



# COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 26 au 30 AVRIL 1977

---

UNE METHODE D'UTILISATION DES PASSAGES PAR ZERO ET DES MAXIMA POUR LA  
DETECTION D'UN SIGNAL TRANSITOIRE

J.J. BELLANGER et P.-Y. ARQUES

LABORATOIRE DE TRAITEMENT DU SIGNAL, UNIVERSITE DE RENNES, B.P. 25 A , 35031 - RENNES CEDEX

---

## RESUME

On propose une méthode de détection à structure imposée pour la détection d'un signal transitoire bref incomplètement connu dans un bruit à bande étroite et non forcément stationnaire. Le principe consiste à considérer le signal comme un élément perturbateur du bruit sur une durée égale à la durée du signal ; on cherche donc à prédire à chaque instant certaines caractéristiques du bruit et à comparer cette prédiction aux valeurs effectivement réalisées pour en déduire une décision sur la présence du signal. Les paramètres utilisés sont les durées des intervalles entre zéros et les hauteurs des maxima de la fonction reçue à l'entrée.

On considère ce système de détection en s'imposant une structure linéaire du prédicteur. Les performances du système sont étudiées dans des situations particulières par simulation sur ordinateur.

## SUMMARY



UNE METHODE D'UTILISATION DES PASSAGES PAR ZERO ET DES MAXIMA POUR LA  
DETECTION D'UN SIGNAL TRANSITOIRE

On présente ici l'élaboration d'une méthode de détection d'un signal dans un bruit en ambiance d'information réduite ; le détecteur proposé est actuellement en cours de mesure de performances.

### 1 - GENERALITES

Le problème de la détection continue d'un signal transitoire dans un bruit peut conduire à diverses méthodes d'approche selon l'énoncé du problème, l'information disponible, la mesure de performances utilisée, le degré d'optimalité exigé, les contraintes imposées.

Le signal éventuel, de durée brève, est de date d'arrivée inconnue sur un intervalle d'observation d'amplitude grande ou même infinie ; l'observation est perturbée par un bruit parasite ; on cherche à détecter la présence du signal "en temps réel" c'est-à-dire, à un retard près considéré comme négligeable, dès la fin de présence du signal. Le signal est "rarement" présent. La fonction d'entrée est monodimensionnelle (une entrée).

Deux solutions à ce problème sont d'utiliser les systèmes comparant, à un seuil de décision, à chaque instant  $t$ , ou bien la sortie du filtre adapté au signal dans le bruit, ou bien la sortie de la structure quadratique (filtrage-carré-moyenne, d'éléments optimaux pour la détection du signal dans le bruit). Ces solutions se développent en tant que solutions optimales, pour un instant de décision  $t$  fixé (correspondant à une date d'arrivée du signal connue), sous différents jeux d'hypothèses. Elles peuvent s'utiliser de fait avec un instant de décision  $t$  variable (correspondant à une date d'arrivée du signal inconnue) et éventuellement d'autres paramètres inconnus, que ce soit en abandonnant ou modifiant la notion d'optimalité ou en adoptant une méthode adaptative de traitement. [1]

Les solutions précédentes ne sont pas forcément intéressantes, ou applicables de manière simple, si les conditions du problème diffèrent par trop sur le plan informationnel de celles ayant conduit à leur élaboration.

On se pose donc le problème de la conception d'une structure simple, apte à résoudre le problème de la détection d'un signal transitoire bref, rare, dont la forme est approximativement connue, dans un bruit éventuellement non stationnaire de propriétés peu connues.

### 2 - HYPOTHESES DU PROBLEME

On se place dans les conditions suivantes : le bruit et le signal sont additifs et contenus dans une bande sinon étroite du moins peu large ; le bruit, supposé stationnaire ou lentement non stationnaire, a la qualité  $T$  pour période moyenne ; le signal, bref, rarement présent, a une durée  $T_s$  de l'ordre de  $3 T/2$ , (il occupe environ trois demi-périodes en moyenne) sa forme pouvant être en première approximation semblable à celles représentées figure 1.

L'idée de base est de mettre en évidence à partir du processus d'entrée une perturbation dans certaines propriétés statistiques de ce processus, celle-ci pouvant traduire la présence du signal. Compte-tenu des conditions du problème cette perturbation ne peut être reconnue que par l'obtention d'une réalisation de "paramètre décisionnel" de probabilité très faible par rapport aux propriétés statistiques du bruit. On est alors ramené au problème du test d'une hypothèse (hypothèse  $H_0$  "bruit seul"). Dans ces conditions l'information disponible peut être utilisée de la façon suivante. Les connaissances sur le signal (essentiellement sa durée et sa forme) contribuent à la définition de la quantité constituant le vecteur d'observation (en durée et en nature). Les hypothèses sur le bruit impliquent une élaboration de paramètre décisionnel si possible robuste et adaptative. La rareté du signal conduit à une nature de paramètre décisionnel essentiellement liée au bruit.

S'ajoute à ces considérations une contrainte extérieure de simplicité de réalisation, par exemple sous forme de réalisation autonome en technologie numérique. Elle peut conduire au choix d'un compromis entre pouvoir de détection et complexité du système.

Une première solution consiste à déterminer, à chaque instant de décision  $t$ , à partir de l'examen d'une tranche de fonction d'entrée supposée sans signal, une région d'acceptation de l'hypothèse bruit seul (notée  $H_0$ ) dans l'espace des réalisations d'un vecteur d'observation  $X(t)$ . Elle peut résulter d'une estimation  $\hat{P}(X|H_0)$  de la loi de probabilité  $P(X|H_0)$  du vecteur d'observation conditionnel à l'hypothèse  $H_0$  et de la détermination dans l'espace des réalisations d'une région

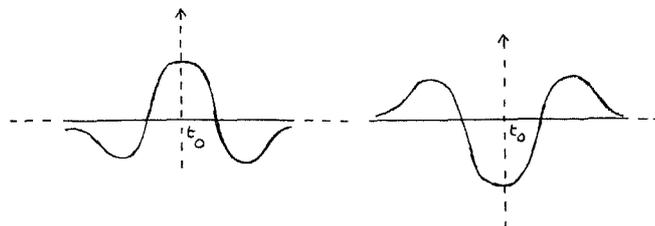


FIGURE 1

UNE METHODE D'UTILISATION DES PASSAGES PAR ZERO ET DES MAXIMA POUR LA  
DETECTION D'UN SIGNAL TRANSITOIRE

$D_0$  de "volume" minimal dont la probabilité afférente dans la loi  $\bar{P}(X|H_0)$  possède une valeur  $\beta$  choisie a priori. Cette méthode repose essentiellement sur l'estimation de la loi  $P(X|H_0)$  à partir d'une réalisation de la fonction d'entrée. Pour un problème stationnaire cette estimation peut être effectuée une fois pour toutes à partir d'une réalisation de bruit seul. Dans une optique de non-stationnarité lente, cette estimation doit être effectuée de manière adaptative, par exemple à chaque instant de prélèvement d'un vecteur d'observation ; l'observation utilisée pour l'estimation est alors prélevée sur la fonction d'entrée au moyen d'une fenêtre "grandissante" ou d'une fenêtre "glissante", en négligeant les signaux éventuels non détectés, qui sont rares par hypothèse. Le test de détection dans ce cas s'écrit en t :

$$X(t) \in D_0(t) \Rightarrow \text{acceptation de } H_0 \text{ en } t$$

$$X(t) \notin D_0(t) \Rightarrow \text{rejet de } H_0 \text{ en } t$$

La méthode précédente apparaissant prohibitive sur le plan de la capacité de mémoire nécessitée pour l'élaboration de  $\bar{P}(X|H_0)$ , on propose un système conçu dans l'optique d'un modèle à structure imposée et à critère de contraste.

3 - STRUCTURE PROPOSEE

La structure proposée est schématisée figure 2. Elle utilise comme critère de détection un cas particulier du critère de distance présenté dans [2]. On s'impose une décomposition de la structure sous la forme suivante :

- on extrait de la fonction d'entrée une observation jugée compatible avec les hypothèses sur le signal (et le bruit) et la contrainte extérieure ;
- on construit le paramètre décisionnel à partir de l'observation précédente en s'appuyant sur une définition de vecteur d'observation et un choix de distance ;
- on compare la valeur du paramètre décisionnel à un seuil de décision.

a) On extrait de la fonction d'entrée une observation discrétisée par utilisation des quantités suivantes :

- suite des intervalles  $T_{\lambda,n}$  entre franchissements successifs d'un seuil  $\lambda$  donné, par le processus d'entrée (en cas particulier  $T_{0,n}$  est noté  $T_n$ ) ;
- suite des amplitudes des maxima  $M_n$  du module du processus d'entrée, entre 2 zéros successifs.

On peut alors remarquer que, compte tenu de la forme du signal, l'information, transportée ou par la suite des zéros ou par la suite des maxima du processus d'entrée, pour la détection, peut être faible : ce sera intuitivement le cas pour les zéros lorsque les 3 arches du signal seront en phase avec le bruit ; ce sera toujours intuitivement le cas pour les maxima lorsque les arches du signal seront en quadrature avec le bruit.

On peut par exemple choisir de constituer l'observation à partir de 2 suites  $(T_{\lambda,n})$  et  $(T_{\lambda',n})$  ; le premier étage de la structure dépend alors des 2 paramètres  $\lambda$  et  $\lambda'$ , à choisir ou à optimiser selon l'information disponible. On peut aussi choisir de constituer l'observation à partir des 2 suites  $(T_n)$  et  $(M_n)$ , en s'appuyant sur la remarque intuitive suivante pour le cas à bande étroite.

Une fonction aléatoire  $B(t)$  centrée, stationnaire, à densité spectrale contenue dans une bande de largeur  $2\Delta\nu$ , centrée sur la fréquence  $\nu_0$  ( $\nu_0 > \Delta\nu$ ) peut être représentée par une description du type :

$$B(t) = A(t) \cos(2\pi\nu_0 t + \varphi(t))$$

Les fonctions aléatoires  $A(t)$  et  $\varphi(t)$  sont stationnaires, centrées et de densités spectrales limitées à la bande  $[-\Delta\nu, \Delta\nu]$ . [3]. En première approximation : la suite  $(M_n)$  correspond à un échantillonnage à fréquence moyenne  $2\nu_0$  ( $> 2\Delta\nu$ ) du processus  $A(t)$  ; la suite  $(T_n)$  correspond à un échantillonnage à fréquence moyenne  $2\nu_0$  ( $> 2\Delta\nu$ ) du processus  $\varphi(t)$  et fournit une estimation de  $\nu_0$  par moyennage statistique des  $T_n$  successifs sur une fenêtre donnée. On remarque en effet que, sur une réalisation de  $B(t)$ , l'ensemble des zéros est la réunion de l'ensemble des zéros de  $A(t)$  et de l'ensemble des  $t_i$  tels que,  $\forall k$  entier,  $k\pi = 2\pi\nu_0 t_i + \varphi(t_i)$ .

Ce second choix a été retenu dans la suite de cet exposé.

b) On construit le paramètre décisionnel de la façon suivante. On définit, à l'instant  $t_n$ , un vecteur d'observation  $X_n$  sous forme d'une tranche de taille  $m_x$  de l'observation discrétisée précédente ; le vecteur  $X_n$  est d'ordre  $2m_x$ , s'écrivant en tenant compte du choix effectué à la fin de (a) :

$$X_n = (T_{n-m_x+1}, \dots, T_{n-1}, M_{n-m_x+1}, \dots, M_{n-1}, M_n)$$

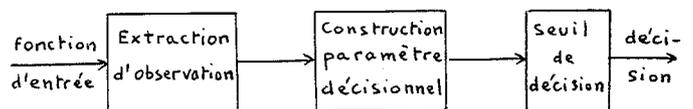


FIGURE 2



UNE METHODE D'UTILISATION DES PASSAGES PAR ZERO ET DES MAXIMA POUR LA  
DETECTION D'UN SIGNAL TRANSITOIRE

A chaque vecteur d'observation  $X_n$  on fait correspondre, sous l'hypothèse  $H_0$ , une référence  $\hat{X}_n$  constituée par une prédiction de  $X_n$ ; on choisit une distance  $d$  dans l'espace des réalisations du vecteur  $X$ . Pour l'hypothèse  $H_0$ , est donc attachée, à chaque  $X_n$ , la valeur  $d(X_n, \hat{X}_n)$  de la distance de  $X_n$  à sa référence. La décision en  $t_n$ , selon le critère de distance d'observation, est alors engendrée par le test suivant :

$$\begin{cases} \text{"choix de } H_0 \text{"} & \text{si } d(X_n, \hat{X}_n) \leq \mathcal{K} \\ \text{"rejet de } H_0 \text{"} & \text{si } d(X_n, \hat{X}_n) > \mathcal{K} \end{cases}$$

La suite des instants de décision  $t_n$  est choisie en coïncidence avec la suite des zéros du processus d'entrée. A chaque instant  $t_n$ , on prédit, à partir de la suite des vecteurs d'observation précédant  $t_n$ , la fraction du vecteur d'observation appartenant à l'intervalle  $]t_n, t_{n+n_p}]$  et l'on en déduit de manière glissante la suite des prédictions  $\hat{X}_n$  :

- Si  $n_p = m_x$ , la prédiction  $\hat{X}_n$  est élaborée en totalité en  $t_{n-m_x}$ , au moyen d'un prédicteur pourvu de  $m_x$  sorties ;

- Si  $n_p \neq 1$ , la prédiction  $\hat{X}_n$  est élaborée entre les dates  $t_{n-m_x}$  et  $t_{n-1}$ , au moyen d'un prédicteur pourvu de  $1$  sortie.

On se donne dans la suite une structure de prédicteur où la mémoire  $m_p$  et le nombre de sorties  $n_p$  constituent des paramètres libres, ainsi qu'une distance dans l'espace des réalisations de  $X$ ; ces choix conditionneront les performances du détecteur. L'étape de construction du paramètre décisionnel dépend donc de trois paramètres : la mémoire  $m_p$  et le nombre de sorties  $n_p$  du prédicteur et la taille  $m_x$  du vecteur d'observation. Le choix de  $m_x$  est en fait lié à celui de  $m_p$  et de  $n_p$  et à la durée  $T_s$  du signal. Ces 3 paramètres seront fixés par compromis et par optimisation éventuelle d'un rapport signal sur bruit portant sur le paramètre décisionnel :

$$\left[ \frac{S}{B} \right] = \frac{[E\{d(X_n, \hat{X}_n) | S+B\} - E\{d(X_n, \hat{X}_n) | B\}]^2}{E\{d^2(X_n, \hat{X}_n) | B\} - E^2\{d(X_n, \hat{X}_n) | B\}}$$

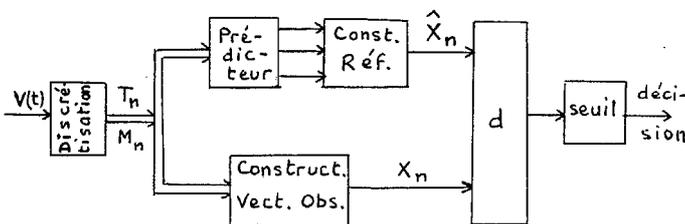


FIGURE 3

a) La hauteur  $\mathcal{K}$  du seuil de décision auquel on compare la quantité  $d(X_n, \hat{X}_n)$  est déterminée au moyen d'un critère complémentaire lorsque les différents paramètres intervenant dans  $d(X_n, \hat{X}_n)$  sont fixés. Ce peut être la valeur assurant un taux moyen de fausse alarme donné.

Le schéma du système pour  $n_p = 1$  ou  $n_p = m_x$  est donné figure 3.

4 - OPTIMALISATION DE LA STRUCTURE

On particularise dans la suite la structure étudiée par :

- choix du vecteur d'observation construit sur les zéros et les maxima :  $X_n = (T_{n-3}, \dots, T_n, M_{n-3}, \dots, M_n)$  ;
- choix de la distance euclidienne pondérée ; la pondération utilisée est une estimation de la variance de l'erreur de prédiction de chaque composante du vecteur d'observation ;
- choix d'un prédicteur linéaire de mémoire  $m_p = 4$  et de nombre de sortie  $n_p = 1$ .

Les algorithmes de prédiction utilisables sont nombreux ; il faut concilier une certaine simplicité de calcul avec une convergence relativement rapide.

Le prédicteur peut être recherché récursif ou non (on pose alors  $B = 0$ ) et adaptatif (en environnement non stationnaire) ou non, sous la forme générale :

$$\begin{bmatrix} \hat{T}_{k+1} \\ \hat{M}_{k+1} \end{bmatrix} = A_k \begin{bmatrix} T_k \\ M_k \\ \vdots \\ T_{k-p} \\ M_{k-p} \end{bmatrix} + B_k \begin{bmatrix} \hat{T}_k \\ \hat{M}_k \\ \vdots \\ \hat{T}_{k-q} \\ \hat{M}_{k-q} \end{bmatrix}$$

où les matrices rectangulaires  $A_k$  et  $B_k$  sont à déterminer. Parmi les diverses méthodes bien connues d'obtention des matrices  $A_k$  et  $B_k$  on a choisi un algorithme du type "moindres carrés récursifs" dont la structure est [4] :

$$\begin{bmatrix} A_{k+1} \\ B_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_k \\ B_k \end{bmatrix} + G_k \begin{bmatrix} T_{k+1} - \hat{T}_{k+1} \\ M_{k+1} - \hat{M}_{k+1} \end{bmatrix}$$

UNE METHODE D'UTILISATION DES PASSAGES PAR ZERO ET DES MAXIMA POUR LA  
DETECTION D'UN SIGNAL TRANSITOIRE

5 - EVALUATION DES PERFORMANCES DU DETECTEUR

Le détecteur précédent est testé par simulation sur ordinateur selon le schéma de la figure 4, dans lequel le bruit discret est blanc, gaussien, de variance  $\sigma_B^2$  et le signal a pour équation :

$$S(t) = a \left[ \frac{\sin \frac{10\pi}{3T}(t-t_0)}{3T} - \frac{4}{10\pi} \right] \text{ pour } t \in \left[ t_0 - \frac{3T}{4}, t_0 + \frac{3T}{4} \right] \\ (\text{nul ailleurs}).$$

On a testé le bien-fondé de l'utilisation d'une prédiction pour servir de référence-observation, compte-tenu de la nature du vecteur observation en traçant les courbes suivantes :

- courbe de corrélation des intervalles entre zéros de la fonction (figure 5) ;
- courbe de corrélation des maxima du module de la fonction (figure 6) ;
- courbe d'intercorrélation des intervalles entre zéros de la fonction et des maxima du module de la fonction (figure 7).

Les performances du détecteur sont d'abord évaluées en terme de rapport signal sur bruit de sortie en fonction du rapport signal sur bruit d'entrée :

$$\left[ \frac{S}{B} \right]_e = \frac{a}{\sigma_B} \left[ 1 - \frac{4}{10\pi} \right]$$

Les performances en terme de courbes "C.O.R." ou de courbes "C.O.R. modifiées" sont actuellement en cours d'évaluation.

BIBLIOGRAPHIE

[1] C. MACCHI : Itération stochastique et traitements numériques adaptatifs. Thèse de Doctorat-ès-Sciences 1972. Université de Paris 6. N° CNRS A.O. 7150.

[2] P.-Y. ARQUES : Application en détection d'un critère de minimalisation de distance d'observation. Colloque National sur le Traitement du Signal et ses Applications, Nice Juin 1975 (GRETSI) p. 447.

[3] B. LEVINE : Fondements théoriques de la radiotechnique statistique. Editions de Moscou 1973.

[4] D. GRAUPE : Identification of systems. Van Nostrand Reinhold Company.

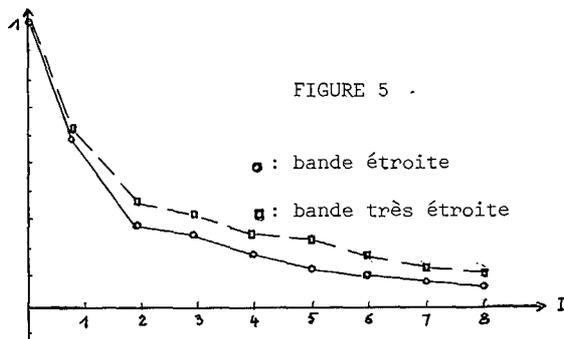


FIGURE 5

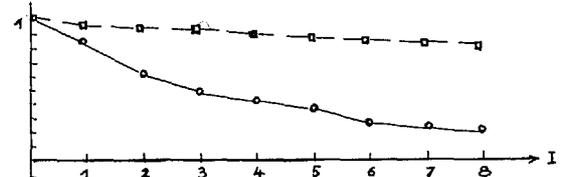


FIGURE 6

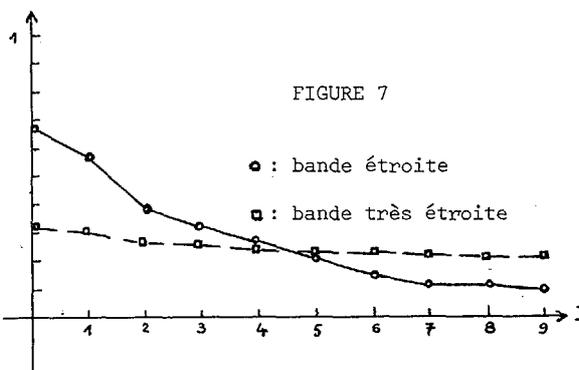


FIGURE 7

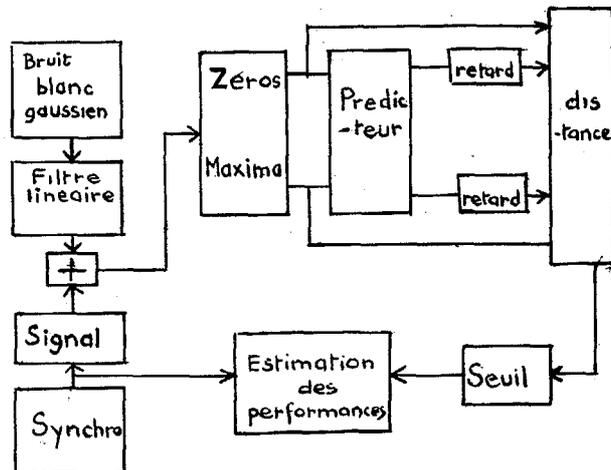


FIGURE 4

