COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL
ET SES APPLICATIONS

NICE du 16 au 21 JUIN 75

TRAITEMENT OPTIMAL D'ANTENNE A BANDE ETROITE - APPLICATION AUX RESEAUX D'ANTENNES FILIFORMES FORTEMENT COUPLEES.

Jacques MUNIER* et Gilles Y. DELISLE**

*CEPHAG - B.P. 15 - 38040 - GRENOBLE CEDEX

** Département de Génie Electrique - Université LAVAL - QUEBEC G1K7P4

RESUME

SOMMAIRE

Considérant le cas important où le champ de bruit spatial est à corrélation angulaire microscopique, nous montrons que le rapport signal à bruit en bande étroite est le produit de deux facteurs ; le premier est un *rapport signal à bruit spatial moyen* caractéristique du champ de sources et du champ de bruit ; le second, sur lequel porte l'optimisation, est un *indice de performance de l'antenne* en présence d'une distribution normée de bruit spatial. Cet indice s'exprime, soit en fonction du gain ou de la directivité, soit en fonction de la *matrice admittance du filtre multipolaire à paramètres angulaires caractérisant l'antenne*. La connaissance de cette matrice est nécessaire pour définir la référence-signal et, dans le cas d'un filtrage pondérateur passif, pour calculer les paramètres d'optimisation ; de plus, elle permet d'évaluer la référence-bruit seul par imagerie du champ de bruit.

En prenant comme exemple le cas des réseaux d'antennes électromagnétiques filiformes, nous montrons comment il est possible, au moyen de la méthode matricielle de HARRINGTON, d'estimer de manière approchée la matrice admittance d'antenne en tenant compte des couplages entre capteurs.

SUMMARY

In the important case where the spatial noise field is characterized by microscopical angular correlation, we show that the narrowband signal-to-noise ratio is a two-terms product ; the first one is an *averaged signal-to-spatial-noise ratio* which characterizes the sources-and noise-fields ; the second term, which is to be optimized, is a *performance index of the antenna* in a normalized spatial noise distribution. This index can be written, either in terms of gain or directivity, either in terms of the *admittance matrix of the multiport filter with angular parameters* that describes the antenna. To know this matrix is necessary to define the "signal reference" and, in the case of a passive weighting filtering, to compute the optimization parameters ; it enables us also to estimate the "noise-alone reference" by means of an "imagery" of the noise field.

Taking for example the case of arrays of electromagnetic wire-antennas, we show, using the matricial method of HARRINGTON, how we can approximatively estimate the antenna admittance matrix, taking account of coupling between sensors.

1 - QUELQUES PROBLEMES DE TRAITEMENT OPTIMAL

Les signaux à bande étroite, au sujet desquels nous examinerons certains aspects du traitement optimal d'antenne, forment une classe importante qui recouvre la majorité des systèmes de communication et de détection et, de ce fait, ils méritent une attention particulière. On sait que le traitement optimal d'antenne basé sur un critère de détection comporte un prétraitement linéaire dont l'effet est de maximiser, à toute fréquence de la bande transmise et compte-tenu de la distribution spatiale et spectrale des sources de bruit, le *rapport des densités spectrales de signal et de bruit* ; ce prétraitement est suivi d'un traitement, linéaire ou non, purement temporel, qui doit être considéré comme distinct du traitement d'antenne proprement dit [1] [2] [3].

A bande étroite, le prétraitement a pour effet, au moins approximativement, de maximiser le *rapport des puissances moyennes* et consiste en un ensemble de pondérations complexes appliquées aux signaux de sortie des capteurs ; il revient donc à *modeler la fonction-directivité* $D(\theta,\phi)$ *de l'antenne* d'après la structure spatiale du champ de bruit.

Arrivé à ce stade de simplification du traitement optimal, on se trouve confronté aux trois aspects particuliers suivants :

1°/ La référence-signal, caractérisée par la matrice des signaux utiles à la sortie des capteurs en l'absence de bruits, est fort difficile à évaluer dans le cas de capteurs non-ponctuels fortement couplés (par exemple, antennes électromagnétiques formées de monopoles ou de dipoles rapprochés). Le problème est de déterminer les paramètres du filtre à une entrée (la source ponctuelle à l'infini) et N sorties (celles des capteurs) équivalent à l'antenne.

2°/ La référence-bruit spatial, caractérisée par la matrice des intercorrélations des bruits à la sortie des capteurs est difficile à estimer en temps réel en présence du signal utile. Dans ce qui suit, nous admettrons que *le champ de bruit est à corrélation angulaire microscopique ;* en bande étroite, le champ de bruit est alors caractérisé par une fonction scalaire spatiale. L'estimation de la distribution spatiale de bruit est, dans ces conditions, un problème d'*imagerie pure* qui peut être traité à part et que nous n'aborderons pas (cf référence [4]).

3°/ Le bruit interne des capteurs, lorsqu'ils sont purement passifs, est un bruit thermique lié à leurs rendements énergétiques ; or, ceux-ci dépendent du couplage entre capteurs (donc, de la géométrie de l'antenne) et aussi des pondérations qui leur sont appliquées. Il est à noter que négliger les pertes dans l'antenne conduit à des absurdités en matière de superdirectivité.

4°/ L'ajustement des paramètres d'optimisation, c'est-à-dire des pondérations, nécessite, lorsque le filtre pondérateur est purement passif (cas de la plupart des antennes-réseaux électromagnétiques), de connaître l'impédance interne du réseau de capteurs, laquelle dépend des couplages entre capteurs et de leurs pertes.

Pour les différentes raisons évoquées ci-dessus, il importe de connaître avec précision les paramètres du filtre multipolaire équivalent à l'antenne.

2 - CARACTERISATION DU CHAMP DE BRUIT SPATIAL ET DE L'ANTENNE

Nos hypothèses sont : champ de bruit constitué par un ensemble fini ou infini de bruiteurs ponctuels que nous supposerons à l'infini ; stationnarité de l'ensemble des bruits ; corrélation angulaire microscopique.

Au point d'observation (pris comme origine des coordonnées), le champ de bruit est caractérisé par la fonction scalaire $\mathcal{R}(f;\theta,\phi)$ (f : fréquence ; θ,ϕ : coordonnées angulaires) qui est l'éclairement spectral par unité d'angle solide du champ, produit en ce point par le rayonnement provenant de la direction (θ,ϕ), et qui s'exprime en Joule/m2/sr. On vérifie aisément que cette quantité est égale à la *radiance spectrale* des sources situées dans la direction (θ,ϕ), qui s'exprime avec les mêmes unités.

L'antenne est caractérisée par sa *surface de captation* $A(f;\theta,\phi)$; par définition, la densité spectrale de rayonnement capté par unité d'angle solide du champ de bruit est, pour la direction (θ,ϕ) :

$$\gamma_\Omega(f;\theta,\phi)=A(f;\theta,\phi)\mathcal{R}(f;\theta,\phi) \quad (J.sr^{-1}) \qquad (1)$$

La densité spectrale du rayonnement capté pour l'ensemble du champ de bruit est donc :

$$\gamma(f)=\int_0^{2\pi}d\phi\int_0^{\pi}\gamma_\Omega(f;\theta,\phi)\sin\theta.d\theta \quad (J.)$$

$$=\int_0^{2\pi}d\phi\int_0^{\pi}A(f;\theta,\phi)\mathcal{R}(f;\theta,\phi)\sin\theta.d\theta \qquad (2)$$

A la longueur d'onde λ correspondant à la fréquence f, la surface de captation $A_\lambda(\theta,\phi)$ est liée au gain $G_\lambda(\theta,\phi)$ de l'antenne par la relation :

$$A_\lambda(\theta,\phi) = \frac{\lambda^2}{4\pi}G_\lambda(\theta,\phi) \qquad (3)$$

$$\Longrightarrow \gamma_\lambda = \frac{\lambda^2}{4\pi}\int_0^{2\pi}d\phi\int_0^{\pi}G_\lambda(\theta,\phi)\mathcal{R}_\lambda(\theta,\phi)\sin\theta.d\theta \qquad (4)$$

Nous considérerons la radiance spectrale comme une distribution notée $\mathcal{R}_\lambda$ et écrirons :

$$\gamma_\lambda = \frac{\lambda^2}{4\pi} \langle G_\lambda, \mathcal{R}_\lambda \rangle_\Omega \qquad (5)$$

Ω désignant la direction (θ,ϕ).

Lorsque la distribution $\mathcal{R}_\lambda$ est une fonction $\mathcal{R}_\lambda(\theta,\phi)$, par définition elle associe à la fonction $G_\lambda(\theta,\phi)$ l'intégrale du produit $G_\lambda(\theta,\phi)\mathcal{R}_\lambda(\theta,\phi)$ étendue à la sphère.

Pour une antenne omnidirectionnelle, on a :

$$G_\lambda = 1, \forall\Omega \Longrightarrow (\gamma_\lambda)_\circ = \frac{\lambda^2}{4\pi} \langle 1, \mathcal{R}_\lambda \rangle_\Omega$$

Posons $$\boxed{\mu_\lambda = \frac{\lambda^2}{(\gamma_\lambda)_\circ} \mathcal{R}_\lambda} \qquad (6)$$

μ_λ est une distribution que nous désignerons par "*distribution normée du bruit spatial*" ; elle vérifie la relation :

$$\frac{1}{4\pi} \langle 1, \mu_\lambda \rangle_\Omega = 1 \qquad (7)$$

(la valeur moyenne, étendue à la sphère, de la distribution μ_λ, en tant que fonction, vaut l'unité, ce qui est également une propriété de la fonction $G_\lambda(\theta,\phi)$).

On obtient, en définitive, la relation importante suivante :

$$\boxed{\frac{\gamma_\lambda}{(\gamma_\lambda)_\circ} = \frac{1}{4\pi} \langle G_\lambda, \mu_\lambda \rangle_\Omega} \qquad (8)$$

Cette relation signifie qu'*à la longueur d'onde λ, le rapport de la densité spectrale du bruit capté par l'antenne à celle que capterait une antenne omnidirectionnelle de gain unité est égal à la valeur moyenne, étendue à la sphère, du gain de l'antenne pondéré par la distribution normée du bruit spatial.*

Si le bruit est omnidirectionnel, la fonction $\mu_\lambda(\theta,\phi)$ vaut l'unité pour toute direction (θ,ϕ).

Dans le cas de *bruiteurs ponctuels* non-corrélés en nombre fini, le bruiteur de rang i dans la direction (θ_i,ϕ_i) produit au point d'observation un éclairement spectral noté $\mathcal{E}_{\lambda_i}$ $(J.m^{-2})$ et on a :

$$\gamma_\lambda = \sum_i A_\lambda(\theta_i,\phi_i)\mathcal{E}_{\lambda_i} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \sum_i G_\lambda(\theta_i,\phi_i)\mathcal{E}_{\lambda_i}, \quad i \in [1,\dots n] \qquad (9)$$

Si l'antenne est omnidirectionnelle, on a :

$$G_\lambda = 1, \forall\Omega \Longrightarrow (\gamma_\lambda)_\circ = \frac{\lambda^2}{4\pi} \sum_i \mathcal{E}_{\lambda_i}$$

Posons : $$\boxed{\alpha_{\lambda_i} = \frac{\lambda^2 \mathcal{E}_{\lambda_i}}{(\gamma_\lambda)_\circ}} \quad \text{(scalaire sans dimension)} \qquad (10)$$

On obtient : $$\gamma_\lambda = \frac{(\gamma_\lambda)_\circ}{4\pi} \sum_i G_\lambda(\theta_i,\phi_i)\alpha_{\lambda_i} \qquad (11)$$

cette expression peut être mise sous la forme générale (8) si on pose :

$$\boxed{\mu_\lambda = \sum_i \alpha_{\lambda_i} \delta_{\Omega_i}} \qquad (12)$$

La distribution normée μ_λ apparait, pour des bruiteurs ponctuels, comme étant la somme de distributions de DIRAC correspondant aux directions Ω_i des bruiteurs, pondérées par les coefficients α_{λ_i} caractérisant leurs intensités de rayonnement relatives, à la longueur d'onde λ.

En conclusion, lorsqu'on est en présence de bruiteurs ponctuels superposés à un champ de bruit continu, la densité spectrale γ_λ à la sortie de l'antenne est donnée, sous forme explicite, par la relation :

$$\frac{\gamma_\lambda}{(\gamma_\lambda)_\circ} = \frac{1}{4\pi}\left[\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \mu_\lambda(\theta,\phi) G_\lambda(\theta,\phi)\sin\theta . d\theta + \sum_i \alpha_{\lambda_i} G_\lambda(\theta_i,\phi_i)\right] \qquad (13)$$

$(\gamma_\lambda)_\circ$ étant la densité spectrale qu'on observerait à la sortie d'une antenne omnidirectionnelle de gain unité, en présence de l'ensemble : bruiteurs ponctuels, champ de bruit continu.

3 - RAPPORT SIGNAL A BRUIT ET INDICE DE PERFORMANCE EN BANDE ETROITE

Dans une bande étroite de fréquence, le rapport des puissances moyennes S de signal et N de bruit, que nous prenons comme indice de performance, vaut :

$$\frac{S}{N} = \frac{\gamma_S}{\gamma_N} \qquad (14)$$

γ_S et γ_N étant les densités spectrales moyennes dans la bande passante, pour le signal et pour le bruit.

Si on appelle $(\gamma_S)_\circ$ et $(\gamma_N)_\circ$ les densités spectrales observées au moyen d'une antenne omnidirectionnelle de gain unité, on a :

a/ pour le signal : $\gamma_S = (\gamma_S)_\circ G(\Omega_S)$
(en raison de la définition même du gain), Ω_S étant la direction de la source de signal utile ;

b/ pour le bruit : $\gamma_N = \frac{(\gamma_N)_\circ}{4\pi} \langle G, \mu \rangle_\Omega$
(d'après la relation (8)).

Le rapport signal à bruit, en bande étroite, est donc de la forme :

$$\boxed{\frac{S}{N} = \left(\frac{S}{N}\right)_\circ J(\Omega_S)} \qquad (15)$$

$\boxed{\left(\frac{S}{N}\right)_\circ = \frac{(\gamma_S)_\circ}{(\gamma_N)_\circ}}$ (16) est le *rapport signal à bruit spatial moyen*, rapport des densités spectrales de signal et de bruit qu'on observerait à la sortie d'une antenne omnidirectionnelle de référence, de gain unité.

$\boxed{J(\Omega_S) = \frac{G(\Omega_S)}{\frac{1}{4\pi} \langle G, \mu \rangle_\Omega}}$ (17) est l'*indice de performance de l'antenne* de gain $G(\Omega)$, pour une source dans la direction Ω_S, en présence d'une distribution normée de bruit spatial μ.

Sous forme explicite et avec les notations du paragraphe (2), cet indice s'écrit :

$$J(\theta_S,\phi_S) = \frac{G(\theta_S,\phi_S)}{\frac{1}{4\pi}\left[\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \mu(\theta,\phi)\, G(\theta,\phi) \sin\theta . d\theta + \sum_i \alpha_i G(\theta_i,\phi_i)\right]} \qquad (18)$$

c'est le rapport du gain d'antenne dans la direction de la source de signal à sa moyenne étendue à la sphère, pondérée par la distribution normée de bruit spatial.

Le gain d'une antenne dont le rendement énergétique est η est lié à sa directivité $D(\theta,\phi)$ par la relation : $\quad G(\theta,\phi) = \eta\, D(\theta,\phi) \qquad (19)$

La relation (18) peut donc s'écrire indifféremment en y portant le gain ou la directivité, d'où il résulte que *le rendement de l'antenne n'intervient pas lorsqu'on optimise le rapport signal à bruit spatial seul.*

Par ailleurs, *si le bruit spatial est omnidirectionnel,* on a :

$$J(\Omega_S) = \frac{D(\Omega_S)}{\frac{1}{4\pi}\langle D, 1\rangle_\Omega} \qquad (20)$$

Au dénominateur, la valeur moyenne de la directivité, étendue à la sphère, vaut l'unité ; *l'indice de performance s'identifie alors avec la directivité* (et avec le gain si, en outre, l'antenne est sans pertes).

Nous allons maintenant tenir compte du *bruit thermique de l'antenne* dans la définition du rapport signal à bruit ; si l'antenne est à la température absolue T, sa contribution à la densité spectrale du bruit de sortie est :

$$\gamma_A = (1-\eta)\,\gamma_T \quad , \quad \gamma_T = \frac{kT}{2} \qquad (21)$$

k étant la constante de BOLTZMANN ; cette contribution est nulle si le rendement η vaut l'unité. La densité spectrale γ_A s'ajoute à celle du bruit spatial et on obtient donc comme indice de performance :

$$\boxed{J(\Omega_S) = \frac{G(\Omega_S)}{\frac{1}{4\pi}\langle G,\mu\rangle_\Omega + (1-\eta)\frac{\gamma_T}{(\gamma_N)_o}} = \frac{D(\Omega_S)}{\frac{1}{4\pi}\langle D,\mu\rangle_\Omega + (\frac{1}{\eta}-1)\frac{\gamma_T}{(\gamma_N)_o}}} \qquad (22)$$

Il apparait que l'indice de performance, qui est fonction de la directivité, donc des pondérations appliquées aux sorties des capteurs, dépend du rendement de l'antenne. *L'optimisation, qui porte sur les pondérations, ne peut donc être menée à bien que si l'on connait l'influence de celles-ci sur le rendement.*

Cette conclusion demeure, même si le bruit spatial est omnidirectionnel.

Dans le cas de bruiteurs ponctuels, on a :

$$J(\Omega_S) = \frac{D(\Omega_S)}{\frac{1}{4\pi}\sum_i \alpha_i D(\Omega_i) + (\frac{1}{\eta}-1)\frac{\gamma_T}{(\gamma_N)_o}} \qquad (23)$$

Si le rendement η est indépendant de la directivité, maximiser $J(\Omega_S)$ revient à *maximiser la directivité $D(\Omega_S)$ dans la direction de la source de signal, sous la contrainte :* $D(\Omega_i)=0 \quad \forall\, i \in [1,\dots n]$

C'est le problème connu [1][5] de l'*élimination de bruiteurs ponctuels* par une antenne comportant un nombre de capteurs suffisant pour satisfaire la contrainte ci-dessus. Par contre, si le rendement est mauvais et dépend de la directivité (c'est principalement le cas des antennes dites superdirectives), le résultat de l'optimisation peut être fort différent.

Les expressions de l'indice de performance de l'antenne établies ci-dessus sont formulées au moyen des fonctions gain $G(\Omega)$ ou directivité $D(\Omega)$ de la direction Ω ; examinons maintenant comment cet indice peut être exprimé *en fonction des paramètres du filtre multipolaire caractérisant l'antenne pour la direction Ω.* Ce filtre possède un accès relatif à la source de signal située dans la direction Ω et N accès représentant les sorties des capteurs ; il est entièrement caractérisé par sa matrice admittance, qu'on peut partitionner de manière à mettre les relations entrée-sortie sous la forme suivante (*) :

$$\begin{bmatrix} i_S \\ \hline i_A \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} y_S & y_{SA}^T \\ \hline y_{AS} & \mathbf{Y}_A \end{array}\right] \begin{bmatrix} v_S \\ \hline v_A \end{bmatrix} \qquad (24)$$

i_S et v_S sont les vecteurs courant et tension (à une composante) de la source, i_A et v_A les vecteurs courants et tensions (à N composantes) aux N accès de l'antenne, y_S l'admittance à l'accès-cource (les autres accès étant court-circuités) ; $\mathbf{Y}_A$ la matrice des admittances aux accès-antenne (l'accès-source étant court-circuité) ; y_{AS} et y_{SA} sont les vecteurs admittances-mutuelles entre accès-source et antenne. Les propriétés de réciprocité du milieu de propagation et de l'antenne entrainent les relations :

$$\mathbf{Y}_A = \mathbf{Y}_A^T \qquad \text{et} \qquad y_{AS} = y_{SA}$$

Par des considérations énergétiques simples, ([6], chap. 10), on peut calculer le gain de l'antenne *à l'émission*, lorsqu'on applique aux capteurs le vecteur-tension v_A :

$$G_\Omega = K_1 \frac{v_A^\dagger\, y_{SA}^*\, y_{SA}^T\, v_A}{v_A^\dagger (\mathbf{Y}_A + \mathbf{Y}_A^*)\, v_A} \qquad (25)$$

Le vecteur v_A détermine les pondérations complexes à appliquer aux capteurs ; en effet, on alimente l'antenne en reliant les capteurs à un générateur unique à travers des impédance complexes (définissant les pondérations), *dont les valeurs dépendent de v_A, de $\mathbf{Y}_A$ et de l'impédance interne du générateur.* A la réception, le gain d'antenne sera inchangé si les mêmes impédances relient les capteurs à un récepteur d'impédance égale à celle du générateur précédent.

(*) x : vecteur-colonne à une ou plusieurs composantes;
x^T : son transposé (vecteur-ligne) ;
$\mathbf{X}$: matrice carrée ou rectangulaire ;
$\mathbf{X}^*$: conjuguée de $\mathbf{X}$;
$\mathbf{X}^T$: transposée de $\mathbf{X}$; $\mathbf{X}^\dagger$: conjuguée de la transposée.

Dans l'expression (25), K_1 est une constante caractéristique de l'antenne-témoin de réception placée à grande distance dans la direction Ω et seul le numérateur dépend de Ω par le terme y_{SA} ; on peut donc écrire :

$$G_\Omega = K_2 v_A^\dagger R_\Omega v_A \quad , \quad R_\Omega = y_{SA}^* y_{SA}^T \quad , \quad K_2 = c^{te} \qquad (26)$$

d'où l'expression suivante de l'indice de performance *pour le bruit spatial seulement :*

$$J_{\Omega_S} = \frac{v_A^\dagger R_{\Omega_S} v_A}{\frac{1}{4\pi} v_A^\dagger \langle R_\Omega, \mu\rangle_\Omega v_A} \qquad (27)$$

soit encore :

$$\boxed{J_{\Omega_S} = \frac{v_A^\dagger R_{\Omega_S} v_A}{v_A^\dagger S v_A} \quad , \quad \begin{cases} R_{\Omega_S} = (y_{SA} y_{SA}^T)_{\Omega_S} \\ S = \frac{1}{4\pi}\langle y_{SA} y_{SA}^T, \mu\rangle_\Omega \end{cases}} \qquad (28)$$

L'indice de performance apparait comme étant le rapport de deux formes quadratiques hermitiennes [7] dont le maximum a lieu, d'après un théorème connu [8], lorsque la condition suivante est réalisée :

$$\boxed{v_A = K S^{-1} (y_{SA})_{\Omega_S}} \quad , \quad K = c^{te} \qquad (29)$$

On reconnait dans cette formule, qui détermine les pondérations complexes optimales, celle qu'a établie MERMOZ [1] pour les gains complexes du filtrage optimal d'antenne en bande large ; comme il s'agit ici d'ondes quasimonochromatiques, le filtre purement temporel adapté au signal se réduit à un coefficient complexe inclus dans la constante K. Par ailleurs, le vecteur $(y_{SA})_{\Omega_S}$ définit les courants de court-circuit i_A aux sorties-capteurs, en fonction de la tension v_S appliquée à la source de signal (monochromatique) située dans la direction Ω_S, et constitue donc *la référence-signal.*

Quant à la matrice S, définie dans (28), elle fait intervenir la matrice $y_{SA}^* y_{SA}^T$, d'ordre NxN, qui est celle des puissances moyennes d'interaction aux sorties-capteurs, (c'est-à-dire, à une constante près, la matrice des densités spectrales d'intercorrélation en bande étroite), pour la direction Ω ; pour l'ensemble du champ de bruit, que nous avons supposé *à corrélation angulaire microscopique,* la matrice S correspond à une moyenne étendue à la sphère et pondérée par la distribution normée μ ; elle constitue donc *la référence-bruit seul pour le bruit spatial.*

Comme indiqué plus haut au sujet de la formule (25), la connaissance des pondérations optimales v_A ne permet pas, à elle seule, d'ajuster les paramètres d'optimisation, lorsque le filtrage pondérateur est purement passif ; il faut encore connaitre la matrice Y_A des admittances internes aux sorties-capteurs. Il apparait donc que la détermination précise des paramètres du filtre multipolaire équivalent à l'antenne :

1/ est nécessaire pour définir la référence-signal ;

2/ est nécessaire pour calculer les paramètres d'optimisation dans le cas d'un filtrage pondérateur passif ;

3/ permet d'accéder à la référence bruit spatial par estimation de la distribution normée μ, c'est-à-dire *par imagerie du champ de bruit,* si celui-ci est à corrélation angulaire microscopique (on notera que la présence du signal n'est pas génante, puisqu'on connait sa direction et qu'il est donc possible de le séparer du bruit).

Enfin, si le modèle choisi pour l'antenne tient compte du couplage entre capteurs et des pertes, il en sera de même des formules du gain (25) et de l'indice de performance (28) ; cependant, le bruit interne des capteurs, lié à leurs pertes, ne pourra être pris en compte que par un terme b de puissance moyenne supplémentaire dans la formule de l'indice de performance :

$$J_{\Omega_S} = \frac{v_A^\dagger R_{\Omega_S} v_A}{v_A^\dagger S v_A + b} \qquad (30)$$

En général, le terme b sera fonction des pondérations v_A, ce qui complique sérieusement le problème de l'optimisation.

4 - OPTIMISATION D'UN RESEAU D'ANTENNES ELECTROMAGNETIQUES FILIFORMES

La caractérisation de l'antenne en tant que filtre multipolaire est, comme on l'a vu, un problème essentiel. Le modèle le plus simple est celui de N capteurs ponctuels sans interactions mutuelles, chaque capteur étant pourvu de son propre amplificateur, mais ces conditions idéales ne sont, pour ainsi dire, jamais réalisées, au moins dans le cas des antennes électromagnétiques. L'exemple le plus typique, que nous analyserons succinctement, est celui des *réseaux de monopoles ou de dipoles parallèles,* de petits diamètres, mais de longueurs non-négligeables devant la longueur d'onde et à faibles distances les uns des autres. Les capteurs sont alors fortement couplés et le calcul des paramètres du filtre équivalent est pratiquement impossible par les méthodes analytiques classiques.

Une première ressource consiste à les évaluer expérimentalement. On peut aussi décrire le système, avec un minimum d'approximations, au moyen des équations de propagation assorties de conditions aux limites appropriées (en tenant compte éventuellement de la résistivité des conducteurs) et procéder à une résolution numérique sur ordinateur. La méthode matricielle de HARRINGTON [6] parait être la plus efficace pour y parvenir ; elle permet de calculer la distribution de courant le long des dipoles élémentaires du réseau en tenant compte des couplages mutuels, et par suite, d'évaluer la matrice admittance $\mathbf{Y}_a$ du réseau et, par un calcul du champ rayonné à l'infini, le vecteur admittance mutuelle y_{SA} [9].

Le principe de la méthode est le suivant : on se donne une description approchée de la distribution de courant sur chaque dipole en décomposant celle-ci sur une base finie de fonctions à supports bornés, tout dipole étant partagé en Q segments égaux et chaque fonction de base étant centrée sur un segment. Par exemple, des fonctions de base triangulaires permettent d'approcher la distribution de courant par une fonction polygonale ; la précision est bonne si les segments ont une longueur inférieure à $\lambda/10$. Donc, si on a N dipoles, chacun partagé en Q segments, NQ valeurs numériques suffisent pour caractériser les courants dans les dipoles.

En ce qui concerne le champ électrique, seules les composantes parallèles aux axes des dipoles sont significatives, car ceux-ci sont de petits diamètres ; on considère le champ tangentiel à la surface des conducteurs et on le décrit par les valeurs qu'il prend au centre de chaque segment, ce qui donne NQ valeurs du champ. La condition aux limites des conducteurs (champ tangentiel nul) implique que le champ tangentiel incident, dû à une source à grande distance dans la direction (θ,ϕ), soit égal et de signe opposé, sur un segment donné, à la somme des champs rayonnés en ce point par les $(NQ-1)$ autres segments. Ceux-ci sont calculables à partir des potentiels-vecteurs liés aux courants dans les autres segments et des potentiels-scalaires liés aux charges qu'ils portent (elles-mêmes liées aux courants).

Si on prend un champ incident nul, on obtient NQ équations linéaires entre les NQ courants et NQ tensions proportionnelles aux champs (par exemple, égales aux circulations des champs le long des segments); ceci permet de définir une *matrice admittance généralisée* $\mathbf{Y}$ caractérisant le réseau de dipoles avec une bonne approximation :

$$i = \mathbf{Y} v \quad (\mathbf{Y} \text{ est d'ordre } NQ \times NQ) \tag{31}$$

De la matrice $\mathbf{Y}$, on déduit immédiatement la matrice $\mathbf{Y}_a$ des admittances aux accès de l'antenne, les accès étant réalisés en supprimant un segment sur chaque dipole (par exemple, le segment central).

Quant au vecteur-colonne y_{SA} définissant l'admittance de transfert source-antenne, on obtient ses N composantes en calculant le champ E_{Ω_S} rayonné à grande distance par le réseau dans la direction Ω_S de la source, lorsqu'on alimente séparément chacun des N capteurs, les autres étant court-circuités.

Le calcul de E_{Ω_S} se fait au moyen du potentiel-vecteur lié aux courants dans les NQ segments ; il fait donc intervenir la matrice admittance généralisée $\mathbf{Y}$ du réseau. Les N vecteurs-courants i, à NQ composantes, observés en alimentant successivement les N capteurs forment une matrice $\mathbf{I}$ d'ordre $NQ \times N$:

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}\mathbf{V} \tag{32}$$

$\mathbf{V}$ étant une matrice de même ordre, dans laquelle chacune des N colonnes contient un seul élément non nul représentant une tension unité appliquée à l'un des capteurs.

Pour une source dans la direction (θ,ϕ) (θ : angle compté par rapport à l'axe Oz), on obtient en définitive :

$$\begin{aligned} y_{SA}^T &= \sin\theta.\varepsilon^T\mathbf{I} = \sin\theta.\varepsilon^T\mathbf{Y}\mathbf{V} \\ \Longrightarrow \quad y_{SA}^* y_{SA}^T &= \sin^2\theta.\mathbf{V}^{\dagger}\mathbf{Y}^{\dagger}\varepsilon^*\varepsilon^T\mathbf{Y}\mathbf{V} \end{aligned} \tag{33}$$

formules dans lesquelles ε est un vecteur-colonne à NQ composantes de la forme $e^{j\psi_i}$, ψ_i étant le déphasage de propagation relatif au segment de rang i, $i \in [1,\dots NQ]$, pour la direction (θ,ϕ).

Si les capteurs étaient *ponctuels* (d'où $Q=1$), *identiques et sans couplages mutuels*, on aurait : $\mathbf{Y} = \mathbf{V} = \mathbb{1}$ (matrice identité) $\Longrightarrow y_{SA} = \sin\theta.\varepsilon$

La référence-signal, caractérisée par le vecteur y_{SA}, est alors décrite simplement par les déphasages de propagation.

CONCLUSION

Le principal enseignement à tirer de cette étude est, sans doute, qu'en matière de traitement optimal d'antenne, la détermination des éléments du *filtre multipolaire à paramètres angulaires caractérisant l'antenne* (et tenant compte des couplages entre capteurs) est une étape essentielle. De là découlent les définitions de la *référence-signal* relative à une direction spatiale et de *l'impédance interne du réseau du capteurs*, dont la connaissance est nécessaire pour ajuster les paramètres d'optimisation, lorsque celle-ci est réalisée au moyen d'un filtre à N entrées purement passif connecté directement aux N capteurs. De plus, dans l'hypothèse, souvent vérifiée, où le champ de bruit spatial est à corrélation augulaire microscopique, la modélisation précise de l'antenne permet d'*accéder à la référence bruit spatial seul par imagerie du champ de bruit.*

L'étude que nous avons présentée dans le cas de signaux quasimonochromatiques pourrait, sans complication majeure, être étendue au cas des signaux à large bande. La formule (29), qui définit les paramètres d'optimisation, est valide à toute fréquence.

Il suffirait donc, pour chaque cas particulier d'antenne, de préciser la dépendance de l'admittance de transfert y_{SA} et du coefficient K en fonction de la fréquence ; en outre, le champ de bruit serait caractérisé par une distribution normée $\mu(f)$, fonction de la fréquence, dont l'évaluation exigerait une *imagerie spatiale et spectrale*.

Le détail de la méthode matricielle permettant de calculer numériquement les paramètres du filtre équivalent à l'antenne sera prochainement publié dans les Annales des Télécommunications.

Les auteurs expriment leur gratitude à la Sous-Commission Franco-Québécoise à la Recherche Scientifique et Technologique, dont le concours leur a permis de réaliser la synthèse de leurs travaux respectifs.

Ils remercient en outre Monsieur J.A. CUMMINS Professeur à l'Université LAVAL à QUEBEC, et Madame G. JOURDAIN, Maître-Assistant à l'I.N.P. de GRENOBLE, pour leur précieuse collaboration.

BIBLIOGRAPHIE

[1] MERMOZ H. - Elimination des brouilleurs par traitement optimal d'antenne.
Ann. Télécomm. 24, Juil-Août 1969, 282 - 293.

[2] MACCHI C., MACCHI O. - Détection optimale adaptative d'un signal vectoriel de temps d'arrivée inconnu.
Ann. Télécomm. 26, Sept-Oct 1971, 363 - 370.

[3] ARQUES P.Y. - Détection, estimation et performances de signaux certains de date d'arrivée et de direction inconnus.
Ann. Télécomm. 26, Sept-Oct 1971, 371 - 380.

[4] MUNIER J., TURCAT C. - L'estimation linéaire de paramètres à la sortie d'un filtre aléatoire non-homogène.
Colloque CNFRS, Paris, Févr. 1975 (à paraître dans Ann. Télécomm).

[5] DELISLE G.Y., CUMMINS J.A., SANZGIRI S.M. - Optimum processing of antenna array signals in the presence of discrete noise sources.
IEEE Trans. EMC-16, may 1974, 98 - 105.

[6] HARRINGTON R.F. - Field computation by moment methods (McMILLAN, New-York, 1968).

[7] CHENG D.K. - Optimization techniques for antenna arrays.
Proc. IEEE, 59, Dec 1971, 1664 - 1674.

[8] GANTMACHER F.R. - Théorie des matrices (DUNOD, Paris, 1966).

[9] DELISLE G.Y., CUMMINS J.A. - Mutual coupling in the signal-to-noise ratio optimization of antenna arrays.
IEEE Trans. EMC 15, May 1973, 38 - 44.