

TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 7 au 12 mai 1973

SIMULATION DES SIGNAUX ELECTROENCEPHALOGRAPHIQUES
EN FUSEAUX A PARTIR D'UNE VARIABLE ALEATOIRE
STATIONNAIRE.

J.C. Lévy CERPA (Toulon)

RESUME L'auteur présente une théorie tendant à rendre compte du mécanisme des signaux électroencéphalographiques. Cette théorie permet de ramener un phénomène fluctuant à un processus aléatoire stationnaire dont les paramètres possèdent une signification physique.

SUMMARY

This report presents a theory whose purpose is to explain the mechanism of electroencephalographic signals. The theory permits the reduction of a fluctuating phenomenon to a random stationary process whose parameters possess a physical significance.

SIMULATION DES SIGNAUX ELECTROENCEPHALOGRAPHIQUES
EN FUSEAUX A PARTIR D'UNE VARIABLE ALEATOIRE
STATIONNAIRE.

Jean-Claude Lévy

CERPA - 83 TOULON NAVAL



INTRODUCTION

La présente communication traite d'un modèle dont nous allons tout de suite indiquer les grandes lignes ou du moins, ce qui en est strictement nécessaire pour la compréhension du sujet. Pour ne pas perdre de temps en considérations préliminaires, nous donnerons le modèle pour ce qu'il est, en réservant pour la fin quelques unes des considérations et quelques uns des résultats expérimentaux susceptibles de le justifier à postériori.

Le modèle dont il est question concerne la régulation par rétroaction (Feedback) du niveau moyen d'excitation d'une population de neurônes sensée constituer un "générateur" de signaux EEG.

"Identification" du neurône. (I , 2)

Le neurône est traité ici comme un élément modulé en densité d'impulsions: cette définition ne pourrait avoir de sens que si la période de récurrence de ces impulsions était très petite par rapport à la fréquence d'échantillonnage du signal: or non seulement ces deux périodes sont du même ordre de grandeur, mais encore l'émission d'une fibre nerveuse est modulée en trains d'impulsions dont la durée est très supérieure à la période d'échantillonnage. La densité d'impulsions sera définie comme une espérance mathématique: celle du nombre d'impulsions reçues pendant une période d'échantillonnage prise comme unité de temps. Cela permet de tenir compte de la probabilité de tomber, ou non, sur un train d'impulsions. Cela s'écrit :

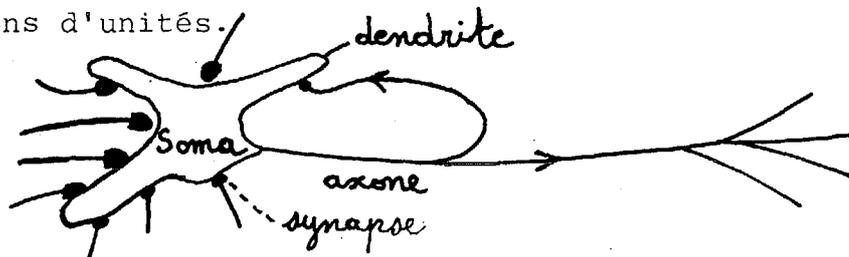
$$R(t) = E [D(t)]$$

où $D(t)$ est la densité d'impulsions, la période unitaire étant de 4 ou 5 millisecondes.

Comme à chaque neurône aboutissent des centaines voire des milliers de fibres nerveuses dont plu-



si plusieurs fonctionnent simultanément, il est possible de considérer la moyenne de plusieurs épreuves, et assimiler le signal à son espérance mathématique. Par contre, comme le neurone ne possède qu'une seule sortie appelée "axone" ou "cylindraxe", cette approximation ne pourra être valable que quand on pourra considérer des classes de neurones en nombre suffisant ce qui est facilement admissible étant donné le fait qu'une population de cellules se compose facilement de plusieurs millions d'unités.



Le neurone reçoit par ses entrées appelées "synapses" des impulsions excitatrices et inhibitrices dont les densités sont notées respectivement: $x(t)$ et $y(t)$.

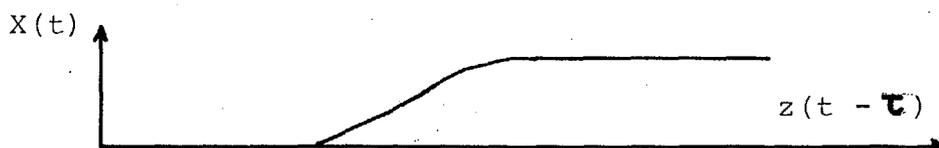
Nous pouvons, en première approximation considérer un signal résultant :

$$z(t) = x(t) - y(t)$$

Le signal de sortie se met sous la forme :

$$R(t) = E \left\{ X [z(t - \tau)] + \varepsilon \right\}$$

$X(z)$ est donné par la courbe caractéristique ci-dessous



L'allure de cette courbe est admise d'une façon très générale: elle comprend: une partie presque nulle, une portion croissante quasi linéaire, et une zone de saturation.

ε est un terme correctif qui tient compte de la dérivée seconde d^2z/dt^2 , un choix convenable de τ permet d'éliminer la dérivée première.



Réponse d'une population de cellules. (2)

Soit une population de n neurones et soient : $z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_n$ leurs signaux d'entrée, posons

$$z_i = \bar{z}_i + \bar{z}$$

\bar{z}_i est spécifique de la cellule: i , la moyenne \bar{z} est aspécifique, et à un terme constant près constitue le paramètre de régulation utilisé dans le modèle.

Soit: $d(z)$ la loi de distribution non centrée des z_i . La réponse globale de la population de cellules se mettra sous la forme suivante :

$$E [S(t)] = \sum_{i=1}^{i=n} d(z_i) \cdot E [X(z_i)] = H(\bar{z}, e)$$

où $e = (\bar{z}_i)$ représente l'ensemble des \bar{z}_i

Si nous admettons que la moyenne s'effectue sur un grand nombre de cellules, nous pouvons écrire :

$$S(t) = \sum_{i=1}^{i=n} d(z_i) \cdot X(z_i) = H(\bar{z}, e)$$

Le gain du système constitué par cette population dans la boucle d'asservissement est obtenu en dérivant H par rapport à \bar{z}

$$G(\bar{z}, e) = \sum_{i=1}^{i=n} d(z_i) \cdot \frac{dX(z_i)}{dz} = \frac{H(\bar{z}, e)}{\bar{z}}$$

La dérivée est nulle sauf dans la période de croissance quasi linéaire de X , pour la clarté des explications, nous l'assimilerons à un créneau rectangulaire, étant bien entendu que les calculs numériques ont été faits avec la courbe théorique exacte.

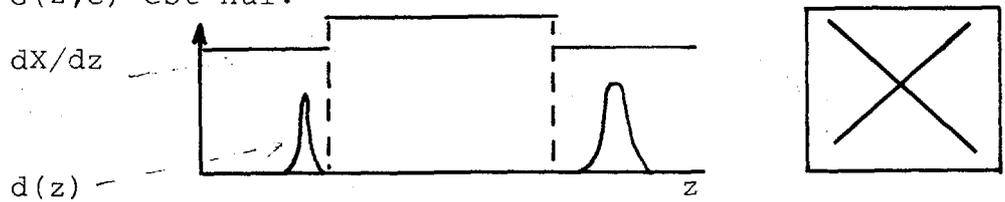
Le gain de la boucle d'asservissement est proportionnel à l'ordonnée à l'origine de la fonction de corrélation entre la loi de distribution des signaux et la dérivée de la courbe de réponse d'une cellule;

Signification de la loi de distribution. (3)

La façon la plus intuitive de se représenter la loi de distribution des impulsions nerveuses entre les neurones, est de se donner une mosaïque de cellules constituant une rétine sur laquelle viennent s'imprimer des images. Il sera ensuite facile d'imaginer un centre nerveux connecté point à point à la rétine, puis d'autres centres élaborant des représentations de plus en plus abstraites. Mais revenons à la rétine, et distinguons trois cas schématiques :

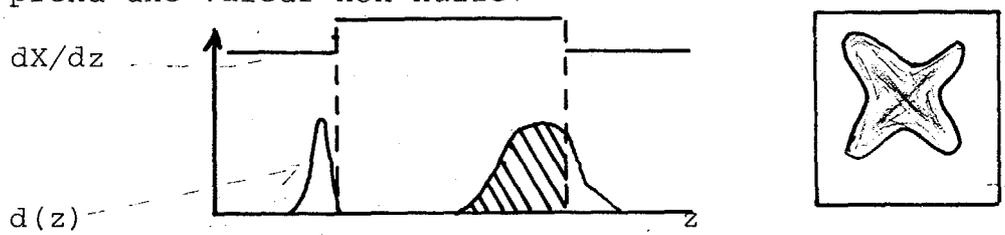
Premier cas :

L'image est nette, un certain nombre de cellules sont totalement excitées et fonctionnent dans la zone de saturation, la dérivée dX/dz est nulle. Les autres cellules sont totalement éteintes et la pente de la caractéristique est pour elles également nulle. La figure ci-dessous montre immédiatement que le gain $G(\bar{z}, e)$ est nul.



Second cas :

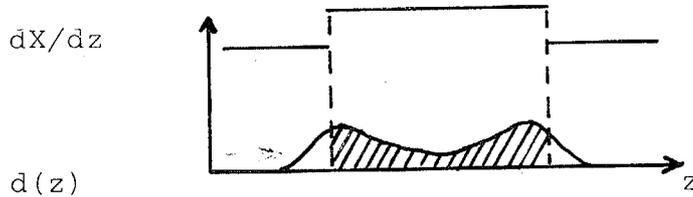
L'image est floue, un certain nombre de cellules ne sont plus totalement excitées mais les traits de l'image s'élargissent, le niveau d'éclairement restant à peu près le même, il y a un plus grand nombre de cellules intéressées: la figure montre que le gain prend une valeur non nulle.





Troisième cas :

L'image est brouillée, toujours à éclairement constant la loi de distribution s'étale de plus en plus et le gain prend une valeur maximale.



Ceci dit, pendant le travail du cerveau, il s'élabore des images qui se précisent puis s'estompent pour faire place à d'autres représentations lesquelles se précisent à leur tour puis s'estompent et ainsi de suite.

Régime stationnaire.

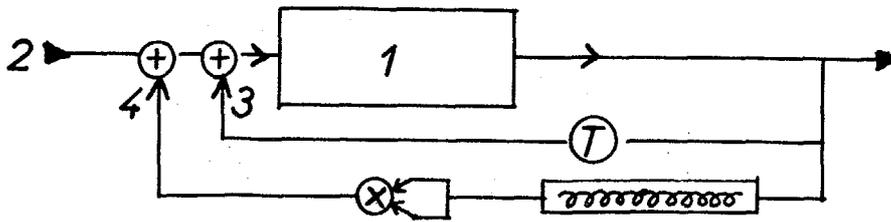
Faute de pouvoir calculer ce qui se passe dans le cerveau, nous traiterons le gain $G(\bar{z}, e)$ comme une variable aléatoire gaussienne définie par sa moyenne : G et son écart type G dont nous préciserons plus loin la signification. Disons simplement qu'il est possible de maintenir ces paramètres à peu près constants en maintenant constantes les conditions d'expérimentation, bien entendu en matière de physiologie rien n'est jamais constant, mais c'est précisément la définition d'un processus stationnaire: constance des données qui sont en notre connaissance.

Nous verrons que le système possède d'autres paramètres qui devront évidemment être également supposés constants.

Régime métastable d'oscillations. (4)

La figure suivante donne une représentation du système avec sa double boucle de réaction.

L'ensemble se compose de quatre éléments principaux.



- 1°) La population de cellules telle qu'elle a été identifiée qui correspond à un dipôle introduisant un retard moyen (supérieur au "délai synaptique" connu des neurophysiologistes) et dont le facteur de transfert varie aléatoirement en module.
- 2°) Une arrivée d'excitations afférentes dont le niveau moyen: Q constitue un des paramètres du système. La loi de distribution des excitations correspondantes n'est pas explicitée: elle est comprise dans la loi $d(z)$ définie plus haut.
- 3°) Une boucle de réaction positive, linéaire et de délai négligeable. Il ne peut se produire d'oscillations que si le taux de réaction T est supérieur à I/G , ce qui fait que le système livré à lui-même se bloquerait dans une position extrême. Physiquement, cette boucle correspond aux interréactions des neurones entre eux.
- 4°) Une boucle de contreréaction quadratique et retardée. Des essais préliminaires ont montré que la régulation du système ne pouvait se faire qu'avec une fonction croissant plus rapidement qu'une loi linéaire, la loi quadratique a été choisie comme la plus simple. Le délai est obtenu en introduisant une réponse impulsionnelle d'allure exponentielle décroissante dont la constante de temps est de l'ordre de 0.1 seconde.

Nous ne développerons pas ici les calculs en exponentielles imaginaires qui montrent qu'en régime



linéaire il ne peut pas se produire d'oscillations.

Par contre, l'introduction d'une loi quadratique dans la boucle de réaction a un double effet :

- Distorsion harmonique générant à partir d'une fréquence : f , une fréquence $2f$.
- Intermodulation régénérant la fréquence $f = 2f - f$.

Les conditions de phase sont alors compatibles avec les données du problème pour les fréquences f et $2f$. On démontre aussi, ce qui est évident, que le gain de la boucle ainsi constituée croît avec l'amplitude des oscillations: en effet, si ces dernières sont de très faible amplitude, la caractéristique parabolique se confond avec sa tangente, et il ne se produit plus ni distorsion ni intermodulation.

Celà introduit un gain dynamique: G_d qu'en première approximation nous mettrons sous la forme :

$$G_d = G_s \sqrt{V^2 + V_o^2}$$

G_s est le gain statique précédemment appelé : G

V_o est une oscillation résiduelle.

Soit G_{do} le gain dynamique minimal nécessaire à l'entretien des oscillations: le gain statique peut alors franchir deux seuils :

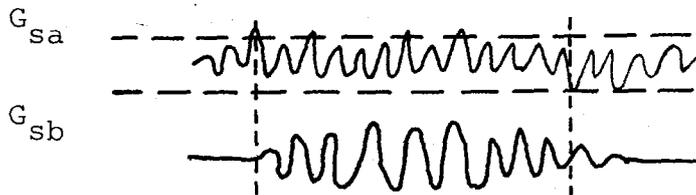
- Un seuil d'amorçage G_{sa} tel que :

$$G_{sa} = G_{do} / V_o$$

- Un seuil de blocage G_{sb} tel que :

$$G_{sb} = G_{do} / \sqrt{V^2 + V_o^2}$$

Quand le gain statique atteint par valeur inférieure le seuil d'amorçage, puis par valeur supérieure le seuil de blocage, il y a apparition puis extinction d'un train d'oscillations appelé: "fuseau".



Pendant la durée du fuseau, l'amplitude reste instable et fluctue continuellement: la planche montre un fuseau naturel, en haut, et un fuseau artificiel, en bas. En plus de la ressemblance entre ces deux signaux, ressemblance qui pourrait être fortuite, un certain nombre de propriétés essentielles des signaux EEG découlent naturellement des propriétés du modèle.

Signification de \bar{G} et de G .

La valeur moyenne \bar{G} diminue, comme nous l'avons vu, quand augmente la netteté des représentations élaborées par le cerveau: l'apparition des fuseaux correspond en effet au relâchement de la vigilance, et en particulier à la fermeture des yeux. Il faut aussi noter que dans ce cas, la diminution des excitations afférentes a également, d'après la logique du modèle, un effet de renforcement de l'amplitude des oscillations (5).

L'écart type G dépend des interréactions entre la portion considérée et le reste du cerveau ou encore l'environnement: ce sont en effet les fluctuations de la loi de distribution des excitations entre les différentes fibres nerveuses afférentes qui déclenchent les fluctuations de la loi de distribution: $d(t)$ définie plus haut. Ces fluctuations qui sont normales s'atténuent dans certains cas pathologiques tels que la "schysophrénie" ou lors de certaines expériences telles que la méditation YOGA: dans les deux cas, le sujet s'isole du monde extérieur, dans les deux cas, il se fait le vide dans son esprit, c'est-à-dire qu'il ne s'élabore plus d'images précises: dans les deux cas, on observe des ondes ALPHA dont l'amplitude est grande



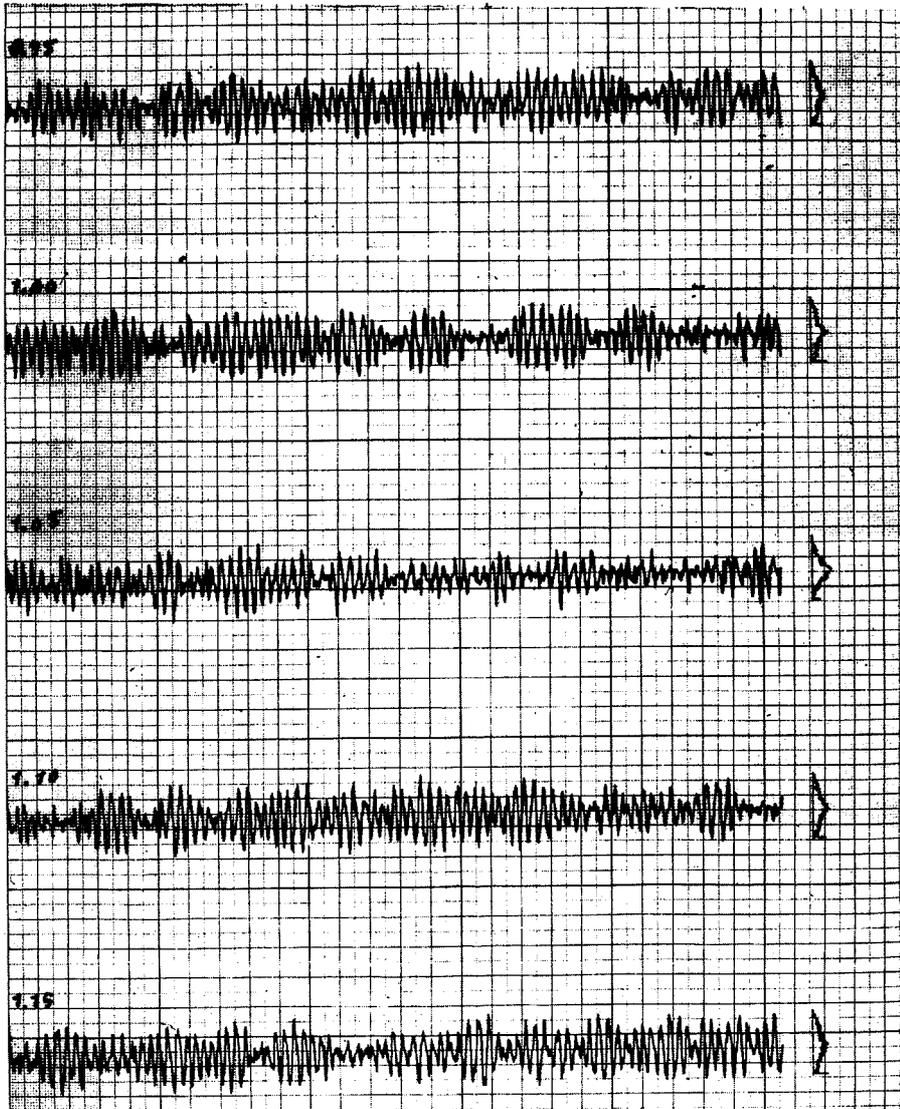
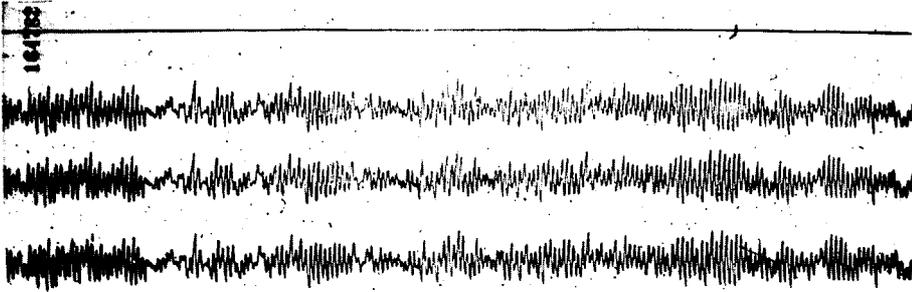
et peu variable. Celà est également vérifié par la théorie.

CONCLUSION

Selon le modèle dont les grandes lignes viennent d'être exposées, une série de fuseaux constitue une réalisation particulière d'un processus aléatoire stationnaire. Il se trouve que dans la plupart des cas la loi de distribution des amplitudes est gaussienne, ce qui a fait penser à une variable aléatoire, alors qu'il semble s'agir d'une fonction aléatoire dont la loi de distribution est effectivement gaussienne. Toutefois dans certains cas, quand le signal n'est pas modulé, la distribution peut ne plus être gaussienne.

Les méthodes classiques de traitement du signal se heurtent à de grandes difficultés du fait des variations continuelles de l'amplitude. On parle de non-stationnarité en perdant de vue la nature aléatoire de ce terme. Il est nécessaire de définir la variable aléatoire susceptible d'être stationnaire ou de ne pas l'être.

En se fixant des conditions d'expérience les plus constantes qu'il soit possible de faire, notamment en ce qui concerne le niveau de vigilance, on admet que le processus est stationnaire au sens probabilistique du mot, celà ne veut pas dire que tout reste constant: rien n'est jamais constant en matière de physiologie.





BIBLIOGRAPHIE

- (1) J.C. Lévy : "Un modèle de neurone considéré comme un ensemble statistique d'éléments booléens". Cr Acad. t 266 série D, 1968, p. 703
- (2) J.C. Lévy : "Sur la possibilité de simuler par le calcul électronique les réseaux de cellules nerveuses"
Elektronische Information und Kybernetik, IENA (RDA) Band 5-I, 1969, p. 13-26
- (3) J.C. Lévy : "Modèle explicatif des ondes électroencéphalographiques du type α ou θ "
Cr Acad. t 270 série D, 1971, p. 859-861
- (4) J.C. Lévy : "Un modèle théorique simulant les fuseaux d'onde α de l'électroencéphalogramme".
Cr Acad. t 272, série D, 1971, p. 1163-1165
- (5) J.C. Lévy : "Complément à un modèle simulant les ondes électroencéphalographiques".
Cr Acad. t 272, série D, 1971, p. 2954-2956
- (6) Cooper & Mundy Castle : "Spatial and temporal characteristics of a rythme, a topographic analysis". Electroencephalography and clinical Neurophysiologie.
t 26, 1969, p. 245-265
- (7) J.C. Lévy & P. Etévenon: "Un modèle d'électroencéphalogramme artificiel comparé au tracé veille-sommeil du rat". 14è colloque international de la Société de Psychologie Médicale de Langue Française. Toulon, 29 Avril - 1er Mai 1972
"Vigilance, Sommeil et Rêve"