

## TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 7 au 12 mai 1973

---

**COMPRESSION D'IMAGES OBTENUE EN UTILISANT  
LES TRANSFORMATIONS ORTHOGONALES**

P. BOIS

(Institut Français du Pétrole)

---

**RESUME**

La transmission rapide d'images, de documents a fait l'objet de travaux importants depuis quelques années. En effet, la quantité d'information à transmettre est très grande et il est impérieux de la condenser au maximum. Pour ce faire, on peut utiliser le fait que l'information est redondante et faire subir directement des traitements à l'image. Quant à nous, nous préférons nous appuyer sur les propriétés statistiques des images ainsi que celles de leurs transformées orthogonales pour effectuer la compression d'information. Nous présenterons un certain nombre d'exemples intéressant les images sonar par exemple.

**SUMMARY**

Recent investigations in fast transmission of images have been performed these last years. The amount of information which is to be transmitted is very large and it is absolutely necessary to reduce it very strongly. A technique using the fact that the information is redundant can be used in order to process directly the data. In this paper, we prefer to use the statistical properties of images and those of their orthogonal transforms to implement the data compression. At last, we show a few examples dealing with sonar images.

---

## COMPRESSION D'IMAGES OBTENUES EN UTILISANT LES TRANSFORMATIONS ORTHOGONALES

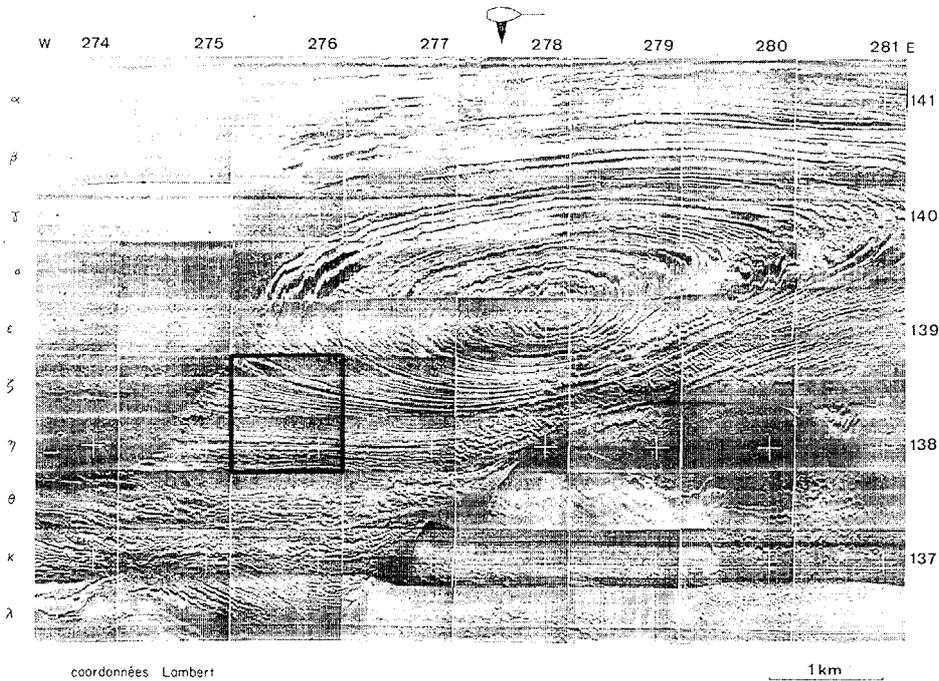
P. BOIS

### 1. - Introduction

Lors du dernier Colloque de 1971, nous avons posé (1) les premiers fondements de l'analyse séquentielle en présentant un certain nombre de résultats théoriques et concrets relatifs aux transformations de Walsh, Walsh-Fourier et Hadamard. Pour le Colloque de 1973, nous voudrions développer un sujet qui prend de plus en plus d'importance depuis le développement croissant de l'informatique, c'est celui de la compression de l'information. La compression de l'information contenue dans les transformées d'images photographiques a été étudiée par une équipe du département Transmission et Traitement des Images du C.N.E.T. Schwartz (2) a d'abord montré que le signal à analyser doit être markovien et normal puis a déterminé différentes lois de probabilité sur la transformée de Fourier du signal. Poncin (3) a étudié la répartition statistique de l'énergie contenue dans la transformée de Hadamard d'une photographie pour en déduire les principes de la compression de l'information. Fino (4, 5) reprend l'étude faite par Poncin en utilisant les transformations de Haar et de Hadamard complexe. Il fait enfin une comparaison générale entre les différents résultats de compression. Quant à nous, nous avons l'intention de reprendre les hypothèses fondamentales émises par ces différents auteurs et de les vérifier dans le cas de la compression de l'information contenue dans les transformées de Walsh-Fourier et de Haar d'images sonar. Nous nous contentons d'effectuer les condensations d'information sur des modèles monodimensionnels. Le cas bidimensionnel a été envisagé mais il n'apporte pas de résultats nouveaux et sa théorie statistique est encore plus délicate à expliciter.

### 2. - Examen de l'image sonar à étudier

Sur la figure 1, nous montrons une mosaïque de sonar latéral (6) qui présente un synclinal érodé situé au large de Biarritz. La profondeur d'eau varie de 85 à 22,5 m du Sud-Ouest au Nord-Est. Notre étude porte sur la partie encadrée de la mosaïque, c'est-à-dire sur une surface d'un kilomètre carré constituée de 1538 traces. L'écartement entre ces traces est de 0,65 m. Pour rendre les résultats plus visibles, nous avons considéré deux secteurs de 512 traces chacun situés dans la partie médiane du carré. Pour réduire la redondance de l'information contenue dans chaque trace, nous avons choisi le plus grand pas d'échantillonnage possible sur chacune des traces soit un pas de 1,95 m. Ce choix a été fait en prenant



soin de ne pas perdre d'information utile. Enfin, l'image a été digitalisée en considérant le noir comme un signal d'amplitude 255 et le blanc comme un signal nul. La digitalisation des parties grises est réalisée au moyen de 254 niveaux.

### 3. - Compression de l'information sur la transformée d'une image

#### 3.1. - Principe de la compression

Nous effectuons les transformées trace par trace de l'image, c'est-à-dire dans les deux cas que nous avons retenus les transformées de Walsh-Fourier et de Haar. Le processus de condensation consiste à :

- 1) éliminer des échantillons dans les transformées,
- 2) restituer l'image en effectuant la transformation inverse de la transformée que nous venons de tronquer.

La compression dépend du procédé employé pour éliminer ces échantillons et on en distingue deux.

### 3.2. - Compression par suppression d'échantillons en amplitude

Le procédé consiste à ne garder dans la transformée de l'image que les amplitudes qui sont en valeur absolue supérieures à un seuil donné. Pour restituer l'image, nous devons connaître les ordonnées de la transformée et leurs abscisses ou séquences. La dynamique de ces abscisses est plus faible que celle des ordonnées, mais néanmoins on perd une certaine partie du bénéfice acquis par la compression.

### 3.3. - Compression par suppression d'échantillons par zones

Ce procédé est basé sur l'élimination systématique des échantillons situés à l'intérieur d'une ou plusieurs zones de la transformée de l'image. Ces plages sont définies par leur origine. Ainsi, le bénéfice de la compression reste entier, mais les résultats à nombre égal d'échantillons éliminés sont moins bons que dans le procédé précédent.

### 3.4. - Choix du procédé de compression

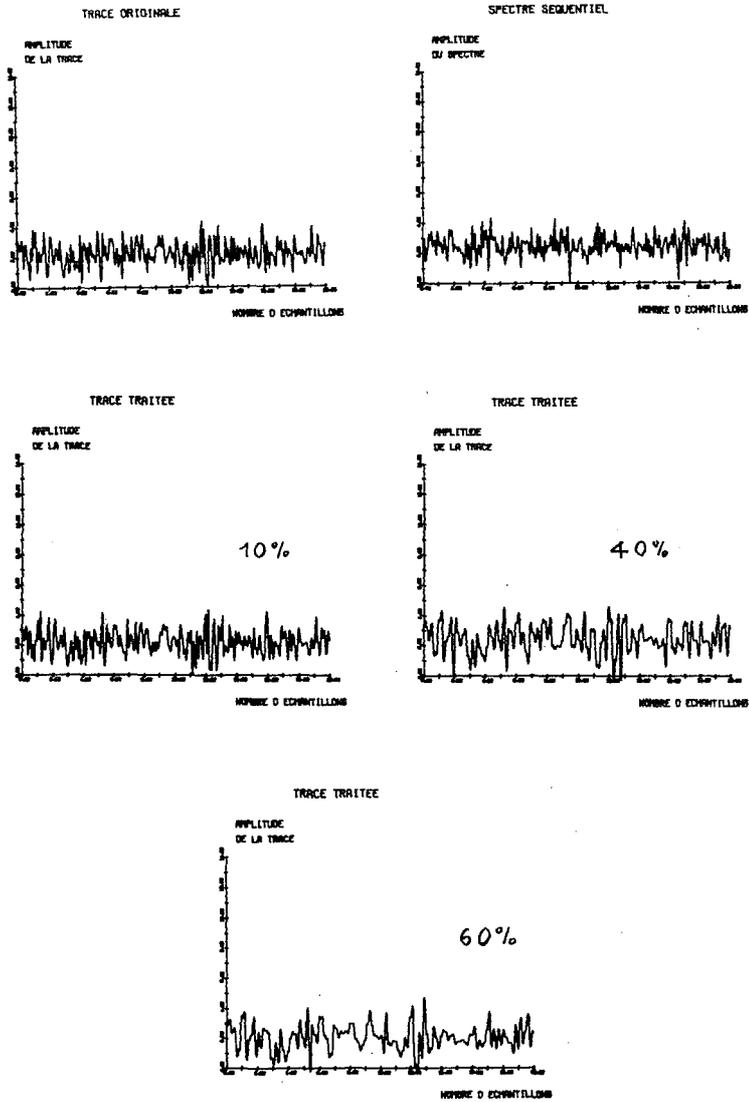
Dans l'étude qui suit, nous avons utilisé le deuxième procédé. Notre choix a été motivé par la raison suivante. Théoriquement, l'énergie de toutes ces transformées est concentrée au voisinage de l'origine. Nous le constatons en analysant les transformées d'images photographiques, sismiques et sonar. Il suffit donc de conserver la partie de la transformée de l'image à faible séquence, c'est-à-dire la zone qui comprend l'origine.

## 4. - Hypothèse du processus de Markov normal

Dans le domaine probabiliste, les processus de Markov correspondent, dans une certaine mesure, aux processus qui suivent le principe de causalité dans les systèmes physiques. Les phénomènes naturels comme ceux occasionnés par les éléments comme la terre sont des processus de Markov. Il en est ainsi pour des images sismiques et sonar.

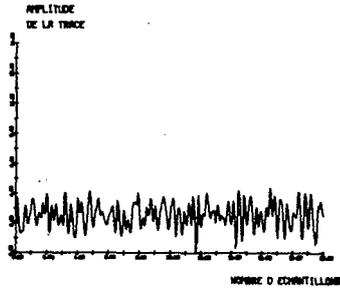
### 4.1. - Compression sur modèles simulés

Nous présentons figures 2 et 3 une étude permettant la comparaison entre la compression d'un modèle purement aléatoire normal et la compression d'un modèle normal, mais préalablement filtré par un passe-bas (04 - 60 Hertz) pour le rendre markovien. Le modèle normal choisi est constitué par une population de 256 échantillons de moyenne nulle et d'écart type 0,5. Sur ces figures 2 et 3, nous présentons successivement les traces simulées comme des séries temporelles échantillonnées avec un pas de 4 ms, les transformées de Walsh-Fourier de ces traces et trois résultats de compression : 10,

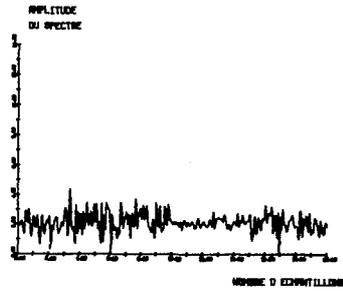




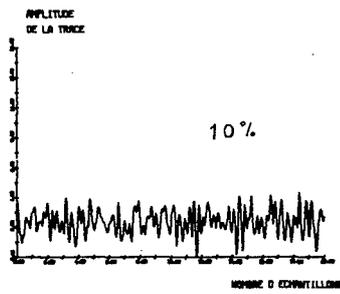
TRACE ORIGINALE



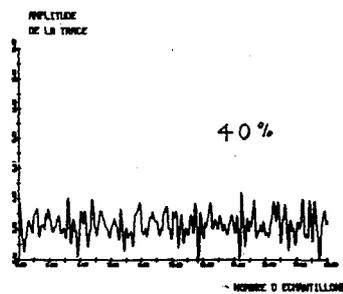
SPECTRE SEQUENTIEL



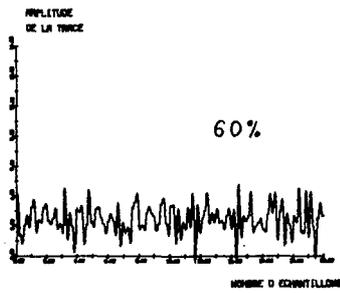
TRACE TRAITEE



TRACE TRAITEE



TRACE TRAITEE





20, et 40 %. Nous remarquons que les transformées de Walsh-Fourier de ces deux modèles sont très différentes. La première possède, en effet, de fortes amplitudes sur toute sa longueur, tandis qu'elles sont concentrées sur la première moitié de la seconde. De ce fait, nous pouvons déjà prévoir que la compression obtenue en éliminant une partie de la queue de la transformée du premier modèle sera un échec. Il suffit, pour le constater, d'examiner la figure 2 où nous montrons successivement les compressions obtenues par suppression des 25, 100 et 150 derniers échantillons de la transformée de Walsh-Fourier. Nous remarquons la dissemblance de plus en plus apparente entre l'original et les images restituées après compression. Sur la figure 3, nous constatons, au contraire, une bonne ressemblance entre l'original et les différentes traces ayant subi une compression. Lorsque le nombre de points supprimés est faible (25, compression = 0,10), la compression reste valable même pour le premier modèle ; ceci est dû au fait que la part d'énergie perdue par la transformée est dans ce cas relativement faible.

#### 4.2. - Etude statistique de traces sonar

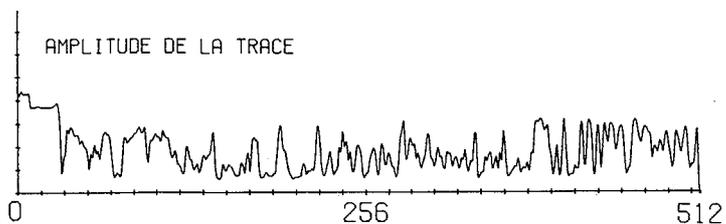
L'analyse de la compression porte sur quatre traces de 512 échantillons chacune. Elles font partie du carré mis en évidence sur la figure 1 et sont respectivement les 200, 500, 800 et 1200èmes traces qui sont représentées sur les figures 4, 5, 6, 7.

Pour vérifier que les amplitudes de ces traces satisfont à une loi normale, nous représentons les droites de Henry de ces quatre traces sur les figures 12, 13, 14 et 15. La méthode du chenal de confiance appliquée à ces quatre graphiques, nous permet d'assurer que les amplitudes de ces traces sonar suivent bien une loi normale. Bien que les traces choisies soient distantes entre elles de 200 mètres, nous constatons que ces quatre diagrammes de Henry se ressemblent : la moyenne est aux environs de 75 et l'écart type aux environs de 35. Statistiquement, l'ensemble de ces traces est homogène, elles procèdent d'un modèle markovien normal, les hypothèses sont donc remplies pour faire subir à leurs transformées des compressions.

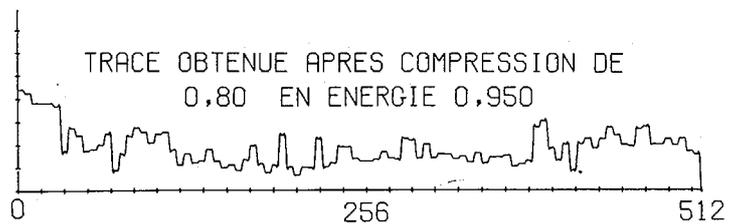
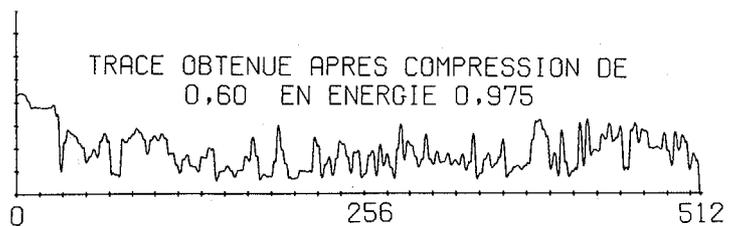
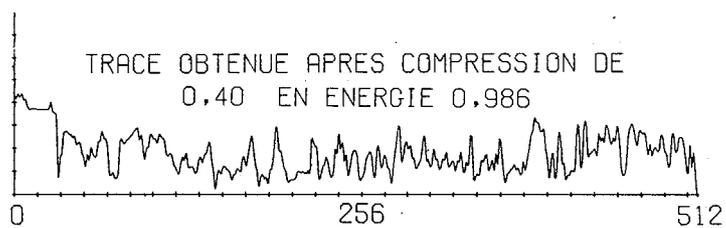
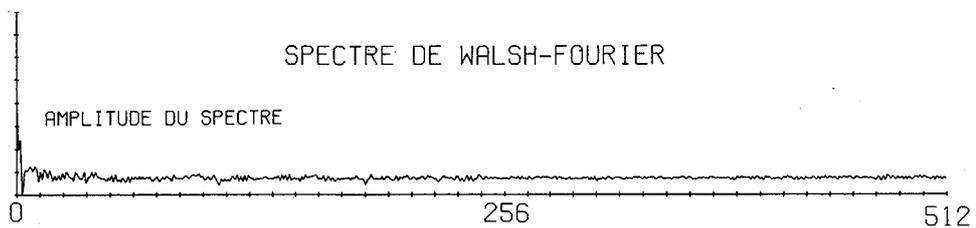
#### 5. - Compression d'information sur les transformées de Walsh-Fourier et de Haar de traces sonar

Nous avons effectué la compression de l'information contenue dans les transformées de Walsh-Fourier et de Haar parce que la première donne de bons résultats et la seconde est très rapidement calculée à l'ordinateur. Sur chacune des figures 4, 5, 6 et 7, nous montrons successivement les traces sonar 200, 500, 800 et 1200 et pour chacune d'elles les transformées de Walsh-Fourier ainsi que trois traitements de con-

TRACE SONAR 200

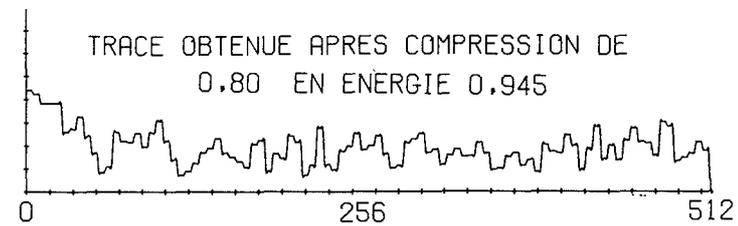
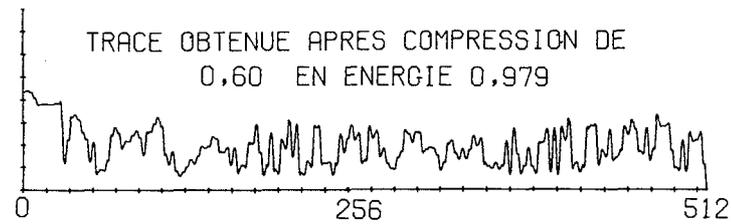
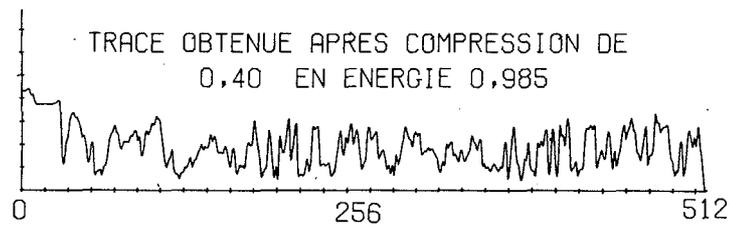
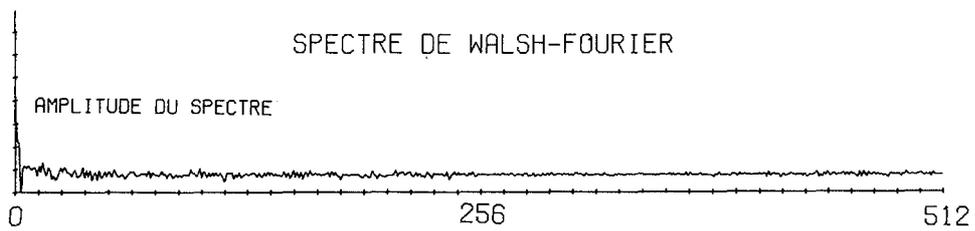
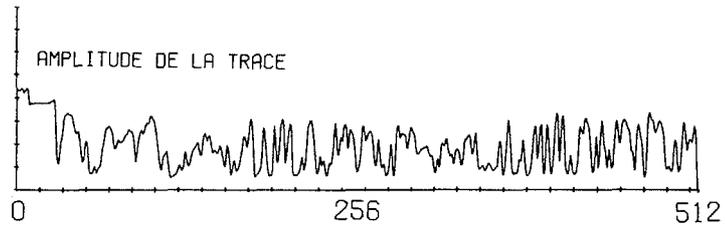


SPECTRE DE WALSH-FOURIER

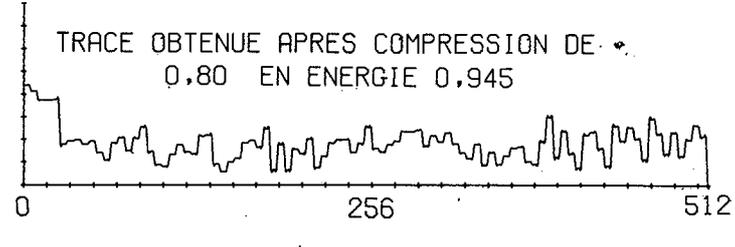
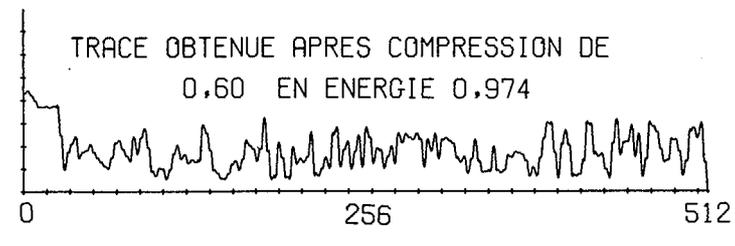
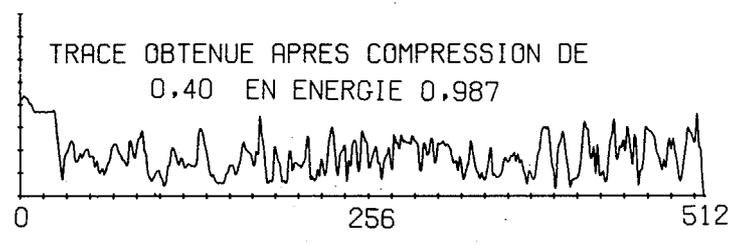
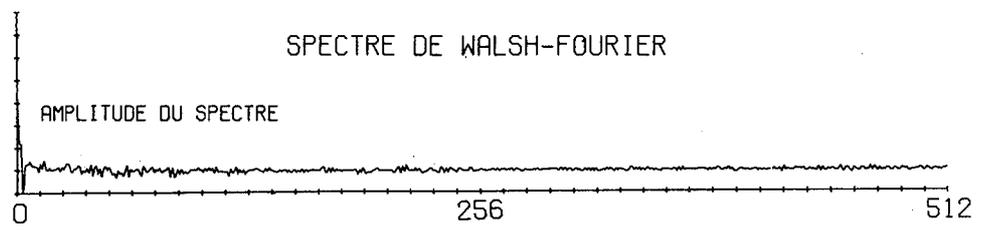
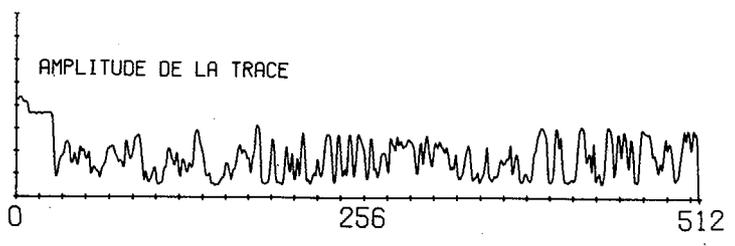




## TRACE SONAR 500

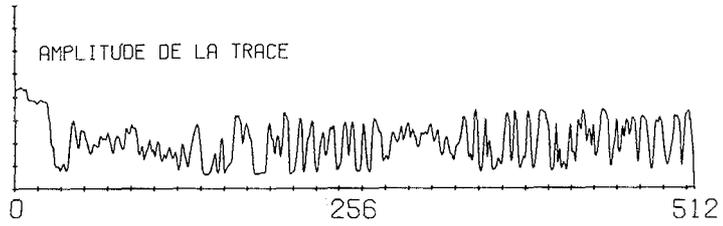


TRACE SONAR 800

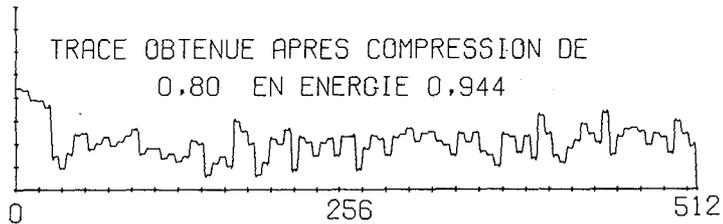
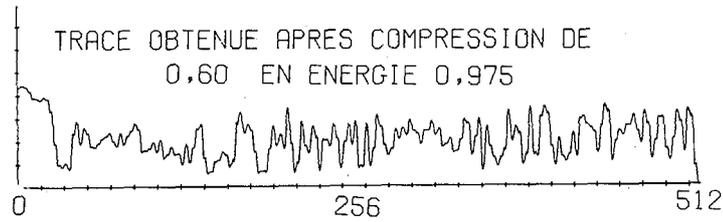
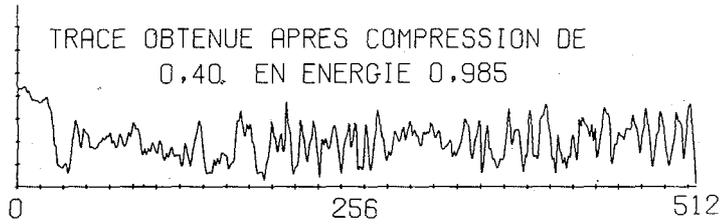
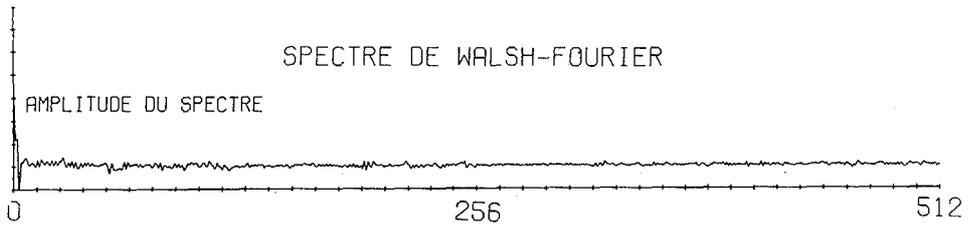




TRACE SONAR 1200



SPECTRE DE WALSH-FOURIER





densation de l'information. Chacun de ces traitements consiste à la restitution de l'image sonar à partir de la suppression des 200, 300 et 400 derniers échantillons des transformées de Walsh-Fourier de ces traces ce qui correspond à des éliminations de 40, 60 et 80 % du nombre de points de la transformée.

Sur les figures 8, 9, 10 et 11, nous présentons une étude identique à la précédente mais concernant la condensation de l'information contenue dans les transformées de Haar de traces sonar. En examinant ces différents documents, on constate d'abord que les fortes amplitudes de ces différentes transformées sont concentrées à l'origine. Ce phénomène est particulièrement sensible pour les transformées de Haar. Des suppressions de 40, 60 et 80 % des échantillons de la transformée de Walsh-Fourier entraînent des pertes d'énergie de 15, 25 et 50 millièmes environ. Nous définissons l'énergie comme la somme des carrés des amplitudes de la transformée. L'énergie perdue par les transformées de Haar du fait de ces suppressions est infime. Ce phénomène est très propice à de fortes compressions, même dans le cas de la suppression de 80 % où la trace restituée s'enrichit en hautes fréquences par la présence de marches d'escaliers. Nous avons déjà rencontré ce fait en faisant de la compression sur des traces sismiques (7). Pour éliminer ces hautes fréquences, il suffit de filtrer par un passe-bas et la trace devient très semblable à la trace originale.

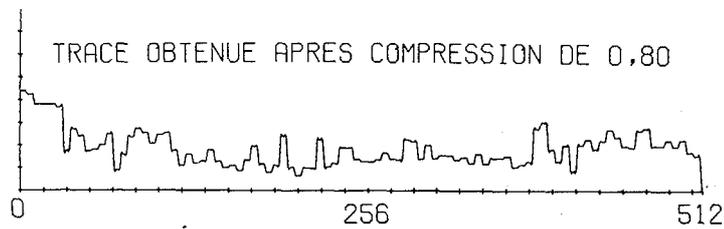
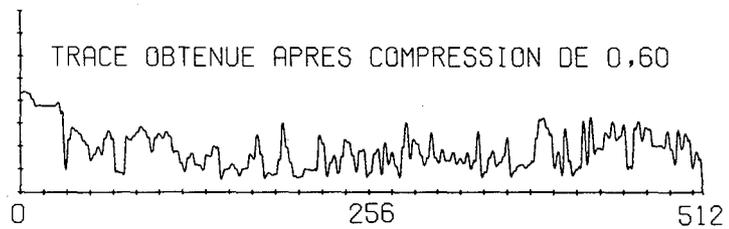
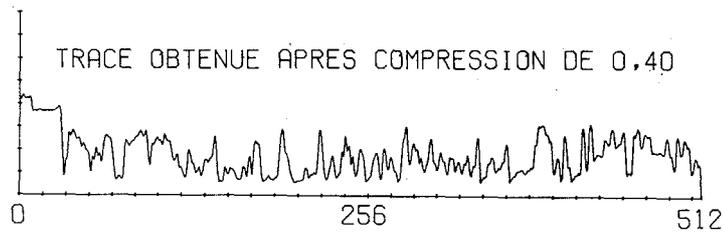
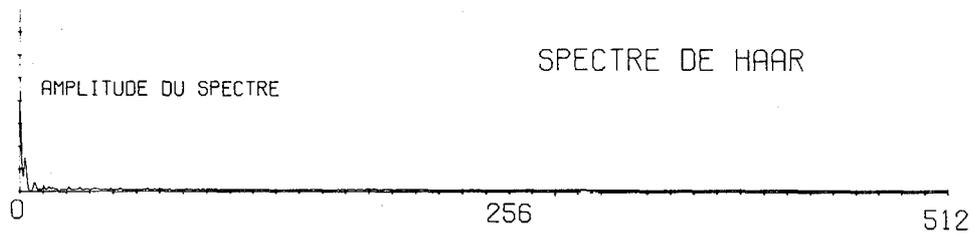
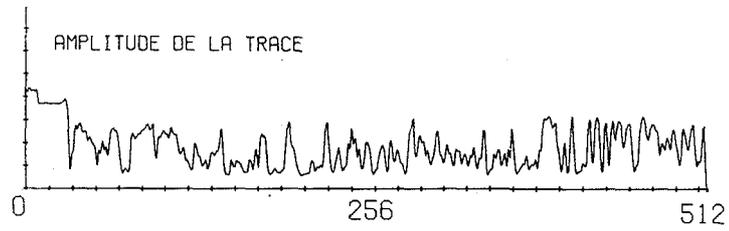
#### 6. - Etude statistique des transformées

L'équipe du C.N.E.T. a constaté que les valeurs des amplitudes des transformées d'images photographiques présentent des discontinuités aux séquences égales à des puissances de 2. Sur les figures 4 à 11, nous ne remarquons pas ce phénomène d'une façon nette. Les images sonar possédant, semble-t-il, les mêmes propriétés statistiques que les images photographiques, il n'y a donc aucune raison de ne pas mettre en évidence ce phénomène. Cette absence est peut-être due à la concentration de l'énergie à l'origine qui rend très rapidement négligeables les amplitudes des transformées. Dans ce qui suit, nous faisons une analyse statistique des amplitudes des transformées de Walsh-Fourier et de Haar pour essayer de mettre en évidence ces discontinuités.

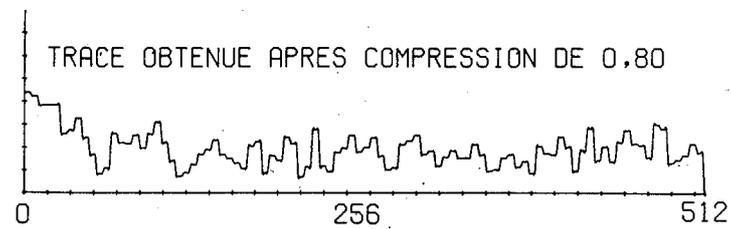
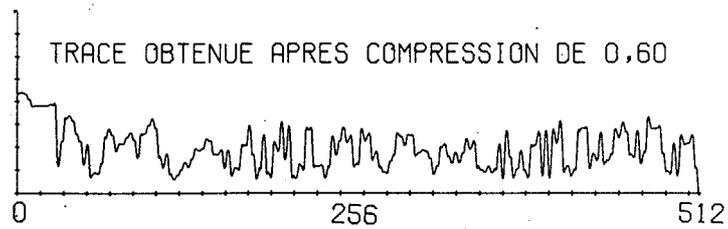
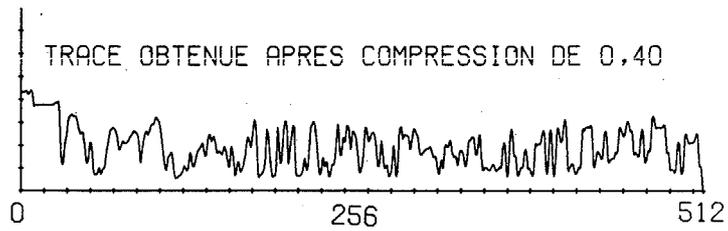
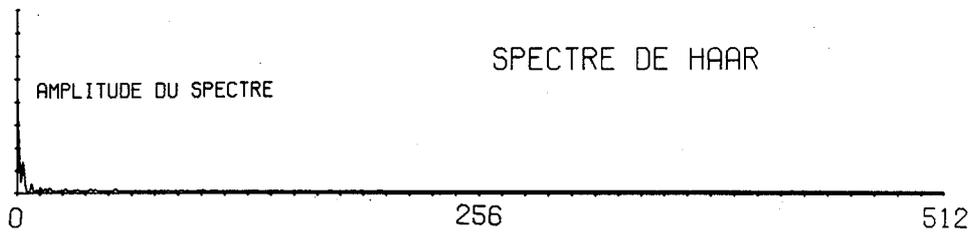
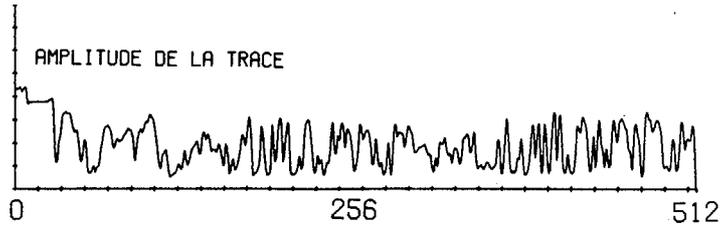
Sur les figures 16, 17, 18 et 19, nous présentons l'ajustement sur la droite de Henry de 370 amplitudes de la transformée de Walsh-Fourier des quatre traces sonar. Ces amplitudes ont été choisies dans la bande de séquences 140-512. Elles suivent une loi normale de moyenne nulle et d'écart type assez homogène. Ce qui semble montrer que les amplitudes de ces transformées de Walsh-Fourier ne présentent pas de discontinuité à la séquence 256.



## TRACE SONAR 200

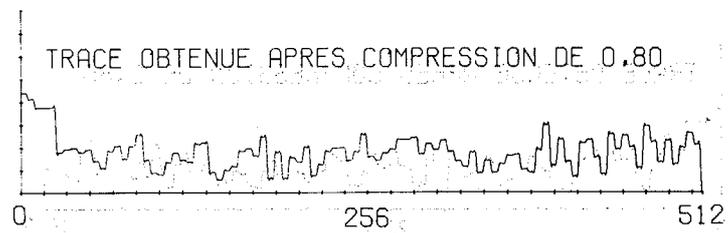
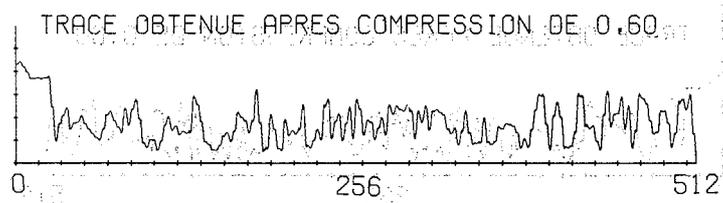
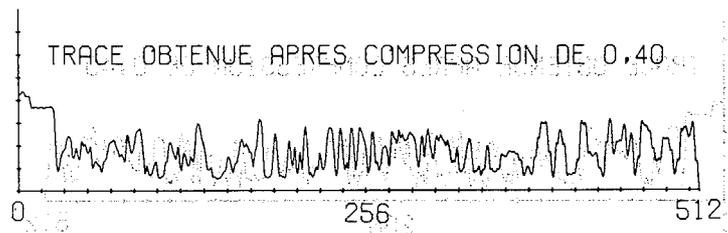
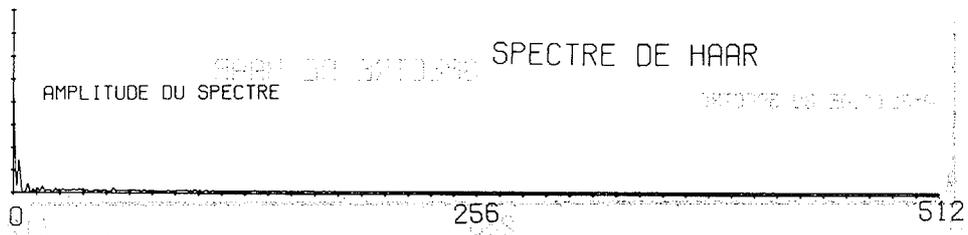
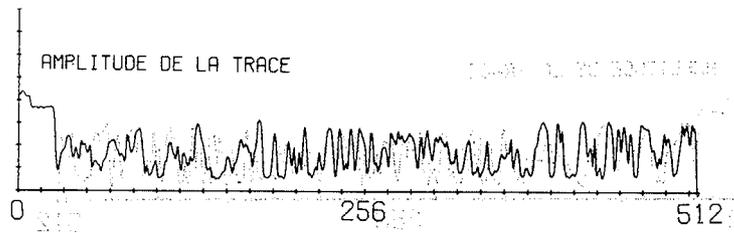


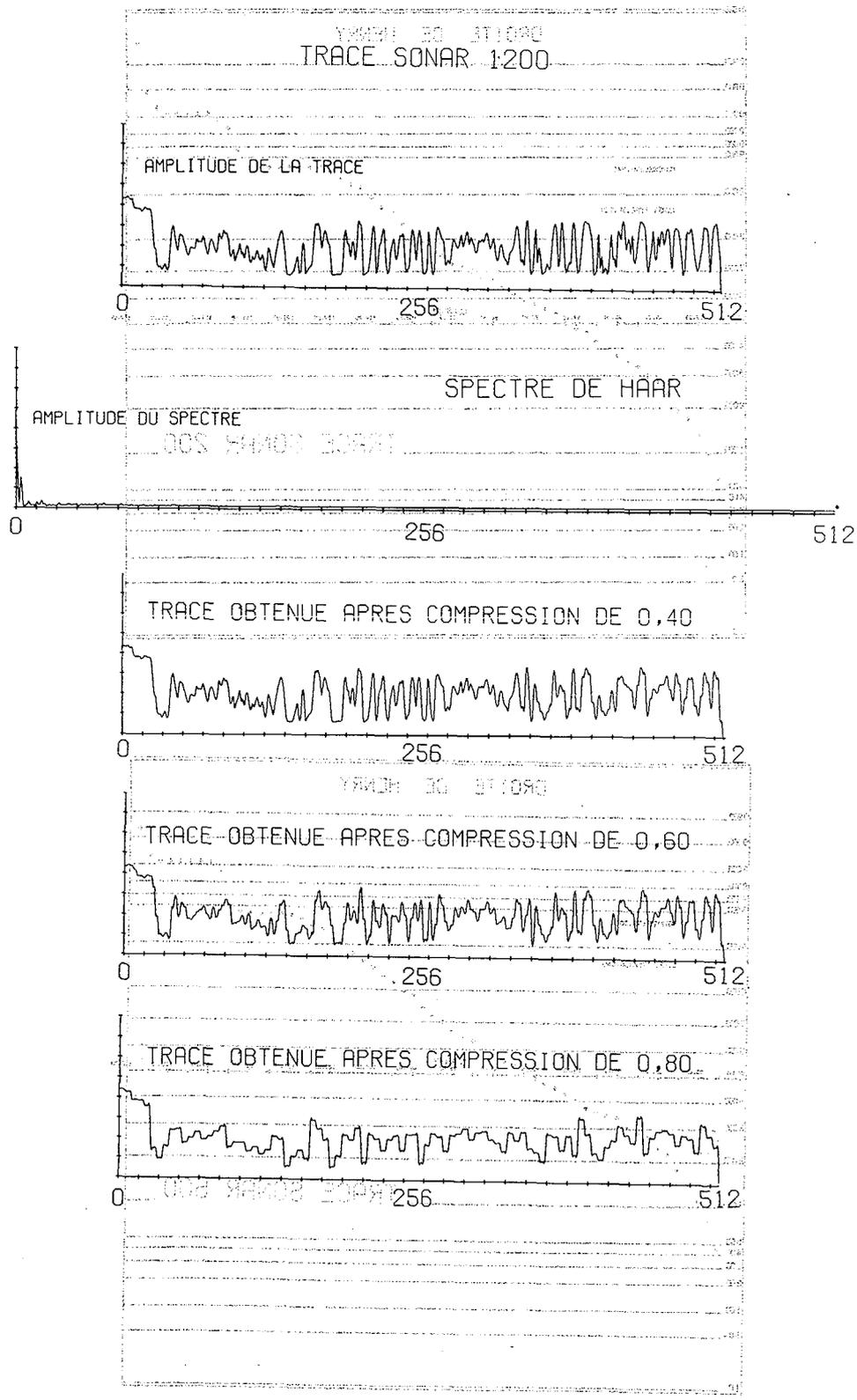
TRACE SONAR 500

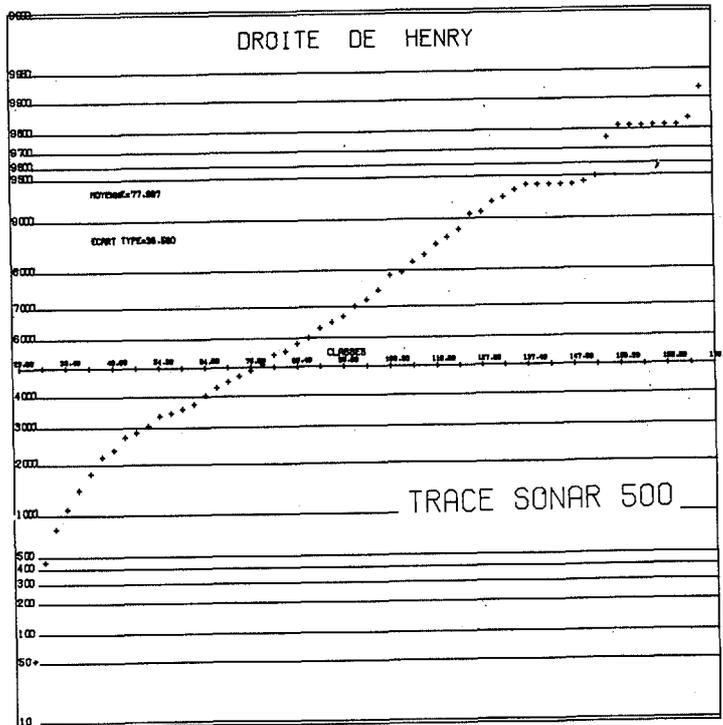
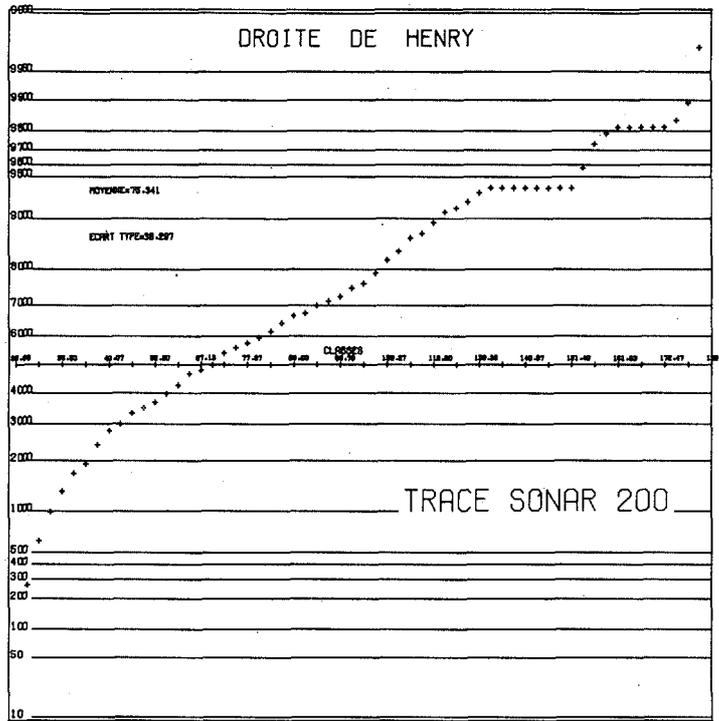


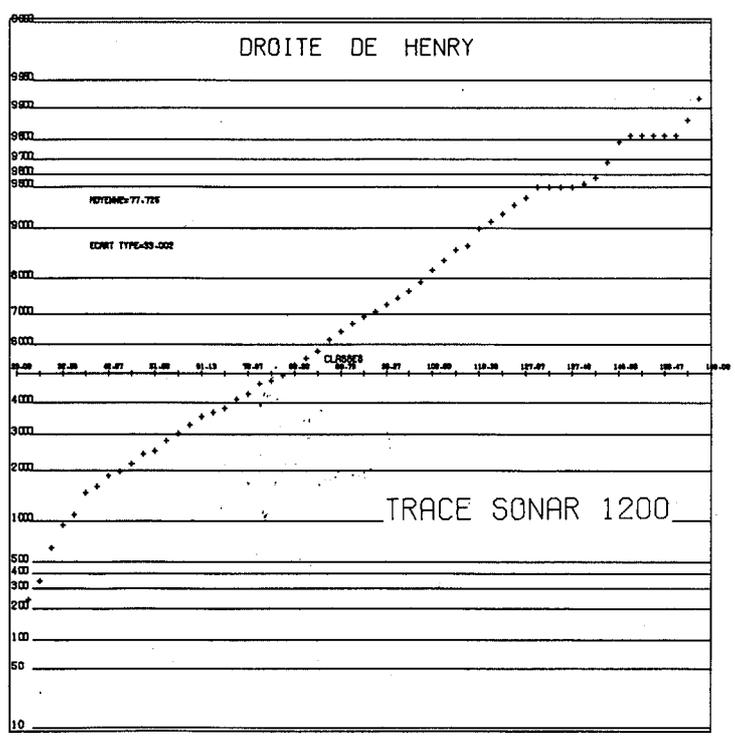
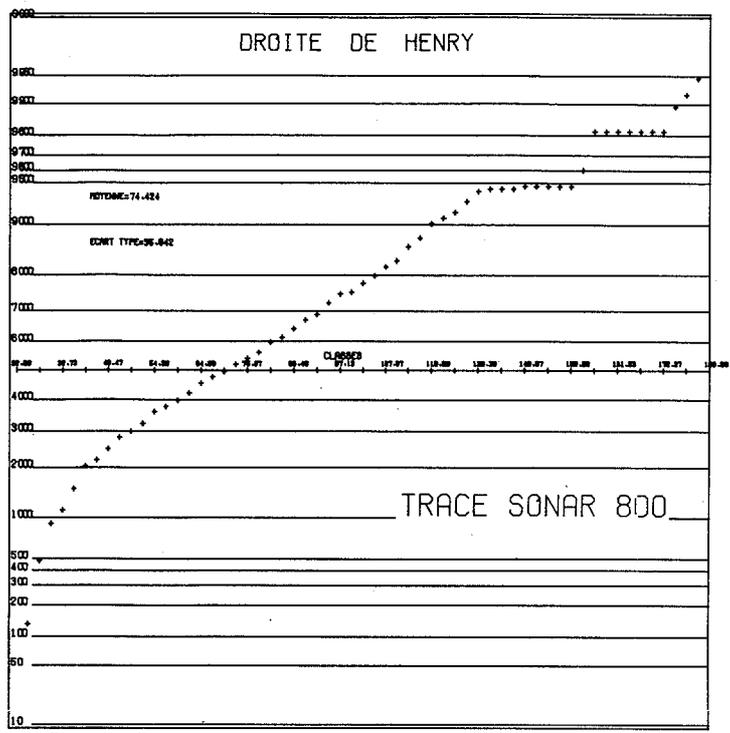


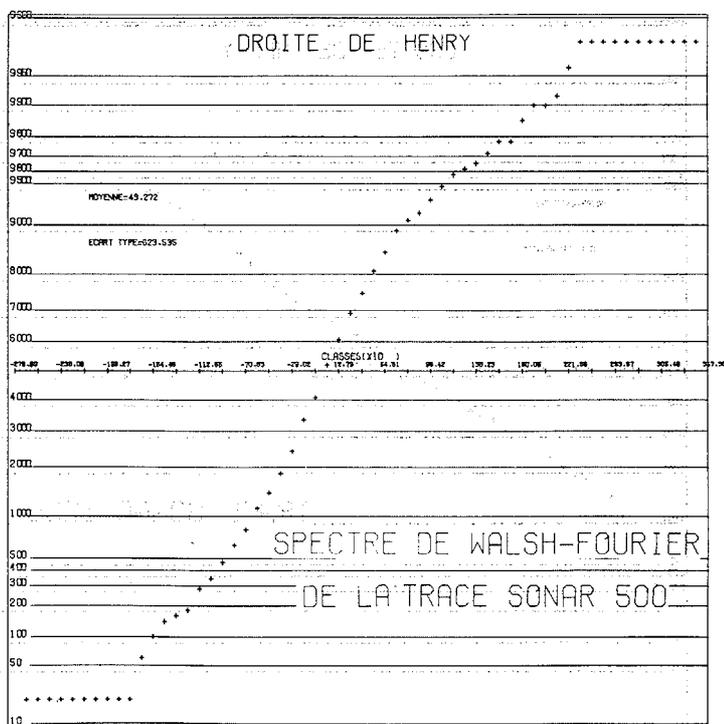
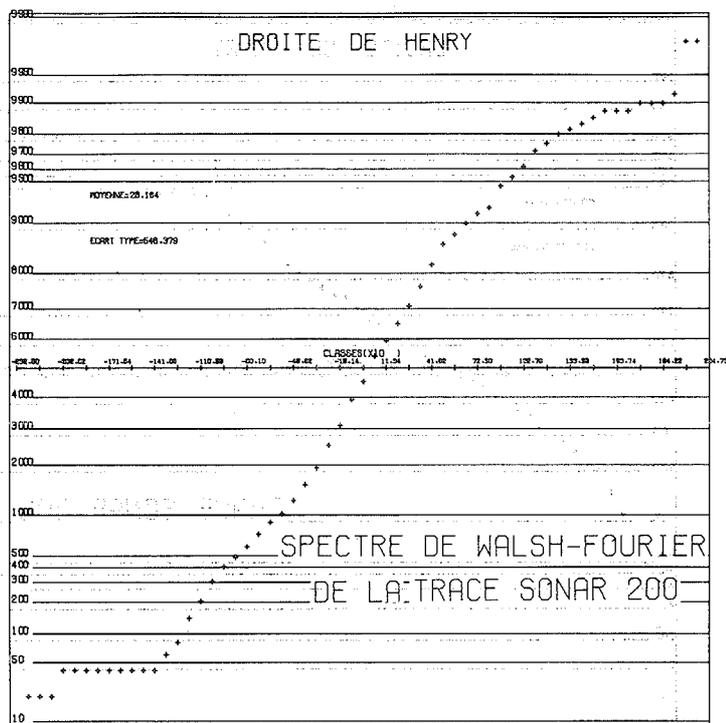
## TRACE SONAR 800

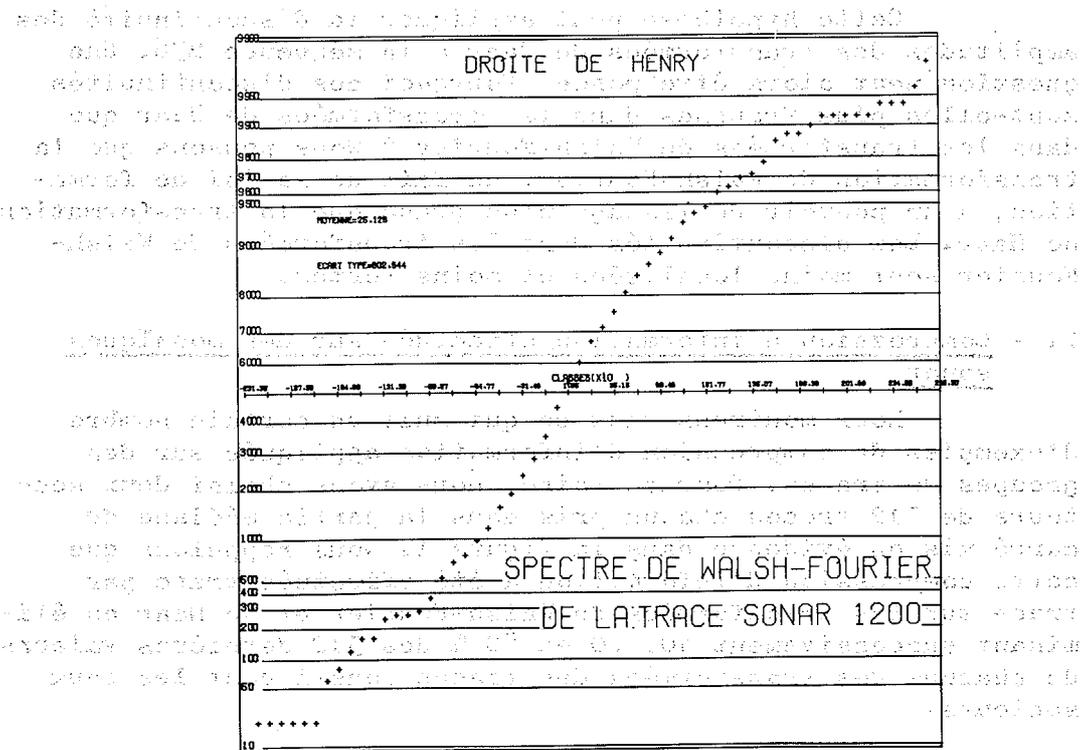
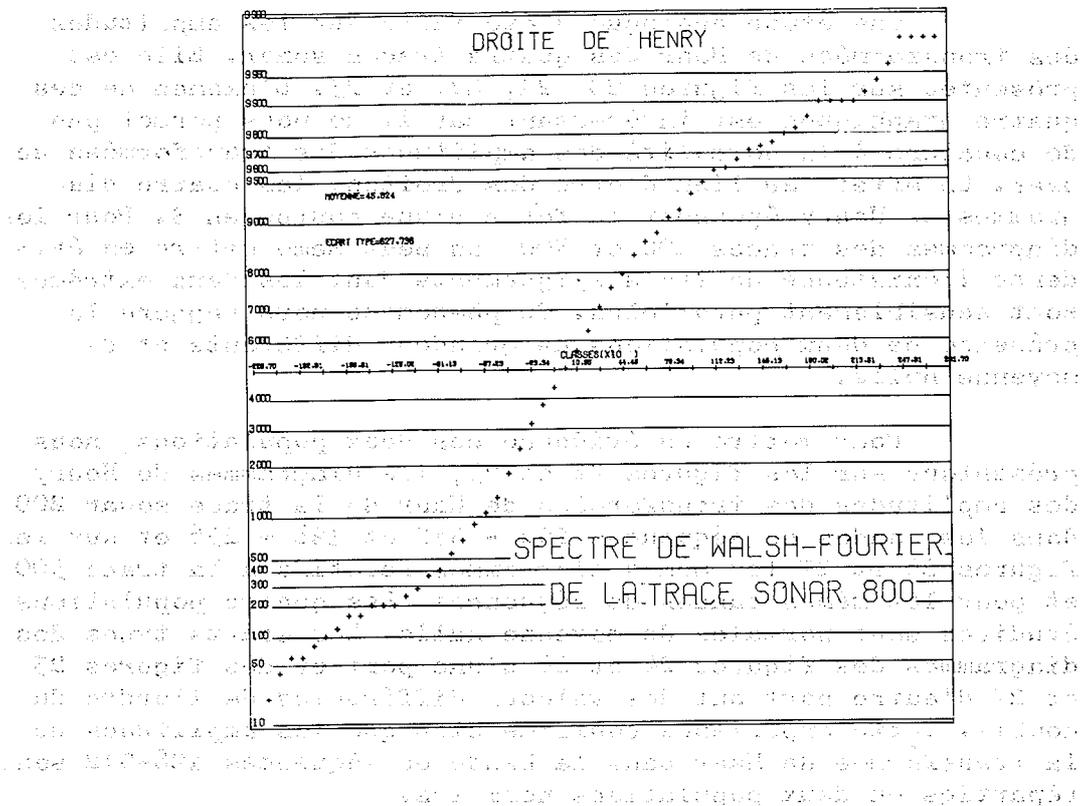














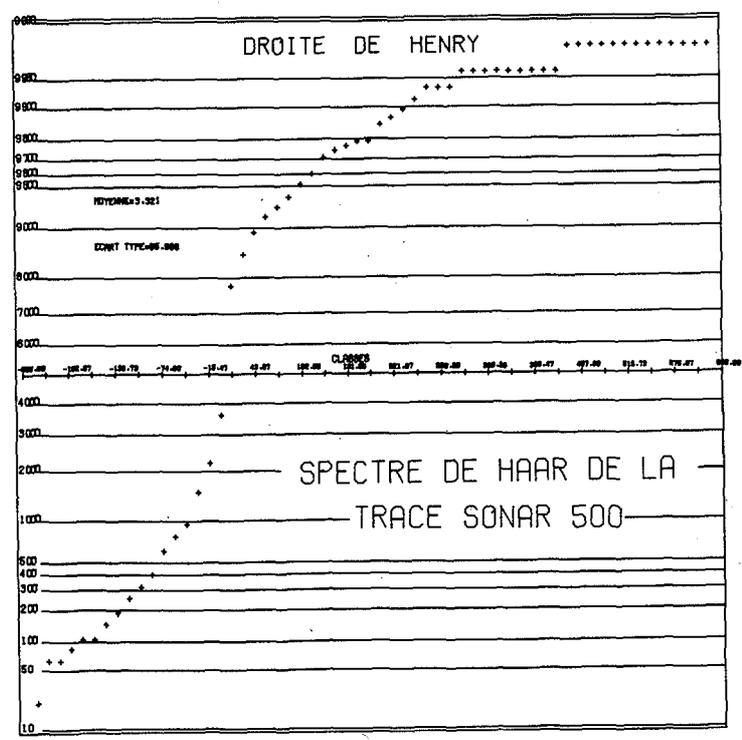
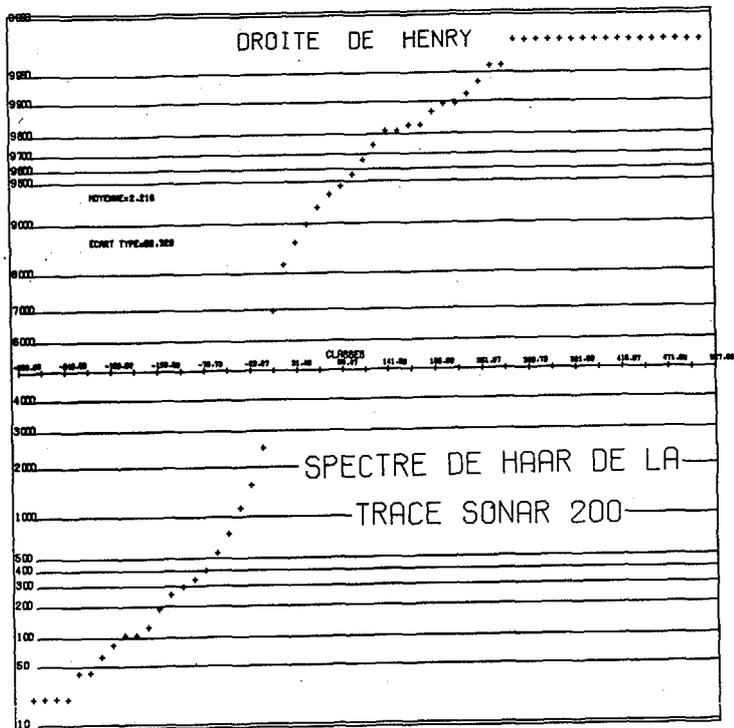
Une étude analogue a été faite sur les amplitudes des transformées de Haar des quatre traces sonar. Elle est présentée sur les figures 20, 21, 22, et 23. L'examen de ces quatre graphiques est intéressant car il ne nous permet pas de conclure à la normalité des amplitudes des transformées de Haar. En effet, au lieu d'être des droites, les quatre diagrammes de Henry épousent la forme d'une courbe en S. Pour les diagrammes des traces 200 et 500, on peut même mettre en évidence l'existence de trois alignements dont les deux extrêmes sont sensiblement parallèles. Ce phénomène nous suggère la présence de deux populations de grandeur différente et de moyenne nulle.

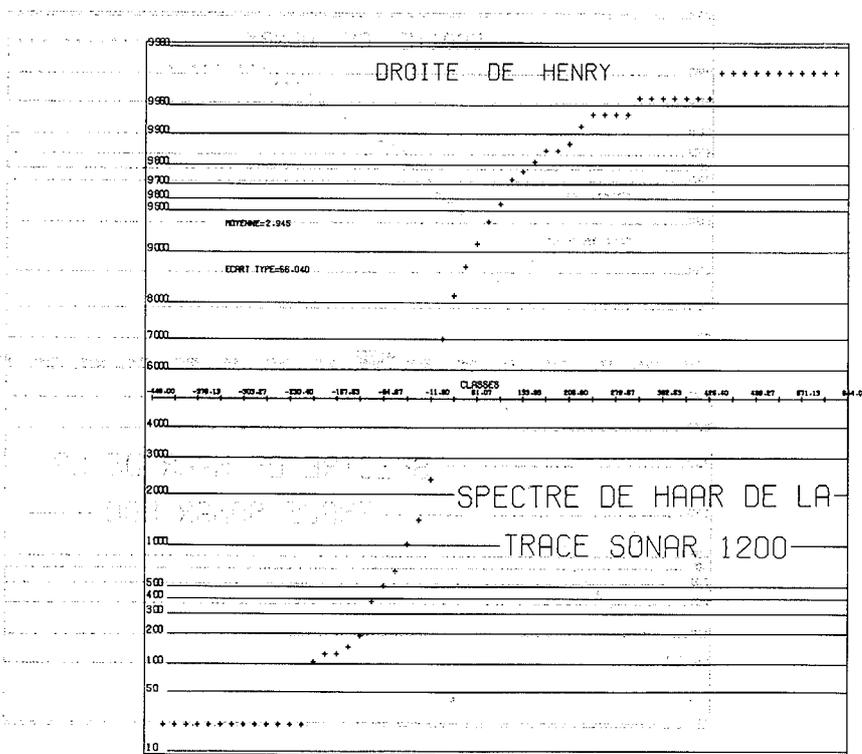
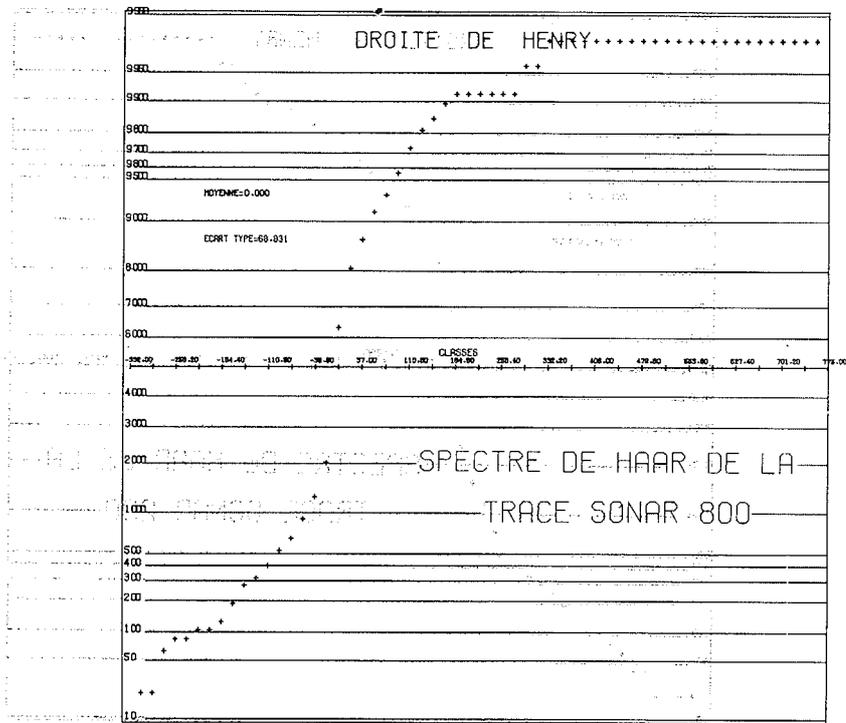
Pour mettre en évidence ces deux populations, nous présentons sur les figures 24 et 25, les diagrammes de Henry des amplitudes des transformées de Haar de la trace sonar 200 dans les bandes de séquences 256 - 512 et 128 - 256 et sur les figures 26 et 27 les mêmes diagrammes relatifs à la trace 500 et pour les mêmes bandes de séquences. Les quatre populations étudiées sont normales de moyenne nulle. Les écarts types des diagrammes des figures 24 et 26 d'une part et des figures 25 et 27 d'autre part ont des valeurs différentes de l'ordre du double. Cette expérience confirme bien que les amplitudes de la transformée de Haar dans la bande de séquences 128-512 sont réparties en deux populations normales.

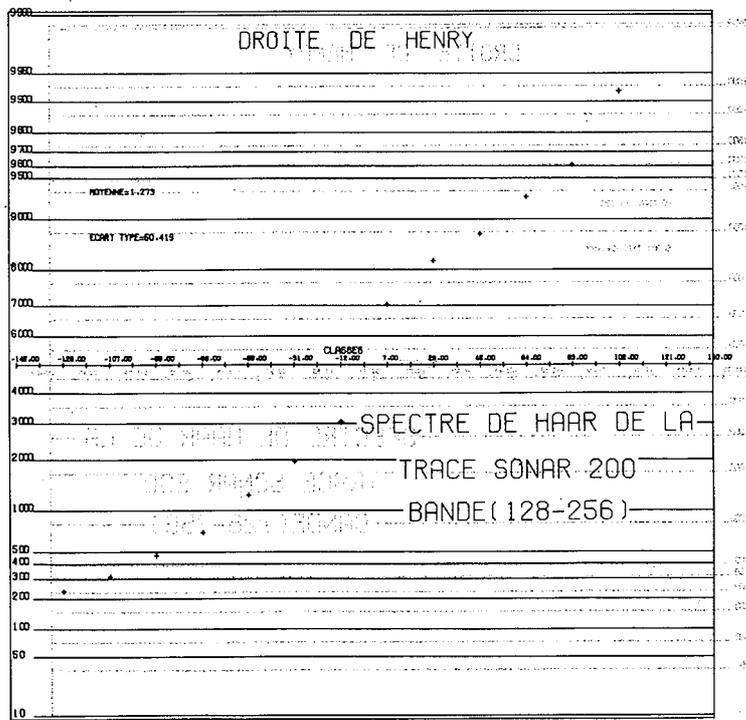
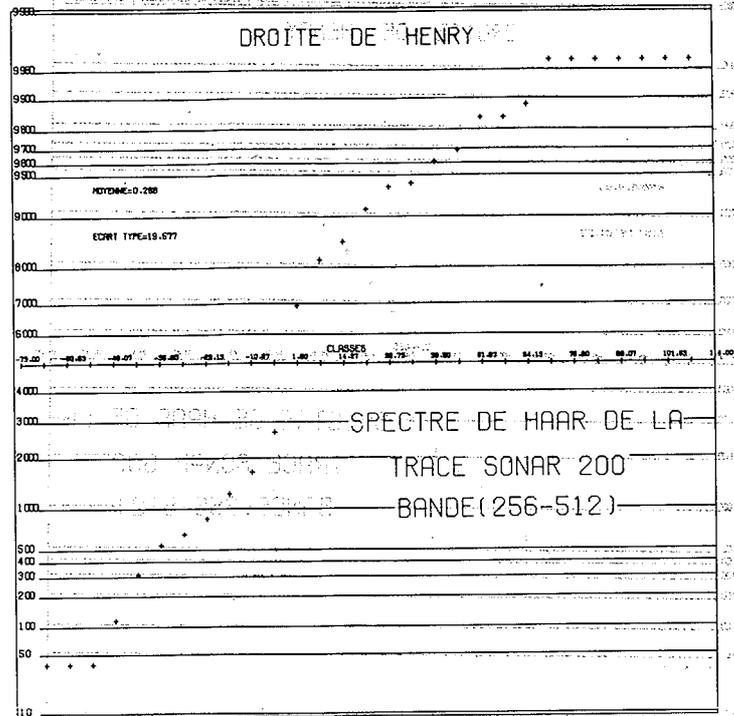
Cette hypothèse peut expliquer la discontinuité des amplitudes des transformées de Haar à la séquence 256. Une question peut alors être posée. Pourquoi ces discontinuités sont-elles plus franches dans les transformées de Haar que dans les transformées de Walsh-Fourier ? Nous pensons que la transformation de Walsh-Fourier, du fait de sa loi de formation, a un pouvoir de lissage plus grand que la transformation de Haar. Les discontinuités dans les transformées de Walsh-Fourier sont moins localisées et moins fortes.

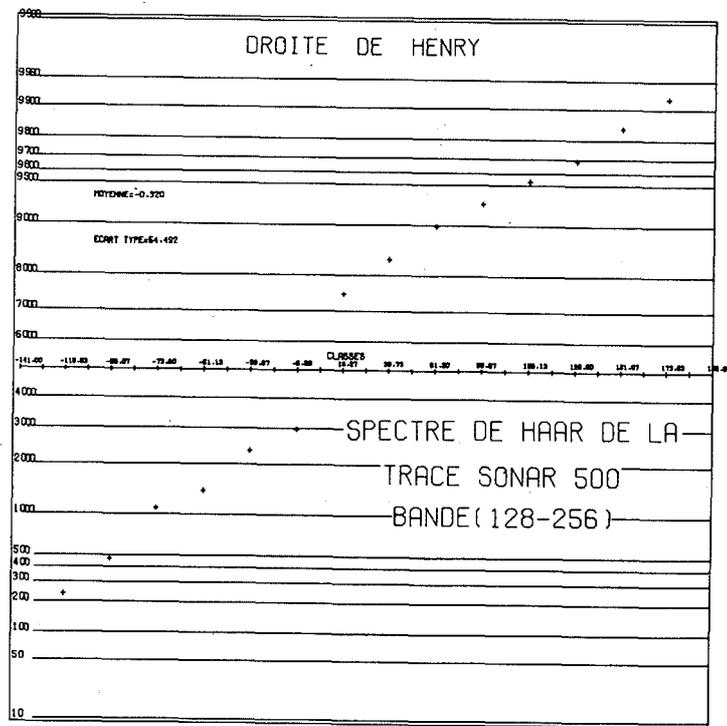
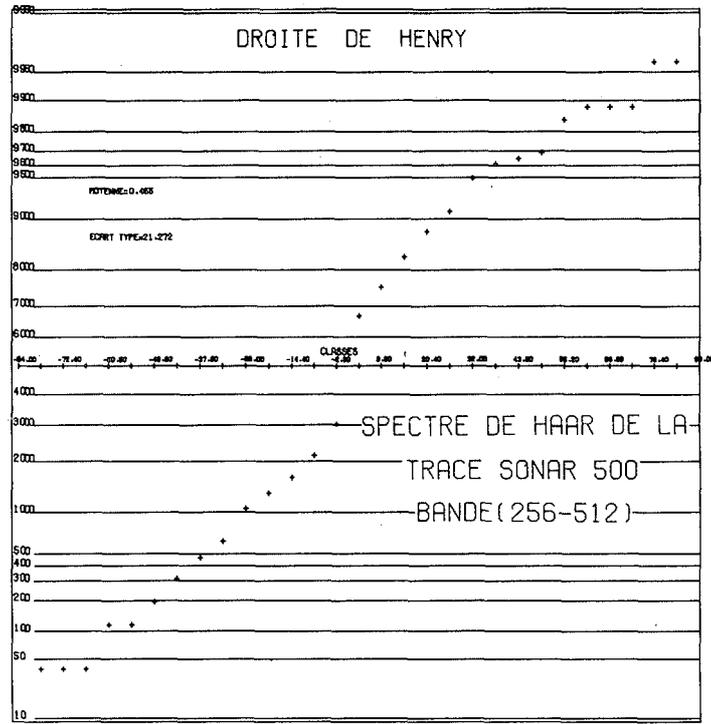
#### 7. - Compression d'information effectuée sur des mosaïques sonar

Nous montrons dans ce qui suit un certain nombre d'exemples de compression d'information appliquée sur des groupes de traces. Pour ce faire, nous avons choisi deux secteurs de 512 traces chacun pris dans la partie médiane du carré mis en évidence dans la figure 1. Nous rappelons que cette compression d'information a été effectuée trace par trace sur les transformées de Walsh-Fourier et de Haar en éliminant successivement 40, 60 et 80 % des 512 dernières valeurs de chacune des transformées des traces constituant les deux secteurs.









---

**Coupe originale**  
**1er secteur**





---

**coupe après compression (40%)**

**WALSH-FOURIER**

**1er secteur**



---

**coupe après compression (60%)**

**WALSH-FOURIER**

**1er secteur**



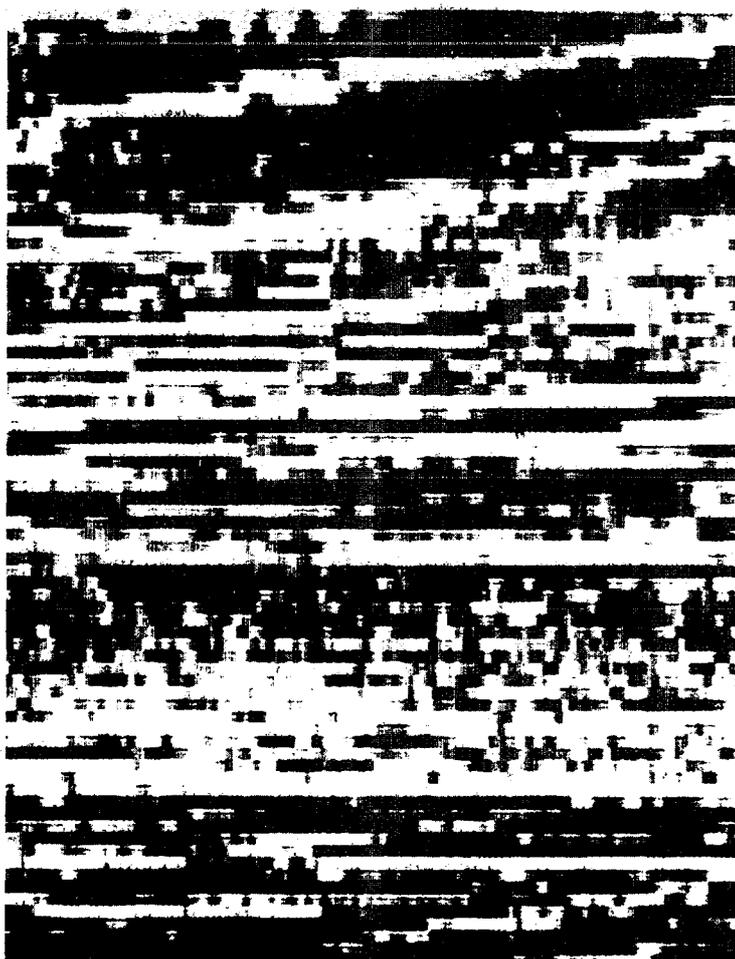


---

**coupe après compression (80%)**

**WALSH-FOURIER**

**1er secteur**



---

**coupe après compression (40%)**

**HAAR**

**1<sup>er</sup> secteur**





---

**coupe après compression (60%)**

**HAAR**

**1er secteur**



---

**coupe après compression (80%)**

**HAAR**

**1er secteur**

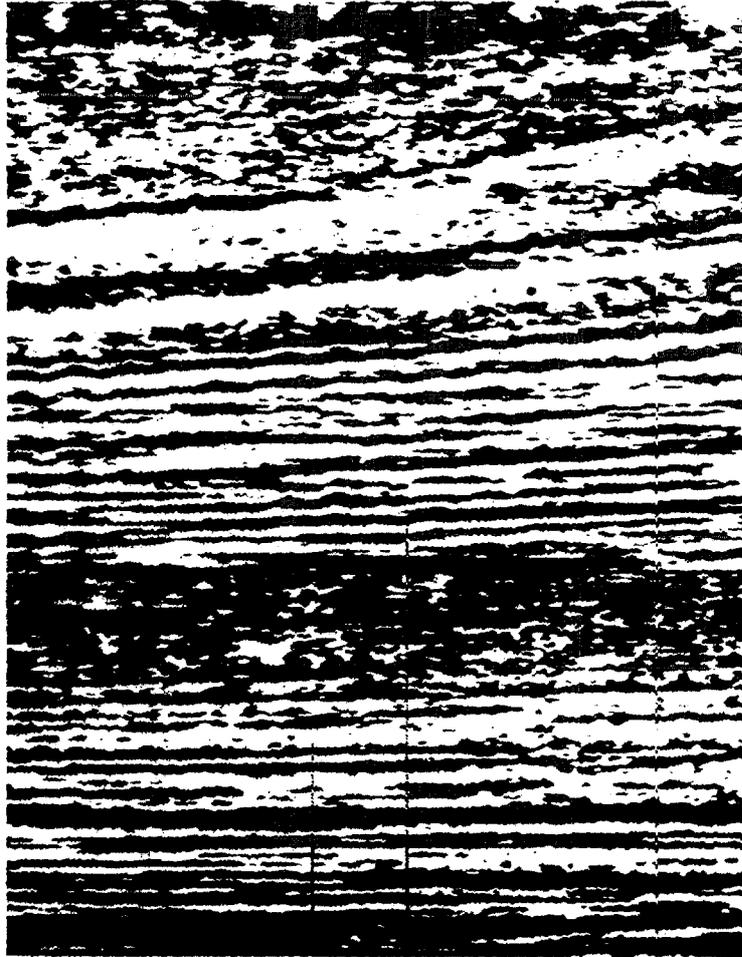




---

# Coupe originale

## 2ème secteur

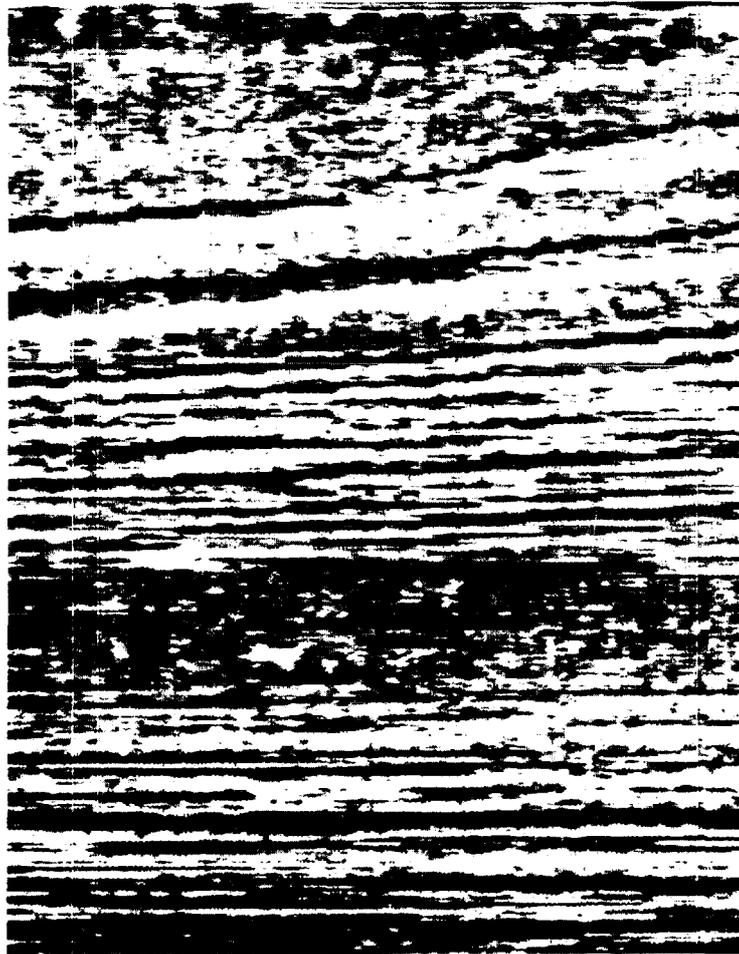


---

**coupe après compression (40%)**

**WALSH-FOURIER**

**2è secteur**



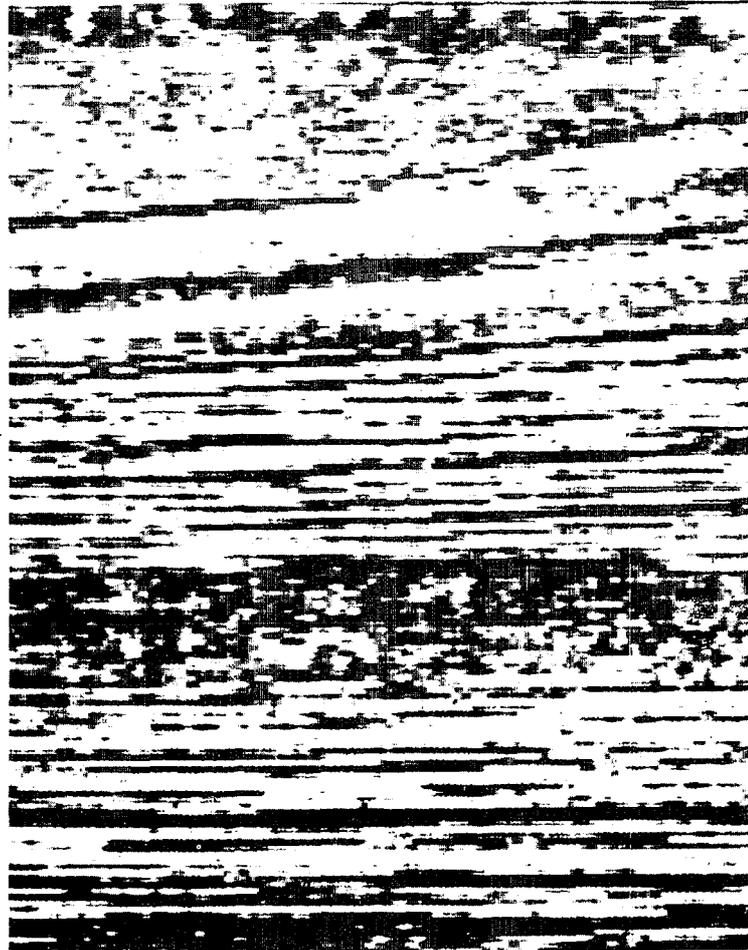


---

**coupe après compression (60%)**

**WALSH-FOURIER**

**2<sup>e</sup> secteur**



---

**coupe après compression (80%)**

**WALSH-FOURIER**

**2<sup>e</sup> secteur**





---

**coupe après compression (40%)**

**HAAR**

**2<sup>e</sup> secteur**

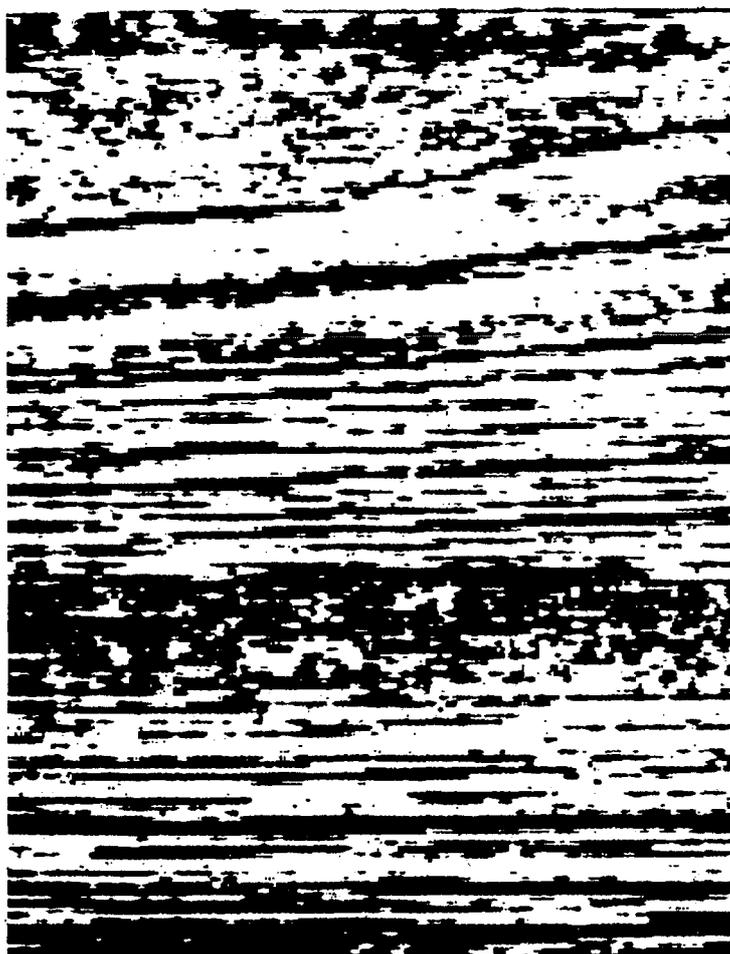


---

**coupe après compression (60%)**

**HAAR**

**2<sup>e</sup> secteur**





---

# **coupe après compression (80%)**

## **HAAR**

### **2<sup>e</sup> secteur**





---

## 8. - Conclusion

Pour obtenir une bonne compression de l'information contenue dans les transformées de Walsh-Fourier et de Haar de traces sonar, le signal sonar doit être normal et markovien. Les amplitudes de ces transformées sont également normales et présentent des discontinuités à des séquences égales à des puissances de deux. Ces résultats sont également valables pour les traces sismiques.



---

BIBLIOGRAPHIE

- (1) BOIS (P.). Analyse séquentielle. Troisième colloque sur le traitement du signal et ses applications. Fr., (juin 1971), 7, pp. 167-190.
- (2) SCHWARTZ (P.Y.). Analyse de la compression d'information sur la transformée de Fourier d'une image. Ann. Télécommunic. Fr., (Mars-Avril 1971), 26, n° 3-4, pp. 134-146.
- (3) PONCIN (J.). Utilisation de la transformation de Hadamard pour le codage et la compression de signaux d'image. Ann. Télécommunic. Fr., (Juillet-Août 1971), 26, n° 7-8, pp. 235-252.
- (4) FINO (B.). Etude expérimentale du codage d'images par les transformations de Haar et de Hadamard complexe. Ann. Télécommunic. Fr., (Mai-Juin 1972), 27, n° 5-6, pp. 185-208.
- (5) FINO (B.J.). Relations between Haar and Walsh/Hadamard transforms. Proc. I.E.E.E., Am., (May 1972), 60, n° 5, pp. 647-648.
- (6) BELDERSON (R.H.), KENYON (N.H.), STRIDE (A.H.), STUBBS (A.R.), Sonographs of the sea floor, Elsevier, Amsterdam. 1972, pp. 26-27.
- (7) BOIS (P.). Analyse séquentielle. Geophysical Prospecting. vol. XX, n° 3, 1973, pp. 497-513.