

# COLLOQUE NATIONAL SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS



NICE du 16 au 21 JUIN 75

APPLICATION A L'ETUDE DE L'IONOSPHERE DE L'OPTIMISATION DU CODAGE DANS LE  
CALCUL DES FONCTIONS DE CORRELATION  
APPLICATION TO THE STUDY OF IONOSPHERE OF THE CODING OPTIMISATION IN  
COMPUTATION OF CORRELATION FUNCTIONS

Bernard CHABERT )  
Jacques MAX ) LETI-MCTE CEN-G  
D. VIDAL-MADJAR CNET-CRPE

Centre d'Etudes Nucléaires de Grenoble, B.P. 85, Centre de Tri, 38041 GRENOBLE CEDEX

## RESUME

L'étude de l'ionosphère par sondeur à diffusion incohérente, est basée sur la connaissance du spectre du signal diffusé. Le rapport signal/bruit du signal à analyser est très faible et le calcul est effectué sur une durée relativement longue afin d'obtenir une précision suffisante sur le spectre.

La méthode numérique la plus simple consiste à calculer la fonction de corrélation et ensuite à calculer la densité spectrale énergétique par transformation de Fourier. Une étude de précision dans le calcul des fonctions de corrélation en fonction du codage utilisé conduit à une optimisation de celui-ci. Les résultats obtenus permettent alors d'utiliser une quantification à 7 niveaux (2 bits + signe) après adjonction de bruits auxiliaires de type particulier. Dans ce cas l'erreur d'estimation due à la quantification est du même ordre de grandeur que l'erreur d'estimation due au temps d'intégration.

Cette étude a conduit à la réalisation d'un corrélateur multibit à large bande (COMULAB 16) dont la fréquence d'échantillonnage atteint 16 MHz.

## SUMMARY

The study of ionosphere by incoherent scatter is based upon the knowledge of the spectrum of the scattered signal. The signal/noise ratio of the signal to be analysed is very small, and computation is realised in a relatively long time in order to obtain a good accuracy on the spectrum.

The easier numerical method is to compute the correlation function and then compute the power spectral density through Fourier transform. A study of accuracy in the computation of correlation functions versus the coding used leads to an optimisation of this last. The results obtained allow to use then a quantization with 7 levels (2 bits plus sign) after adding particular auxiliary noises. In this case the estimation error introduced by the quantization is of the same order as one introduced by finite-time integration.

This study has come to the realisation of a wide band multibit correlator (COMULAB 16) whose the sample frequency reaches 16 MHz.



## I - INTRODUCTION

Nous allons décrire rapidement une expérience dont le but est l'étude de l'ionosphère par sondeur à diffusion incohérente. Cette expérience est mise en oeuvre par le CRPE (Centre de Recherches en Physique de l'Environnement), collaboration entre l'INAG et le CNET.

Le signal, dont on désire reconnaître la densité spectrale énergétique, est reçu avec une puissance très faible et son étendue fréquentielle est grande : la méthode par corrélation numérique a donc été envisagée afin de travailler en temps réel sur un échantillon long du signal.

Nous résumerons les résultats obtenus sur la précision dans le calcul des fonctions de corrélation et nous en déduirons une optimisation du codage. Enfin, nous décrirons rapidement le corrélateur multibit à large bande (COMULAB 16) qui a été construit au LETI pour cette expérience.

## II - DESCRIPTION DE L'EXPERIENCE

Une onde pure à 935 MHz est émise verticalement (à la station de St Santin dans le Cantal). Cette onde est diffusée par les fluctuations de densité électro-nique du plasma ionosphérique. Trois antennes (Nançay, St Cassien et Mende) permettent la réception de l'onde diffusée dans la direction de chaque station de réception et provenant du volume d'intersection des lobes d'émission et de réception (figure 1).

Le signal reçu est un bruit gaussien noyé dans un bruit de fond lui-même gaussien. Le spectre du signal à étudier se compose de deux parties distinctes, l'une appelée spectre ionique, l'autre raie de plasma. Le corrélateur qui sera décrit ici, est destiné à l'étude de ces raies de plasma situées autour de la fréquence d'émission, à une distance variant approximativement de 4 à 10 MHz. La largeur des raies variant de quelques kHz à plusieurs centaines de kHz. Les grandeurs intéressantes sont : la position de la raie, sa largeur et sa puissance.

Pour extraire ce signal utile noyé dans un bruit important, l'émetteur émet alternativement à deux fréquences  $F_A$  et  $F_B$  distantes de 1,5 MHz. L'analyse des deux ondes diffusées provenant des fréquences  $F_A$  et  $F_B$  donne deux spectres  $S_A$  et  $S_B$  (figure 2), ce qui permet d'avoir le spectre du bruit de fond à chaque fréquence et donc, par soustraction, d'éliminer ce bruit de fond et d'atteindre la puissance des raies.

## III - ERREURS DANS LE CALCUL DES FONCTIONS DE CORRELATION [1] [2]

Les erreurs qui interviennent dans le calcul des fonctions de corrélation sont :

- l'erreur d'estimation due au temps d'intégration fini
- l'erreur due à la méthode de corrélation utilisée.

### III - 1. Erreur d'estimation due au temps d'intégration fini

Le signal temporel étant à support borné, nous calculons une estimation de la fonction de corrélation. La variance de cet estimateur, dans le cas d'un signal gaussien, et pour le premier point de la fonction d'autocorrélation, est :

$$\text{variance } [C_{XX}(0, T)] = \frac{C_{XX}^2(0)}{BT}$$

soit une erreur relative  $\epsilon_1 = \frac{1}{\sqrt{BT}}$

### III - 2. Erreur due à la méthode de corrélation

#### III - 2.1. Corrélateur numérique (fig. 3)

L'erreur commise avec un tel corrélateur est un biais dont la valeur approchée, dans le cas d'un signal gaussien, est :

$$\Delta C(\tau) \approx \frac{q^2}{12} \exp \left\{ -\frac{4\pi^2\sigma^2}{q^2} [1 - \rho(\tau)] \right\}$$

où :  $\sigma^2$  est la variance du signal gaussien

$q$  le pas de quantification

et  $\rho(\tau)$  la fonction de corrélation normée.

Pour le premier point de la fonction d'autocorrélation, l'erreur relative est donc :

$$\epsilon_2(0) \approx \frac{1}{12} \left( \frac{q}{\sigma} \right)^2$$



APPLICATION A L'ETUDE DE L'IONOSPHERE DE L'OPTIMISATION DU CODAGE DANS  
LE CALCUL DES FONCTIONS DE CORRELATION

III - 2.2. Corrélateur numérique avec addition de bruits  
auxiliaires sur les deux voies (fig. 4)

Nous rappelons rapidement que les bruits doivent satisfaire aux conditions suivantes [3] :

- 1) Etre contrés
- 2) Etre indépendants entre eux et indépendants des signaux d'entrée (au sens des probabilités)
- 3) Avoir des fonctions caractéristiques qui s'annulent aux points d'abscisse  $\frac{2k\pi}{q}$  (où  $q$  est le pas de quantification).

Un bruit particulier satisfaisant à ces conditions est un bruit dont la densité de probabilité est uniforme entre  $-\frac{q}{2}$  et  $\frac{q}{2}$

Dans un tel corrélateur, l'expression de l'erreur est plus complexe mais dans le cas de signaux gaussiens, l'erreur relative est :

$$\varepsilon_3(\tau) \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \left\{ \frac{q^2}{3\sigma^2} + \frac{q^4}{36\sigma^4} + \left[ 8\rho^2(\tau) - \frac{q^2}{2\pi^2\sigma^2} - \frac{q^4}{6\pi^2\sigma^4} \right] e^{-2\pi^2 \frac{\sigma^2}{q^2} \tau^2} + \frac{q^4}{\pi^2\sigma^4} \operatorname{sh} \left[ 4\pi^2 \frac{\sigma^2}{q^2} \rho(\tau) \right] e^{-4\pi^2 \frac{\sigma^2}{q^2} \tau^2} \right\}^{1/2}$$

soit pour le premier point de la fonction d'autocorrélation :

$$\varepsilon_3(0) \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \left\{ \frac{q^2}{3\sigma^2} \left( 1 + \frac{q^2}{12\sigma^2} \right) + \left[ 8 - \frac{q^2}{2\pi^2\sigma^2} \left( 1 + \frac{q^2}{3\sigma^2} \right) \right] e^{-2\pi^2 \frac{\sigma^2}{q^2}} + \frac{q^4}{2\pi^2\sigma^4} \left[ 1 - e^{-8\pi^2 \frac{\sigma^2}{q^2}} \right] \right\}^{1/2}$$

Si  $\frac{q}{\sigma} \ll 1$  on peut écrire :

$$\varepsilon_5(0) \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \left[ \frac{q^2}{3\sigma^2} + \frac{q^4}{2\sigma^4} \left( \frac{1}{18} + \frac{1}{\pi^2} \right) \right]^{1/2}$$

La figure 5 rassemble les courbes des différentes erreurs dues à la méthode de corrélation, en fonction du codage utilisé.

IV - INFLUENCES DES ERREURS DES FONCTIONS DE CORRELATION  
SUR LA DENSITE SPECTRALE ENERGETIQUE

IV - 1. Influence de l'erreur d'estimation due au temps  
d'intégration fini [5] [6]

L'erreur d'estimation de la densité spectrale due

au temps d'intégration fini est, en valeur relative :

$$\varepsilon_s = \frac{1}{\sqrt{T\Delta\nu}}$$

où :  $T$  est le temps d'intégration fini et  $\Delta\nu$  la largeur du filtre équivalent.

On a :  $\Delta\nu = \frac{1}{2n\Delta\tau} = \frac{B}{n}$  ( $\Delta\tau = \frac{1}{2B}$  = période d'échantillonnage)

$$\text{Soit } \varepsilon_s \ll \frac{1,6}{\sqrt{BT}} \sqrt{n}$$

$$\text{d'où } \varepsilon_s = \sqrt{n} \varepsilon_1$$

$\varepsilon_1$  étant l'erreur d'estimation de la fonction de corrélation.

IV - 2. Influence des erreurs dues à la méthode de corrélation [1] [2]

Cette influence est difficile à exprimer quelle que soit la méthode utilisée. En résumé : dans le cas du corrélateur numérique l'erreur sur le spectre est biaisée et dépend de la forme du spectre. Dans le cas des corrélateurs avec adjonction de bruits, l'étude théorique est très complexe et nous présentons sur la fig. 6 les résultats des simulations effectuées par F. BOUREUX<sup>(1)</sup>

V - DESCRIPTION DU CORRELATEUR MULTIBIT A LARGE BANDE

V - 1. Choix de la méthode de corrélation

Nous allons comparer l'erreur d'estimation due au temps d'intégration fini à l'erreur d'estimation due à la méthode de corrélation avec le même nombre d'échantillons. Sur la fig. 7 sont tracées :

- la courbe de l'erreur  $\varepsilon_1$  due au temps d'intégration dans le cas d'un échantillonnage à Shannon
- la courbe de l'erreur  $\varepsilon_2$  due à un corrélateur numérique quantifiant à 8 bits (c'est un biais)
- la courbe de l'erreur  $\varepsilon_3$  due à un corrélateur avec adjonction de bruits auxiliaires quantifiant à 2 bits + signe soit 7 niveaux.

Nous remarquons que l'erreur  $\varepsilon_3$  est inférieure à l'erreur  $\varepsilon_1$  quel que soit le temps d'intégration. Un corrélateur avec addition de bruits auxiliaires et quantifiant à 2 bits + signe semble donc être celui utilisant un codage optimum pour l'analyse des signaux gaussiens.

V - 2. Corrélateur COMULAB 16 [6]

Ce corrélateur utilise sous le principe de



APPLICATION A L'ETUDE DE L'IONOSPHERE DE L'OPTIMISATION DU CODAGE  
DANS LE CALCUL DES FONCTIONS DE CORRELATION

l'addition de bruits auxiliaires sur les deux voies et un codage à 7 niveaux. La fréquence d'échantillonnage maximum peut atteindre 16 MHz. La fonction de corrélation est calculée sur 256 points avec possibilité d'extension jusqu'à 1024 points. La figure 8 montre le schéma synoptique de ce corrélateur.

Pour chacun des points calculés, nous avons un multiplieur suivi d'un intégrateur de 16 bits fonctionnant à une fréquence de 16 MHz. Ces 16 bits de chacun des points sont multiplexés et une post-intégration est effectuée séquentiellement à une fréquence maximum de l'ordre de 1 MHz. Les résultats sont stockés dans une mémoire de 256 mots de 32 bits. Le corrélateur est piloté par un petit calculateur qui envoie les ordres de Marche et d'Arrêt. La fonction de corrélation est ensuite lue par le calculateur.

La transformée de Fourier de la fonction de corrélation est alors effectuée par le calculateur.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] F. BOUREUX  
"Contribution à l'étude des erreurs dans l'analyse spectrale par corrélation"  
- Thèse de Docteur-Ingénieur  
Université de Grenoble - 1973
- [2] J. MAX  
"Erreurs dans les mesures de fonctions de corrélations et densités spectrales"  
- Note LETI 73.723 MCTE-1973
- [3] W. KOFMAN, S. CHAUDOURNE  
"Etude d'un corrélateur utilisant deux sources de bruits auxiliaires"  
- Note technique LETI/MCTE N° 725-1971
- [4] J.M. FAUQUE  
"Etude et réalisation d'un transformateur de Fourier"  
- Thèse de Docteur-Ingénieur  
Faculté de Grenoble - 1970
- [5] J. MAX, B. ESCUDIE, A. HELLION  
"Etude de la précision des procédés expérimentaux actuels de calcul des densités spectrales énergétiques et des fonctions de corrélation"  
- Annales des Télécommunications  
1971 T.26 N° 7
- [6] B. CHABERT, P. DUTANG, G. SANCHEZ  
"COMULAB 16 - Corrélateur multibit à large bande (16 MHz)"  
- Note technique LETI/MCTE N° 1045-1974



APPLICATION A L'ETUDE DE L'IONOSPHERE DE L'OPTIMISATION DU CODAGE DANS LE  
 CALCUL DES FONCTIONS DE CORRELATION  
 APPLICATION TO THE STUDY OF IONOSPHERE OF THE CODING OPTIMISATION IN  
 COMPUTATION OF CORRELATION FUNCTIONS

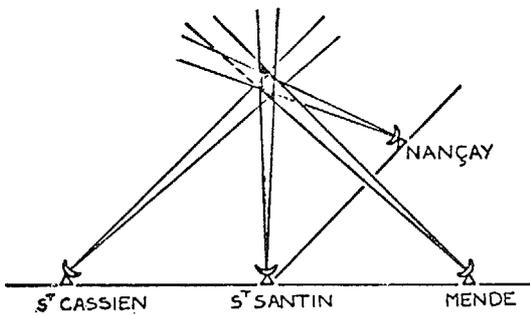


Fig. 1. PRINCIPLE DU SONDEUR A DIFFUSION INCOHERENTE

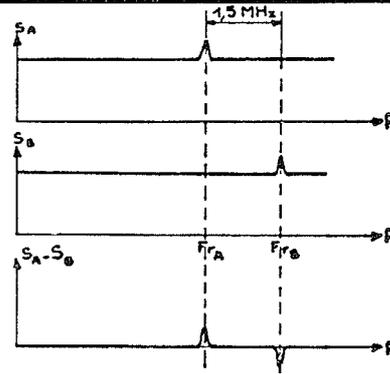
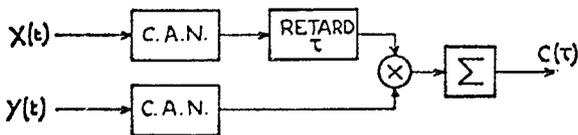


Fig. 2. SPECTRES DES ONDES DIFFUSEES



$$\Delta C(\tau) \approx \frac{q^2}{12} \exp\left\{-\frac{4\pi^2 \sigma^2}{q^2} [1 - \rho(\tau)]\right\}$$

$$E_2(0) = \frac{1}{12} \frac{q^2}{\sigma^2}$$

Fig. 3. CORRELATEUR NUMERIQUE

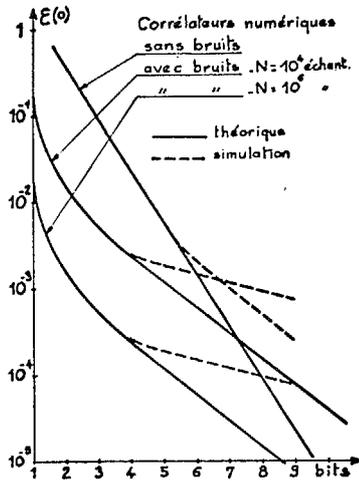
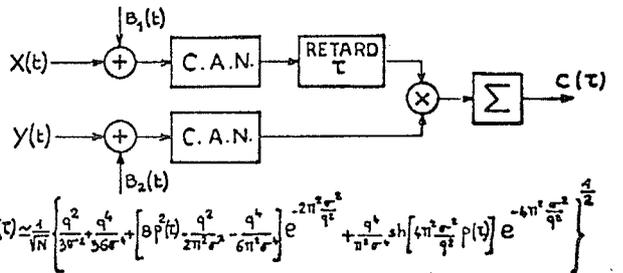


Fig. 5. ERREUR RELATIF SUR LE 1ER POINT DE CORRELATION



$$E_5(\tau) \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \left\{ \frac{q^2}{3\sigma^2} + \frac{q^4}{36\sigma^4} + \left[ B^2(f) \cdot \frac{q^2}{2\pi^2 \sigma^2} - \frac{q^4}{6\pi^4 \sigma^4} \right] e^{-\frac{2\pi^2 \sigma^2}{q^2}} + \frac{q^4}{\pi^4 \sigma^4} \text{sh} \left[ \frac{4\pi^2 \sigma^2}{q^2} \rho(\tau) \right] e^{-\frac{4\pi^2 \sigma^2}{q^2}} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Si } \frac{q}{\sigma} \leq 1 \quad E_5(0) \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \left\{ \frac{q^2}{3\sigma^2} + \frac{q^4}{2\sigma^4} \left( \frac{1}{18} + \frac{1}{\pi^4} \right) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Fig. 4. CORRELATEUR NUMERIQUE AVEC BRUITS

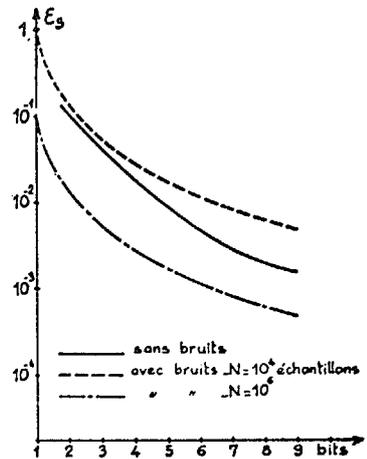


Fig. 6. ERREUR RELATIF SUR LE SPECTRE DE PUISSANCE

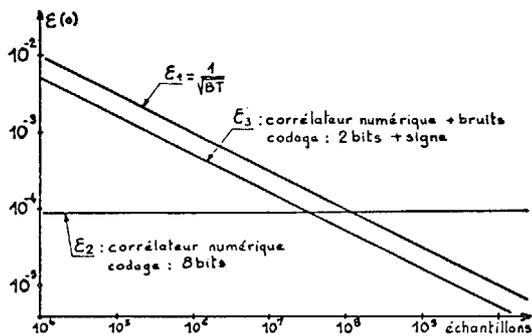


Fig. 7. ERREUR RELATIF SUR LA CORRELATION

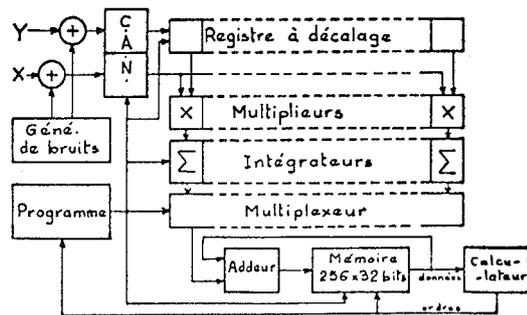


Fig. 8. PRINCIPLE DU CORRELATEUR 'COMULAB 16'