

COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 16 au 21 JUIN 75



Etude par corrélation et analyse spectrale d'images déformées par un milieu de propagation turbulent. Application au traitement numérique de clichés astronomiques.

Silvie CARRION, Philippe GARDERET

Centre d'Etudes Nucléaires de GRENOBLE - Laboratoire d'Electronique et de Technologie de l'Informatique
B.P. 85 Centre de Tri - 38041 GRENOBLE CEDEX

RESUME

On montre que les techniques de corrélation et d'analyse spectrale permettent la détection d'objets et l'estimation de leurs paramètres géométriques et énergétiques, quand on n'en possède que des images déformées par un milieu de propagation turbulent.

Divers problèmes liés au traitement numérique de données bi-dimensionnelles sont évoqués : digitalisation des images, possibilités d'extension des algorithmes de traitement unidimensionnels, etc ...

Une illustration de ces techniques est présentée dans le domaine de l'astrophysique : le milieu turbulent est ici l'atmosphère qui joue le rôle d'un filtre aléatoire spatio-temporel. Une comparaison avec les méthodes optiques est établie.

SUMMARY

Correlation and spectral analysis are useful techniques for object detection and geometrical or energetical parameters estimation when dealing with images corrupted by a random propagation field.

Various problems connected with numerical bi-dimensional signal processing are reviewed : image digitalisation, possibilities of generalization of one-dimensional techniques, etc ...

An illustration is given in the field of astrophysical image processing : atmosphere is there the random media operating as a spacio-temporal filter. Comparisons with optical methods is then achieved.



Etude par corrélation et analyse spectrale d'images déformées par un milieu de propagation turbulent. Application au traitement numérique de clichés astronomiques.

1 - POSITION DU PROBLEME -

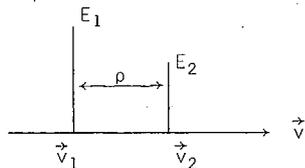
Dans de nombreux domaines, on est amené à traiter des images bruitées pour en extraire l'information utile. C'est le cas des observations d'objets à travers un milieu de propagation turbulent. On dispose de deux traitements possibles : un traitement analogique et un traitement numérique, présentant à la fois des avantages et des inconvénients. Les méthodes analogiques étant principalement limitées par des phénomènes de non-linéarité et de saturation, le traitement numérique pourrait suppléer à cet inconvénient. C'est là le but de nos travaux appliqués à l'astrophysique où une part non négligeable est faite à la détection des étoiles doubles et à l'estimation de leurs paramètres. Nous allons montrer d'abord comment la corrélation et l'analyse spectrale permettent cette détection et cette estimation.

Il nous faudra pour mener à bien notre étude disposer d'images digitalisées d'une part, et d'autre part, d'algorithmes rapides pour l'exploitation d'une masse considérable de données. On montrera que le domaine bidimensionnel est une généralisation d'un cas particulier : le domaine unidimensionnel. L'application à l'astrophysique où notre méthode est à confronter aux méthodes optiques illustrera et conclura ce rapport.

2 - DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DE L'OBJET -

Nous allons montrer dans le cas particulier d'un objet constitué de 2 éléments ponctuels (cas d'une étoile binaire), comment la corrélation et l'analyse spectrale des images déformées de cet objet permettent de les détecter d'une part, et de déterminer leurs paramètres d'autre part. Par paramètres, nous entendrons leur écart, et leur rapport d'intensité.

Soit la représentation $o(\vec{v})$ suivante de l'objet :



Il s'agit de 2 étoiles situées l'une en \vec{v}_1 et l'autre en \vec{v}_2 , distantes de ρ , d'intensité respective E_1 et E_2 .

$$o(\vec{v}) = E_1 \delta(\vec{v}-\vec{v}_1) + E_2 \delta(\vec{v}-\vec{v}_2)$$

Appelons γ le rapport des intensités :

$$\gamma = \frac{E_2}{E_1} \quad (1)$$

La fonction d'autocorrélation $R^O(\vec{v})$ de $o(\vec{v})$ est telle que :

$$R^O(\vec{v}) = (E_1^2 + E_2^2) \delta(\vec{v}) + E_1 E_2 \delta(\vec{v}-\vec{\rho}) + E_1 E_2 \delta(\vec{v}+\vec{\rho}) \quad (2)$$

Nous obtenons la relation :

$$\frac{R^O(o)}{R^O(\rho)} = \frac{E_1}{E_2} + \frac{E_2}{E_1} \quad (3)$$

le long de la direction \vec{v} .

Si nous appelons :

$$\frac{R^O(\rho)}{R^O(o)} = \alpha \quad (4) \quad (\alpha \leq \frac{1}{2})$$

Les relations (1), (2), (3) donnent :

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\gamma} + \gamma \quad (5)$$

Les inconnues sont ρ et γ . Mais à partir des images déformées de l'objet, on pourra déterminer l'autocorrélation spatiale moyenne, qui fera apparaître un maximum central entouré de deux maxima secondaires sur la direction correspondant précisément à la direction commune des 2 étoiles, et distants de ρ du maximum central.

Si $R^G(\vec{v})$ est la fonction d'autocorrélation de la fonction d'appareil, $R^i(\vec{v})$, $R^O(\vec{v})$ et $R^G(\vec{v})$ sont liées par la relation :

$$R^i(\vec{v}) = (R^G(\vec{x}), R^O(\vec{v})) \quad (6)$$

$R^i(\vec{v})$ donnant la direction commune des 2 étoiles et leur écart ρ , il ne reste plus qu'à déterminer γ .

En se plaçant sur la direction \vec{v} , l'écriture scalaire fait place à l'écriture vectorielle ; développons (6) compte tenu de (2) :

$$R^i(v) = \int R^G(v-v') R^O(v') dv'$$

$$R^i(v) = R^G(v) R^O(o) + R^O(\rho) [R^G(v+\rho) + R^G(v-\rho)]$$

Nous en tirons 2 équations :

$$R^i(o) = R^G(o) R^O(o) + 2R^O(\rho) R^G(\rho)$$

$$R^i(\rho) = R^G(\rho) R^O(o) + R^O(\rho) [R^G(o) + R^G(2\rho)]$$

Avec la relation (4), nous avons :

$$R^i(o) = R^O(o) [R^G(o) + 2\alpha R^G(\rho)] \quad (8)$$

$$R^i(\rho) = R^O(o) [R^G(\rho) + \alpha R^G(o) + \alpha R^G(2\rho)] \quad (9)$$

En divisant (8) et (9) membre à membre :

$$\frac{R^i(\rho)}{R^i(o)} = \frac{R^G(\rho) + \alpha R^G(o) + \alpha R^G(2\rho)}{R^G(o) + 2\alpha R^G(\rho)} \quad (10)$$



Etude par corrélation et analyse spectrale d'images déformées par un milieu de propagation turbulent. Application au traitement numérique de clichés astronomiques.

La connaissance de $R^i(\vec{v})$ et $R^g(\vec{v})$ donc de ρ , $R^i(o)$, $R^i(\rho)$, $R^g(o)$, $R^g(\rho)$ et $R^g(2\rho)$ permet de déterminer α par (10).

Si on pose $b = \frac{R^i(\rho)}{R^i(o)}$, α vérifie :

$$\alpha = \frac{R^g(\rho) - b R^g(o)}{2b R^g(\rho) - R^g(o) - R^g(2\rho)} \quad (11)$$

La résolution de l'équation (5) en γ nous donne 2 valeurs possibles :

$$\gamma_{\frac{1}{2}} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4\alpha^2}}{2\alpha} \quad (12)$$

représentant $\frac{E_2}{E_1}$ ou $\frac{E_1}{E_2}$

Ainsi, un traitement par corrélation des images d'un ensemble d'objets ponctuels permet d'atteindre les caractéristiques géométriques et énergétiques de ces objets. Dans le cas plus général où le caractère ponctuel ne peut plus être considéré, la résolution de l'équation de convolution (6) s'impose. On peut alors passer dans l'espace de Fourier soient I , O , G les transformées de Fourier respectives de i , o et g .

La duale de l'équation (6) dans le plan de Fourier s'écrit :

$$|I(f)|^2 = |G(f)|^2 \cdot |O(f)|^2 \quad (13)$$

Mais là encore une analyse spectrale des images déformées permet d'extraire des informations sur l'objet.

Plaçons-nous à nouveau dans le cas de l'objet précédent constitué de 2 corps ponctuels. Son spectre, périodique, sera un réseau de franges parallèles, perpendiculaire à la direction commune des 2 corps, de pas inversement proportionnel à leur écart. La détermination du spectre de l'objet dépendra fortement de la fonction de transfert de l'instrument d'observation.

3 - PROBLEMES LIES AU TRAITEMENT NUMERIQUE DE DONNEES BIDIMENSIONNELLES -

Un traitement numérique d'informations bidimensionnelles porte très souvent sur une grande quantité de données. Une étude statistique nécessite plusieurs échantillons, c'est-à-dire ici plusieurs images. Si une image est digitalisée en 64×64 points, et s'il faut accumuler 100 images, nous aurons alors à effectuer des calculs en 409600 points. Deux problèmes sont alors à résoudre :

- la digitalisation des images et le stockage de l'information
- la mise au point d'algorithmes de calcul.

3.1 - Digitalisation des images -

Le support de l'information le moins volumineux demeure les bandes magnétiques numériques. Le passage de l'information optique à l'information numérique n'est pas sans poser des problèmes. Deux méthodes peuvent être envisagées :

- digitalisation du signal électrique délivré par une caméra type télévision
- digitalisation d'images photographiques par microdensitomètres.

Nous avons écarté la première méthode nécessitant la réalisation d'un interface qui n'aurait pu être obtenue dans des délais raisonnables. Mais, pour adopter la deuxième méthode, il fallait garder présent à l'esprit que nous aurions à digitaliser une centaine d'images. Nous avons alors exclu les microdensitomètres classiques. Un microdensitomètre piloté par ordinateur, à rendement de très loin très important, s'imposait pour notre étude. Un tel équipement se trouvant au Centre de Dépouillement des Clichés Astronomiques de l'Observatoire de Nice, a permis la digitalisation de nos films photographiques. Il s'agit ici d'un microdensitomètre PDS 1010 A couplé à un ordinateur PDP 11/40. Pour donner un ordre de grandeur de la durée de la digitalisation, notons qu'à l'Observatoire de Nice, 5 mm ont été nécessaires pour chaque image. Sur un microdensitomètre simple, il nous aurait fallu au moins 1 heure pour digitaliser une image dans les mêmes conditions. Si pour un signal temporel, on parle de fréquence d'échantillonnage, pour un signal à deux dimensions, on parle de trame d'échantillonnage définie par deux vecteurs \vec{V}_1 et \vec{V}_2 caractérisant deux fréquences spatiales d'échantillonnage dans deux directions. La trame d'échantillonnage la plus courante est la trame rectangulaire définie par un pas horizontal ΔX , et un pas vertical ΔY . Nous avons opté pour ce type d'échantillonnage pour des raisons de commodité. Remarquons que pour une même image, plusieurs réseaux d'échantillonnage sont possibles, et on parlera de réseaux efficaces [1, 2].



3.2 - Extension des algorithmes de traitement unidimensionnel -

L'image digitalisée se présente sous forme d'un tableau à double entrée $f(m,n)$ de dimensions finies $0 \leq m \leq M-1$, $0 \leq n \leq N-1$. Les deux opérations essentielles que nous voulons réaliser sur ces données sont :

- d'une part, la corrélation définie par la relation :

$$R(k, l) = \sum_m \sum_n f(m,n) f(m-k, n-l) \quad (14)$$

- d'autre part, la transformée de Fourier qui sous sa forme discrète (DFT) s'écrit :

$$F(k, l) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m,n) \exp \left[2\pi j \left(\frac{km}{M} + \frac{ln}{N} \right) \right]$$

$$(15) \quad 0 \leq k \leq M-1, \quad 0 \leq l \leq N-1$$

La mise en oeuvre de l'un quelconque de ces deux algorithmes sous forme directe demande $(MN)^2$ opérations (multiplication complexe et addition). Toutefois, il est bien connu maintenant que l'utilisation d'un algorithme de type FFT permet de réduire ces opérations à $\frac{MN}{2} \log_2 MN$ dans le cas de la DFT et à $(MN \log_2 MN + MN)$ environ pour la corrélation. Différentes structures peuvent d'ailleurs être envisagées si on vise une réalisation hardware capable d'effectuer le calcul en temps réel (c'est-à-dire dans l'intervalle de temps séparant deux acquisitions successives d'images) [4].

A côté de ces techniques spécifiquement bi-dimensionnelles, il est possible de concevoir une approche permettant l'utilisation des algorithmes (et par là même l'utilisation d'appareillages ou de systèmes existants) mis au point pour le traitement de séquences numériques uni-dimensionnelles.

Il est en effet possible d'associer à toute séquence bi-dimensionnelle du type $f(m,n)$ définie plus haut la séquence uni-dimensionnelle $g(p)$ définie par :

$$g(Nm + n) = f(m,n)$$

(cela revient à abouter les colonnes du tableau $f(m,n)$). Si N est fini, la correspondance entre f et g est bi-univoque.

Il est de même possible de faire correspondre à $F(k,l)$ définie par l'équation (15) une séquence uni-dimensionnelle

$G(v)$ par :

$$G(k + Ml) = F(k, l)$$

Si on veut que G puisse être considérée comme la transformée de Fourier discrète de la séquence g , il faut avoir :

$$G(k+Ml) = F(k,l) = \sum_m \sum_n f(m,n) \exp \left[- \frac{2\pi j}{MN} (Nm+n)(k+Ml) \right] \quad (16)$$

Il est alors facile de montrer que la transformation décrite par (16) conduit à considérer les échantillons de l'image dans le plan de Fourier situés non plus sur une trame rectangulaire mais parallélépipédique. [3]. Cette interprétation facilite de plus l'extension au traitement numérique d'images des autres outils classiques que sont la convolution et le filtrage numérique.

4 - ILLUSTRATION -

Bien que le traitement numérique que nous préconisons puisse s'appliquer dans le domaine de l'astrophysique à divers corps célestes, nous avons envisagé le cas précis des étoiles doubles (ou multiples) constituées d'un système de 2 étoiles (ou plusieurs) tournant autour de leur centre de gravité. Nous n'entrerons pas dans le détail de l'importance que revêt l'étude de tels systèmes en astrophysique, mais nous rappellerons que la détection de ces systèmes, et l'estimation de leurs paramètres (écart, direction commune des composants, rapport des éclats) a demandé aux astrophysiciens beaucoup d'imagination et d'adresse et la mise au point de montages optiques plus ou moins sophistiqués, plus ou moins stables [5] tels que le célèbre interféromètre stellaire de Michelson [6]. En effet, l'atmosphère, milieu de propagation turbulent, limite sévèrement les observations astronomiques. En moyenne, la résolution limite que l'on puisse atteindre est de l'ordre de 1/10 de seconde d'arc, alors que le télescope du Mont Palomar le plus puissant à l'heure actuelle, a une résolution de 2/100 de seconde d'arc. De nombreuses recherches sont menées pour s'affranchir de l'effet de turbulence atmosphérique. Ainsi, les travaux de A. LABEYRIE (Observatoire de Meudon) intitulés "speckle interferometry" ont fourni d'excellents résultats [7, 8] et sont le point de départ de nos travaux. Cette méthode consiste à prendre une série de photographies à pose courte pour figer la turbulence (en l'occurrence au Mont Palomar).



Etude par corrélation et analyse spectrale d'images déformées par un milieu de propagation turbulent. Application au traitement numérique de clichés astronomiques.

Chacune de ces photographies est ensuite transformée dans le plan de Fourier dans un montage à diffraction et accumulée sur une même plaque photographique afin d'obtenir un rapport signal sur bruit plus important. Ce traitement est à rapprocher de l'équation (13) précédente. Cette méthode optique ayant donné des résultats encourageants reste longue et peu rentable pour plusieurs raisons :

- il faut s'assurer de rester sur une plage linéaire des émulsions et cette plage n'est pas très grande.
- il faut veiller à ne pas saturer la plaque photographique qui accumule des transformées de Fourier.

Ces conditions ne sont pas faciles à respecter et limitent cette méthode par voie optique. Par contre, on peut espérer obtenir des résultats aussi bons et plus rapides par traitement numérique, mais plus coûteux.

- B I B L I O G R A P H I E -

- [1] - D.P. PETERSEN, D. MIDDLETON, *Inf. and Control* (1962), 5, pp. 279-323
- [2] - S. CARRION, Note Technique LETI-MCTE (à paraître)
- [3] - R.M. MERSEREAU and D.E. DUDGEON, *I.E.E.E. Trans. Acoustics, speech and signal processing* (1974), 22, 5, pp. 320-325
- [4] - H.L. BUIJS, A. POMERLEAU, M. FOURNIER and G.W. TAM, *I.E.E.E. Trans. acoustics, speech and signal processing*, (1974), 22, 6, pp. 420-424
- [5] - S. CARRION, Note Technique LETI-MCTE n° 1019 (1974)
- [6] - A.A. MICHELSON, *Ap. J.*, (1920), 51, 257
- [7] - A. LABEYRIE, *Astron. and Astrophys.* (1970), 6, pp. 85-87
- [8] - D.Y. GEZARI, A. LABEYRIE, and R.V. STACHNIK, *Astrop. J.*, (1972), 173, 21.