

COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS



NICE du 26 au 30 AVRIL 1977

"Applications de l'analyse cepstrale à l'interprétation des signaux acoustiques et vibratoires issus des machines."

M. R.B. RANDALL

Brüel & Kjær, Lindealle, DK-2850 Nærum, DANEMARK

RESUME

On explique les principes fondamentaux de l'analyse cepstrale: la transformation des effets multiplicatifs en effets additifs par utilisation de la fonction logarithmique, puis le passage dans l'espace des fréquences par transformée du logarithme du spectre de façon à séparer les effets des signaux de périodicités différentes (l'opérateur somme n'est pas modifié par la transformée alors qu'un produit deviendrait une convolution). De cette façon, il est possible de séparer de nombreux effets de source des effets du chemin de propagation parcouru par le signal jusqu'aux capteurs.

On donne deux applications du "Cepstrum" (le spectre de puissance du logarithme du spectre de puissance) impliquant l'une et l'autre la détection de phénomènes périodiques dans le spectre. La première, (développée par E.D.F.) basée sur l'accroissement des familles d'harmoniques du spectre, concerne la détection des ruptures d'aubages sur les grosses turbines. La seconde, basée sur l'apparition de bandes latérales résultant d'effets de modulation, se rapporte à la détection et au diagnostic des défauts d'une boîte de vitesse.

Finalement, on discute la notion de "Cepstrum complexe" (transformée inverse du logarithme complexe du spectre complexe) où l'information de phase est conservée ce qui permet de revenir au signal d'origine après filtrage de l'effet de multiplication ou de convolution.

SUMMARY

The basic principle of cepstrum analysis is explained, viz. the conversion of multiplied effects to additive ones by taking logarithms, followed by frequency transformation of the logarithmic spectrum in order to separate effects with different periodicities (the addition transforming to an addition rather than the convolution which would otherwise result). In this way many source effects can be separated from the effects of the transmission path by which the signal has travelled to the transducers. Two applications are described for the so-called "power cepstrum" (the power spectrum of the log power spectrum) both involving detection of phenomena which are periodic in the spectrum. The first (developed by Electricité de France) involves the detection of missing blades in a large turbine as a result of the greatly enhanced harmonic structure of the spectrum. The second is the detection and diagnosis of faults in gearboxes based on the appearance of sidebands resulting from modulation effects.

Finally, a discussion is given of the "complex cepstrum" (inverse transform of the complex logarithm of the complex spectrum) where the retention of phase information throughout makes the procedure reversible, so that it is possible to return to the original time signal after filtering out a convolved or multiplied effect.



"Applications de l'analyse cepstrale à l'interprétation des signaux
acoustiques et vibrations issus des machines". M.R.B. RANDALL

1. INTRODUCTION.

Le mot "cepstrum" a été initialement proposé en 1963 dans un article de Bogert, Healey et Tukey. C'est un anagramme du mot "spectrum" (spectre); la raison de ce choix tient à ce qu'on obtient le cepstrum en effectuant une analyse spectrale supplémentaire sur un spectre de fréquence. Par opposition à la fonction d'autocorrélation, qu'on peut obtenir comme la transformée inverse de Fourier du spectre de puissance, le cepstrum se définit comme "le spectre de puissance du logarithme du spectre de puissance."

Mathématiquement, si la transformée directe de Fourier d'une fonction $f_x(t)$ est notée:

$$F_x(f) = \mathcal{F}\{f_x(t)\} \quad (1)$$

on peut représenter le spectre de puissance par:

$$F_{xx}(f) = |F_x(f)|^2 \quad (2)$$

la fonction d'autocorrélation par:

$$R_{xx}(\tau) = \mathcal{F}^{-1}\{F_{xx}(f)\} \quad (3)$$

et le cepstrum par:

$$C_x(\tau) = \mathcal{F}\{\log[F_{xx}(f)]\} \quad (4)$$

La variable indépendante " τ " du cepstrum a été appelée "Quefreny" par Bogert et al., bien qu'elle ait les dimensions du temps et qu'elle soit virtuellement identique au " τ " de la fonction d'autocorrélation.

C'est probablement une terminologie commode pour ceux qui sont habitués à interpréter les signaux temporels en termes de composantes spectrales, car une "quéfrence" élevée représente une fluctuation rapide dans le spectre et une basse "quéfrence" représente une fluctuation lente, etc. Bogert et al. ont proposé un certain nombre d'autres anagrammes, comme "rahmonic" (d'harmonique), "lifter" (de filtre), etc., mais leur survie semble quelque peu douteuse.

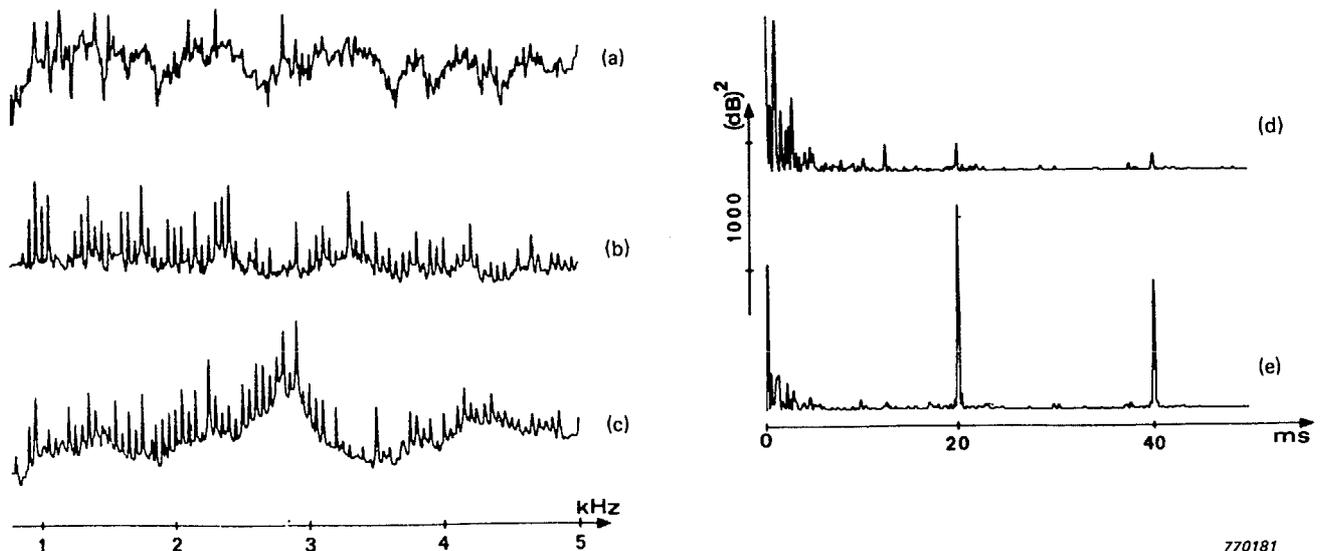
Le cepstrum a été appliqué par Bogert et al. à la détection du retard de l'écho dans les signaux sismiques contenant leur propre écho et ils ont affirmé que, pour cette application, le cepstrum avait des avantages sur la fonction d'autocorrélation. Plus tard, le cepstrum a été appliqué à l'analyse phonétique (Noll, 1967).

L'avantage du cepstrum sur, par exemple, la fonction d'autocorrélation, peut être éclairé comme suit: si le spectre de puissance d'un signal, à la source, est $V(f)$ et si le carré du module de la fonction de transfert est $F(f)$, le spectre de puissance résultant, $S(f)$ est donné par:

$$S(f) = V(f) \cdot F(f) \quad (5)$$

Dans la représentation logarithmique normale (en dB), le produit se transforme en somme et l'on peut écrire:

$$\log S(f) = \log V(f) + \log F(f) \quad (6)$$



770181

Fig.1. (a) Spectre d'accélération interne, aubes intactes (50% de charge)
(b) Spectre d'accélération interne, aubes manquantes (50% de charge)
(c) Spectre d'accélération externe, aubes manquantes (75% de charge)
(d) Cepstrum correspondant a (a)
(e) Cepstrum correspondant a (b)

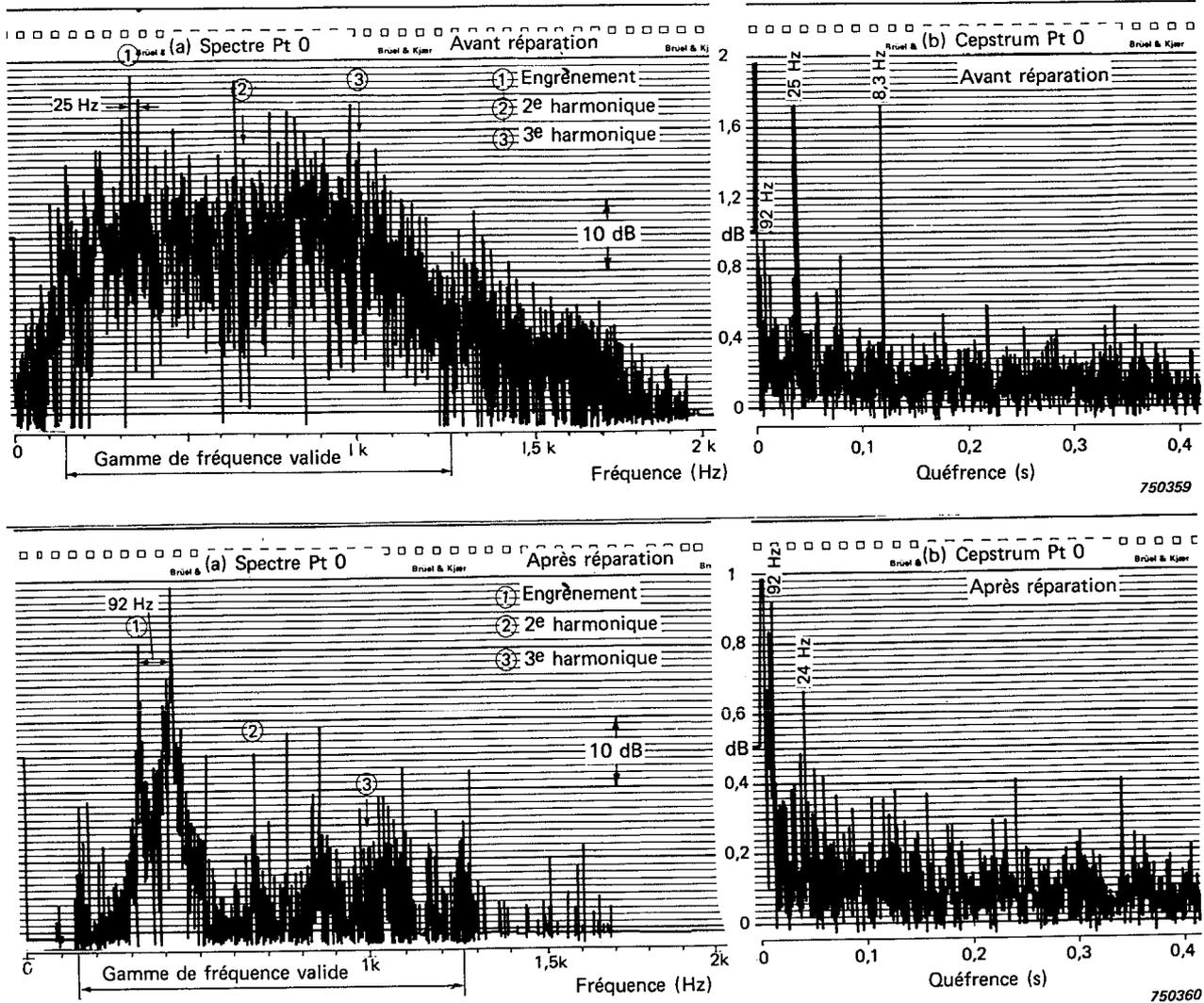


Fig. 2. Spectres et cepstra pour un engrenage avant et après une réparation.

Comme la transformation de Fourier est linéaire, cette relation additive est conservée dans le cepstrum:

$$\mathcal{F}\{\log S\} = \mathcal{F}\{\log V\} + \mathcal{F}\{\log F\} \quad (7)$$

Par conséquent, si la périodicité de $V(f)$ est différente de celle de $F(f)$, leurs conséquences dans le cepstrum peuvent être entièrement séparées. En revanche, la fonction d'autocorrélation obtenue par transformation inverse de l'équation (5) produit une convolution des deux effets.

Si le contenu cepstral des caractéristiques intéressantes du spectre de la source est bien séparé de celui de la fonction de transfert, la partie intéressante du cepstrum sera peu affectée par la forme globale du spectre et sera donc raisonnablement indépendante du point de mesure particulier.

Un avantage supplémentaire du cepstrum est son apti-

tude à détecter les phénomènes qui montrent une périodicité dans le spectre, comme les harmoniques et les bandes latérales, et à en donner une mesure. En particulier, dans les signaux complexes contenant un mélange de différentes familles d'harmoniques et/ou de bandes latérales, la séparation des différentes périodicités est grandement facilitée par l'exécution de la seconde transformation de Fourier pour obtenir le cepstrum.

2. APPLICATION AU DIAGNOSTIC SUR LES MACHINES.

2.1 Détection des ruptures d'aubes sur une turbine.

Pour donner un exemple de l'utilisation de l'analyse cepstrale à la détection des harmoniques, nous nous référons aux travaux de Sapy (1975) de l'Electricité de France. Sapy s'est intéressé à la détection des ruptures d'aubes sur les rotors de grosses turbines à vapeur. Il a montré théoriquement et expérimentalement que l'effet sur la pression sur le stator adjacent est



"Applications de l'analyse cepstrale à l'interprétation des signaux acoustiques et vibrations issus des machines".

M. R. B. RANDALL

l'apparition d'une impulsion se répétant une fois par révolution du rotor. Le spectre de cette impulsion comprend un grand nombre d'harmoniques de la vitesse de rotation, avec approximativement la même intensité jusqu'aux environs de la fréquence de passage des aubes. Mise à part la première douzaine d'harmoniques, ces fréquences ne seraient normalement pas présentes (voir figure 1a, b). Le même effet qualitatif peut être observé sur le signal vibratoire mesuré extérieurement sur le capot, bien que la forme du spectre soit fortement modifiée (fig. 1c). Le cepstrum s'est avéré idéal pour détecter ce phénomène (fig. 1d, e).

2.2 Détection de défauts sur les trains d'engrenages.

L'auteur de cet article a appliqué l'analyse cepstrale à la détection des bandes latérales dans les spectres de vibration de trains d'engrenage (Randall, 1975). Plusieurs chercheurs (par exemple Kohler et al. 1970, Gu & Badgley 1974) ont montré que de nombreux défauts dans les trains d'engrenage entraînent une modulation de la vibration d'engrènement, et cette modulation se manifeste par l'apparition de bandes latérales dans le spectre. En général, les trois premiers harmoniques - au moins - de la fréquence d'engrènement sont suffisamment importants pour se comporter en "fréquences porteuses" autour desquelles peuvent être distribuées plusieurs familles de bandes latérales.

Un cas de ce genre est illustré par la figure 2. qui montre le spectre vibratoire d'un train d'engrenages avant réparation. On y voit de nombreuses bandes latérales et même si l'on peut trouver la fréquence d'engrènement et ses harmoniques, ces fréquences sont loin d'être dominantes. Bien qu'une périodicité (25 Hz) des bandes latérales soit visible sur le spectre, sa présence est encore plus marquée dans le cepstrum où l'on peut observer en outre l'influence de plusieurs autres familles de bandes latérales. Après réparation, l'influence des bandes latérales sur le spectre est considérablement réduite et cela apparaît aussi dans le cepstrum, où la composante correspondant à la vitesse d'entrée (≈ 8 Hz) a disparu et son harmonique 3 est fortement réduit (on notera le changement d'échelle). Il est intéressant de remarquer (bien que cela ne soit pas important en ce qui concerne la condition du train d'engrenage) qu'une composante correspondant à un écartement de bandes latérales de 92 Hz est présente avec la même force dans le cepstrum, aussi bien avant qu'après la réparation, alors que sa présence n'est évidente dans le spectre qu'après la réparation. On trouvera des détails supplémentaires sur ce cas dans l'article de Randall (1975) cité en référence.

3. CEPSTRUM COMPLEXE.

Nous avons jusqu'à présent limité la discussion au cepstrum simple, tel qu'il a été défini par Bogert et al. (1963), et que l'on appelle parfois le "cepstrum de puissance".

Un autre type de cepstrum, appelé "cepstrum complexe", a été décrit par Oppenheim et al. (1968). En dépit de son nom, c'est une fonction à valeurs réelles, mais le nom indique qu'au contraire du cepstrum de puissance, le cepstrum complexe est obtenu à partir du spectre complexe, sans perte de l'information de phase. En conséquence, le processus qui permet de l'obtenir est réversible et il est donc possible de revenir au signal d'origine après avoir effectué des opérations de filtrage. On verra que cela permet d'éliminer des effets de convolution et de multiplication à l'aide de techniques de filtrage linéaire.

Le cepstrum complexe se définit comme "la transformée inverse de Fourier du logarithme complexe du spectre complexe (qui est lui-même la transformée directe du signal temporel)". Mathématiquement, si l'on exprime $F_x(f)$, défini par l'équation (1), sous la forme $A(f)e^{i\vartheta(f)}$, c'est-à-dire en termes d'amplitude et de phase au lieu de le diviser en partie réelle et partie imaginaire, le logarithme complexe de cette expression s'écrit:

$$L(f) = \ln A(f) + i\vartheta(f) \quad (8)$$

On définit alors le cepstrum complexe par:

$$K(\tau) = \mathcal{F}^{-1} \{ L(f) \} \quad (9)$$

La fonction de phase $\vartheta(f)$ doit être rendue continue (au lieu de prendre sa valeur principale modulo 2π) pour que $L(f)$ ait aussi la propriété que les multiplications (complexes) dans $F_x(f)$ se transforment en additions dans $L(f)$; ainsi, les effets de convolution dans le signal temporel d'origine deviennent additifs dans le logarithme complexe du spectre et restent additifs dans le cepstrum complexe.

On est maintenant à même non seulement de séparer les divers effets dans le cepstrum complexe, mais encore d'en supprimer totalement un et de revenir au signal temporel d'origine sans cet effet. Ceci ouvre la possibilité d'annuler l'influence du canal de transmission du signal sans nécessairement connaître la fonction de transfert en détail, mais simplement en termes généraux comme la gamme des fréquences de résonance et des facteurs Q . A l'heure actuelle, cette possibilité est purement du domaine des spéculations.

En revanche, la suppression des échos d'un signal est

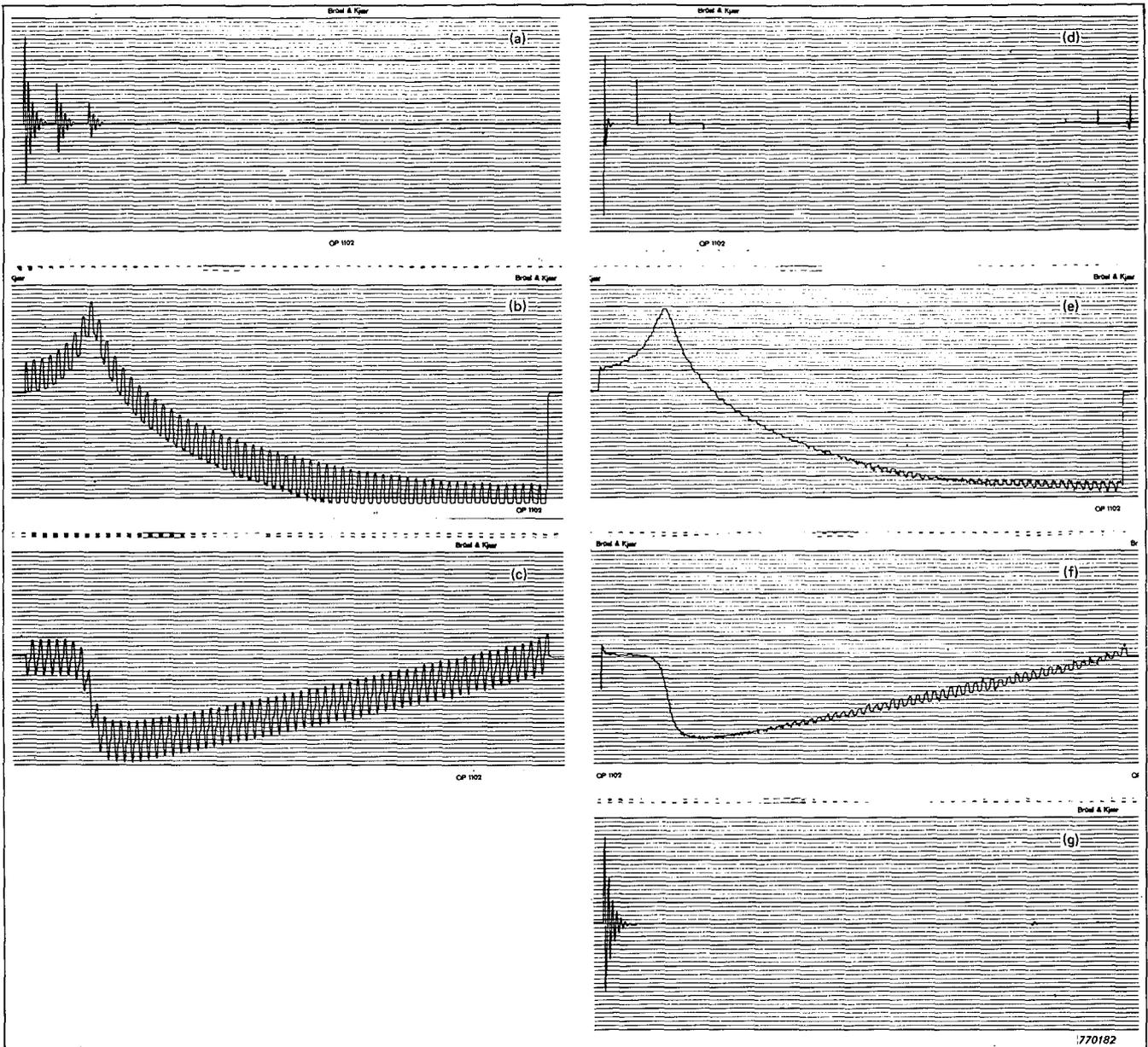


Fig. 3. (a) Sinusoïde amortie générée numériquement, avec deux échos équidistants
 (b) Spectre d'amplitude log.
 (c) Spectre de phase
 (d) Cepstrum complexe
 (e) Spectre d'amplitude log., après retrait des raies de retard du cepstrum complexe
 (f) Spectre de phase, mêmes conditions
 (g) Signal temporel après retrait des échos.

une application qui a été testée avec succès. Oppenheim et al. (1968) ont montré comment un tel écho se manifeste dans le spectre complexe sous la forme d'une exponentielle complexe représentant une fréquence unique qui est quelque peu distordue dans le spectre logarithmique mais se transforme en une série de raies équidistantes dans le cepstrum complexe. Ces

lignes contiennent toute l'information sur l'écho, et si on les supprime à l'aide d'un filtre "en peigne" et si l'on inverse tout le processus pour revenir au signal temporel, on obtient celui-ci sans l'écho et avec une perte minimale des autres informations. La figure 3 en donne un exemple.



"Applications de l'analyse cepstrale à l'interprétation des signaux
acoustiques et vibrations issus des machines".

M.R.B. RANDALL

4. REFERENCES

1. BOGERT, B.P., HEALY, M.J.R. and TUKEY, J.W. (1963). The quefrency analysis of time series for echoes: cepstrum, pseudo-autocovariance, cross-cepstrum and saphe-cracking. Proceedings of the Symposium on Time Series Analysis. (Ed.) Rosenblatt, M., Wiley, N.Y.
2. NOLL, A.M. (1967). Cepstrum Pitch Determination. J.A.S.A. Vol. 41, No. 2, pp. 293-309.
3. SAPY, G. (1975). Diagnostic vibratoire des ruptures d'aubes mobiles de turbines à vapeur. Conf. on Monitoring Diagnostics in Industry, Prague.
4. RANDALL, R.B. (1975). Gearbox fault diagnosis using cepstrum analysis. Proc. IVth World Congr. Theory of Machines and Mechanisms. Vol. 1, pp. 169-174. I. Mech. E., London.
5. KOHLER, H.K., PRATT, A. and THOMPSON, A.M. (1970). Dynamics and noise of parallel-axis gearing. Gearing in 1970. I. Mech. E., London.
6. GU, A.L. and BADGLEY, R.H. (1974). Prediction of gear-mesh-induced high-frequency vibration spectra in geared power trains. N.T.I.S. Report No. AD-777 496 5285 Port Royal Rd., Springfield, Va., U.S.A.
7. OPPENHEIM, A.V., SCHAFER, R.W. and STOCKHAM, T.G. (1968). Nonlinear Filtering of multiplied and convolved signals. I.E.E.E. Trans. Audio & Electroacoustics, Vol. AU-16, No. 3, pp. 437-466.