du champ magnétique. Nous avons donc utilisé ces magnétomètres afin de déterminer les valeurs des moments magnétiques du cylindre. Les installations de la chaîne permettent de modifier la valeur du champ magnétique extérieur (champ inducteur) à la demande et selon les 3 composantes.

Il est donc possible de dissocier les aimantations induites des aimantations permanentes. Les résultats obtenus sont les suivants :

Moment longitudinal induit

$$M_L^I (N)_{H_0} = 23,7 \text{ A.m}^2$$

Moment longitudinal permanent

$$M_L^P = - 29,6 \text{ A.m}^2$$

Moment transversal induit

$$M_T^I (E)_{H_0} = 9,6 \text{ A.m}^2$$

Moment transversal permanent

$$M_T^P = - 5,9 \text{ A.m}^2$$

Moment vertical induit

$$M_V^I = 21,7 \text{ A.m}^2$$

Moment vertical permanent

$$M_V^P = - 4,6 \text{ A.m}^2$$

$M_L^I (N)_{H_0}$ signifie :

moment dipolaire correspondant à l'aimantation induite longitudinale quand l'objet est au CAP Nord magnétique, pour une valeur H_0 de la composante longitudinale du champ magnétique terrestre.

$M_T^I (E)_{H_0}$ signifie :

moment dipolaire correspondant à l'aimantation induite transversale quand l'objet est au Cap Est magnétique, pour une valeur H_0 de la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

Ces valeurs de moments seront nos valeurs de référence (la précision de mesure est de l'ordre de 5 %).

6.3.2. Utilisation du magnétomètre à RMN

Ce magnétomètre mesure le module du champ magnétique local. Les conditions de fonctionnement (grande sensibilité, fréquence de sortie de l'ordre de 2 KHz, élargissement de la raie de résonance en présence d'un gradient important de champ) font qu'il n'a pas été possible de l'utiliser en même temps que les capteurs de la station et les boucles de simulation du champ inducteur. Toutes les mesures ont donc

été faites dans le champ magnétique local de la station de Lanvéoc, en retournant le cylindre pour effectuer des caps N ou S.

L'impossibilité d'effectuer des caps E ou W ne permet alors que de déterminer les aimantations longitudinales et verticales.

6.4. Détermination des aimantations principales du cylindre à partir du signal filtré

6.4.1. Fonction de transfert du filtre

Le filtre utilisé avait pour fonction de transfert

$$F(p) = \frac{15 p}{(1 + 4,7p) (1 + 14p)}$$

La réponse du filtre à un échelon unité est

$$U(p) = \frac{1}{p} \times \frac{15 p}{(1 + 4,7 p) (1 + 14 p)}$$

dont l'original est :

$$u(t) = 1,612 (e^{-0,0714 t} - e^{-0,2127 t})$$

6.4.2. Détermination du correcteur numérique et calcul de e(t) à partir de s(t)

La fonction $u(t)$ nous permet d'avoir les valeurs échantillonnées :

$$u_i = [u(t)]_{t = iT}$$

T étant la période d'échantillonnage

Nous prendrons un correcteur numérique du second ordre dont la fonction de transfert en z est :

$$D(z) = \frac{K(z - a)(z + b)}{(z + c)(z + e)}$$

le correcteur numérique doit être tel que $[e] = [D][u]$

$$\text{donc } E(z) = \frac{K(z - a)(z + b)}{(z + c)(z + e)} \cdot U(z)$$

En utilisant la méthode du paragraphe 3.2.2. et en prenant comme valeurs d'entrée :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_1 = 0,83 \\ E_2 = 0,95 \\ E_3 = 0,98 \\ E_4 = 0,992 \\ E_5 = 0,9976 \end{array} \right.$$



Détermination des paramètres d'un modèle à partir d'un signal filtré en
détection magnétique

Nous obtenons : $K = 1,846$
 $a = 0,808$
 $b = -1,000$
 $c = -0,486$
 $e = -0,103$

L'expression de $D(z)$ devient :

$$D(z) = \frac{1,846 (z - 0,808) (z - 1)}{(z - 0,486) (z - 0,103)}$$

Le système d'équation (1) du paragraphe 3.2.2. permet de déterminer les 5 premières valeurs d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 . Les autres valeurs d_n sont déterminées par la relation de récurrence (2) du même paragraphe.

Tous les calculs ont été effectués sur ordinateur.

Nous avons ainsi obtenus de très bons résultats pour la reconstitution du signal d'entrée du filtre (précision meilleure que 1 % pour 40 échantillons de E). Afin de juger de la valeur de la déconvolution, il suffit de superposer le véritable signal $e(t)$ et celui obtenu par déconvolution de $s(t)$.

Un exemple de ces résultats est donné sur la figure 2.

Nous avons bien reconstitué $e(t)$, il nous reste à déterminer les moments magnétique du cylindre.

6.4.3. Détermination des aimantations principales longitudinales et verticales du cylindre

La méthode utilisée consiste à résoudre le système d'équations par la méthode des moindres carrés. Les calculs effectués sur ordinateur ont donné les résultats suivants :

$$\begin{aligned} M_L^I (N)_{Ho} &= 23,3 \text{ A.m}^2 \\ M_L^P &= -29,6 \text{ A.m}^2 \\ M_V &= M_V^P + M_V^I = 17,1 \text{ A.m}^2 \end{aligned}$$

Les résultats obtenus sont donc remarquables.

7. CONCLUSION

Nous avons montré dans cette étude que le problème de la détermination des caractéristiques magnétiques d'un objet était possible dans certaines conditions de recherche magnétométrique (Cas où l'on connaît les positions relatives de l'objet et du ma-

gnétomètre). Ce problème n'est malheureusement pas résolu dans le cas général.

Références bibliographiques

1. Introduction au filtrage numérique -
J.C. RADIX Eyrolles
2. Les méthodes de déconvolution et leurs limitations fondamentales par Y.G. Biraud
Revue de physique appliquée Tome 11 Mars 1976
p. 203-214
3. Détermination de l'entrée d'un système linéaire à partir de la sortie et de la fonction de transfert.
par Claude BRIE
Mesures Janvier - Février 1973.

Détermination des paramètres d'un modèle à partir d'un signal filtré en
détection magnétique

