

# COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 16 au 21 JUIN 75

---



TRAITEMENT SPATIOTEMPOREL EN ACOUSTIQUE AERIENNE  
IMAGERIE SPATIALE ET FREQUENTIELLE DES BRUITEURS

M. BEROUJON B. ESCUDIE J.L. FRIN A. HELLION

INSTITUT DE CHIMIE ET PHYSIQUE INDUSTRIELLES DE LYON - 25 rue du Plat 69002 LYON

---

## RESUME

L'imagerie spatiale et fréquentielle d'un ensemble de bruiteurs aériens peut être réalisée à partir d'une antenne acoustique et d'un traitement bidimensionnel. Compte tenu de contraintes dues au milieu de Propagation et pour simplifier la réalisation technologique, on est conduit à deux types de traitement séquentiels d'antennes fournissant :

- l'imagerie angulaire des puissances moyennes.
- la formation d'une antenne directive et l'analyse spectrale du signal qu'elle reçoit.

## SUMMARY

Space frequency imaging set of noise sources can be achieved by an acoustic array followed by space time processings. The properties of the atmosphere acoustic channel and technology constraints require successively two array processings :

- sound power angular analysis
- spectral analysis of the incoming power at given angle



I INTRODUCTION

IMAGERIE des bruiteurs, conditions de propagation.

Un des problèmes les plus importants dans l'étude de la pollution acoustique sur un site donné est le suivant :

"Etant donné un niveau de bruit observé au point M, quels sont les bruiteurs (ou source de bruits) responsables, et quelle contribution spectrale apportent-ils dans ce niveau ?"

Formulé ainsi, ce problème s'inscrit dans un cadre plus général. C'est un exemple particulier de problème d'IMAGERIE d'une situation donnée (1). En effet, il s'agit dans la réponse à la question posée ci-dessus de déterminer :

a) la direction (angulaire) des bruiteurs ce qui permet de les localiser spatialement (unités, usines...)

b) les composantes spectrales attachées à chaque bruiteur ce qui détermine la "signature spectrale" de chaque bruiteur.

Cette réponse revient à réaliser une IMAGERIE spatiale ou angulaire des différents bruiteurs et une imagerie fréquentielle de ceux-ci. En fait, la meilleure solution consiste à réaliser une IMAGERIE "spatiofréquentielle" décrivant les sources de bruit à l'aide des variables fréquence et angle.

Cette IMAGERIE utilise une technique d'observation "passive" comme celles employées au SONAR passif ou en Radioastronomie (3) (2). En fait à la différence de ce qui se passe dans ce dernier domaine le problème est le plus souvent un problème plan (plan horizontal). Seules les exigences d'identification spectrale et de diagnostic des bruits émis requièrent des performances assez élevées du point de vue de l'analyse spectrale.

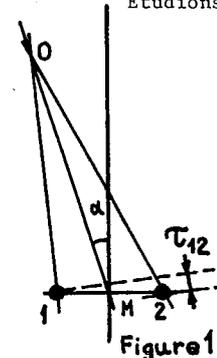
Les conditions pratiques de propagation du son dans l'air imposent cependant des contraintes assez spéciales. Il se peut qu'il faille, lors de l'identification angulaire, disposer d'un pouvoir de résolution assez grand afin de déterminer si un bruiteur agit par propagation directe ou réfléchi. Les fluctuations naturelles de l'air (turbulences, gradient température, humidité ...) conduisent à la propagation (dite) "aléatoire" du son dans l'atmosphère (4). Celle-ci traduit par une modulation d'amplitude des sons reçus ainsi que par une modulation des temps de trajet. Ces deux effets peuvent amener des "pertes de cohérence" entre capteurs éloignés c'est à dire dont la distance est grande exprimée en nombre de longueurs d'onde dans le cas de sons monochromatiques.

II - INTERFEROMETRIE A BASE VARIABLE : PRINCIPE

II.1 - Utilisation de la structure spatio-temporelle

Etudions le dispositif décrit à la figure 1. et généralisons-le, pour le cas de M bruiteurs supposés stationnaires à l'ordre deux et indépendants deux à deux.

Soient  $X_1(t)$  et  $X_2(t)$  les signaux reçus sur les capteurs 1 et 2. Pour une distance d donnée l'intercorrélation de ces deux signaux s'écrit :



$$\Gamma_{X_1 X_2}(\tau) = \sum_{p=1}^M \Gamma_{B_p}(\tau - \frac{d}{c} \sin \alpha_p)$$

En effet,  $E\{B_i(t) B_j(t-\tau)\} = 0$  si  $i \neq j$   
 où :  $\Gamma_{B_p}(\tau)$  est la fonction d'autocorrélation du bruit  $B_p$  pris au point O.

- c est la célérité de l'onde dans le milieu.
- M est le nombre des bruiteurs considérés et situés dans les directions  $\alpha_p$ .

Supposons maintenant que l'on connaisse  $\Gamma_{X_1 X_2}(\tau)$  en fonction de la distance entre les capteurs. On peut alors considérer  $\Gamma_{X_1 X_2}$  comme une fonction de deux variables  $\tau$  et  $\delta$  :  $\Gamma(\tau, \delta)$ . La structure spatiale étant représentée par la variable  $\delta$ , distance entre les capteurs, la structure temporelle par la variable  $\tau$ .

Cette fonction à deux dimensions peut s'écrire :

$$\Gamma(\tau, \delta) = \sum_{p=1}^M \Gamma_{B_p}(\tau - \delta a_p) \quad \text{avec} \quad a_p = \frac{\sin \alpha_p}{c}$$

Le principe de l'opération consiste à calculer la Transformée de FOURIER de cette expression, en supposant que  $\Gamma(\tau, \delta)$  est une fonction continue des deux variables  $\tau$  et  $\delta$ .

Calculons la Transformée de FOURIER à deux dimensions de la fonction  $\Gamma(\tau, \delta)$ .

- Soient :  $\omega$  la fréquence
- $f$  la fréquence spatiale

alors :

$$\Gamma(\tau, \delta) \xrightarrow[\omega, f]{\tau, \delta} \mathcal{F}(\omega, f)$$

Calculons la Transformée de FOURIER de  $\delta$  vers

$$f : \Gamma(\tau, \delta) \xrightarrow[\delta]{f} \int_R \sum_{p=1}^M \Gamma_{B_p}(\tau - \delta a_p) e^{-i\pi \delta f} d\delta$$

Donc :

$$\Gamma(\tau, \delta) \xrightarrow[\delta]{f} \sum_{p=1}^M \frac{1}{a_p} \gamma_{B_p}\left(\frac{f}{a_p}\right) e^{-i\pi f \frac{\tau}{a_p}}$$

du fait que l'opérateur "Transformée de FOURIER" est un opérateur linéaire.

$$\text{Posons } \mathcal{F}_1(\tau, f) = \sum_{p=1}^M \frac{1}{a_p} \gamma_{B_p}\left(\frac{f}{a_p}\right) e^{-i\pi f \frac{\tau}{a_p}}$$



Calculons maintenant la transformée de  $\mathcal{Z}$  vers  $\nu$  :  $\mathcal{F}'_1(\nu, f) \stackrel{\mathcal{Z}}{\rightleftharpoons} \mathcal{F}(\nu, f)$

Donc :  $\mathcal{F}(\nu, f) = \sum_{f=1}^M \frac{1}{a_e} \gamma_{B_e}(\frac{f}{a_e}) \delta(\nu - \frac{f}{a_e})$

Cette fonction représentée graphiquement par une surface (figure 2) n'aura de valeurs que pour les droites du plan  $(\nu, f)$  vérifiant l'équation  $\nu = \frac{f}{a_e}$ .

Sur chaque ligne  $\nu = \frac{f}{a_e}$ , caractéristique d'une direction  $\alpha_e (\alpha_e = \frac{\sin \alpha_e}{a_e})$ , on observe une quantité directement proportionnelle à  $\gamma_{B_e}(\frac{f}{a_e}) = \gamma_{B_e}(\nu)$ , densité spectrale du bruit provenant de la direction  $\alpha_e$ .

La fonction  $\mathcal{F}(\nu, f)$ , donne donc une "image globale" de la répartition angulaire et spectrale des différents bruiteurs. Elle permet l'identification directe de la nature spectrale du bruit venant de chaque direction. C'est un cas d'imagerie spatiofréquentielle.

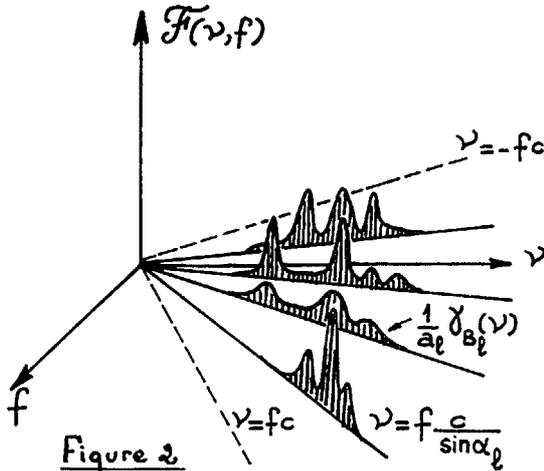


Figure 2

Un tel résultat est à rapprocher de ceux obtenus par synthèse en "Radiointerférométrie" (3) et de celui employé pour le traitement spatiotemporel des bruits reçus par les antennes de grandes dimensions en acoustique sous-marine. (5)

II.2 - Influence du milieu et des conditions opératoires

Dans la pratique, le calcul de la fonction de corrélation sera limité à des valeurs appartenant à un certain domaine de retard ; de plus, la nature aléatoire du milieu limite les valeurs possibles de  $\mathcal{Z}$  par des effets de perte de cohérence ;  $\mathcal{Z}$  doit être inférieur à dix longueurs d'onde environ (6). Ce critère assure une cohérence convenable entre signaux reçus.

Soient  $H(\mathcal{Z})$  et  $G(\mathcal{Z})$  les fonctions de pondération correspondantes et intervenant lors du calcul de la Transformée.  $\Gamma_1(\mathcal{Z}, \mathcal{Z})$  devient :  $\Gamma_1(\mathcal{Z}, \mathcal{Z}) = \Gamma(\mathcal{Z}, \mathcal{Z}) \cdot H(\mathcal{Z}) G(\mathcal{Z})$

et  $\Gamma_1(\mathcal{Z}, \mathcal{Z}) \stackrel{\mathcal{Z}}{\rightleftharpoons} \mathcal{F}'_1(\mathcal{Z}, \mathcal{Z}) = [H(\mathcal{Z}) \mathcal{F}_1(\mathcal{Z}, \mathcal{Z})] * g(\mathcal{Z})$

$(H(\mathcal{Z}) \rightleftharpoons h(\nu) ; G(\mathcal{Z}) \rightleftharpoons g(\nu))$

soit encore :

$\mathcal{F}'_1(\mathcal{Z}, \mathcal{Z}) = \sum_{f=1}^M [H(\mathcal{Z}) e^{-2\pi i f \mathcal{Z} / a_e} \frac{1}{a_e} \gamma_{B_e}(\frac{f}{a_e})] * g(\mathcal{Z})$

or :  $H(\mathcal{Z}) e^{-2\pi i f \mathcal{Z} / a_e} \rightleftharpoons h(\nu) * \delta(\nu - \frac{f}{a_e})$   
 $\rightleftharpoons h(\nu - \frac{f}{a_e})$

on en déduit :

$\mathcal{F}'_1(\nu, \mathcal{Z}) = \sum_{f=1}^M [h(\nu - \frac{f}{a_e}) \frac{1}{a_e} \gamma_{B_e}(\frac{f}{a_e})] * g(\mathcal{Z})$

soit en écrivant le produit de convolution :

$\mathcal{F}'_1(\nu, \mathcal{Z}) = \sum_{f=1}^M \frac{1}{a_e} \int_R h(\nu - \frac{v}{a_e}) g(\mathcal{Z} - v) \gamma_{B_e}(\frac{v}{a_e}) dv$

si  $\nu = f/a_e$ , il vient :

$\mathcal{F}'_1(\nu, \mathcal{Z}) = \int_R h(\nu - v) g(\mathcal{Z} - v) \gamma_{B_e}(v) dv$

... +  $\sum_{\substack{f=1 \\ f \neq i}}^M \int_R h(\nu - v) g(\mathcal{Z} - v) \gamma_{B_e}(v) dv$   
Lorsque les supports de  $h(\nu - v)$  et  $g(\mathcal{Z} - v)$  sont disjoints, le deuxième terme est nul, et le résultat est une convolution de  $\gamma_{B_e}$  par le produit de deux fenêtres spectrales dues :

- l'une à l'estimation de  $\Gamma(\mathcal{Z}, \mathcal{Z})$  sur l'intervalle de retard  $(-\mathcal{Z}_{MAX}, +\mathcal{Z}_{MAX})$

- l'autre à l'estimation de  $\Gamma(\mathcal{Z}, \mathcal{Z})$  sur l'intervalle  $(0, \delta_{MAX})$  ou à la perte de cohérence ( ).

Il y aura donc un épanouissement dans le plan  $(\nu, \mathcal{Z})$  au tour des droites d'équation  $\nu = \frac{f}{a_e}$ .

La figure 3 montre comment interviennent les deux fenêtres dans le calcul de  $\mathcal{F}'_1$ .

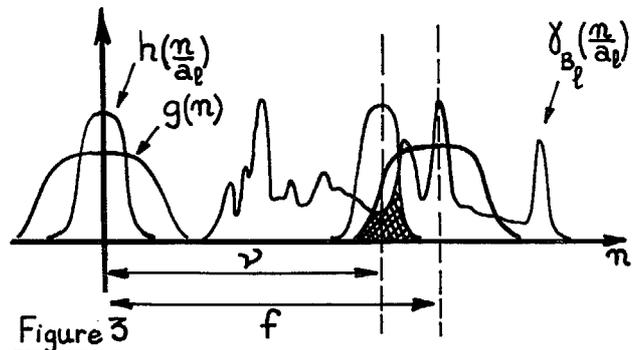


Figure 3

II.3 - Avantages et performances du procédé.

Remarques sur les possibilités de réalisation pratique

a) Imagerie panoramique : avantage multiplex

Ce procédé possède donc l'avantage dit "avantage Multiplex". En effet l'étude montre que l'ensemble des N capteurs suivis du traitement considéré possède le diagramme de réponse angulaire d'une antenne "multilobes" ou "multifaisceaux". C'est à dire que tout se passe comme si on explorait l'horizon avec un ensemble de "N lobes" de largeur  $\Delta\alpha$  connectés chacun à un analyseur fournissant la densité spectrale du bruit provenant de la direction visée  $\alpha$  à  $\Delta\alpha$  près. Cet avantage "MULTIPLEX" permet l'imagerie panoramique des bruiteurs.

b) contraintes pratiques

La fonction  $\Gamma(\tau, \nu)$  est obtenue point par point par intercorrélation entre les signaux reçus sur chaque capteur pour différentes distances de "base". Elle se présente donc sous forme échantillonnée en retard et distance. Pour un calcul correct de la transformée de FOURIER  $\mathcal{F}(\nu, \beta)$  les deux cadences d'échantillonnage respectivement  $\zeta_i$  et  $\delta_i$ , doivent satisfaire le théorème de Shannon :

d'où  $\zeta_i < \frac{1}{2\nu_{\max}}$  et  $\delta_i < \frac{\lambda_{\min}}{2 \sin \alpha_p}$   
 $\nu_{\max}$  fréquence maximale du bruit reçu  
 $\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}}$  longueur d'onde minimale du bruit reçu

$\alpha_p$  angle de gisement du bruit reçu par rapport à la normale à la "base"

Si l'on ne connaît rien du gisement des sources bruyantes, il faut prendre en considération la plage maximum, c'est à dire  $(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2})$ . La deuxième relation devient donc :

$\delta_i < \frac{\lambda_{\min}}{2}$

D'autre part, les conditions réelles de propagation en acoustique aérienne (atmosphère turbulente) imposent, pour éviter des pertes de cohérence trop importantes entre les signaux reçus sur chaque capteur, que la distance de base n'excede pas  $10\lambda$ .

Si l'on veut conserver une bonne résolution angulaire, donc un pas en distance de l'ordre de la demi longueur d'onde minimale, le nombre d'échantillons en distance ne dépassera guère 20.

Si la transformée de Fourier de  $Z$  vers  $\nu$  est parfaitement réalisable, le calcul de la transformée de FOURIER de  $\delta$  vers  $\beta$  ne fournira pas de résultat correct pour un nombre insuffisant d'échantillons (7).

C'est pourquoi, il a été envisagé un traitement en deux étapes, fournissant :

α) la répartition des puissances moyennes des bruits reçus en fonction de l'angle "Imagerie angulaire"

β) la densité spectrale du bruit reçu autour d'une direction donnée : "Imagerie fréquentielle"

III - "IMAGERIE ANGULAIRE"

Cette opération permet, dans un cas pratique reprérage sur un site industriel, de déterminer les directions principales de provenance des bruits reçus.

III.1 - Principe

On se place dans les mêmes hypothèses de dépôts que précédemment (cf. paragraphe II.1).

La fonction d'intercorrélation entre les deux capteurs est donc égale à :

$\Gamma(\tau, \delta) = \sum_{p=1}^M \Gamma_{B,p}(\tau - \tau_p)$  avec  $\tau_p = \frac{\delta}{c} \sin \alpha_p$

La variable  $Z$  est assimilable à un retard :  $Z = \frac{\delta}{c} \sin \alpha$   
 On transforme ainsi l'échelle des retards en une échelle d'angle.  $\Gamma(\tau, \delta)$  peut donc s'écrire :

$\Gamma(\sin \alpha, \delta) = \sum_{p=1}^M \Gamma_{B,p}(\frac{\delta}{c} (\sin \alpha - \sin \alpha_p))$

Posons :  $\sin \alpha = \beta$  et  $\frac{\delta}{c} = \theta$

d'où  $\Gamma(\theta, \beta) = \sum_{p=1}^M \Gamma_{B,p}(\theta(\beta - \beta_p))$  avec  $Z = \theta\beta$

En sommant cette fonction sur l'axe des distances  $\theta$ , on obtient :  $F(\beta) = \int_{\theta} \Gamma(\theta, \beta) d\theta$

d'où  $F(\beta) = \int_{\theta} \sum_{p=1}^M \Gamma_{B,p}(\theta(\beta - \beta_p)) d\theta$

que l'on peut encore écrire :

$F(\beta) = \sum_{p=1}^M \int_{\theta} \Gamma_{B,p}(\theta(\beta - \beta_p)) d\theta$

La variable  $\theta = \frac{\delta}{c}$  est essentiellement positive, donc :

$F(\beta) = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^M \int_R \Gamma_{B,p}(\theta(\beta - \beta_p)) d\theta$

En pratique, les effets de perte de cohérence limitent les distances entre capteurs. On doit donc pondérer  $\Gamma(\theta, \beta)$  par une fonction dite "fenêtre de cohérence". Celle-ci dépend de la fréquence du bruit, de sa largeur de bande et peut-être de la direction, (du fait de la variation de l'angle sous lequel on voit la base à partir de la source) et d'autres paramètres atmosphériques non contrôlables.

Expérimentalement, on peut déjà donner un ordre de grandeur de la distance maximale entre capteurs, au-delà de laquelle, pour un bruit à bande étroite ou pour un bruit monochromatique, de longueur d'onde moyenne  $\lambda$ , la fonction d'intercorrélation est pratiquement nulle :  $\delta = 2\lambda$  ou  $3\lambda$ . Nous noterons donc cette fonction  $G_p(\theta)$

soit :  $F(\beta) = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^M \int_R \Gamma_{B,p}(\theta(\beta - \beta_p)) G_p(\theta) d\theta$

Calcul de l'expression de  $F(\beta)$  en un point  $\beta_i$ , correspondant à une direction  $\alpha_i$  ( $\beta_i = \sin \alpha_i$ )

$F(\beta_i) = \frac{1}{2} \int_R \Gamma_{B_i}(\theta) G_i(\theta) d\theta + \frac{1}{2} \sum_{p \neq i} \int_R \Gamma_{B,p}(\theta(\beta_i - \beta_p)) G_p(\theta) d\theta$

- Si  $G_i(\theta) \Rightarrow g_i(\nu)$  il vient :

$\int_R \Gamma_{B_i}(\theta) G_i(\theta) d\theta = \Gamma_{B_i}(\theta) [g_i(\nu)]_{\nu=0} = \Gamma_{B_i}(\theta) g_i(\theta)$

- Pour  $p \neq i$  l'expression  $A = \int_R \Gamma_{B,p}(\theta(\beta_i - \beta_p)) G_p(\theta) d\theta$

peut encore s'écrire :

$A = \left[ \int_R \Gamma_{B,p}(\theta(\beta_i - \beta_p)) G_p(\theta) e^{-2i\pi\nu\theta} d\theta \right]_{\nu=0}$

A est donc la transformée de FOURIER du produit

$\Gamma_{B,p}(\theta(\beta_i - \beta_p)) \cdot G_p(\theta)$  au point  $\nu = 0$

d'où

$A = \left[ \left[ \int_R \Gamma_{B,p}(\theta(\beta_i - \beta_p)) e^{-2i\pi\nu\theta} d\theta \right] * \left[ \int_R G_p(\theta) e^{-2i\pi\nu\theta} d\theta \right] \right]_{\nu=0}$

$\Gamma_{B,p}(z) \Rightarrow \gamma_{B,p}(\nu)$  et  $G_p(\theta) \Rightarrow g_p(\nu)$



donc

$$A = \left[ \left[ \frac{1}{\beta_i - \beta_f} \gamma_{\beta_f} \left( \frac{\nu}{\beta_i - \beta_f} \right) \right] * g_f(\nu) \right]_{\nu=0}$$

d'où l'expression finale de  $F(\beta_i)$  :

$$F(\beta_i) = \frac{1}{2} \int_{\beta_i}^1 g_i(\nu) + \frac{1}{2} \sum_{\substack{f=1 \\ f \neq i}}^M \left( \frac{1}{\beta_i - \beta_f} \gamma_{\beta_f} \left( \frac{\nu}{\beta_i - \beta_f} \right) * g_f(\nu) \right)_{\nu=0}$$

L'expression pour  $f \neq i$  :  $\frac{1}{2} \sum_{f=1}^M \left( \frac{1}{\beta_i - \beta_f} \gamma_{\beta_f} \left( \frac{\nu}{\beta_i - \beta_f} \right) * g_f(\nu) \right)_{\nu=0}$  représente, dans la direction  $\alpha_i$ , l'influence des bruiteurs provenant d'autres directions. Cette influence dépend de la dimension de l'"antenne" réalisée, mais aussi de la nature spectrale des bruiteurs. Si ce terme est négligeable vis à vis de  $\frac{1}{2} \int_{\beta_i}^1 g_i(\nu)$ , (bruiteurs angulairement séparables)  $F(\beta_i)$  représente la puissance moyenne reçue de la direction  $\alpha_i$  (figure 4)

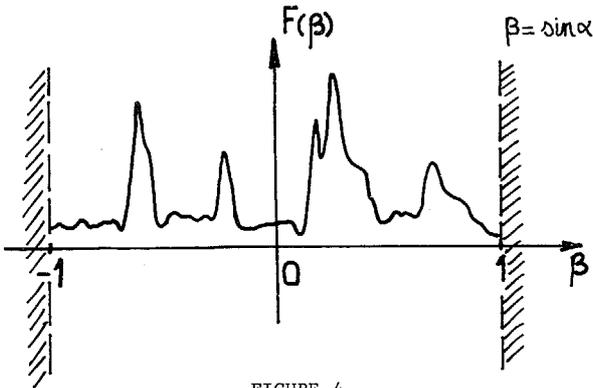


FIGURE 4

On peut déjà se rendre compte de la limitation due aux effets de perte de cohérence, sur la résolution angulaire du procédé. Toutefois, compte tenu des hypothèses faites ci-dessus, cette méthode donne accès à une image globale de la répartition angulaire des puissances moyennes reçues, et permet donc d'identifier les angles de provenance des bruits reçus.

III.2 - Mise en oeuvre pratique

L'opération consiste à ajouter dans la mémoire du corrélateur les différentes intercorrélations  $\Gamma_k(z, \delta_k)$ , en ajustant chaque fois le retard incrémental, afin de conserver l'équation  $Z = \theta \cdot \beta$ . Par cette méthode, à chaque adresse  $f$  du corrélateur correspond un angle  $\alpha$  et l'accumulation des fonctions  $\Gamma_k(z, \delta_k)$  fournit  $F(\sin \alpha)$

III.3 - Cas des sources monochromatiques

a) Expression de  $F(\sin \alpha)$

Les différentes fonctions  $\Gamma_k(z)$  (intercorrélations entre les signaux reçus sur chacun des deux capteurs distants de  $\delta_k$ ) dans le cas d'une source sinusoïdale de fréquence  $\nu_0$ , s'expriment comme suit :  $\Gamma_k(z, \delta_k) = \Gamma_k(z) = \cos [2\pi \nu_0 (z - \frac{\delta_k}{c} \sin \alpha_0)]$

$\alpha_0$  gisement de la source sinusoïdale

avec  $Z = f \tau_{pk}$

$\tau_{pk}$  retard incrémental associé à  $\delta_k$

$f$  ième point de la fonction fournie par le corrélateur

si  $\delta_k = K \delta_i$ , on a  $\tau_{pk} = K \tau_i$  (cf. paragr. III-2)

$\tau_i$  est choisi en fonction de l'ouverture angulaire voulue : Si une première étude montre que les directions des sources sont comprises entre  $-\varphi$  et  $+\varphi$ , on peut choisir  $\tau_i$  tel que les retards maximaux du corrélateur correspondent à ces angles. d'où :

$$N \tau_i = \frac{\delta_i}{c} \sin \varphi$$

Le pas en distance  $\delta_i$  est choisi pour éviter toute "ambiguïté angulaire" par sous échantillonnage :

$$\frac{\delta_i}{c \sin \varphi} \leq \frac{\lambda_0}{2}$$

$\lambda_0$  longueur d'onde du signal reçu.

On réalise en mémoire du corrélateur l'accumulation de ces fonctions pour  $K$  variant de  $m$  à  $n + m - 1$ . En sortie on obtient :

$$F(f) = \sum_{k=m}^{m+n-1} \cos [2\pi \nu_0 k (f \tau_i - \frac{\delta_i}{c} \sin \alpha_0)]$$

$n$  nombre d'échantillons en distance

$d_0 = m \delta_i$  plus petite distance entre capteurs.

$D = (m + n - 1) \delta_i$  plus grande distance entre capteurs.

Après calcul, et sachant que  $f \tau_i = \frac{\delta_i \sin \alpha_f}{c}$  on obtient :

$$\Gamma(\sin \alpha_f) = \cos \frac{d_0 + D}{c} \pi \nu_0 (\sin \alpha_f - \sin \alpha_0) \frac{\sin \left[ \frac{n \delta_i}{c} \pi \nu_0 (\sin \alpha_f - \sin \alpha_0) \right]}{\sin \left[ \frac{\pi \nu_0 \delta_i}{c} (\sin \alpha_f - \sin \alpha_0) \right]}$$

$\Gamma(\sin \alpha_f)$  est maximale pour  $\sin \alpha_f = \sin \alpha_0$  ( $\alpha_0$  adresse correspondante du corrélateur  $\frac{\alpha_0}{N} = \frac{\sin \alpha_0}{\sin \varphi}$ )

On détermine ainsi la provenance de la source monochromatique.

b) Résolution angulaire

La largeur du pic central de la

fonction  $\Gamma(\sin \alpha_f)$  correspond à un écart angulaire de :

$$\Delta(\sin \alpha) = \frac{c}{\nu_0 (D + d_0)}$$

Deux sources de fréquence  $\nu_0$  seront séparables angulairement si,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  étant leur angle de gisement respectif, l'équation suivante est vérifiée :

$$|\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1| \geq \frac{c}{\nu_0 (D + d_0)}$$

avec  $D + d_0 = \delta_i (2m + n - 1)$

La résolution angulaire croît avec le pas en distance  $\delta_i$  et le nombre  $n$  d'échantillons pris.

Dans le cas  $m = 1, n = 20, \alpha = 0$  et  $\delta_i = \frac{\lambda_0}{2}$  il vient

$$\Delta \sin \alpha = 0,095 \quad \text{d'où} \quad \Delta \alpha = 5^\circ$$

Dans certains cas, ce facteur peut être fortement diminué, permettant alors une sensibilité de l'ordre du degré (cf. paragraphe V)



La courbe représentée figure 5 traduit les variations de  $\Gamma(\sin \alpha, \rho)$  quand le nombre d'échantillons en distance varie

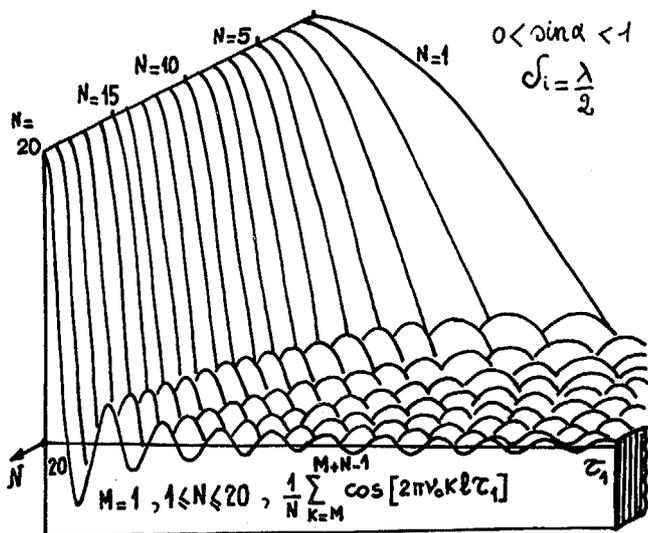


FIGURE 5

c) Conclusion

Le procédé "Imagerie angulaire" permet donc, dans une première étude, d'analyser la répartition angulaire des sources. Il faut alors essayer de connaître la densité spectrale des bruits provenant des directions trouvées. Ceci fait l'objet du paragraphe suivant.

IV - "IMAGERIE FREQUENTIELLE"

IV.1 - Principe

Ce procédé consiste à générer une antenne permettant d'analyser la nature spectrale des bruits provenant d'une direction visée. La fonction  $\mathcal{F}(\nu, \rho)$  obtenue par traitement spatiotemporel (cf. § II.1) représentait sur chacune des traces  $\rho = \nu \sin \alpha, \rho$ , une "image" de la densité spectrale du bruit provenant de la direction  $\alpha, \rho$ . Soit  $\gamma_k(\nu) \rightleftharpoons \Gamma_k(z, \delta_k)$ . Ainsi en ramenant une direction quelconque  $\alpha, \rho$  normale à la base ( $\alpha = 0$ ) et en sommant les différentes fonctions  $\gamma_k(\nu)$ , on obtient, à une certaine résolution spatiale et fréquentielle près, une image de la densité spectrale du bruit reçu par l'antenne, pointée dans la direction  $\alpha, \rho$  ( $\rho = 0$ )

Pratiquement, il suffit de retarder l'une des deux voies d'un retard  $z_{0k}$  tel que l'on vise toujours la même direction  $\alpha_0$  ( $z_{0k} = \frac{\delta_k}{c} \sin \alpha_0$ ), de sommer les différentes intercorrélations  $\Gamma_k(z, \delta_k)$  et d'en prendre la Transformée de Fourier.

IV.2 - Application de ce procédé au cas

des sources monochromatiques

a) Recherche de la densité spectrale du bruit provenant d'une direction

L'intercorrélation entre les signaux reçus sur chacun des capteurs distants de  $\delta_k$  s'écrit :  $\Gamma_k(z, \delta_k) = \sum_{\rho} \Gamma_{0\rho}(z - \frac{\delta_k}{c} \sin \alpha, \rho)$

Si  $B_{0\rho}$  est un bruit monochromatique :

$$\Gamma_{0\rho}(z) = \frac{A_{\rho}^2}{2} \cos 2\pi\nu_{\rho} z$$

Au cours du traitement "imagerie fréquentielle", on obtient en sortie du corrélateur :

$$X(z) = \sum_{k=1}^M \sum_{\rho=1}^{M+N-1} \Gamma_{0\rho}(z + \frac{\delta_k}{c} (\sin \alpha_0 - \sin \alpha, \rho))$$

que l'on peut encore écrire :

$$X(z) = \sum_{k=1}^M \sum_{\rho=1}^{M+N-1} \frac{A_{\rho}^2}{2} \cos(2\pi\nu_{\rho}(z - \frac{\delta_k}{c} (\sin \alpha_0 - \sin \alpha, \rho)))$$

avec

- $\rho$  indiquant le bruiteur considéré
- M nombre totale des bruiteurs
- $\alpha_0$  direction de visée
- $\alpha, \rho$  angle de gisement du bruiteur de rang  $\rho$
- $\alpha > 0, \alpha < 0$  respectivement sens rétrograde et direct par rapport à la normale de base.
- $\delta$  varie de  $d_0 = m\delta_i$  à  $D = (m+n-1)\delta_i$
- n nombre d'échantillons en distance.

En prenant la transformée de Fourier de  $X(z)$  on obtient, après calcul :

$$x(\nu) = \sum_{\rho=1}^{M+N-1} \frac{A_{\rho}^2}{4} \delta(\nu - \nu_{\rho}) e^{i \frac{\nu}{\nu_{\rho}} \frac{D+d_0}{2\delta_i}} \frac{\sin[\frac{n\delta_i}{c} \pi \nu_{\rho} (\sin \alpha_0 - \sin \alpha, \rho)]}{\sin[\frac{\delta_i}{c} \pi \nu_{\rho} (\sin \alpha_0 - \sin \alpha, \rho)]}$$

Chaque bruit  $B_{0\rho}$  est représenté par le produit de sa densité spectrale  $\mathcal{S}(\nu, \nu_{\rho})$  par la fonction

$$U(\sin \alpha, \rho) = \sin[\frac{n\delta_i}{c} \pi \nu_{\rho} (\sin \alpha_0 - \sin \alpha, \rho)] / \sin[\frac{\delta_i}{c} \pi \nu_{\rho} (\sin \alpha_0 - \sin \alpha, \rho)]$$

Cette fonction est maximale pour  $\alpha, \rho = \alpha_0$  et tend vers zéro lorsqu'on s'éloigne de la direction de visée  $\alpha_0$ . Elle représente la directivité de l'antenne ainsi formée. La finesse du lobe de directivité sera d'autant plus grande, que le nombre n d'échantillons en distance et le pas de distance  $\delta_i$ , seront grands. La figure 6 suivante représente le module de cette fonction pour  $n = 10$  et  $\delta_i = \frac{\lambda}{2}$ . La direction visée est la normale à la base.

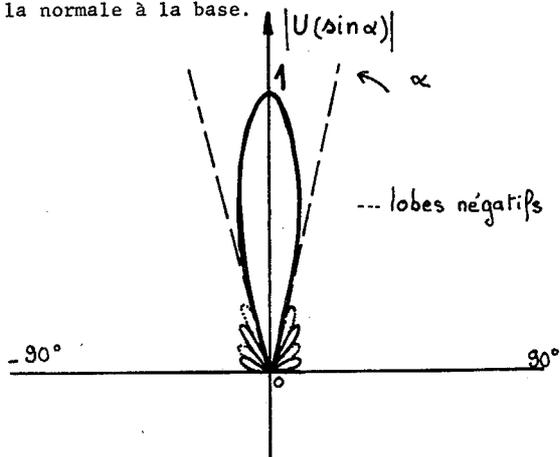


FIGURE 6

b) Mesure des directions  $\alpha, \rho$  des

bruits  $B_{0\rho}$



TRAITEMENT SPATIOTEMPOREL EN ACOUSTIQUE AERIENNE  
 IMAGERIE SPATIALE ET FREQUENTIELLE DES BRUTEURS

En effectuant le rapport, partie imaginaire sur partie réelle de chaque terme de  $x(\nu)$  au point  $\nu = \nu_p$  on calcule la direction de chaque bruit  $\theta_p(t)$ . Il vient

$$\sin \alpha_p = \sin \alpha_0 - \frac{\theta_p \cdot c}{\pi \nu_p (D + d_0)} \quad \theta_p = \text{Arctg} \frac{\text{Im}[x(\nu_p)]}{\text{Re}[x(\nu_p)]}$$

La densité spectrale du bruit  $B_p(t)$  provenant de la direction de visée  $\alpha_0$  a donc une partie imaginaire nulle au point  $\nu = \nu_p$ . Dans le cas contraire, la mesure de  $\theta_p$  permet d'obtenir la direction exacte  $\alpha_p$

c) Calcul de la directivité dans le cas de Transformée de Fourier monolatérale

Considérons le cas où la fonction  $X(z)$  n'est calculée que pour  $z$  positif.

Pour un seul bruiteur monochromatique  $B_p(t)$  il vient :

$$X(z) = A \cos [2\pi \nu_p (z - z_0)] \prod_{z \in z_{MAX}} S^{-1}(z)$$

avec

$$A = \sin \left[ \frac{\pi \delta_i}{c} \pi \nu_p (\sin \alpha_0 - \sin \alpha_p) \right] / \sin \left[ \frac{\pi \delta_i}{c} \pi \nu_p (\sin \alpha_0 - \sin \alpha_p) \right]$$

$$\prod_{z \in z_{MAX}} (z) = 1 \text{ pour } -z_{MAX} < z < +z_{MAX}$$

$$= 0 \text{ ailleurs}$$

$$S^{-1}(z) = 1 \text{ pour } z > 0, 0 \text{ ailleurs}$$

$$z_0 = \frac{d_0 + D}{2c} (\sin \alpha_p - \sin \alpha_0)$$

On en déduit :

$$\text{Re} \{ x(\nu) \}_{\nu \geq 0} = \frac{A}{2} \frac{\sin \pi (\nu - \nu_p) z_{MAX}}{\pi (\nu - \nu_p)} \cos \pi [(\nu - \nu_p) z_{MAX} + \nu z_0]$$

On peut considérer cette expression comme le produit de deux fonctions l'une représentant la fonction de pondération due à la fenêtre d'analyse notée  $\omega(\nu - \nu_p)$  l'autre introduite par le déphasage lorsque le bruiteur n'est pas dans l'axe visé.

Si  $z_0 = 0$  ( $\alpha_p = \alpha_0$ )  $\text{Re} \{ x(\nu) \}$  est symétrique par rapport à  $\nu = \nu_p$  (figure 7a)

Si  $z_0 \neq 0$  ( $\alpha_p \neq \alpha_0$ )  $\text{Re} \{ x(\nu) \}$  n'est plus symétrique, l'abscisse du maximum étant  $\nu = \nu_p \frac{z_{MAX}}{z_{MAX} + z_0}$  (figure 7b)

Si  $z_0$  est petit, la courbe  $\text{Re} \{ x(\nu) \}$  semble penchée, ce qui peut donner une première idée de la direction du bruit (figure 7c)

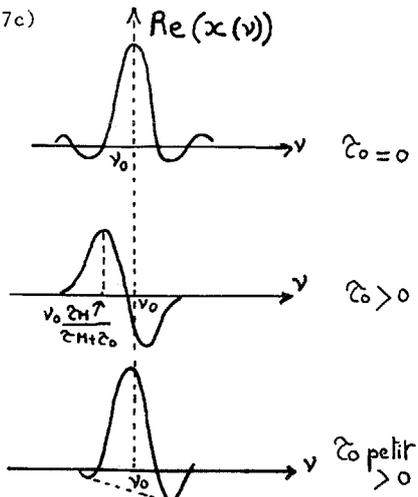


Figure 7

V - SOUS ECHANTILLONNAGE FREQUENTIEL ET SPATIAL

Dans certains cas, le sous échantillonnage spatial ("Imagerie angulaire") ou fréquentiel ("Imagerie fréquentielle") permettent d'obtenir une meilleure résolution.

V. 1 - Sous échantillonnage fréquentiel

Pour des signaux a bande étroite, il est possible d'échantillonner le signal à une cadence inférieure à celle permise par le théorème d'échantillonnage (8).

$$\nu_e = 2\nu_0 + B$$

$\nu_0$  fréquence centrale

$B$  bande spectrale occupée

On peut par ce procédé, translater le support spectral d'un bruit reçu d'une direction, et ainsi obtenir une meilleure résolution fréquentielle. Lors du traitement "Imagerie fréquentielle", on a pu, par cette méthode séparer spectralement deux bruits de densité Spectrale voisines (396 Hz et 400 Hz) provenant d'une même direction.

V. 2 - Echantillonnage spatial avec  $\delta_i > \frac{\lambda_{min}}{2}$

Lorsque l'étendue angulaire  $[\alpha_1, \alpha_2]$  des bruits reçus est inférieure à  $180^\circ$ , on peut échantillonner en distance avec un pas  $\delta_i$  supérieur à  $\frac{\lambda_{min}}{2}$ . Ceci ne constitue pas en soi un sous échantillonnage puisque le pas  $\delta_i$  devra être inférieur à  $\frac{\lambda_{min}}{2 \sin \alpha_1}$  pour éviter tout repli.

Lors d'un repérage angulaire de bruits on procède, pratiquement, comme suit :

Dans une bande d'octave donnée, un premier traitement d'imagerie angulaire est effectué pour un pas de distance inférieur ou égal à la demi longueur d'onde minimale de l'octave considéré ( $\delta_i < \frac{\lambda_{min}}{2}$ ). Ceci permet de connaître l'étendue angulaire du bruit reçu.

Soient  $(\alpha_1, \alpha_2)$  l'ouverture angulaire correspondante. Supposons  $|\alpha_1| > |\alpha_2|$ :

Si  $\alpha_1$  est inférieur à  $90^\circ$ , une seconde manipulation peut être faite, avec un pas de distance  $\delta_i$  plus grand, inférieur ou égal à  $\frac{\lambda_{min}}{2 \sin \alpha_1}$ ; les ambiguïtés angulaires se trouvent alors en dehors de l'intervalle  $(-\alpha_1, \alpha_1)$  seules les directions comprises entre ces deux valeurs sont significatives. La résolution angulaire étant proportionnelle au pas de distance, cette deuxième mesure permet une meilleure séparation des directions de provenance des bruits.

A titre d'exemple, la figure 8 représente l'analyse de l'octave 2000 Hz. On a pu séparer deux bruits de directions voisines d'un degré. Les bruits proviennent d'une direction proche de la normale  $\alpha \neq 7^\circ 30'$ , le traitement a été effectué pour trois pas de distance successifs.

Le dernier traitement (40cm) introduit des ambiguïtés angulaires.

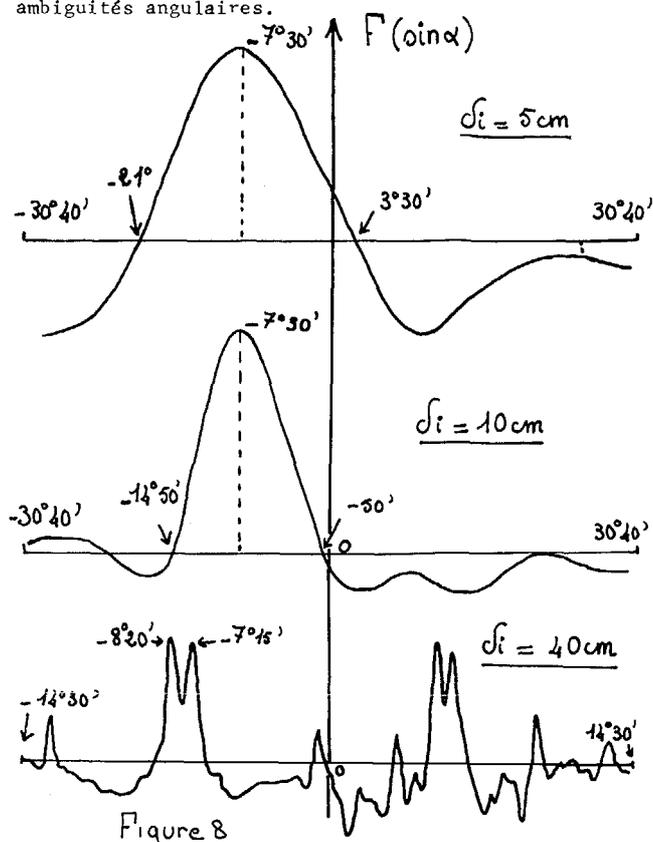


Figure 8

Dans certains cas, si l'étendue angulaire des bruits reçus est très faible, on peut envisager un véritable sous échantillonnage avec un pas  $\delta_i$  supérieur à la valeur limite  $\frac{\lambda_{\min}}{2 \sin \alpha_1}$  (cf. V. 1).

#### VI - CONCLUSION

Ce procédé de traitement présenté permet :

- d'une part la localisation angulaire des sources de bruit et une estimation grossière de leur importance relative.

- d'autre part, l'estimation dans une direction donnée de la puissance émise et de la distribution spectrale du bruit émis par la source étudiée.

Notons que cette étude doit être poursuivie en profitant d'une meilleure connaissance du canal aérien aléatoire car on ne peut étudier valablement l'imagerie spatiotemporelle sans connaître le milieu de propagation.

#### REMERCIEMENTS

Ce travail est soutenu depuis 1974 par le Ministère de la Qualité de la Vie et de l'Environnement dans le cadre du contrat 7409.

Les contractants de cette action nous ont apporté un fructueux concours expérimental, ainsi que Mr DELCAMBRE et la Division Etude et Recherche Acousti-

que de l'EDF.

Mr MUNIER (CEPHAG) nous a utilement conseillés dans l'étude de l'imagerie et des traitements spatiotemporels.

#### BIBLIOGRAPHIE

- (1) J. MUNIER Réunion Commission Rhône-Alpes ASTE Analyse des signaux Traitements spatiotemporels et Imagerie 29/1 1974
- (2) G.W. SWENSON Proc. IEE Vol. 56 N° 12 p. N.C. MATHUR
- (3) H. MERMOZ, Annales Telecom. Tome 24 N° 7,8. p. 282,293 1699
- (4) B. ESCUDIE Etude de la propagation Acoustique en milieu aérien naturel J. LARCHER (A paraître) 5ème Colloque Traitement du Signal Nice Juin 1975
- (5) M.C. SERRES 4ème Colloque Traitement du Signal Nice Mai 1973 Tome 1 p. 45,63
- (6) B. ESCUDIE Propagation Acoustique Aléatoire A. HELLION Session d'études Galf Aste 16,20 av 73 ICPI p. 111 à 130
- (7) G.D. BERGLAND IEE Spectrum July 1969 A guided Tour of the fast Fourier Transform
- (8) G. BONNET Annales TELECOM. Tome 24 N° 1.2 Janv. Fev. 1969 p. 17 à 30