

# COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 26 au 30 AVRIL 1977

METHODS ET TECHNIQUES D'ESTIMATION DE LA FONCTION DE DIFFUSION.

GENEVIÈVE JOURDAIN, JEAN-YVES JOURDAIN

Centre d'Etude des Phénomènes Aléatoires et Géophysiques (Equipe associée au CNRS)  
B.P. 15, 38040 GRENOBLE-CEDEX

## RESUME

On rappelle tout d'abord les principales fonctions de deux variables utilisées pour caractériser un milieu de transmission fluctuant. On compare ensuite les deux principales méthodes d'estimation des moments (1er ordre et fonction de diffusion). La première méthode consiste en de multiples excitations impulsionnelles (ou fréquentielles). Elle permet d'estimer les moments lorsque le produit de leurs supports en temps et en fréquence est inférieur à 1 ( $BD < 1$ ). La deuxième méthode consiste en l'excitation du milieu par des signaux à fort pouvoir de résolution en temps et en fréquence et en un traitement d'interambiguïté entrée-sortie. La précédente limitation n'affecte pas cette méthode. C'est cette deuxième méthode que l'on développe particulièrement ici.

Les techniques utilisées dans les deux cas concernent des milieux passe bande.

Dans le premier cas, les excitations temporelles sont des impulsions courtes avec différentes porteuses. On obtient une estimation de la réponse bitemporale du milieu. Par transformation de FOURIER, élévation au carré et moyennage, on estime la fonction de diffusion.

Dans le deuxième cas, on utilise des signaux modulés en phase ( $0-180^\circ$ ) et on réalise l'interambiguïté en compression. On montre en particulier qu'il est équivalent de dilater le signal reçu ou de comprimer la copie (à un coefficient d'amplitude près). On étudie aussi l'interambiguïté en compression à l'aide des composantes basses fréquences du signal.

On montre sur un exemple de transmission en acoustique sous-marine l'application de cette technique.

## SUMMARY

First the principal two-variable functions used for the characterization of a randomly time-variant linear channel are recalled. Then the two main methods for the estimation of the channel statistical properties (1st and 2nd order moments) are compared.

The first method uses many impulse signals (or many c.w. signals) and leads to the moments when the channel is an underspread one.

The second method - which is carried out here - uses high time and frequency resolution signals, and an interambiguity process between the channel input and output. The last method is valid for either underspread or overspread channels.

For the two methods, the concerned channels are band-limited. The first one uses impulse signals with several carrier frequencies, which leads to the channel bitemporal response. The scattering function is obtained after a FOURIER transform, square, and statistical averages. The second method uses PSK signals and a compression interambiguity process. The equivalence between the compression of the received signal and the dilatation of the signal copy is derived. The interambiguity process is carried out using the low frequency components of the signal.

At last, an example of this method in an acoustic transmission is presented.



## 1. INTRODUCTION - FILTRES LINEAIRES NON HOMOGENES.

1.1 Nous nous plaçons dans le cadre de la représentation externe d'un canal de transmission par un filtre linéaire à paramètres variables dans le temps (F.P.V.).

La réponse, à l'instant  $t$ , du filtre excité par un DIRAC à l'instant  $t-\xi$ , est la réponse bitemporelle  $R(t, t-\xi) = H(t, \xi)$ . Si  $X(t)$  est l'entrée et  $Y(t)$  la sortie :

$$Y(t) = \int H(t, \xi) X(t-\xi) d\xi \quad (1)$$

On caractérise assez souvent le filtre par la fonction Retard-DOPPLER qui est la transformée de FOURIER (TF) par rapport à la date  $t$ , de la réponse bitemporelle:  $U(\nu, \xi) \stackrel{t}{\underset{\nu}{\mathcal{F}}} H(t, \xi)$ . Alors :

$$Y(t) = \iint U(\nu, \xi) X(t-\xi) e^{i2\pi\nu\xi} d\nu d\xi \quad (2)$$

(2) montre que  $U(\nu, \xi)$  peut être interprétée en termes de fonction de pondération dans le plan temps-fréquence : la sortie  $Y(t)$  est la somme pondérée de signaux  $X(t)$  décalés dans le temps et en fréquence ; ce dernier décalage sous l'hypothèse de signaux à bande étroite et d'écriture complexe peut être assimilé à un effet DOPPLER.

### 1.2 Le modèle réverbérant.

Cette interprétation en terme de superposition d'échos est très intéressante. Elle touche de nombreux phénomènes physiques. Malheureusement l'assimilation d'une translation de fréquence à un DOPPLER n'est pas toujours acceptable. G. JOURDAIN a introduit le modèle réverbérant [1]. C'est un modèle de FPV qui tient compte du phénomène de compression de temps qui existe en cas de mouvement relatif de la (ou des) sources et du récepteur.

L'opérateur "compression" [1] est un FPV de réponse bitemporelle

$$H_\lambda(t, \xi) = R_\lambda(t, t-\xi) = \delta(\lambda t - (t-\xi)) \quad (3)$$

Appliqué à  $X(t)$ , il lui fait correspondre  $Y(t)$  :

$$Y(t) = X(\lambda t) = C_\lambda[X(t)] \quad (4)$$

Le modèle réverbérant exprime la sortie du milieu en tant que somme pondérée d'échos retardés de  $\xi$  et

comprimés dans un rapport  $\lambda$ . La fonction  $G(\lambda, \xi)$  décrit le milieu. Elle est l'analogie de la fonction retard DOPPLER  $U(\nu, \xi)$ . La sortie est ;

$$W(t) = \iint G(\lambda, \xi) X(\lambda t - \xi) d\lambda d\xi \quad (5)$$

### 1.3 Les milieux aléatoires.

Les canaux de transmission que nous cherchons à caractériser dépendent de trop de paramètres, dont certains inaccessibles à la mesure, si bien qu'on est amené à considérer le milieu comme aléatoire. Lorsqu'on émet un signal, on se considère donc en présence d'une réalisation du milieu. Les réponses définies plus haut sont considérées comme des fonctions aléatoires, que l'on cherchera à atteindre par l'intermédiaire de leurs moments. Toutes les intégrales de filtrage seront supposées exister en moyenne quadratique.

#### Etude au 1er ordre :

Les valeurs moyennes de  $H(t, \xi)$ ,  $U(\nu, \xi)$  ou  $G(\lambda, \xi)$  représentent la partie certaine du canal, lequel peut donc être décomposé en un filtre déterministe et un filtre aléatoire à paramètres variables (F.A.P.V.) centré, caractérisé par des grandeurs que nous noterons ( $\tilde{\cdot}$ ), par exemple :

$$\tilde{G}(\lambda, \xi) = G(\lambda, \xi) - E\{G(\lambda, \xi)\} = G(\lambda, \xi) - m_G(\lambda, \xi)$$

#### Etude au 2ème ordre :

Les covariances centrées sont a priori des fonctions de quatre variables. Ainsi :

$$E\{\tilde{G}(\lambda, \xi) \cdot \tilde{G}(\lambda', \xi')\} = \tilde{\Gamma}_G\{\lambda, \lambda'; \xi, \xi'\}$$

Dans certains cas, le nombre de ces variables peut se réduire. Nous envisageons les milieux W.S.S.U.S., c'est-à-dire stationnaires au sens large et à diffuseurs non corrélés. Dans ce cas :

$$\tilde{\Gamma}_U(\nu, \nu'; \xi, \xi') = s_c(\nu, \xi) \delta(\nu - \nu'; \xi - \xi') \quad (6)$$

$s_c(\nu, \xi)$  est appelée fonction de diffusion du milieu.

Dans le cas du modèle réverbérant, on peut faire des hypothèses similaires et en particulier on désigne encore par "WSSUS" les milieux pour lesquels :

$$\tilde{\Gamma}_G(\lambda, \lambda'; \xi, \xi') = D(\lambda, \xi) \delta(\lambda - \lambda'; \xi - \xi') \quad (7)$$

$D(\lambda, \xi)$  est une nouvelle fonction de diffusion. Elle

ne s'applique pas aux mêmes milieux, car G. JOURDAIN a montré que, si les modèles réverbérants forment un sous-ensemble de FAPV, les modèles issus des hypothèses simplificatrices WSS, US et WSSUS forment des sous-ensembles disjoints dans l'un et l'autre cas (réverbérant et FAPV). On sait aussi [1] comment vérifier qu'un milieu peut être représenté par une fonction de diffusion.

2. ESTIMATION DE LA FONCTION DE DIFFUSION - DEUX METHODES.

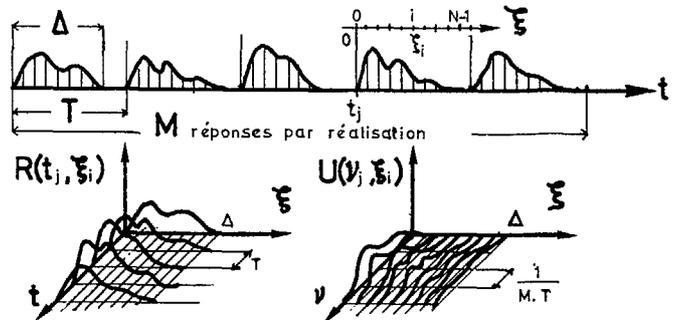
2.1 Sommaire.

La fonction de diffusion est de plus en plus utilisée pour représenter un milieu fluctuant en acoustique sous-marine. Des équipes aux U.S.A. (ELLINGTHORPE au NUSC notamment) et en Allemagne Fédérale (THIELE) l'estiment en utilisant ce que nous appellerons une méthode directe à partir de la réponse bitemporelle. En ce qui nous concerne, pour des raisons de rapport signal à bruit, et aussi de type de milieu, nous avons utilisé une méthode qui, nous le verrons, est plus générale et s'apparente à la méthode classique d'intercorrélation entrée-sortie dans le cas des filtres homogènes.

Pour mettre en oeuvre cette deuxième méthode, on doit réaliser les intercorrélations du signal reçu (filtré par le milieu) avec les copies dopplérisées du signal émis. Nous montrerons d'abord qu'un filtrage adapté multi-DOPPLER est équivalent. Au CEPHAG, nous réalisons souvent ces filtres, en utilisant une technique de représentation du signal par les composantes basses fréquences (BF). Dans notre cas, le signal utilisé est une porteuse modulée en phase par un code pseudo-aléatoire dont une des propriétés intéressantes est d'avoir une composante BF identiquement nulle. Malheureusement, ce n'est plus vrai pour le signal dopplérisé.

Nous allons donc montrer que dans les filtrages à réaliser il est identique de comprimer la copie ou de dilater le signal d'entrée, ce qui permet d'utiliser toujours le même filtre simplifié. Il reste alors l'inconvénient de "dopplériser" (pour plusieurs valeurs) le signal reçu. Nous pouvons le minimiser en utilisant la technique proposée pour obtenir les composantes BF du signal dopplérisé à partir du signal reçu. Ceci permet de traiter plusieurs voies DOPPLER en parallèle, ce qui serait impossible s'il fallait par exemple jouer sur la vitesse d'un magnétophone.

2.2 Méthode directe par multiples excitations temporelles et moyennes statistiques [2,3].



On émet dans le milieu une suite récurrente d'impulsions de DIRAC (période T). La réponse à la j<sup>ème</sup> impulsion est H(t<sub>j</sub>, xi). On considère que les M premières impulsions ont été émises pour une réalisation du milieu. Les variations de H(t, xi) sont étudiées pour 0 ≤ t < MT et 0 ≤ xi < Δ. Si Δ est l'élargissement temporel maximal introduit par le milieu, pour pouvoir séparer les réponses, on doit respecter T > Δ.

Le principe de la méthode est, par transformée de FOURIER (TF), d'atteindre la fonction retard-DOPPLER U(v, xi) et d'en estimer les moments. On procède en échantillonnant, avec une période Δxi = T/N, les réponses du milieu H(t<sub>j</sub>, xi). On obtient un tableau H(t<sub>j</sub>, xi<sub>i</sub>). On réalise N TF sur M points pour obtenir le tableau U(v<sub>j</sub>, xi<sub>i</sub>). Généralement on suppose que le moment d'ordre 1 est nul et on calcule le moment (centré) d'ordre deux, des éléments de ce tableau. Les valeurs obtenues définissent la fonction de diffusion VAR{U(v<sub>j</sub>, xi<sub>i</sub>)} dans le cas de filtres FAPV.

Limitations dues à la méthode : il faut que T > Δ. Cette valeur minimale du pas d'échantillonnage en t implique une limitation de l'étendue spectrale B des fluctuations en v que l'on peut analyser. On aura :

$$B = 2v_{MAX} < \frac{1}{T}$$

Si bien que l'on ne pourra étudier par cette méthode que les milieux sous-dispersifs tels que BΔ < 1.

ELLINTHORPE [2] a montré que la définition en retard (xi) ne dépendait que du module carré du signal et restait indépendante de la fréquence. De même, la définition en fréquence est indépendante du retard et ne dépend que de la durée MT sur laquelle on étudie une réalisation du milieu : Δv = 1/(2MT). Eventuellement, on peut faire intervenir une fonction d'apodisation à la transformation de FOURIER. La fonction de diffusion



est en réalité convoluée d'une part avec  $|X(t)|^2$  suivant  $\xi$  et avec  $|w(v)|^2$  en fréquence,  $w(v)$  étant la transformée de la fonction d'apodisation  $P(t)$ .

Donc, si on prend  $T = 1$  seconde, on ne pourra étudier que des milieux dont les trajets multiples restent concentrés sur cette durée. En considérant une réalisation du milieu sur une centaine d'impulsions (100 s) la définition en fréquence sera de l'ordre du centième de Hertz, et la définition en temps de l'ordre de grandeur du support du signal émis, c'est-à-dire le plus souvent de quelques dizaines de millisecondes. Les fluctuations du milieu ne doivent pas alors dépasser 0,5 Hertz.

La méthode précédente est intéressante lorsque le milieu n'est pas trop dispersif, ou lorsqu'on peut isoler un trajet et étudier ses fluctuations. La définition en fréquence  $v$  est bonne, celle en temps sera en général moins bonne. Il est souhaitable d'avoir un bon rapport signal à bruit à la réception.

Les conditions ne sont pas toujours réunies lorsqu'on étudie le chenal sonore profond. L'étalement temporel  $y$  est important et on ne peut pas toujours émettre un signal avec suffisamment d'énergie pour avoir un bon rapport S/B à la réception.

2.3 Méthode par interambiguïté entrée-sortie.

2.31 C'est la généralisation - à deux dimensions - des méthodes d'identification d'une réponse impulsionnelle d'un filtre par intercorrélation sortie-entrée. Les détails de cette méthode, que ce soit pour identifier un milieu FAPV, ou un milieu réverbérant (M. Rév.), sont donnés dans [1]. En général, on excite le milieu par un signal certain à haut pouvoir de résolution en temps et en fréquence ; on calcule les interambiguïtés sortie-entrée du milieu (en dilatant les copies du signal) et on estime les moments par moyenne statistique. L'espérance et la variance de l'interambiguïté donnent respectivement le moment d'ordre 1, et la fonction de diffusion, du milieu - ceci, sous l'hypothèse que les supports de la fonction d'ambiguïté du signal utilisé sont faibles vis-à-vis des supports en temps et en fréquence du milieu. Dans le cas du FAPV on travaille en ambiguïté type translation; dans le cas du M. Rév. on travaille en ambiguïté type compression. On définit  $\Psi_S(\lambda, \xi) = \int S(t) \cdot S(\lambda t - \xi) dt$  fonction d'ambiguïté en compression de  $S(t)$ .

2.32 Equivalence interambiguïté - filtrage adapté multi-DOPPLER.

Nous montrons qu'on peut aussi procéder par filtrage adapté et nous avons mené ici le calcul en comprimant le temps sur le signal reçu, pour mettre en évidence qu'il est équivalent de comprimer le signal ou de dilater la copie comme ci-dessus. Le signal reçu comprimé s'écrit

$$Z(t) = W(kt) = \iint S(\lambda kt - \xi) G(\lambda, \xi) d\lambda d\xi$$

Nous le filtrons par  $S(-t)$ , ce qui donne

$$W(kt) * S(-t) = \iint G(\lambda, \xi) \cdot \Psi_S(\lambda k, \xi - \lambda kt) d\lambda d\xi = \frac{1}{k} \iint G\left(\frac{\lambda'}{k}, \xi' + \lambda' t\right) \Psi_S(\lambda', \xi') d\lambda' d\xi' \quad (8)$$

$\Psi_S(\lambda, \xi)$  est la fonction d'ambiguïté définie ci-dessus. On estime les moments d'ordre 1 et 2 en faisant l'approximation que, vis-à-vis des supports moyens du milieu en retard et en DOPPLER,  $\Psi_S$  peut être assimilé à un double DIRAC, soit

$$\begin{cases} \Psi_S(\lambda, \xi) \approx \alpha \delta(\lambda - 1, \xi) \\ |\Psi_S(\lambda, \xi)|^2 \approx \beta^2 \delta(\lambda - 1, \xi) \end{cases} \quad (9)$$

a) le moment du 1er ordre donne avec (8) et (9a) :

$$E\{W(kt) * S(-t)\} = m_G\left(\frac{1}{k}, t\right) \frac{\alpha}{k} \quad (10)$$

Donc, pour estimer  $m_G(\lambda, \xi)$  il faut calculer :

$$\frac{1}{\lambda} E\left\{W\left(\frac{t}{\lambda}\right) * S(-t)\right\}_{t=\xi} = \alpha \cdot m_G(\lambda, \xi) \quad (11)$$

b) Au 2ème ordre, après avoir centré le milieu :

$$\text{Var}\{W(kt) * S(-t)\} = E\left\{ \int_{R^4} \tilde{G}(\lambda, \xi) \tilde{G}(\lambda', \xi') \Psi_S(\lambda k, \xi - \lambda kt) \Psi_S(\lambda' k, \xi' - \lambda' kt) d\lambda d\lambda' d\xi d\xi' \right\}$$

L'existence de la fonction de diffusion implique (7), d'où :

$$\begin{aligned} \text{Var}\{W(kt) * S(-t)\} &= \iint D(\lambda, \xi) \cdot |\Psi_S(\lambda k, \xi - \lambda kt)|^2 d\lambda d\xi \\ &= \frac{1}{k} \iint D\left(\frac{\lambda'}{k}, \xi' + \lambda' t\right) |\Psi_S(\lambda', \xi')|^2 d\lambda' d\xi' \end{aligned} \quad (12)$$

L'hypothèse (9b) permet d'écrire (12) sous la forme :

$$\text{Var}\{W(kt)*S(-t)\} = \frac{\beta^2}{k} D\left(\frac{1}{k}, t\right) \quad (13)$$

On estimera donc la fonction de diffusion en calculant

$$\frac{1}{\lambda} \text{VAR}\left\{\tilde{W}\left(\frac{t}{\lambda}\right)*S(-t)\right\}_{t=\xi} = \beta^2 D(\lambda, \xi) \quad (14)$$

Limitations dues à la méthode : les seules limitations concernent le pouvoir de résolution en retard et en fréquence du signal utilisé (approximation (9)). Au contraire de la méthode directe, on peut étudier les milieux surdispersifs ( $\beta\Delta > 1$ ) sans précaution particulière.

2.4 Utilisation des composantes basses fréquences (BF)

Il s'agit donc d'évaluer la moyenne et la variance de

$$R_\lambda(t) = W(t/\lambda)*S(-t) \quad (15)$$

2.41 Les signaux reçus seront toujours réels et du type passé-bande. Utilisons donc les représentations par composantes BF : soit deux signaux  $Z(t)$  et  $S(t)$ , passe bande autour de  $\nu_0$ , écrits sous la forme :

$$\begin{aligned} Z(t) &= P_Z(t) \cos 2\pi\nu_0 t - Q_Z(t) \sin 2\pi\nu_0 t \\ S(t) &= P_S(t) \cos 2\pi\nu_0 t - Q_S(t) \sin 2\pi\nu_0 t \end{aligned} \quad (16)$$

L'équation de filtrage  $Z(t)*S(-t)$  s'écrit :

$$Z(t)*S(-t) = P_R(t) \cos 2\pi\nu_0 t - Q_R(t) \sin 2\pi\nu_0 t \quad (17)$$

$$\text{avec } P_R(t) = \frac{1}{2}[P_S(-t)*P_Z(t)] + \frac{1}{2}[Q_S(-t)*Q_Z(t)] \quad (18)$$

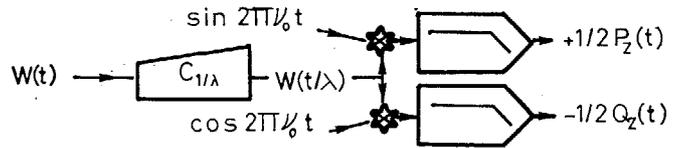
$$Q_R(t) = \frac{1}{2}[P_S(-t)*Q_Z(t)] - \frac{1}{2}[Q_S(-t)*P_Z(t)]$$

ceci sous l'hypothèse que les composantes BF de  $Z(t)$  et  $S(t)$  soient à bande limitée et inférieure à  $\nu_0$ , ce qui sera en général le cas et on le suppose ainsi dans la suite.

Une convolution sur le signal global est alors équivalente à 4 convolutions sur les composantes BF.

Pour utiliser cela dans le calcul de (15), il faut connaître les composantes BF de  $W(t/\lambda)$ . Pour obtenir les composantes BF d'un signal  $Z(t)$ , on réalise une démodulation complexe :  $Z(t)$  est multiplié simultanément par  $\cos 2\pi\nu_0 t$  et  $\sin 2\pi\nu_0 t$  et les deux résultats sont filtrés pour éliminer les termes à la fréquence  $2\nu_0$ . Nous proposons une méthode de démodulation complexe adaptée pour trouver directement les composantes BF de  $W(t/\lambda)$  à partir de  $W(t)$ .

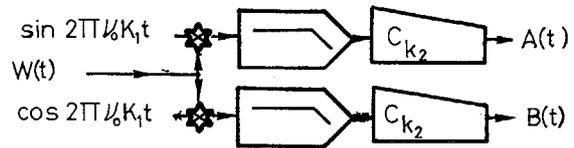
La démarche normale serait de réaliser le schéma



Si  $W(t) = P(t) \cos 2\pi\nu_0 t - Q(t) \sin 2\pi\nu_0 t$ , un calcul simple montre qu'en posant :  $\Delta = 2\pi\nu_0 (1 - \frac{1}{\lambda}) t$  :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} P_Z(t) &= \frac{1}{2} P\left(\frac{t}{\lambda}\right) \cos \Delta + \frac{1}{2} Q\left(\frac{t}{\lambda}\right) \sin \Delta \\ -\frac{1}{2} Q_Z(t) &= \frac{1}{2} P\left(\frac{t}{\lambda}\right) \sin \Delta - \frac{1}{2} Q\left(\frac{t}{\lambda}\right) \cos \Delta \end{aligned} \quad (19)$$

Nous proposons le schéma plus simple à réaliser



La calcul conduit à

$$\begin{aligned} A(t) &= \frac{1}{2} [P(k_2 t) \cos [2\pi\nu_0 (k_1 - 1) k_2 t] + Q(k_2 t) \sin [2\pi\nu_0 (k_1 - 1) k_2 t]] \\ B(t) &= \frac{1}{2} [P(k_2 t) \sin [2\pi\nu_0 (k_1 - 1) k_2 t] - Q(k_2 t) \cos [2\pi\nu_0 (k_1 - 1) k_2 t]] \end{aligned} \quad (20)$$

Par comparaison avec (19), on constate que pour  $k_1 = \lambda$  et  $k_2 = \frac{1}{\lambda}$ , on trouve :

$$P_Z(t) = 2 A(t) \quad \text{et} \quad Q_Z(t) = -2 B(t) \quad (21)$$

Pour trouver directement les composantes de  $W\left(\frac{t}{\lambda}\right)$  on fait donc une démodulation complexe qui tient compte du déplacement de fréquence centrale et on comprime le signal basse fréquence (ce qui revient à dilater son spectre). Ceci peut se faire aisément par une modification de la cadence d'échantillonnage.

2.42 Moments de  $R_\lambda(t)$

A ce stade, on dispose non pas de  $R_\lambda(t)$  (15), mais de ses composantes  $P_R(t, \lambda)$  et  $Q_R(t, \lambda)$ .

$$R_\lambda(t) = P_R(t, \lambda) \cos 2\pi\nu_0 t - Q_R(t, \lambda) \sin 2\pi\nu_0 t \quad (22)$$

Les moments d'ordre 1 et 2 de  $R_\lambda(t)$ , donnant la valeur moyenne et la fonction de diffusion, sont donc

$$\begin{aligned} E\{R_\lambda(t)\} &= E\{P_R(t, \lambda)\} \cos 2\pi\nu_0 t - E\{Q_R(t, \lambda)\} \sin 2\pi\nu_0 t \\ \text{Var}\{R_\lambda(t)\} &= \text{Var}\{P_R(t, \lambda)\} \cos^2 2\pi\nu_0 t + \text{Var}\{Q_R(t, \lambda)\} \sin^2 2\pi\nu_0 t \\ &\quad - 2E\{\tilde{P}_R \tilde{Q}_R\} \sin 2\pi\nu_0 t \cos 2\pi\nu_0 t \end{aligned} \quad (23)$$



L'utilisation habituelle des composantes BF est liée au fait que, d'une part, on considère souvent  $R_\lambda(t)$  comme centré (et donc  $E(P)=E(Q)=0$ ) et d'autre part, si le signal  $R_\lambda(t)$  était stationnaire, on aurait les relations suivantes entre moments d'ordre 2 centrés de  $P_R$  et  $Q_R$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Var}\{P_R(t)\} = \text{Var}\{Q_R(t)\} \\ E\{\tilde{P}_R(t) \cdot \tilde{Q}_R(t)\} = 0 \end{array} \right. \quad (25)$$

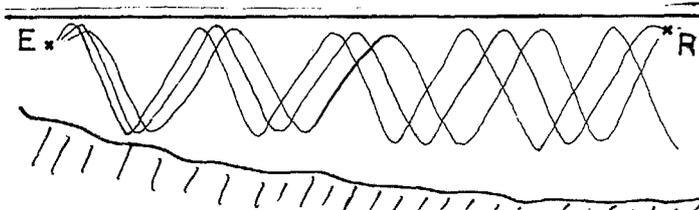
et donc la relation ci-dessus (24) se simplifierait. En fait, dans notre problème, le signal reçu  $W(t)$  n'est pas stationnaire, et sa filtrée par  $S(-t)$ ,  $R_\lambda(t)$ , ne l'est pas également. On ne peut donc, a priori utiliser la relation (25), ou alors, il faudrait la vérifier dans le cas non stationnaire. Notons que ceci est également valable pour la méthode N° 1 estimant la fonction de diffusion à partir de  $H(t, \xi)$  directement.

En fait, nous verrons dans le paragraphe suivant que, ayant calculé les différents moments d'ordre 1 et 2 de  $P_R(t)$  et  $Q_R(t)$ , nous avons pu, à l'échelle de précision utilisée, considérer que  $E\{P\} \neq E\{Q\} \neq 0$ ,  $\text{Var} P \neq \text{Var} Q$ ;  $E\{\tilde{P}\tilde{Q}\} \neq 0$ , donc qu'une bonne estimation de la fonction du milieu de diffusion était

$$D(\lambda, \xi) \sim \text{Var} P(\lambda, \xi) \sim \text{Var} Q(\lambda, \xi) \quad (25)$$

### 3. APPLICATION A L'ACOUSTIQUE SOUS-MARINE.

Nous donnons un exemple en acoustique sous-marine. Il s'agit de propagation par grand fond. Ni l'émetteur, ni le récepteur ne sont dans l'axe du chenal sonore profond. Le récepteur doit être considéré comme mobile alors que l'émetteur est fixe.



Les signaux utilisés sont modulés en phase ( $0, 180^\circ$ ) par un code pseudoaléatoire. La porteuse est à 800 Hz.

$$S(t) = \text{PSK}(t) \sin 2\pi\nu_0 t$$

Nous avons pour les composantes basses fréquences

$$P_S(t) = 0; \quad Q_S(t) = -\text{PSK}(t)$$

A la réception, le signal a été enregistré sur une

bande magnétique. En laboratoire, on réalise la démodulation complexe pour les différentes compressions étudiées suivant le schéma décrit plus haut. Le signal est échantillonné à la période  $\frac{T}{\lambda}$ .

Le filtrage adapté est réalisé par un processeur câblé numérique, qui réalise les convolutions de deux signaux avec une réponse impulsionnelle décrite par 256 points. Ce processeur est couplé à un T2000. Nous avons implanté un algorithme de convolution par tranche, qui permet d'avoir un fonctionnement en filtre (entrée du signal point par point) pour des réponses impulsionnelles définies par plus de 256 points. Dans notre cas la réponse est  $-\text{PSK}(t)$ . Nous avons utilisé 2048 points pour décrire les 512 pas du code. C'est surabondant, cela ne grève pas le temps de calcul, mais plutôt les temps de transfert des données. Actuellement, nous traitons 30 points par seconde (entrée et sortie sur bande magnétique), alors que le processeur traite 256 points en 10 ms environ. Nous espérons travailler en temps réel d'ici peu. En sortie du filtre adapté, nous récupérons deux composantes basses fréquences qui sont enregistrées. Un traitement ultérieur permet, connaissant la récurrence à l'émission, de moyenner les réponses successives. Il faut remarquer que si l'on réalise la compression  $k_2$  par échantillonnage, on a toujours le même nombre de points dans une récurrence, quelle que soit la compression traitée. Ceci facilite le moyennage.

La figure 1 montre l'enveloppe de la sortie du filtre adapté au DOPPLER moyen (reconstituée à partir des composantes basses fréquences). Chaque coupe correspond à la réponse du milieu à une impulsion émise.

Le récepteur étant mobile, nous avons constaté une convergence des valeurs moyennes des composantes  $P_R$  et  $Q_R$  vers zéro, ce qui pouvait être prévu physiquement. La figure 2 représente la fonction d'autoambiguïté du signal utilisé, tracée aux mêmes échelles que la fonction de diffusion de la figure 3. Le signal est modulé en phase, sa durée est 2,56 secondes, son produit BT est de 512. Les lobes secondaires près du pic central sont particulièrement bas. La comparaison des deux figures montre que le milieu a une réponse ayant une structure de trajets multiples. Les coupes DOPPLER sont espacées de  $\Delta\lambda = \frac{0,125}{800}$ . La fréquence fondamentale de la houle était de 0,14 Hz. Il serait nécessaire d'avoir une définition en DOPPLER un peu supérieure. Nous avons d'autres exemples obtenus avec des signaux de même produit BT. mais de durée 2 ou 4 fois plus longue. On peut aussi augmenter le produit BT. On semble limité

par la capacité de traitement. En réalité, on peut, à l'aide d'une série d'impulsions, augmenter la définition en DOPPLER en considérant que le signal émis est une suite de  $M$  impulsions (comme dans la méthode N° 1 classique). Le filtre adapté à une telle suite se décompose alors en un filtre adapté à une impulsion suivi d'un opérateur de regroupement, qui peut être mis en oeuvre au moment du moyennage.

La fonction de diffusion donnée ici (figure 3), est en fait une variance de  $P$ . On a dit plus haut que l'on avait constaté une tendance (au fur et à mesure des réalisations successives) vers les formules simplifiées (26).

4. CONCLUSION.

Nous avons présenté rapidement les deux principales méthodes d'estimation d'une fonction de diffusion. La méthode par interambiguïté qui a priori peut paraître plus compliquée, est en réalité, grâce au choix du signal et à la technique employée, suffisamment simple pour qu'on puisse envisager de la réaliser en temps réel. Elle est valable, quelle que soit la nature (surdispersive, sous-dispersive) du milieu et peut être utilisée avec des rapports signal/bruit pas trop forts à l'émission.

5. BIBLIOGRAPHIE.

- [1] G. JOURDAIN - Filtres linéaires aléatoires et non stationnaires. Modèles, simulations et applications. Th. Doctorat, Grenoble, Sept. 1976.
- [2] ELLINTHORPE A.W. and NUTTALL A.H. - Theoretical and Empirical Results on the Characterization of Undersea Acoustic Channels. IEEE 1st. Ann. Comm. Conv. : 585 (1967)
- [3] LAVAL R. - Caractérisation déterministe et stochastique du canal de transmission acoustique sous-marin. Colloque GRETSI, Nice, 1975.
- [4] THIELE R. - Anwendung der Theorie zeitveränderlicher Filter zur Beschreibung des Flachwasser-Schallkanals (Application of the Time-Variant Filter Theory to the Description of the Shallow Water Sound Channel) Thesis T.U., Hannover (1972).
- [5] THIELE R. - Measurement of the weighting function of the time variant Shallow Water Channel. NATO ASI Colloque PORTOVENERE (La Spezia), Italy 1976



fig 1 Sortie du filtre adapté (enveloppe)

Variation des reponses en fonction du temps

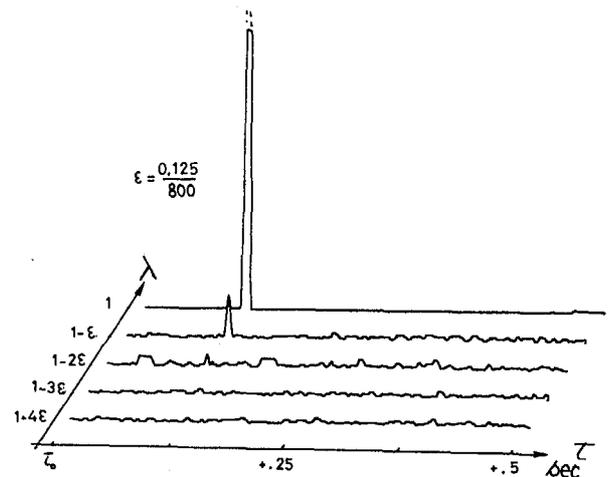


fig:2 AUTO-AMBIGUITE PSK (T=2,56 sec & B=200 Hz)

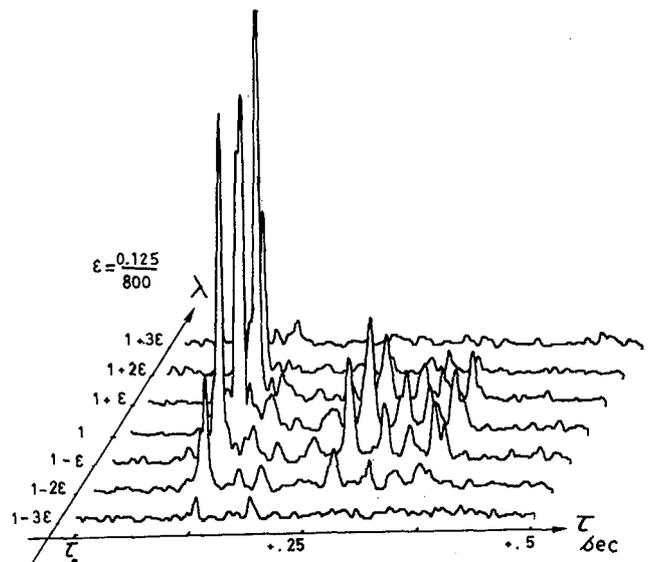


fig:3 fonction de DIFFUSION  $D(\lambda, \tau)$