

COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

NICE du 16 au 21 JUIN 75



DETECTION PASSIVE DE SOURCES PONCTUELLES DANS UN BRUIT ISOTROPE *
PASSIVE DETECTION OF POINT SOURCES IN ISOTROPIC NOISE

Georges BIENVENU

Thomson-C.S.F. - Division des Activités Sous-Marines
06802 - Cagnes-sur-Mer - France

RESUME

On étudie le problème de la détection passive dans le cas où le champ de bruit est composé de signaux inconnus, parfaitement cohérents spatialement, émis par des sources ponctuelles et de bruit isotrope indépendant entre les capteurs de l'antenne. On montre que si l'on veut détecter dans une direction donnée, la présence éventuelle d'un signal, il ne faut pas, pour le problème de la détection, assimiler à du bruit les autres signaux qui ont des directions différentes, et qui sont donc des brouilleurs pour la direction observée : seul le bruit isotrope constitue effectivement du bruit. L'élimination des brouilleurs relève de la fonction d'ambiguïté spatiale. On déduit de ces considérations, un test basé sur une estimation de la densité spectrale du bruit isotrope. On présente enfin des résultats obtenus par simulation qui montrent l'efficacité de ce test.

SUMMARY

The problem of passive detection is studied in the case where the noise field is composed on one hand, of unknown signals which are emitted by point sources and perfectly coherent spatially, and on the other hand, of isotropic noises which are uncorrelated between sensors. It is shown that if one wants to detect the eventual presence of a signal in a given direction, one should not consider the interfering signals arriving from other directions as noise : for detection purposes, only isotropic noise is actually noise. The elimination of interfering noise sources depends on the spatial ambiguity function. One deduces from these observations a test based on an estimation of the isotropic noise spectral density. Finally, one presents the results which are obtained through simulation and which show the efficiency of the test.

* Etude financée par la Direction des Recherches et Moyens d'Essais, Paris (France)



1. - INTRODUCTION.

Le but du sonar passif est de détecter la présence éventuelle de bâtiments en utilisant les bruits que ces derniers émettent. Donc, comme dans tout problème de détection, il faut chercher un contraste : contraste entre la présence et l'absence de signal. La difficulté réside dans le fait que l'on ne connaît rien des bruits émis, sinon qu'ils proviennent chacun d'une source unique suffisamment éloignée pour que l'on puisse considérer qu'ils produisent des signaux identiques à un temps de retard près sur les capteurs de l'antenne de réception du sonar [1]. Cette cohérence spatiale est la seule information qui distinguera un signal du bruit de mer. On suppose de plus que ce dernier est statistiquement indépendant des signaux à détecter, qui sont eux-mêmes statistiquement indépendants entre eux.

Il s'agit donc au moyen des signaux $x_k(t)$ reçus sur les K capteurs de l'antenne, de dire s'il y a présence d'un signal dans telle direction. Comme il peut y avoir plusieurs signaux à détecter, et que de plus on désire connaître leurs angles d'arrivée, on est amené à calculer pour chaque direction la probabilité de présence d'un signal dont on ignore la forme temporelle mais qui a précisément cette direction. Dans les zones où il y a détection, les angles des sources sont estimés par les valeurs qui coïncident avec les maxima du test de détection. Cette procédure est directement liée à la théorie du rapport de vraisemblance généralisé [2].

Si l'on caractérise par une loi de probabilité l'ensemble des signaux reçus hormis le signal inconnu $s(t)$ de direction inconnue $\vec{\alpha}$ qui est le signal à détecter, le rapport de vraisemblance généralisé s'écrit [3] :

$$L = \frac{\text{Max}_{s(t), \vec{\alpha}} p[\vec{X}(t) | s(t), \vec{\alpha}]}{p[\vec{X}(t) | 0]}$$

où $p[\vec{X}(t) | s(t), \vec{\alpha}]$ et $p[\vec{X}(t) | 0]$ sont les lois de probabilité de l'observation vectorielle $\vec{X}(t)$ (constituée des K signaux $x_k(t)$) respectivement en présence et en absence de signal. Les valeurs de $s(t)$ et de $\vec{\alpha}$ qui maximisent le numérateur de L sont les meilleures estimations au sens du maximum de vraisemblance de $s(t)$ et $\vec{\alpha}$. On voit que cette procédure est identique à celle qui consiste à calculer le test :

$$L(\vec{\alpha}) = \frac{\text{Max}_{s(t)} p[\vec{X}(t) | s(t), \vec{\alpha}]}{p[\vec{X}(t) | 0]}$$

pour chaque direction $\vec{\alpha}$ et de prendre ou non la décision de présence de signal dans la direction où $L(\vec{\alpha})$ est maximum.

Dans le cas où les lois de probabilités sont gaussiennes, on peut montrer [4] que le traitement obtenu pour $L(\vec{\alpha})$ se compose (figure 1) d'un traitement spatial (S), qui ne dépend pas du signal $s(t)$, mais uniquement de la direction de ce dernier et de la matrice de corrélation des bruits, suivi d'un traitement temporel (T) qui consiste en un test du maximum de vraisemblance généralisé sur un signal inconnu.

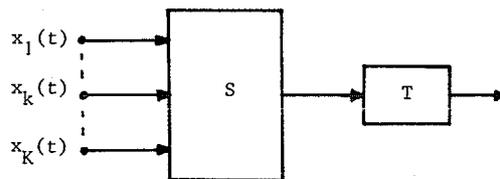


Figure 1

On peut montrer aussi [3] [4] [5], que l'on retrouve le même traitement spatial S pour la détection active en signal connu, pour la détection passive avec un signal gaussien ou caractérisé par sa densité spectrale, et pour les estimations au sens de Wiener ou du maximum de vraisemblance. Ce traitement spatial commun S peut être avantageusement défini [6] comme l'estimateur, au sens du maximum de vraisemblance ou des moindres carrés, d'un signal inconnu sauf en direction. On voit alors apparaître clairement la philosophie générale des traitements à partir d'une antenne :

- tout d'abord on épure le mieux possible le signal provenant éventuellement de la direction considérée en n'utilisant que les propriétés spatiales (on effectue la meilleure estimation)
- ensuite, on utilise les propriétés temporelles dont on dispose pour augmenter au mieux le contraste suivant le critère choisi.



2. - REFERENCE BRUIT SEUL.

En fait, en écoute passive, on ne connaît pas les caractéristiques des bruits, et en particulier si on peut les supposer gaussiens, on ne connaît pas leur matrice de corrélation :

$$R(t, \tau) = E [\vec{X}(t) \vec{X}^T(\tau)]$$

qui est de plus lentement non-stationnaire.

On peut alors faire appel à la notion d'adaptativité qui est en fait de la même veine que le rapport de vraisemblance généralisé : elle consiste à remplacer, lorsque cela est possible, ce que l'on ne connaît pas par une estimation, et dans notre cas c'est de $R(t, \tau)$ qu'il s'agit.

On a montré [7] que l'estimateur d'un signal inconnu sauf en direction, donc le traitement spatial commun, est réalisable adaptativement à partir de l'estimation de la matrice de corrélation des signaux reçus, y compris le signal à estimer. On appellera ce traitement l'antenne adaptative. Cependant, la sortie $\hat{s}(t)$ de cette antenne adaptative comprend le signal éventuel $s(t)$ et un bruit $b'(t)$ que l'on ne connaît pas et dont la densité spectrale est nécessaire pour réaliser le traitement T. Il faut en chercher une estimation : c'est le problème de la référence bruit seul [1].

Cependant, chercher une estimation de la densité spectrale de $b'(t)$ revient à chercher celle de la matrice de corrélation des bruits seuls sur les entrées. On peut alors penser à appliquer le rapport de vraisemblance généralisé en supposant $R(t, \tau)$ inconnue et stationnaire sur un temps de mesure fixé. On suppose que les signaux reçus sont échantillonnés et on se donne une série d'échantillons vectoriels de longueur donnée que l'on suppose indépendants. Dans ces conditions, on peut montrer que le test obtenu donne toujours présence de signal (ou absence, ce qui revient au même).

Cet échec conduit à penser qu'il est impossible d'obtenir une estimation de la densité spectrale de $b'(t)$. Cela provient du fait que les hypothèses de départ ne sont pas bonnes. En effet, lorsque l'on se fixe une direction d'observation, et que l'on cherche à savoir s'il y a un signal cohérent dans cette direction, on considère que les autres signaux constituent

du bruit, ce qui est vrai d'un point de vue estimation mais ce qui est faux d'un point de vue détection : on veut détecter tous les signaux spatialement cohérents, et tel signal qui est considéré comme bruit, lorsque sa direction est différente de celle d'observation, est considéré comme signal à détecter lorsque ces deux directions coïncident. Il s'agit là d'un problème d'ambiguïté.

Il faut donc distinguer les signaux cohérents spatialement et le bruit de fond. On a examiné le problème dans l'hypothèse où le champ de bruits est constitué d'un bruit isotrope, indépendant entre les capteurs, et de bruits provenant de sources ponctuelles. Le signal de sortie $\hat{s}(t)$ de l'antenne adaptative peut alors s'écrire :

$$\hat{s}(t) = s(t) + b_R(t) + b(t)$$

expression dans laquelle on a décomposé $b'(t)$ en un terme $b(t)$ qui est la contribution du bruit isotrope et un terme $b_R(t)$ qui est la contribution de l'ensemble des signaux de directions différentes de celle d'observation. $b_R(t)$ est un terme signal dû à l'ambiguïté angulaire du système, et il ne peut, du point de vue de la détection, être assimilé à du bruit de même qu'en détection active un lobe secondaire du signal ne peut être considéré comme du bruit.

La ligne de conduite que l'on peut tirer des considérations précédentes pour la détection passive est alors la suivante :

- a) Pour chaque direction d'observation, il faut obtenir une version la plus épurée possible du signal qui provient éventuellement de la direction considérée, et cela par filtrage spatial puisque l'on ne connaît rien a priori des propriétés temporelles des signaux. C'est la philosophie du filtrage spatial commun. Elle est obtenue par l'antenne adaptative.
- b) On est alors ramené au problème de la détection temporelle d'un signal inconnu $s(t)$ dans un bruit inconnu $b(t)$, en présence d'un résidu d'ambiguïté $b_R(t)$ contre lequel on ne peut plus rien et que donc on ignore. Si l'on connaissait la densité spectrale $\gamma_b(f)$ de $b(t)$, un test de détection peut être obtenu par le rapport de vraisemblance généralisé. On obtient :



$$\Lambda' = \int \frac{\gamma_s(f)}{\gamma_b(f)} df$$

où $\gamma_s(f)$ est la densité spectrale $\hat{s}(t)$.

On peut montrer (§3) qu'il est possible d'obtenir une estimation $\hat{\sigma}(f)$ de la densité spectrale du bruit isotrope sur les capteurs. On en déduit alors une estimation $\hat{\gamma}_b(f)$ de $\gamma_b(f)$ puisque l'on connaît le vecteur de filtrage de l'antenne adaptative.

On propose donc comme test en passif :

$$\Lambda = \int \frac{\gamma_s(f)}{\hat{\gamma}_b(f)} df$$

Le schéma de traitement obtenu alors est présenté sur la figure 2 :

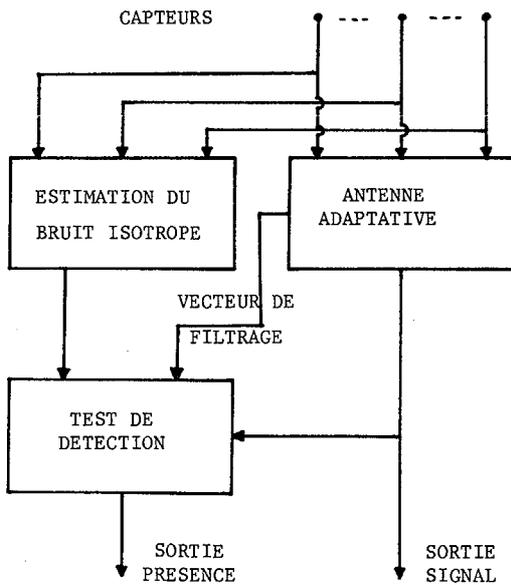


Figure 2

Il faut noter que l'application du test Λ revient à faire une hypothèse supplémentaire qui porte sur la nature du bruit : on suppose que la matrice des densités spectrales des signaux qu'il crée sur les capteurs, s'écrit :

$$\sigma(f)I$$

I est la matrice unité et $\sigma(f)$ est inconnue.

3. - ESTIMATION DE LA DENSITE SPECTRALE DU BRUIT ISOTROPE.

Avec les hypothèses qui ont été faites, la matrice des densités spectrales des signaux reçus sur les capteurs s'écrit :

$$\Gamma(f) = \sigma(f)I + \sum_{p=1}^P \gamma_{S_p}(f) \vec{D}_p(f) \vec{D}_p^+(f)$$

$\gamma_{S_p}(f)$ est la densité spectrale du p ième signal cohérent, et $\vec{D}_p(f)$ son vecteur direction ($\vec{D}_p^+(f)$ est le transposé conjugué de $\vec{D}_p(f)$)

$$\vec{D}_p^+(f) = [e^{-2\pi j f \tau_{p1}}, \dots, e^{-2\pi j f \tau_{pk}}, \dots, e^{-2\pi j f \tau_{pK}}]$$

où τ_{pk} est le retard du p ième signal sur le capteur k par rapport à une référence commune.

On suppose que le nombre P des signaux cohérents est inférieur à celui des capteurs. $\sigma(f)$ est donc la plus petite valeur propre de la matrice $\Gamma(f)$.

On ne connaît pas la matrice $\Gamma(f)$, mais on peut disposer d'une série d'échantillons vectoriels $\vec{X}_n(f)$ dont les composantes sont les transformées de Fourier sur un intervalle de temps limité des signaux d'entrée. Si l'on suppose ces vecteurs indépendants entre eux et gaussiens centrés, donc de loi de probabilité (on omet la fréquence f) :

$$P[\{\vec{X}_n\}_N] = (2\pi)^{-\frac{N}{2}} |\Gamma^{-1}|^{\frac{N}{2}} \exp(-\frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \vec{X}_n^+ \Gamma^{-1} \vec{X}_n)$$

on peut chercher la meilleure estimation au sens du maximum de vraisemblance des valeurs propres de $\Gamma(f)$ ($|\Gamma|$ déterminant de Γ). Γ étant définie positive, il existe une matrice orthogonale Q telle que :

$$\Gamma = Q \Lambda Q^+$$

où Λ est la forme diagonale de Γ . On a donc :

$$|\Gamma^{-1}| = |\Lambda^{-1}| |Q Q^+| = \prod_i \lambda_i^{-1} \lambda_i^+$$

où λ_i est valeur propre de Γ et λ_i^+ de $Q Q^+$. On peut voir que :

$$\lambda_i^+ = \vec{V}_i^+ \vec{V}_i$$

où \vec{V}_i est vecteur propre de Γ .

On obtient en prenant le logarithme de

$$P[\{\vec{X}_n\}_N]:$$

$$L[\{\vec{X}_n\}_N] = -\frac{N}{2} \text{Log } 2\pi + \frac{N}{2} \sum_i \text{Log}(\vec{V}_i^+ \vec{V}_i \lambda_i^{-1})$$

$$- \frac{1}{2} \sum_n \vec{X}_n^+ Q \Lambda^{-1} Q^+ \vec{X}_n$$

La meilleure estimation $\hat{\lambda}_i$ de λ_i est égale à la valeur de λ_i qui maximise cette expression, soit :

$$\frac{\partial L[\{\vec{X}_n\}_N]}{\partial \lambda_i} \Big|_{\lambda_i = \hat{\lambda}_i} = 0 = -\frac{N}{2} \frac{\vec{V}_i^+ \vec{V}_i}{\lambda_i^2} + \frac{1}{2} \frac{\sum_n \vec{X}_n^+ \vec{V}_i \vec{V}_i^+ \vec{X}_n}{\lambda_i^2}$$



En remarquant que $\vec{V}_i^+ \vec{V}_i = 1$, on obtient :

$$\hat{\lambda}_i = \vec{V}_i^+ \left(\frac{1}{N} \sum_n \vec{X}_n \vec{X}_n^+ \right) \vec{V}_i$$

La meilleure estimation \vec{V}_i de \vec{V}_i est obtenue en annulant le gradient de $L[\{\vec{X}_n\}_N]$ par rapport à \vec{V}_i . On trouve :

$$\frac{N}{\vec{V}_i^+ \vec{V}_i} \vec{V}_i - \sum_n \frac{\vec{X}_n \vec{X}_n^+ \vec{V}_i}{\lambda_i} = 0$$

soit :

$$\lambda_i \vec{V}_i = \left(\frac{1}{N} \sum_n \vec{X}_n \vec{X}_n^+ \right) \vec{V}_i$$

$\hat{\lambda}_i$ et \vec{V}_i sont donc donnés par le couple d'équations :

$$\begin{cases} \hat{\lambda}_i \vec{V}_i = \left(\frac{1}{N} \sum_n \vec{X}_n \vec{X}_n^+ \right) \vec{V}_i \\ \hat{\lambda}_i = \vec{V}_i^+ \left(\frac{1}{N} \sum_n \vec{X}_n \vec{X}_n^+ \right) \vec{V}_i \end{cases}$$

Ce sont donc les valeurs propres et les vecteurs propres de la meilleure estimation de Γ :

$$\hat{\Gamma} = \frac{1}{N} \sum_n \vec{X}_n \vec{X}_n^+$$

Pour obtenir le vecteur propre $\vec{H}(f)$ qui correspond à la valeur propre minimum $\hat{\sigma}(f)$ de $\hat{\Gamma}(f)$, il suffit de chercher un vecteur qui minimise :

$$\vec{H}^+ (f) \hat{\Gamma}(f) \vec{H}(f)$$

avec la contrainte :

$$\vec{H}^+ (f) \vec{H}(f) = 1.$$

En effet, en utilisant la méthode de Lagrange, $\vec{H}(f)$ doit être tel qu'il minimise :

$$J = \vec{H}^+ (f) \hat{\Gamma}(f) \vec{H}(f) - \lambda \vec{H}^+ (f) \vec{H}(f)$$

On trouve en annulant le gradient de J par rapport à $\vec{H}(f)$:

$$\hat{\Gamma}(f) \vec{H}(f) = \lambda \vec{H}(f)$$

λ est obtenu en écrivant que $\vec{H}(f)$ satisfait la contrainte, soit :

$$\lambda = \vec{H}^+ \hat{\Gamma}(f) \vec{H}(f)$$

qui est la valeur propre minimum de $\hat{\Gamma}(f)$.

$\vec{H}(f)$ est donc un vecteur de filtrage qui, appliqué aux signaux reçus, élimine au mieux tous les signaux cohérents spatialement. Il peut être calculé par l'algorithme :

$$\begin{cases} \vec{H}_{n+1}^+ (f) = \vec{H}_n^+ (f) - \epsilon \hat{\Gamma}(f) \vec{H}_n^+ (f) \\ \vec{H}_{n+1} (f) = \vec{H}_{n+1}^+ (f) \left[\vec{H}_{n+1}^+ (f) \vec{H}_{n+1} (f) \right]^{-1/2} \end{cases}$$

On peut montrer que cet algorithme converge

si :

$$0 < \epsilon < \frac{1}{\lambda_M}$$

où λ_M est la valeur propre maximum de $\hat{\Gamma}(f)$. On peut trouver une borne pour ϵ en utilisant la trace de $\hat{\Gamma}(f)$.

CONCLUSION : EFFICACITE DU TEST A.

Il faut noter que, pour les hypothèses choisies, le test A est asymptotiquement optimum. En effet, si l'on dispose d'un temps d'observation infini, on obtient d'une part avec l'antenne adaptative une estimation parfaite de la meilleure estimation du signal par le maximum de vraisemblance, et d'autre part, une estimation parfaite de $\sigma(f)$.

L'efficacité du test a été appréciée qualitativement à bande étroite (100 Hz autour de 3000 Hz) par des résultats de simulation sur ordinateur. Pour éviter l'estimation de $\Gamma(f)$, on a remplacé $\hat{\Gamma}(f)$ dans l'algorithme de calcul de $\vec{H}(f)$ par une estimation instantanée : $\vec{X}_n^+ (f) \vec{X}_n (f)$.

L'antenne simulée est linéaire et comporte 10 capteurs équidistants ($\lambda/2$ à 4,6 kHz). Quatre champs de bruit ont été traités. Ils contiennent tous du bruit isotrope et deux signaux dont les niveaux (N_1) par rapport au bruit isotrope, et le gisement par rapport à la normale à l'antenne, sont indiqués sur les figures 3(a), 3(b), 3(c) et 3(d). Ces dernières présentent, en fonction du gisement, les racines carrées du test A et, pour comparaison, des densités spectrales des antennes classique et adaptative, normalisées par celle du bruit isotrope. On a porté de plus pour le test A^{1/2} et l'antenne adaptative, les courbes asymptotiques, théoriques, obtenues en supposant $\Gamma(f)$ connue.

On constate que le test A apporte, par rapport aux deux autres traitements, une nette amélioration du pouvoir séparateur angulaire.

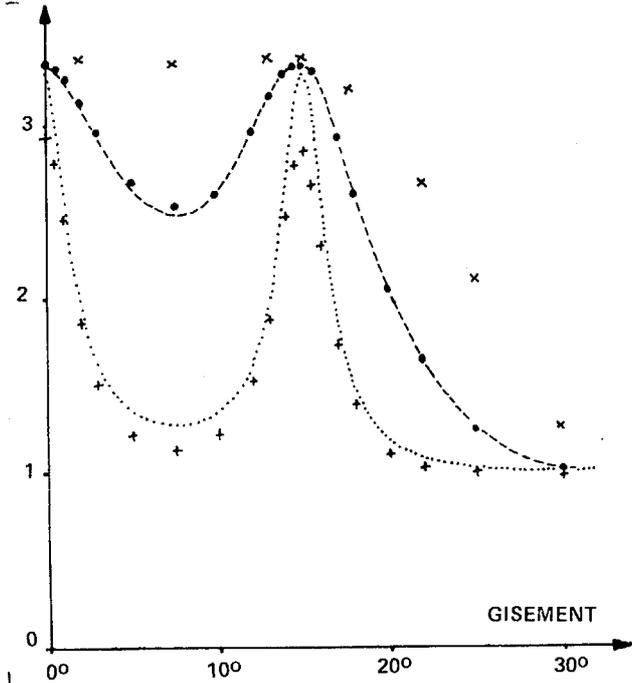
Bibliographie

- [1] H. MERMOZ "Antennes de détection optimales et adaptatives. Théorie et application". Collection Scientifique et Technique du CNET - 1971.
- [2] VAN TREES "Detection, Estimation and Modulation Theory". Part 1, J. Wiley and Sons, New-York.

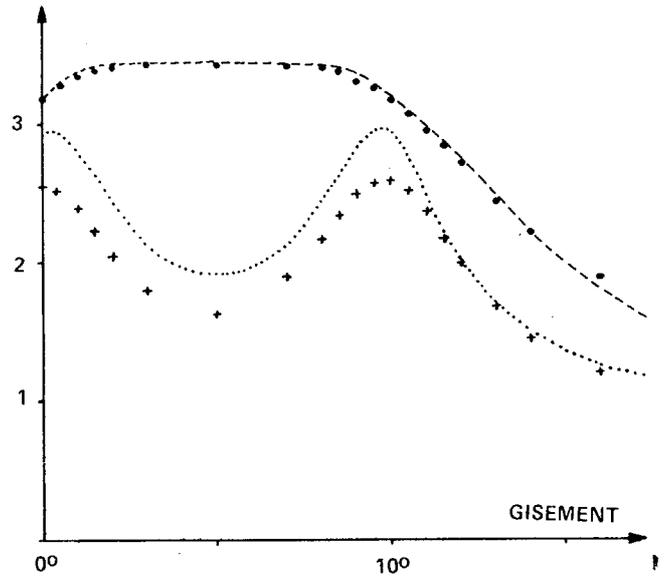


- [3] E.J. KELLY, M.J. LEVIN "Signal parameter estimation for seismometer arrays". Lincoln Laboratory Techn. Report 339, January 8, 1964.
- [4] H.L. VAN TREES "Optimum processing for passive sonar arrays" Ocean Electronics Symposium, Honolulu, Hawaiï, August 1966.
- [5] H. COX "Interrelated problems in estimation and

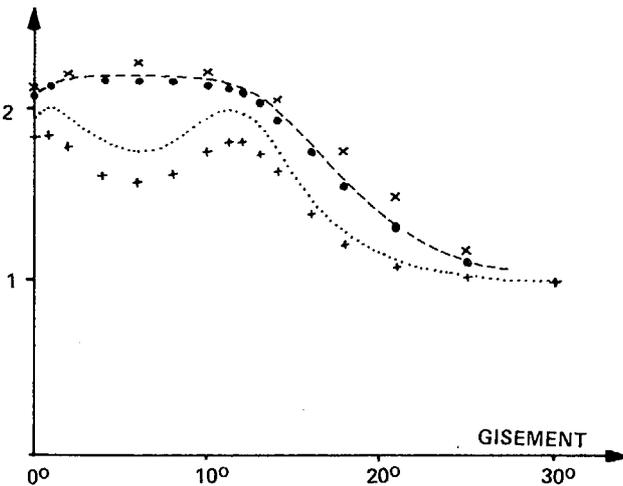
- detection" NATO Adv. Study Inst. on Signal Processing. Enschede. The Netherlands, August 1968.
- [6] G. BIENVENU "Contribution à l'écoute passive : traitement spatial adaptatif à large bande. Thèse de Docteur-Ingénieur, Faculté d'Orsay, Avril 1973.
- [7] J. CAPON "High-resolution frequency wavenumber spectrum analysis" Proc. of the IEEE, vol. 54, n° 8, p. 1408-1418, August 1969.



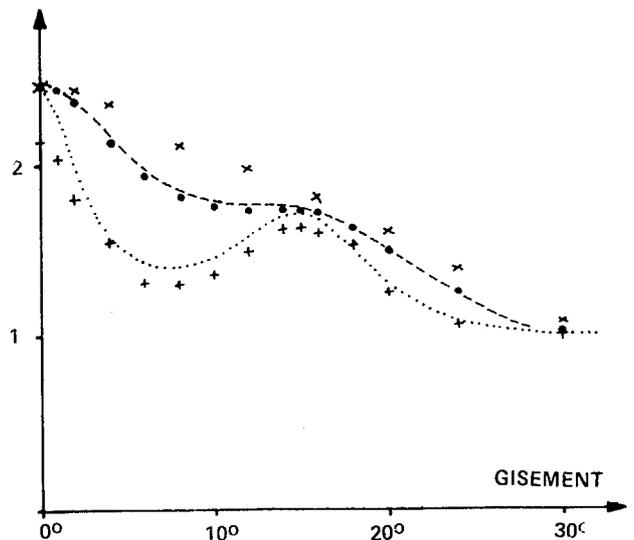
(a) Un signal à 0° (3 kHz, $N_1 = 0$ dB) et un signal à 15° (3,03 kHz, $N_2 = 0$ dB)



(c) Un signal à 0° (3 kHz, $N_1 = 0$ dB) et un signal à 10° (3,03 kHz, $N_2 = 0$ dB)



(b) Un signal à 0° (3 kHz, $N_1 = -5$ dB) et un signal à 12° (3,03 kHz, $N_2 = -5$ dB)



(d) Un signal à 0° (3 kHz, $N_1 = -3$ dB) et un signal à 15° (3,03 kHz, $N_2 = -7$ dB)

Figure 3 : Résultats de simulation pour des champs de bruit composés de deux signaux et de bruit isotrope.

Test $\Lambda^{1/2}$: + point expérimental Antenne adaptative : • point expérimental
 ... courbe théorique --- courbe théorique

Antenne classique : x point expérimental