

## TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 7 au 12 mai 1973

---

TRAITEMENT OPTIMAL D'ANTENNEClaude GIRAUDONCIT-ALCATEL

---

**RESUME**

Le traitement optimal d'antenne en sonar actif apparaît maintenant comme un procédé de traitement applicable aux sonars opérationnels et destiné à s'intégrer définitivement dans le schéma bloc diagramme des sonars performants, au même titre que le filtrage adapté, dont il est d'ailleurs une extension au cas de  $N$  capteurs. On expliquera le principe du traitement optimum de  $N$  capteurs et on donnera des résultats de mesures obtenus sur 3 capteurs. Le système développé possède une capacité de réjection de brouilleurs qui peut également s'appliquer à la réception passive.

**SUMMARY**

We describe a system which has the following properties :

For active sonar reception, it is the optimum antenna processing. It gives the best out put signal to noise ratio in all cases and besides has the ability to reject coherent noise interferences.

In passive reception, the system here in described has the ability to reject coherent noise makers and thus can be useful in implementing an own noise nullifier.

In both cases, the system described is fully adaptative.

TRAITEMENT OPTIMAL D'ANTENNE

---

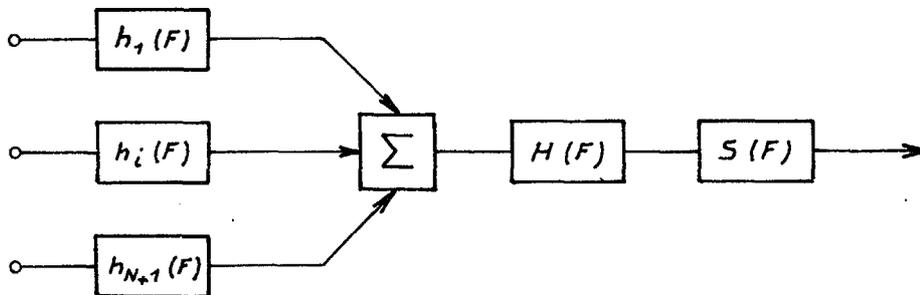
1. - INTRODUCTION

Pendant la dernière décade, de nombreuses études ont été menées, particulièrement en France et aux Etats Unis, sur le traitement optimal d'antenne.

Il s'agit d'optimiser selon un critère à définir la réception, à l'aide de  $(N + 1)$  capteurs, d'un signal issu d'une source ponctuelle moyé dans un champ de bruits non stationnaires.

Plusieurs philosophies sont en concurrence pour la solution de ce problème. Nous utiliserons dans la suite de cet exposé, la méthode développée par Nermoz (réf. 1).

Le schéma bloc du traitement optimal est le suivant



On suppose que la "composante signal" est identique sur tous les capteurs.

Chaque filtre élémentaire  $h_i(F)$  dépend d'un cofacteur de la matrice interspectrale des bruits :  $M$ .

Le filtre  $H(F)$ , suivant la somme, dépend lui aussi de  $M$  et n'est défini que si  $M$  est régulière.

Le dernier filtre de la chaîne  $S(F)$ , ne dépend que de la forme du signal et si l'on désire optimiser la détection d'un signal certain



## TRAITEMENT OPTIMAL D'ANTENNE

noyé dans un bruit, ce filtre est le filtre adapté usuel.

Le schéma bloc ainsi développé suppose que le champ de bruit à l'entrée est stationnaire. Si ce n'est pas le cas, on est cependant obligé de faire l'hypothèse d'une stationnarité locale suffisante pour évaluer la matrice  $M$ .

Ce système est adaptatif : les filtres dépendant du bruit,  $h_i(F)$  et  $H(F)$ , sont réactualisés régulièrement en effectuant une nouvelle mesure.

Ainsi défini, le système n'est pas limité théoriquement en largeur de bande. Le cas de singularité de la matrice  $M$  conduit à une situation intéressante. Dans ce cas, on démontre que le bruit possède une distribution spatiale ponctuelle de  $n$  sources ( $n < N - 1$ ). On démontre également dans ce cas que le filtre  $H(F)$  peut être omis et qu'il est toujours possible de déterminer les filtres  $h_i(F)$  qui éliminent complètement les sources ponctuelles de bruit à concurrence de  $N$ .

Il existe également un autre cas dans lequel on peut omettre le filtre  $H(F)$  : c'est celui de la bande étroite, le filtre se réduisant alors à une constante complexe.

On obtient alors un système qui, ignorant la singularité de  $M$ , élimine complètement  $N$  interférences dans le cas de sources ponctuelles et qui dans tous les autres cas donne le meilleur rapport signal sur bruit en sortie qu'il est possible d'obtenir.

Dans ce dernier cas, qui est celui du sonar actif, il y a parfaite identité entre le système optimal d'antenne et le procédé qui élimine  $N$  brouilleurs ponctuels à partir de  $N - 1$  capteurs.

TRAITEMENT OPTIMAL D'ANTENNE

2. - ELIMINATION DE N INTERFERENCES A L'AIDE DE N - 1 CAPTEURS.

2.1. - Elimination.

Les hypothèses de calcul sont les suivantes :

- Le signal utile est identique sur les N - 1 capteurs
- Les N brouilleurs sont indépendants entre eux et indépendants du signal.

On suppose les brouilleurs localement stationnaires.

L'information reçue par le capteur i s'écrit en amplitude complexe :

$$E_i(t) = s(t) + \alpha_1(t) \exp[j\theta_{i1}] + \dots + \alpha_N(t) \exp[j\theta_{iN}]$$

s(t) est la composante "signal".

$\alpha_1(t), \dots, \alpha_N(t)$  sont les brouilleurs.

Soit S(t) la somme des capteurs

$$s(t) = \sum_{i=1}^{N-1} E_i(t) = (N-1) s(t) + [K]^t [\alpha(t)]$$

$[K]$  matrice colonne de constantes complexes

$[\alpha(t)]$  matrice colonne des brouilleurs

Supposons que l'on sache élaborer à partir de  $[\alpha(t)]$  une matrice  $[T(t)]$  de N quantités dépendant linéairement des  $\alpha_i(t)$  et orthogonales.

$$[T(t)] = [A] [\alpha(t)]$$



TRAITEMENT OPTIMAL D'ANTENNE

$[A]$  : matrice carrée  $(N \times N)$ , complexe

L'orthonormalité s'écrit

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} [T(t)] [T(t)]^{\#} dt = [I]$$

on en tire aisément  $[A] [E] [A]^{\#} = [I]$  (1)

$[E]$  : matrice d'intercorrélation des brouilleurs (diagonale)

Evaluons alors la quantité scalaire

$$P(t) = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} [T(t)]^{\#} \cdot s(t) dt \right\} \cdot [T(t)]$$

Compte tenu de l'indépendance du signal et des brouilleurs, ceci se réduit à

$$P(t) = [K]^t [E] [A]^{\#} [A] [\alpha(t)] \quad (2)$$

Compte tenu de (1), (2) se réduit à

$$P(t) = [K]^t \cdot [\alpha(t)]$$

Rappelons que  $S(t) = (N+1) s(t) = [K]^t [\alpha(t)]$

$$\text{Il vient } \boxed{S(t) - P(t) = (N+1) s(t)}$$

Donc, si l'on sait élaborer à partir de  $[\alpha(t)]$  une matrice  $[T(t)]$  orthonormale et linéaire en  $\alpha$ , on sait éliminer  $N$  brouilleurs. Il suffit pour cela de construire le signal  $P(t)$  et d'effectuer la différence  $S(t) - P(t) = (N+1) s(t)$ .

2.2. - Référence bruit seul et orthonormalisation.

Les  $\alpha_i(t)$  ne nous sont pas accessibles, mais on possède

TRAITEMENT OPTIMAL D'ANTENNE

des références "bruit seul" qui sont des combinaisons linéaires des  $\alpha_i(t)$  par :

$$V_i(t) = E_i(t) - E_{i-1}(t) \quad (i \text{ de } 1 \text{ à } N)$$

Orthonormaliser les  $V_i(t)$  dans le cas de 2 brouilleurs peut s'effectuer par un procédé classique :

normalisation et somme - différence

Dans le cas de N brouilleurs, on peut mettre à profit la méthode de Gram-Schmidt

$$T_1(t) = \frac{V_1(t)}{\|V_1(t)\|}$$

$$T_2(t) = \frac{V_2(t) - T_1(t) \int \frac{1}{2} V_2(t) T_1^*(t) dt}{\left\| V_2(t) - T_1(t) \int \frac{1}{2} V_2(t) T_1^*(t) dt \right\|}$$

etc.....

3. - ELABORATION DU SCHEMA-BLOC DU (N - 1) TUPLET.

Le schéma bloc du (N - 1) tuplelet comprend 3 parties :

- Combinaison : on élabore le signal somme S(t) en additionnant tous les capteurs.

On élabore les N références bruit seul par

$$V_i(t) = E_i(t) - E_{i-1}(t) \quad (i \text{ de } 1 \text{ à } N)$$



TRAITEMENT OPTIMAL D'ANTENNE

- Orthonormalisation : on élabore les  $N$  signaux orthonormés  $T_i(t)$  à partir des  $V_i(t)$  par le procédé de Gram-Schmidt.

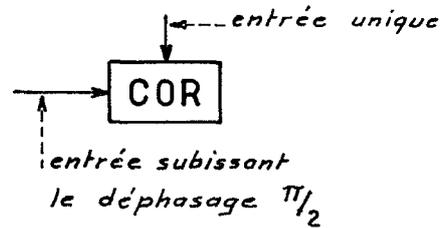
- Corrélation : on élabore le scalaire  $P(t)$  :

$$P(t) = \left\{ \int \frac{1}{2} [T(t)]^\# \cdot s(t) dt \right\} \cdot [T(t)]$$

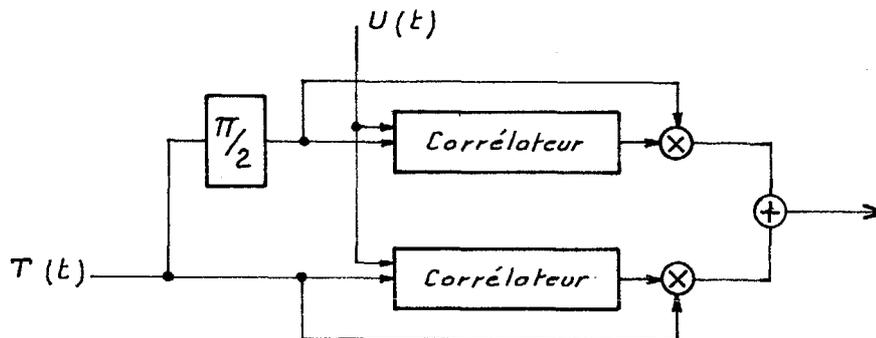
et  $s(t) = P(t) + (N - 1) s'(t)$

Le schéma bloc du système utilise 3 blocs fonctionnels

- un additionneur-soustracteur
- un contrôle automatique de gain symbolisé CAG
- un module de corrélation complexe symbolisé COR.



Ce module réalise l'opération  $T(t) \cdot \int \frac{1}{2} U(t) T^\#(t) dt$  en utilisant le circuit suivant



On trouvera en figure 1 les schémas des  $(N - 1)$  triplets  $N - 1 \text{ à } 4$ .

TRAITEMENT OPTIMAL D'ANTENNE

---

L'examen de ces schémas présente de l'intérêt :

- Il est évident que le fonctionnement du système est indépendant de la présence ou de l'absence du signal.  
Le signal n'est en effet éventuellement présent que sur la voie somme qui ne subit aucune détérioration.
- Le passage du  $(N - K)$  triplet au  $(N - K + 1)$  triplet s'effectue par addition de matériel au  $(N - K)$  triplet.
- On peut décomposer le  $(N - 1)$  triplet en un certain nombre de doublets utilisant des éléments communs.

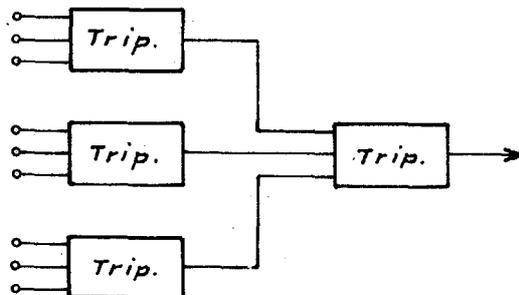
4. - COMPLEXITE-VARIANTES.

On trouvera en figure 2 une courbe donnant le poids de complexité du système  $(N - 1)$  triplet en fonction de  $(N - 1)$ .

Cette courbe est élaborée en affectant un poids de complexité à chaque bloc élémentaire qui compose le système.

Si les valeurs absolues n'ont pas grande signification, les valeurs relatives sont révélatrices du gradient de prix de l'optimum en fonction de  $(N - 1)$ .

Il a paru intéressant de présenter sur la même courbe le poids, évalué de la même manière, des associations suboptima (on peut par exemple traiter 9 capteurs avec 4 triplets)





## TRAITEMENT OPTIMAL D'ANTENNE

si l'on fait l'hypothèse de bruits parasites gaussiens, une autre simplification en résulte :

- Le CMG traitant  $X(t)$  utilise une détection linéaire et donne  $\frac{X(t)}{\sigma_N} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$  au lieu de  $\frac{X(t)}{\sigma_N}$ .

- Le corrélateur élémentaire est hybride et donne  $z(\tau) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sigma_N} C_{xy}(\tau)$  au lieu de  $C_{xy}(\tau)$ .

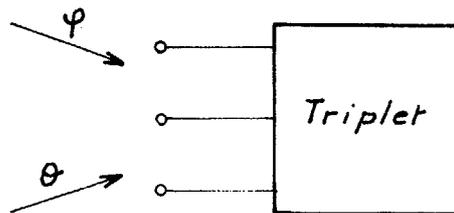
Les deux effets s'annulent dans les équations.

Le poids de complexité du  $(N-1)$  tuple et en résultant est légèrement plus faible et se trouve également en figure 2.

### 5. - RESULTATS EXPERIMENTAUX OBTENUS SUR UN TRIPLET.

#### 5.1. - Dispositif de mesure.

On dispose d'un banc de test composé essentiellement de 5 générateurs de bruit indépendants et de déphaseurs variables. Deux de ces générateurs figurent les 2 brouilleurs et sont injectés sur les capteurs  $\hat{y}$  travers des déphaseurs variables qui permettent de simuler 2 brouilleurs indépendants provenant de directions variables.



Les 3 bruits restant, sont injectés chacun sur un capteur et permettent de faire varier le coefficient d'intercorrélation entre capteurs.

TRAITEMENT OPTIMAL D'ANTENNE

On appelle respectivement

- $\frac{\sigma^2}{\theta^2}$  : puissance du premier brouilleur
- $\frac{\sigma^2}{\varphi}$  : puissance du 2<sup>ème</sup> brouilleur
- $\frac{\sigma^2}{\psi}$  : puissance du bruit indépendant.

Une "composante signal"  $s(t)$  est injectée identique sur les 3 capteurs.

Les signaux injectés sur les capteurs sont donc :

$$s_1(t) = s(t) + l_1(t) = \theta(t) + \varphi(t)$$

$$s_2(t) = s(t) + l_2(t) = \theta(t) \exp(j\theta) + \varphi(t) \exp(j\varphi)$$

$$s_3(t) = s(t) + l_3(t) = \theta(t) \exp(j2\theta) + \varphi(t) \exp(j2\varphi)$$

Soit  $p$  le rapport entre la puissance des brouilleurs et la puissance totale de bruit

$$p = \frac{\frac{\theta^2}{\theta^2} + \frac{\varphi^2}{\varphi^2}}{\frac{\theta^2}{\theta^2} + \frac{\varphi^2}{\varphi^2} + \frac{\sigma^2}{\psi^2}}$$

$$p = q$$

Le critère utilisé en sortie est le rapport entre la puissance instantanée du signal  $|s(t_0)|^2$  et la puissance moyenne du bruit  $P_B$ .

$$\text{Soit } r = \frac{|s(t_0)|^2}{P_B}$$



## TRAITEMENT OPTIMAL D'ANTENNE

La mesure effectuée consiste, pour une configuration donnée des brouilleurs, à comparer le rapport signal sur bruit obtenu avec la somme directe des 3 capteurs,  $r_{\Sigma}$  (traitement d'antenne usuel) et le rapport signal sur bruit obtenu lorsque la somme directe est remplacée par un triplet  $r_T$ .

Le gain du triplet par rapport à la somme directe est alors chiffré par  $G = 10 \log \frac{r_T}{r_{\Sigma}}$ .

### 5.2. - Résultats expérimentaux

La figure 3 correspond au cas  $\rho = 0.98$  ;  $p = q = 0.49$ . L'un des brouilleurs est fixe :  $\varphi = 60^\circ$ . L'autre  $\theta$  varie de  $0^\circ$  à  $180^\circ$ . On trouve sur cette figure la courbe de gain théorique par rapport à la somme directe (courbe continue) ; la courbe de gain pratique obtenue lorsque les 2 brouilleurs occupent une bande de 440 Hz centrée sur 1.9 KHz (courbe pointillée) ; la courbe de gain pratique obtenue lorsque les 2 brouilleurs sont sinusoïdaux de fréquences espacées de 400 Hz (courbe tiretée).

On constate que le maximum de gain par rapport à la somme directe est obtenue lorsque les deux brouilleurs sont confondus  $\theta = \varphi = 60^\circ$ . En ce point, le gain théorique vaut  $\approx 16$  dB et le gain pratique est  $\approx 14$  dB.

D'une manière générale, plus le coefficient d'intercorrélacion entre les capteurs est élevé, plus le gain théorique est important. A la limite, lorsque seuls sont présents les brouilleurs, le gain devrait être infini.

Tout électronicien comprendra aisément que ce cas "d'école" n'est pas réalisable ni mesurable. Dans le même ordre d'idées, c'est pour les coefficients d'intercorrélacion les plus élevés que les courbes de gain théorique et gain pratique diffèrent le plus.

On remarquera également que les gains théorique et pratique sont

TRAITEMENT OPTIMAL D'ANTENNE

minima pour  $\theta = 120^\circ$ .

Il ne faut pas perdre de vue que ce gain est relatif au rapport  $\frac{S}{B}$  obtenu sur la somme directe des 3 capteurs.

Il se trouve que pour  $\theta = 120^\circ$ , le brouilleur  $\theta$  est naturellement éliminé par la somme directe.

On trouvera en figures 4 à 7 quelques autres configurations des variables  $\theta$ ,  $\varphi$ , p, q.

### 5.3. - Essais en large bande

Afin de tester la capacité du système dans une bande plus large, les brouilleurs ont été filtrés dans une bande  $\pm 1$  dB de 4300 Hz  $\pm$  5600 Hz, soit  $\pm 600$  Hz autour de la fréquence centrale au lieu de  $\pm 220$  Hz auparavant.

Les gains obtenus sont en figures 8 et 9. Ils montrent que la dégradation de G par rapport au cas précédent est dans la majorité des situations ( $\theta$  et  $\varphi$  variables) inférieure  $\pm 2$  dB).

La capacité du système en tant qu'éliminateur de brouilleurs sinusoïdaux a également été testée en bande large.

La figure 10 montre le gain du système sur un seul brouilleur de fréquence variable, on retrouve pratiquement la bande du déphaseur  $\frac{\pi}{2}$  utilisé dans les modules COR, soit  $\pm 800$  Hz  $\pm 1$  dB autour de la fréquence centrale.

La figure 11 montre le gain du système sur 2 brouilleurs sinusoïdaux, l'un étant  $\pm$  fréquence fixe 4900 Hz, l'autre variable dans la bande, ceci pour 2 rapports de puissance des deux brouilleurs.

Enfin d'autres essais ont montré que les capacités d'élimination



## TRAITEMENT OPTIMAL D'ANTENNE

---

de brouilleurs du système étaient également valables en bande plus basse (0 - 1600 Hz), un triplet éliminant alors deux familles distinctes de signaux parasites.

### 6. - CONCLUSION

Les systèmes optimaux de traitement d'antenne ci-dessus décrits apportent la solution à deux problèmes intéressant les techniques sonar

- L'amélioration de la réception active, particulièrement en milieu fortement réverbérant.
- L'élimination de bruits parasites en réception passive.

### Références

- 1 Mermoz : "Extension de la méthode du filtrage adapté au cas de plusieurs entrées pour l'optimisation de la détection des signaux faibles".  
1964 - Thèse université de Grenoble
- 2 Mermoz : "Elimination des brouilleurs par traitement optimal d'antenne".  
1969 - Annales des Télécommunications
- 3 CIT-Alcatel : brevet n° 73 02 273

Schémas du (N+1) tuplet N = 1 à 4

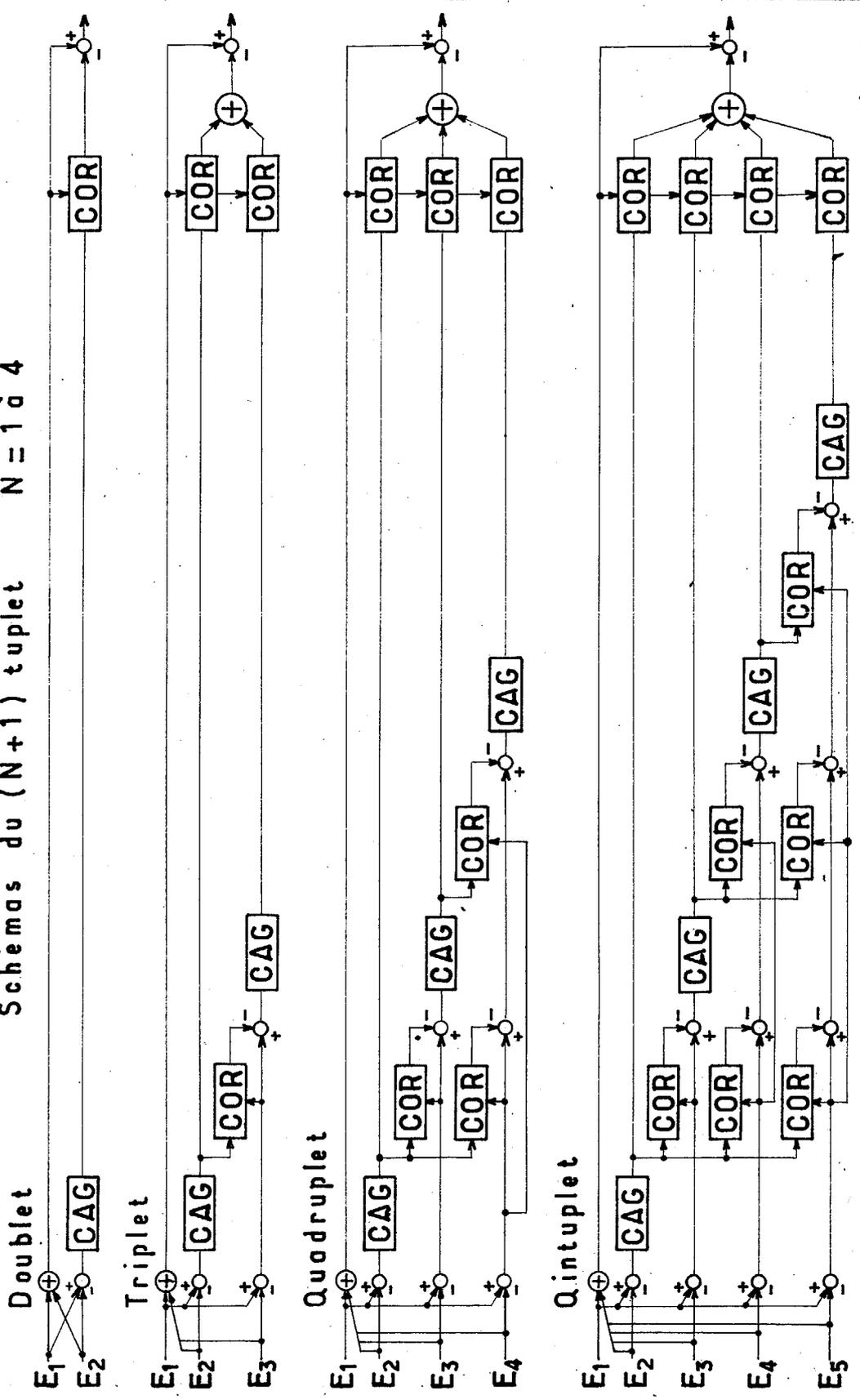


Fig. 1

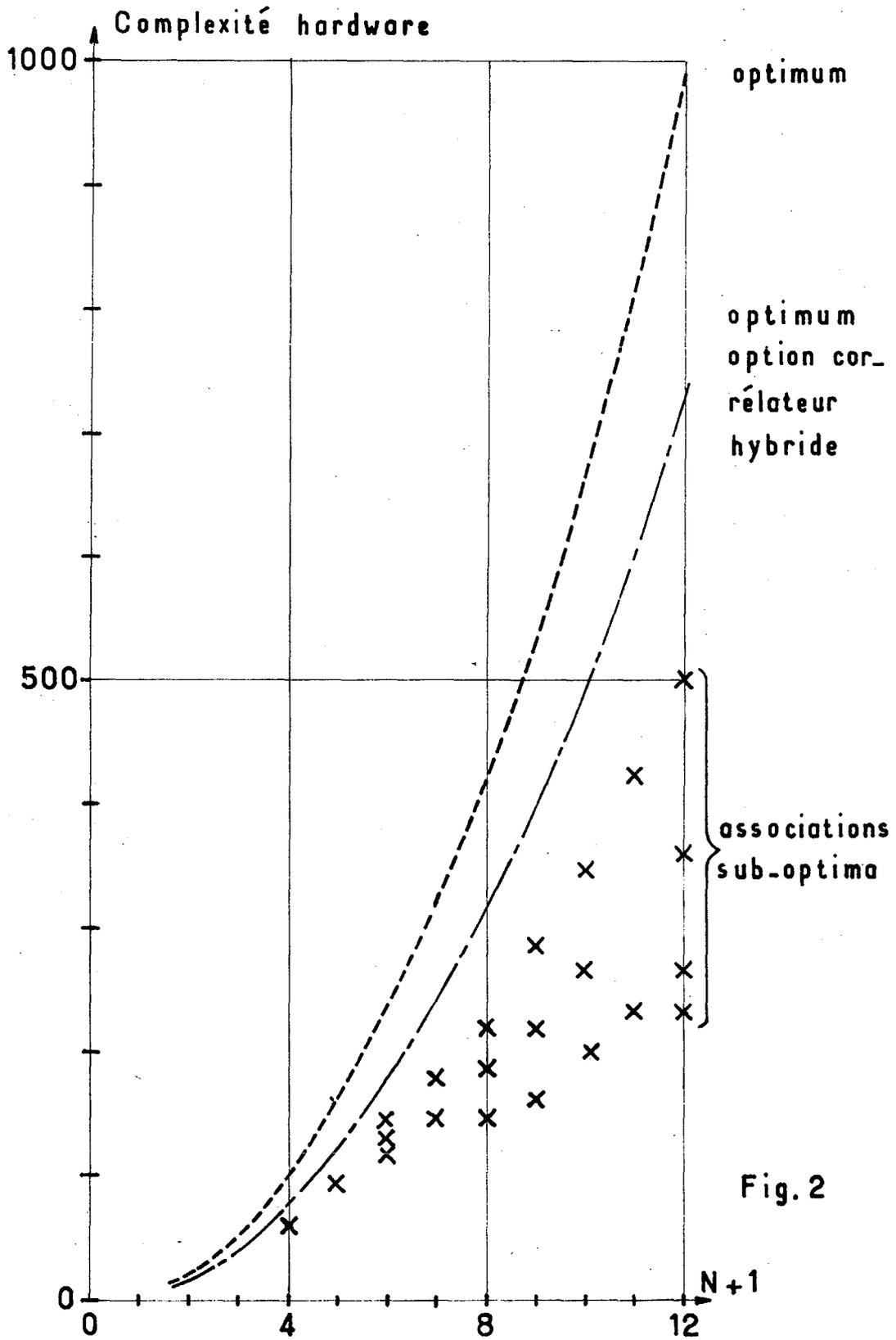
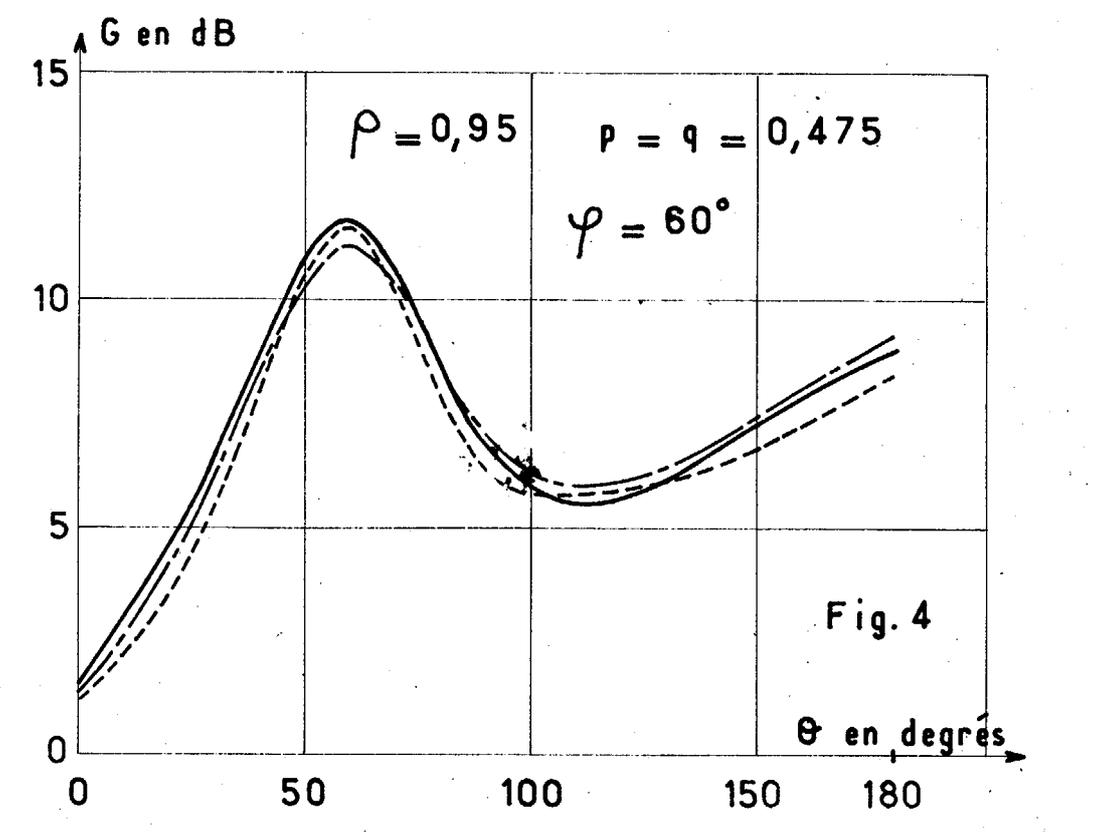
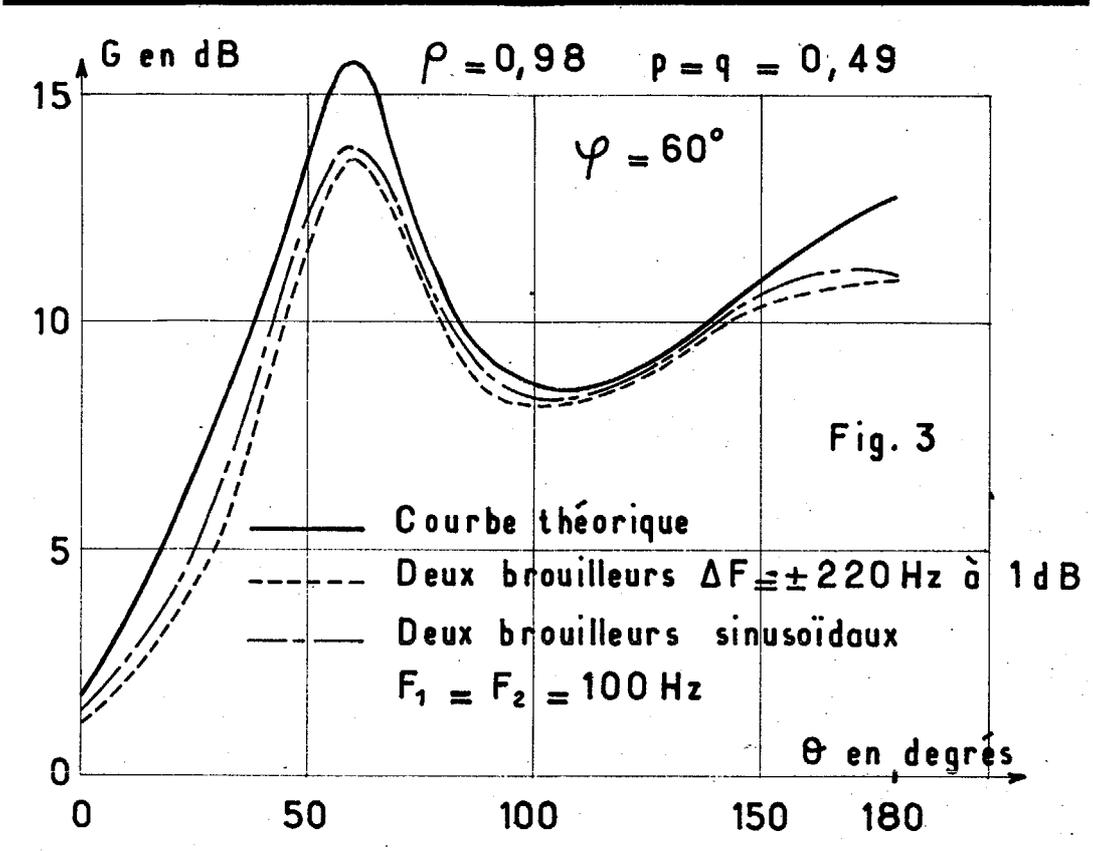
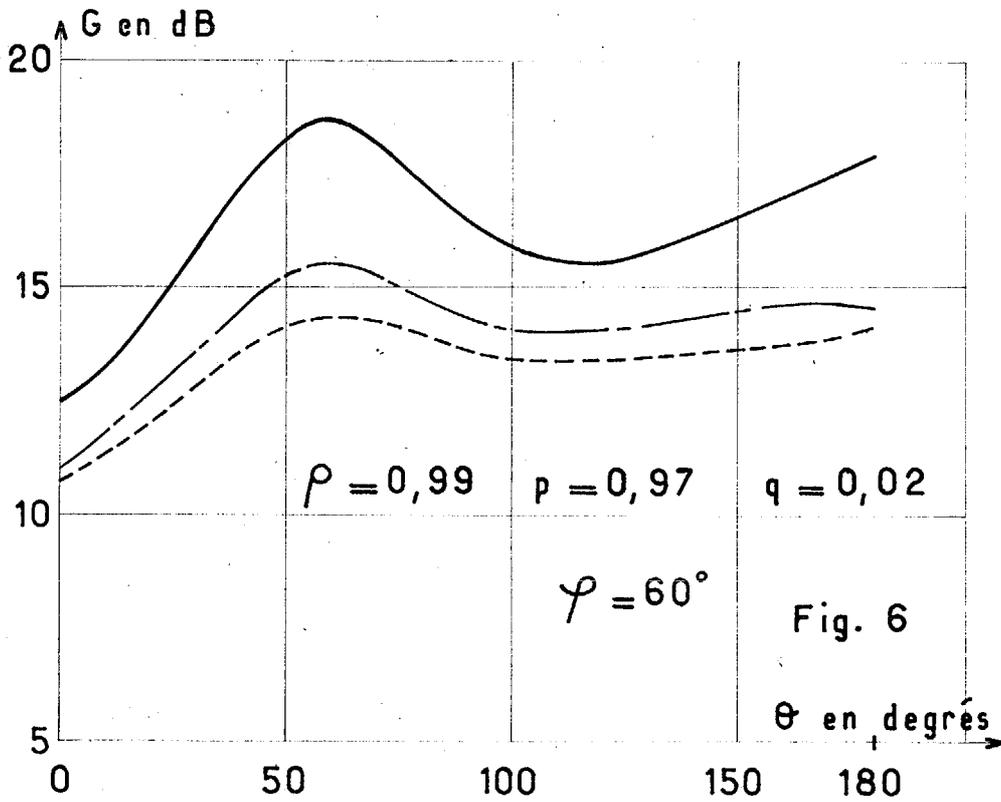
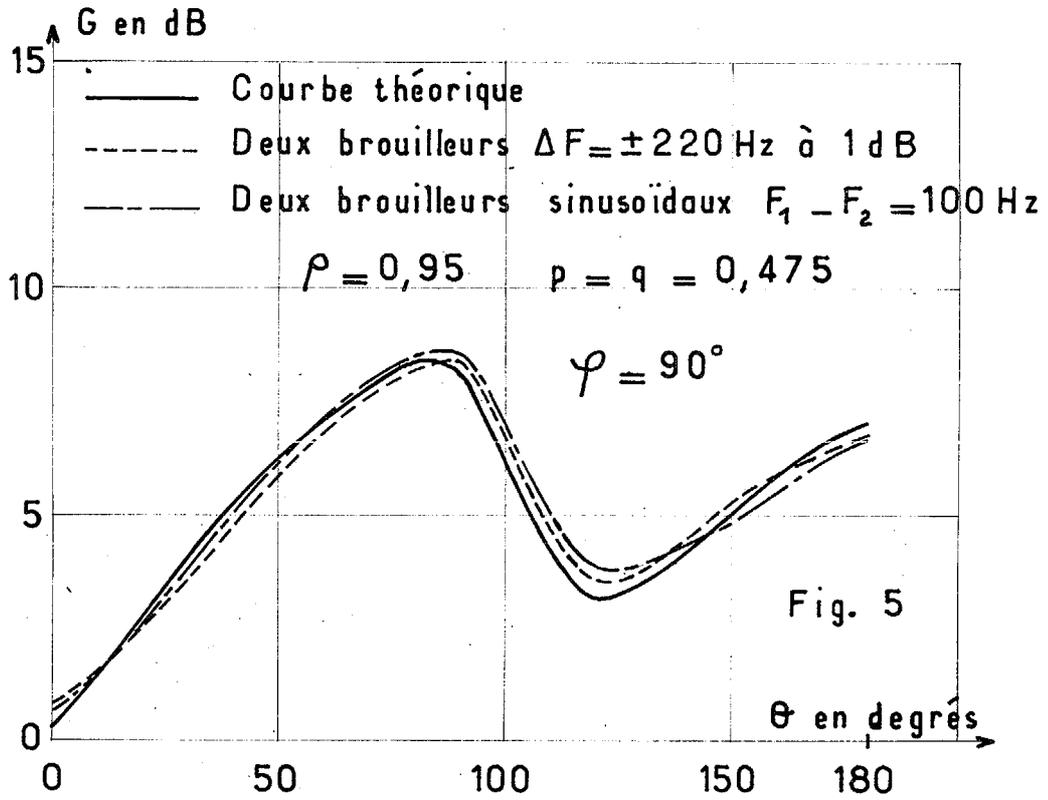


Fig. 2





——— Courbe théorique  
 - - - - - Deux brouilleurs  $\Delta F = \pm 220 \text{ Hz}$  à 1 dB  
 - · - · - Deux brouilleurs sinusoïdaux  $F_2 - F_1 = 100 \text{ Hz}$   
 $\rho = 0,95$      $\rho = 0,90$      $q = 0,05$   
 $\varphi = 90^\circ$

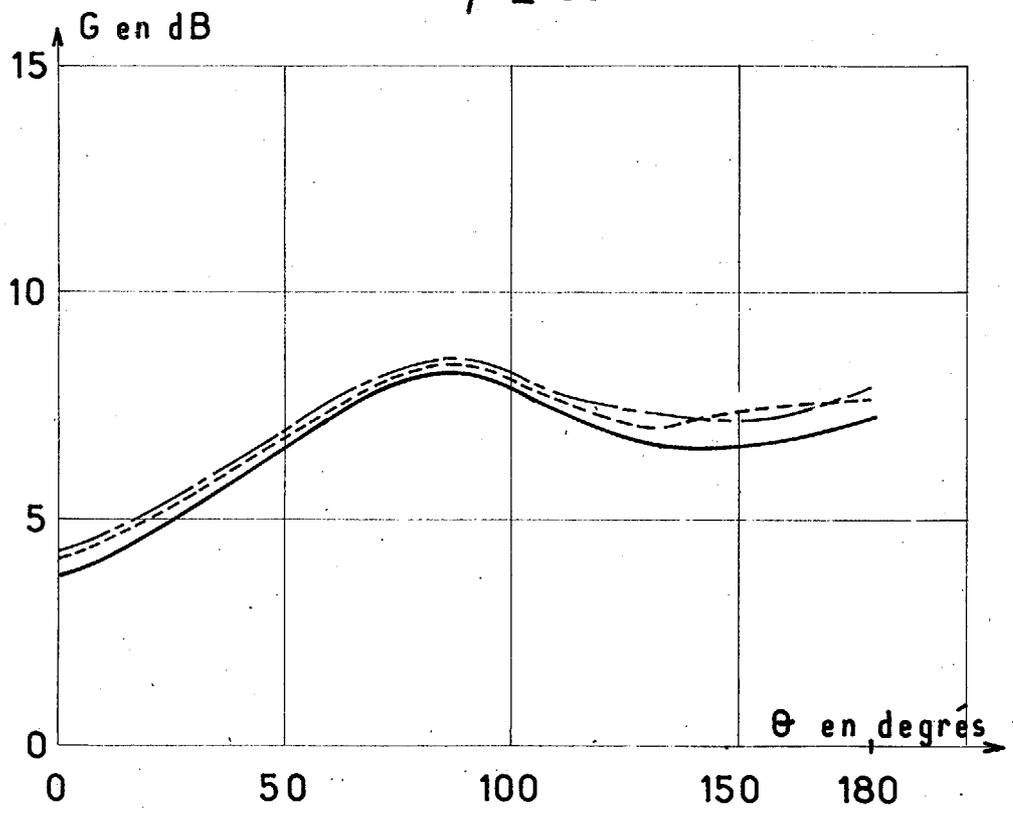


Fig. 7

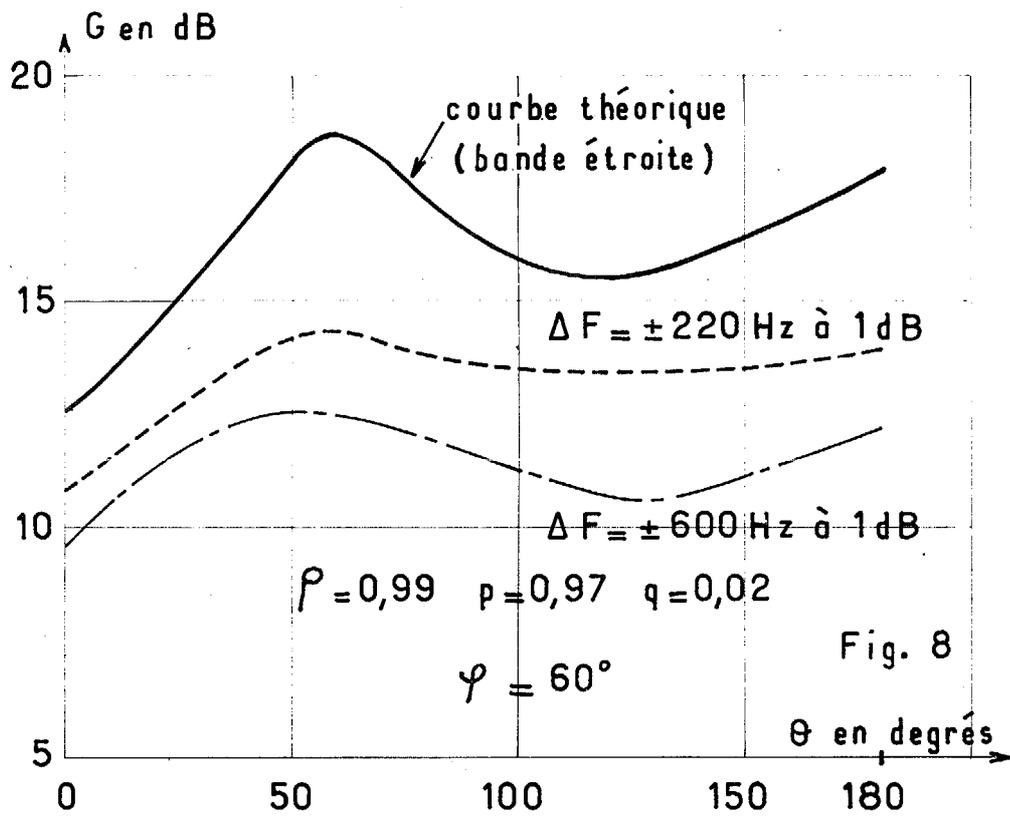


Fig. 8

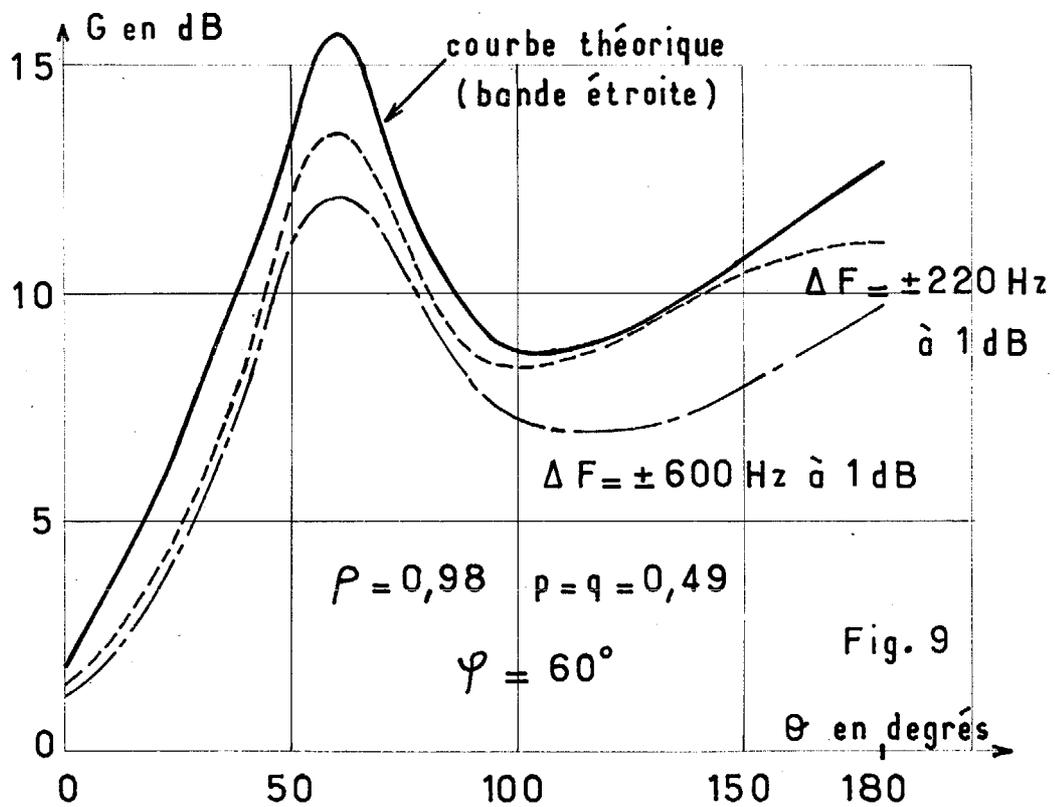


Fig. 9

