

COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 16 au 21 JUIN 75

UN NOUVEAU PROCESSUS ADAPTATIF D'ACQUISITION POUR EGALISEUR *

C. MACCHI, D. MAILLES, C. FRICONNEAU.

Université Pierre et Marie Curie (Institut de Programmation)

RESUME

On considère les systèmes de transmission de données à grande vitesse, et on s'intéresse tout particulièrement au problème de la phase d'acquisition. L'objet de cette phase est d'améliorer les performances de l'égaliseur adaptatif, jusqu'à ce que celui-ci soit capable de s'adapter automatiquement pendant la transmission des données. Deux méthodes sont actuellement utilisées pour réaliser la phase d'acquisition ; émission d'un message connu du récepteur, ou transmission à 2 niveaux d'un signal de même puissance. On propose une nouvelle méthode dont un intérêt est de permettre la transmission de données, pendant la phase d'acquisition, avec une probabilité d'erreur voisine de celle de l'égaliseur optimal.

SUMMARY

The high rate data transmission systems are considered, with special emphasize on the start-up learning period. This period is intended to improve the equalizer performances, in order that it reaches automatic adaptation ability during data transmission. Usually that start-up period is performed by one of the two following methods. Either a test data sequence is emitted, or a signal with the original power is transmitted using only two levels. Here a new method is presented which enable data transmission, during the start-up learning period, with an error probability close to the optimal equalizer performance.

*Etude financée par la Direction des Recherches et Moyens d'Essais - Paris (France).

I - INTRODUCTION

La transmission de données à grande vitesse est aujourd'hui une réalité pratique [1] [2], cependant il subsiste encore plusieurs problèmes qui n'ont pas reçu une solution satisfaisante. C'est le cas en particulier, de la phase d'acquisition dont l'objet est d'améliorer les performances du récepteur, jusqu'à ce que celui-ci soit capable de s'adapter automatiquement pendant la transmission de l'information. Précisons ce problème, pour lequel nous proposons une solution de mise en oeuvre relativement simple. Pour cela considérons le modèle de communication schématisé par la figure 1.

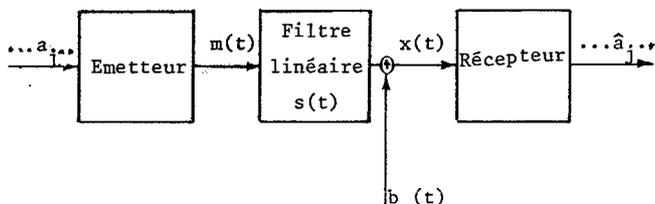


fig.1. Modèle de transmission de données.

On sait que les systèmes de transmission de données à grande vitesse lui sont, en général, équivalents. Dans ce modèle, le message à transmettre est une suite de symbole a_j

$$(1) \quad \dots, a_j, a_{j+1}, \dots$$

centrés, non corrélés

$$(2) \quad E(a_j) = 0, E(a_i a_j) = a^2 \delta_{ij},$$

pouvant prendre un nombre fini de valeurs, appelées niveaux, $a_j \in \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q\}$.

Le signal émis $m(t)$ est obtenu en modulant en amplitude, à l'aide de ces niveaux, une impulsion $\delta(t)$ à intervalles réguliers Δ ,

$$(3) \quad m(t) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} a_j \delta(t-j\Delta).$$

La voie de transmission est caractérisée par un filtre linéaire de réponse impulsionnelle $s(t)$, et un bruit additif $b(t)$ stationnaire, centré. Le signal $x(t)$ reçu par le récepteur a ainsi pour expression

$$(4) \quad x(t) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} a_j s(t-j\Delta) + b(t).$$

La forme de $s(t)$ et la statistique de $b(t)$ sont en général mal connues. Le récepteur, appelé égaliseur, est

constitué par un filtre numérique non récursif, précédé d'un échantillonneur, et suivi d'un détecteur à seuils, comme l'indique la figure 2.

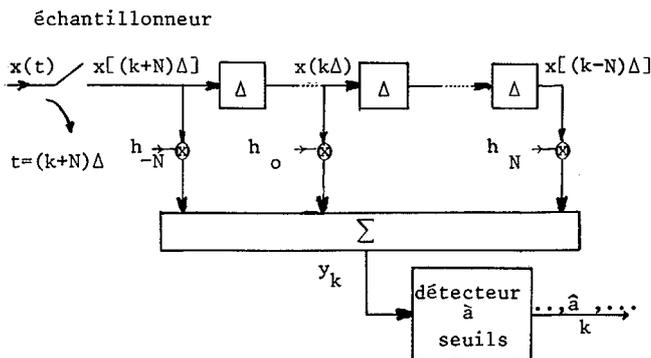


Fig.2. Structure du récepteur (Egaliseur).

Soient \vec{x}_k le vecteur des échantillons présents dans le filtre

$$(5) \quad \vec{x}_k^T = (x[(k+N)\Delta], \dots, x(k\Delta), \dots, x[(k-N)\Delta]),$$

et \vec{H} le vecteur des coefficients qui caractérisent le filtre

$$(6) \quad \vec{H}^T = (h_{-N}, \dots, h_0, \dots, h_N).$$

Notons y_k la sortie du filtre à l'instant $k\Delta$,

$$(7) \quad y_k = \vec{H}^T \cdot \vec{x}_k.$$

Enfin le détecteur à seuils compare y_k à un, ou plusieurs seuils, et détermine un estimé \hat{a}_k du symbole a_k . Cet estimé \hat{a}_k est choisi dans l'ensemble des niveaux possibles $\{\theta_1, \dots, \theta_q\}$. On considère généralement le critère de l'erreur quadratique moyenne $\epsilon(\vec{H})$

$$(8) \quad \begin{cases} \epsilon(\vec{H}) = E(e_k^2), \\ e_k = y_k - a_k; \end{cases}$$

et on montre qu'il existe, sous certaines conditions très générales, un vecteur unique \vec{H}_* qui minimise $\epsilon(\vec{H})$ [3]. Le vecteur \vec{H}_* peut être construit itérativement à l'aide d'un algorithme du gradient du type suivant

$$(9) \quad \vec{H}_{k+1} = \vec{H}_k - \mu \vec{x}_k (y_k - a_k), \quad k = 0, 1, \dots,$$

avec une constante μ , positive, qu'il convient de choisir correctement pour assurer la convergence (en un certain sens) de \vec{H}_k vers \vec{H}_* [3]. Dans la pratique où a_k est inconnu, on est conduit à utiliser l'algorithme (9) sous la forme suivante, en remplaçant a_k par son



estimé \hat{a}_k ,

$$(10) \vec{H}_{k+1} = \vec{H}_k - \mu \vec{x}_k (y_k - \hat{a}_k)$$

On a constaté que l'algorithme (10) permet de diminuer progressivement la probabilité d'erreur, lorsque le vecteur initial \vec{H}_0 assure une probabilité d'erreur inférieure à 20 %

$$(11) \text{Prob} (a \neq \hat{a}) < 0,2$$

On dit alors que l'égaliseur est dans sa *phase d'apprentissage permanent*. Cette phase n'est cependant possible que si on sait créer, dans une première phase appelée *phase d'acquisition*, des conditions initiales assurant une probabilité d'erreur suffisamment faible, inférieure à 20 % par exemple. Pour la réaliser, deux méthodes sont couramment utilisées. La première consiste à émettre un message connu du récepteur [4], et à calculer les coefficients de l'égaliseur par l'algorithme (9). Dans la deuxième méthode on améliore artificiellement le rapport signal à bruit en émettant des données α_j inconnues du récepteur, à deux niveaux, centrées, de même puissance que les données a_j

$$(12) \alpha_j = \begin{cases} + a \\ - a \end{cases}$$

et on utilise l'algorithme (10) pour déterminer les coefficients de l'égaliseur.

Dans ce qui suit nous décrivons une nouvelle méthode.

II - DESCRIPTION DU PROCESSUS ADAPTATIF

Pendant la phase d'acquisition, supposons, comme précédemment, que l'échantillonnage a un pas de Δ secondes et que l'égaliseur comporte $2N + 1$ coefficients. Par contre les symboles ne sont plus émis toutes les Δ secondes, mais à intervalles de $\lambda \Delta$ secondes, variables au cours de la phase d'acquisition, λ prenant des valeurs entières, décroissantes non négatives. Notons $a_{\lambda,j}$ les symboles émis à intervalles de $\lambda \Delta$ secondes

$$(13) \dots, a_{\lambda,j-1}, a_{\lambda,j}, a_{\lambda,j+1}, \dots$$

et $\vec{H}_*(\lambda)$ le vecteur (6) optimal au sens du critère de l'erreur quadratique moyenne pour les symboles $a_{\lambda,j}$

$$(14) \varepsilon_{\lambda}(\vec{H}) = E [(y_{\lambda,j} - a_{\lambda,j})^2]$$

Le vecteur \vec{H}_* (1) est également noté \vec{H}_* par simplicité.

Pour λ pair, on peut regarder la suite (13) comme une suite de symboles espacés de $\frac{\lambda}{2} \Delta$ secondes,

$$(15) \dots, a_{\frac{\lambda}{2}, k-1}, a_{\frac{\lambda}{2}, k}, a_{\frac{\lambda}{2}, k+1}, \dots$$

en insérant un zéro entre deux symboles consécutifs de la suite (13)

$$(16) \dots, 0, a_{\lambda,j-1}, 0, a_{\lambda,j}, 0, a_{\lambda,j+1}, 0, \dots$$

Soit $\vec{G}_*(\frac{\lambda}{2})$ le vecteur optimal, pour l'estimation des symboles de (16), au sens du critère de l'erreur quadratique moyenne

$$(17) \varepsilon'_{\frac{\lambda}{2}}(\vec{H}) = E [(y_{\lambda,j} - a_{\lambda,j})^2 + y_{\lambda,j}^2 + \frac{\lambda}{2}]$$

En annexe, on montre que les vecteurs $\vec{H}_*(\frac{\lambda}{2})$ et $\vec{G}_*(\frac{\lambda}{2})$ sont respectivement solution des équations

$$(18) (\mathcal{I}(\frac{\lambda}{2}) + \frac{1}{a} \mathcal{R}_b) \vec{H} = \vec{S}_0$$

$$(19) (\mathcal{I}(\frac{\lambda}{2}) + \frac{2}{a^2} \mathcal{R}_b) \vec{H} = \vec{S}_0$$

où les matrices $\mathcal{I}(\frac{\lambda}{2})$, \mathcal{R}_b , et le vecteur \vec{S}_0 sont définis respectivement par (33), (32) et (27).

D'après (18) et (19) il apparaît que les vecteurs $\vec{H}_*(\frac{\lambda}{2})$ et $\vec{G}_*(\frac{\lambda}{2})$ sont d'autant plus proches que le rapport signal à bruit est plus grand. Ils sont identiques en absence de bruit. Le vecteur $\vec{G}_*(\frac{\lambda}{2})$ est aisé à calculer itérativement, pendant la transmission des symboles $a_{\lambda,j}$, à l'aide d'un algorithme du gradient déduit de (17). Il apparaît ainsi qu'on peut réaliser la phase d'acquisition en calculant une suite d'estimés des vecteurs $\dots \vec{H}_*(4), \vec{H}_*(2),$ et enfin de $\vec{H}_*(1)$, par l'intermédiaire des vecteurs $\dots \vec{G}_*(4), \vec{G}_*(2),$ et $\vec{G}_*(1)$. D'où la méthode suivante.

PROCESSUS ADAPTATIF D'ACQUISITION.

1° - On initialise le processus en émettant des symboles à intervalles $\lambda_0 \Delta$ suffisamment grands pour

UN NOUVEAU PROCESSUS ADAPTATIF D'ACQUISITION POUR EGALISEUR.

annuler les interférences, λ_0 étant une puissance de 2, $\lambda_0 = 2^r$. L'égaliseur, caractérisé par $\vec{H}_*(\lambda_0)$

$$(20) \quad \vec{H}_*^T(\lambda_0) = \left(\underbrace{0, \dots, 0}_N, 1, \underbrace{0, \dots, 0}_N \right),$$

délivré des symboles $\hat{a}_{\lambda_0, j}$ toutes les $\lambda_0 \Delta$ secondes.

2° - L'estimation de $\vec{H}_*(\lambda_0)$ est réalisée en deux temps. a/ On commence par estimer $\vec{G}_*(\frac{\lambda_0}{2})$, pendant la transmission des symboles $a_{\lambda_0, j}$, à l'aide de l'algorithme suivant, avec $\lambda = \lambda_0$,

$$(21) \quad \vec{G}_{j+1} = \vec{G}_j - \mu \left[\vec{x}_{\lambda j} (y_{\lambda j} - \hat{a}_{\lambda, j}) + \vec{x}_{\lambda j} + \frac{\lambda}{2} y_{\lambda j} + \frac{\lambda}{2} \right]$$

Les symboles $\hat{a}_{\lambda_0, j}$ utilisés dans cet algorithme sont délivrés par l'égaliseur caractérisé par $\vec{H}_*(\lambda_0)$.

b/ Ensuite on double le débit d'information, et on utilise l'estimé de $\vec{G}_*(\frac{\lambda_0}{2})$, calculé précédemment, pour réaliser les décisions $\hat{a}_{\frac{\lambda_0}{2}, j}$. Ces décisions

sont utilisées dans l'algorithme suivant pour estimer $\vec{H}_*(\frac{\lambda_0}{2})$

$$(22) \quad \vec{H}_{j+1} = \vec{H}_j - \mu \left[\vec{x}_{\frac{\lambda}{2} j} (y_{\frac{\lambda}{2} j} - \hat{a}_{\frac{\lambda}{2}, j}) \right]$$

Pour que la phase d'acquisition soit brève on peut initialiser cet algorithme avec l'estimé de

$$\vec{G}_*(\frac{\lambda_0}{2}) \text{ calculé au a/ .}$$

3° - Ensuite les estimations de $\vec{H}_*(\frac{\lambda_0}{4})$, ..., $\vec{H}_*(\frac{\lambda_0}{2^n})$, ..., $\vec{H}_*(1)$ se font comme celle de $\vec{H}_*(\frac{\lambda_0}{2})$, à l'aide des algorithmes (21) et (22), initialisés respectivement avec les estimés de $\vec{H}_*(\frac{\lambda_0}{2^{n-1}})$ et $\vec{G}_*(\frac{\lambda_0}{2^n})$, pour $n = 2, 3, \dots, r$.

REMARQUES. -

1° - Le processus d'acquisition précédent peut être simplifié dans le cas d'un bon rapport signal à bruit. Dans ce cas les vecteurs $\vec{G}_*(\frac{\lambda}{2})$ et $\vec{H}_*(\frac{\lambda}{2})$ sont très voisins, et on peut considérer qu'un bon estimé de l'un est également un bon estimé de l'autre, pour la phase d'acquisition. Dans ces conditions, l'utilisation de l'algorithme (22) est inutile.

2° - La nécessité de figer les coefficients de l'égaliseur, pendant la période d'estimation de $\vec{G}_*(\frac{\lambda}{2})$ est une contrainte qui peut être abandonnée. En effet toutes les simulations réalisées ont montré que l'estimation de $\vec{G}_*(\frac{\lambda}{2})$ est correcte si on utilise ses estimés \vec{G}_j (21) pour caractériser l'égaliseur, dont les décisions sont utilisées dans (21).

III - EXEMPLE NUMERIQUE

Le processus adaptatif d'acquisition proposé a été simulé sur ordinateur pour une transmission de données fonctionnant à 9600 bits par seconde sur ligne téléphonique. La réponse impulsionnelle de cette ligne est décrite par la figure 3.

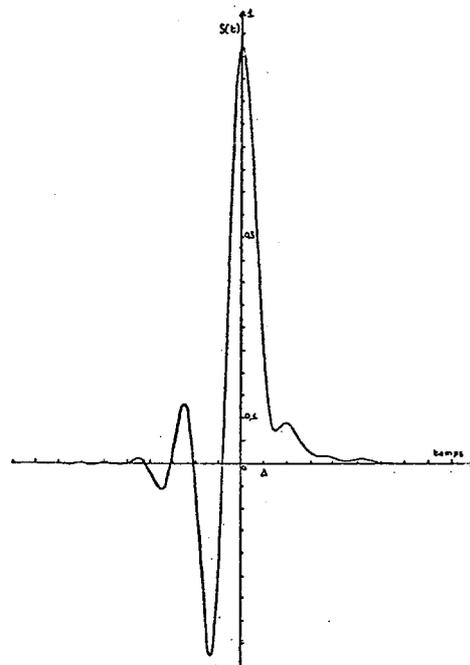


Fig. 3. Impulsion s(t) utilisée dans la simulation

Nous avons considéré des symboles a_j à 16 niveaux équiprobables (+1, +3, ..., +15). Le bruit b(t) est supposé stationnaire, gaussien, centré, de spectre plat dans la bande $[-\frac{1}{2\Delta}, \frac{1}{2\Delta}]$, avec $\Delta = 1/2400$ seconde. Le rapport signal à bruit est choisi égal à 30db

$$(23) \quad \frac{S}{B} = 10 \log_{10} \frac{E [a_j^2 S^2(o)]}{E [b^2(t)]} = 30 \text{ db,}$$

L'égaliseur considéré comporte 17 coefficients.

Le processus d'acquisition a été simulé, en tenant compte des deux remarques du paragraphe précédent. L'initialisation



a été réalisée avec $\lambda_0 = 8$ car à cette vitesse (300 bauds) les impulsions successives ne se chevauchent pratiquement pas. L'algorithme (21) a été mis en oeuvre avec un coefficient μ de l'ordre de 0,01. Il nous a permis de construire successivement des estimés de \vec{H}_* (4), \vec{H}_* (2), et \vec{H}_* (1), avec 300 itérations à chaque étape. Ce nombre d'itérations a été choisi pour mettre en évidence la convergence des coefficients à chaque étape.

La figure 4 illustre le comportement de deux coefficients de l'égaliseur.

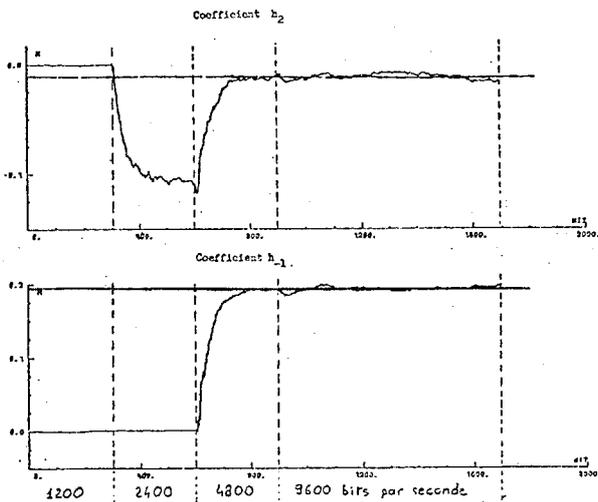


Fig. 4. Variation des coefficients h_{-1} , h_2 .

On peut constater que les valeurs de ces coefficients sont pratiquement stabilisées autour de leurs valeurs optimales, après 900 itérations. La durée de la phase d'acquisition peut certainement être réduite.

IV - CONCLUSION

Nous avons décrit une nouvelle méthode pour réaliser la phase d'acquisition d'un égaliseur adaptatif. Cette méthode se distingue nettement des méthodes existantes : elle ne suppose pas la transmission d'un message connu, ni l'existence d'un rapport signal à bruit suffisant, pour permettre une transmission à plus de 2 niveaux. Par ailleurs ce processus permet de réaliser la phase d'acquisition pendant la transmission des données, avec une probabi-

lité d'erreur voisine de celle de l'égaliseur optimal. Cette propriété semble particulièrement intéressante pour certaines applications de la téléinformatique [5].

ANNEXE -

L'erreur quadratique moyenne $\epsilon'_\lambda(\vec{H})$ a pour expression, d'après (7) et (17),

$$(24) \quad \epsilon'_\lambda(\vec{H}) = a^2 - 2 \vec{H}^T E(a_{\lambda j} \vec{x}_{\lambda j}) + \vec{H}^T E(\vec{x}_{\lambda j} \vec{x}_{\lambda j}^T) \vec{H} + \vec{H}^T E(\vec{x}_{\lambda j + \frac{\lambda}{2}} \vec{x}_{\lambda j + \frac{\lambda}{2}}^T) \vec{H}.$$

Remarquons que le vecteur \vec{x}_k s'exprime ainsi

$$(25) \quad \vec{x}_k = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} a_{\lambda l} \vec{s}_{k-\lambda l} + \vec{b}_k,$$

avec

$$(26) \quad \vec{b}_k^T = (b[(k+N)\Delta], \dots, b(k\Delta), \dots, b[(k-N)\Delta]),$$

$$(27) \quad \vec{s}_k^T = (s[(k+N)\Delta], \dots, s(k\Delta), \dots, s[(k-N)\Delta]).$$

Les différents termes de (24) se calculent alors simplement

$$(28) \quad E(a_{\lambda j} \vec{x}_{\lambda j}) = a^2 \vec{s}_0,$$

$$(29) \quad E(\vec{x}_{\lambda j} \vec{x}_{\lambda j}^T) = E(\vec{b}_{\lambda j} \vec{b}_{\lambda j}^T) + a^2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \vec{s}_{\lambda k} \vec{s}_{\lambda k}^T$$

$$(30) \quad E(\vec{x}_{\lambda j + \frac{\lambda}{2}} \vec{x}_{\lambda j + \frac{\lambda}{2}}^T) = E(\vec{b}_{\lambda j + \frac{\lambda}{2}} \vec{b}_{\lambda j + \frac{\lambda}{2}}^T) + a^2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \vec{s}_{\lambda k + \frac{\lambda}{2}} \vec{s}_{\lambda k + \frac{\lambda}{2}}^T$$

D'où l'expression de $\epsilon'_\lambda(\vec{H})$,

$$(31) \quad \epsilon'_\lambda(\vec{H}) = a^2 - 2a^2 \vec{H}^T \vec{s}_0 + \vec{H}^T (a^2 \mathcal{I}(\frac{\lambda}{2}) + 2 \mathcal{R}_b) \vec{H},$$

en posant

$$(32) \quad \mathcal{R}_b = E(\vec{b}_k \vec{b}_k^T),$$

$$(33) \quad \mathcal{I}(\lambda) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \vec{s}_{\lambda k} \vec{s}_{\lambda k}^T.$$

L'erreur quadratique moyenne (31) atteint son minimum pour le vecteur \vec{H} qui annule son gradient. Ainsi $\vec{G}(\lambda)$ est solution de (19). De la même façon on établit que \vec{H}_* ($\frac{\lambda}{2}$) est solution de (18).

B I B L I O G R A P H I E

- [1] LUCKY R.W., SALZ J., WELDON E.J. : "Principles of data communication". Mc. Graw-Hill. 1968
- [2] GUIDOUX L. MACCHI O. : "Egalisation avec adaptation de l'instant d'échantillonnage". Cables et Transmission. Mars 1975.
- [3] MACCHI C., JOUANNAUD J.P., MACCHI O. : "Récepteurs adaptatifs de transmission de données à grande vitesse". Ann. des Télécommunications. Mai, Juin 1975.
- [4] CHANG R.W., HO E.Y. : "On fast start-up data communication systems using pseudo random training sequences". B.S.T.J. Vol 51, N° 9, November, 1972.
- [5] MUELLER K.H. : "A new, fast-converging mean square algorithm for adaptive equalizers with partial-response signaling". B.S.T.J. Vol 54. N° 1. January 1975.