



TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 7 au 12 mai 1973

LE FILTRAGE SPATIO-TEMPOREL DES SIGNAUX A LARGE BANDE

Y. FOISSAC, Ingénieur (★)

J. MUNIER, Maître de Recherche (★)

RESUME

L'antenne est un filtre d'espace-temps dont la réponse angulaire dépend de la loi d'illumination d'ouverture et du spectre de fréquence des signaux transmis.

Ses propriétés directives en réception peuvent être caractérisées au moyen de sa *réponse impulsionnelle spatio-temporelle* et d'une fonction de transfert dépendant des paramètres angulaires, et ses performances de résolution, lorsqu'elle est associée à un signal particulier, au moyen de la *fonction d'ambiguïté multidimensionnelle*.

Quelques exemples typiques montreront à quel point résolution et ambiguïté peuvent être améliorées par l'utilisation de signaux à large bande.

SUMMARY

Antenna is a space-time filter, the angular response of which depends on the aperture illumination and the frequency spectrum of the transmitted signal.

Its receiving directive properties can be characterized by its spatio-temporal impulse response and by a transfer function depending on angular parameters ; also its resolution performances, when associated with a particular signal, can be characterized by the multidimensional ambiguity function.

The typical examples we present show how much resolution and ambiguity can be improved through the use of wideband signals.

(★) Ecole Nationale Supérieure d'ELECTRONIQUE et de RADIOELECTRICITE
23, rue des Martyrs - 38031 GRENOBLE CEDEX.

1. FILTRAGE TEMPOREL A PARAMETRES ANGULAIRES ET FILTRAGE SPATIO-TEMPOREL

Les propriétés directives des antennes, en particulier dans le cas de la réception que nous étudierons exclusivement, sont habituellement caractérisées en *ondes monochromatiques*, ce qui est satisfaisant pour la plupart des applications, comme le RADAR, où les bandes passantes relatives des signaux n'excèdent guère quelques pour cent. Par contre, cette caractérisation devient caduque pour les *signaux à large bande*, dont l'utilisation, grâce aux progrès technologiques, s'étend de plus en plus ; l'antenne apparaît alors comme un filtre dont la réponse temporelle dépend des coordonnées angulaires de la source de signal.

Divers auteurs, [1] à [8], ont abordé le problème des *propriétés transitoires* des antennes ou, plus généralement, celui du *filtrage spatio-temporel*. On est amené à définir une *réponse impulsionnelle spatio-temporelle*, qui est la réponse de l'antenne à un point-source, situé en principe à l'infini, émettant une impulsion de DIRAC.

Une première démarche, qui est celle des auteurs précités, consiste à considérer l'antenne comme un filtre temporel caractérisé par une *fonction de transfert* $H(f, \theta, \phi)$ dépendant des *paramètres angulaires* (θ, ϕ) , fonction qui résulte de la transformation de FOURIER de la réponse impulsionnelle spatio-temporelle.

Une autre démarche, que nous mentionnons seulement afin de situer le problème dans sa généralité, consisterait à traiter la question du filtrage spatial, en considérant que l'antenne est un réflecteur ou un réflecteur destiné à construire une image de l'ensemble des sources à l'infini, objectif qu'une antenne munie d'une seule sortie permet également d'atteindre, si on effectue un balayage angulaire. Vue sous cet angle, l'antenne est effectivement un filtre spatial caractérisé par une *fonction de transfert bidimensionnelle*, définie dans l'espace des deux fréquences spatiales et où le temps joue le rôle de paramètre.

Enfin, les propriétés de filtrage spatio-temporel peuvent être caractérisées globalement au moyen d'une *fonction de transfert tridimensionnelle* résultant d'une triple transformation de FOURIER appliquée à la réponse impulsionnelle spatio-temporelle et portant sur le temps t et les angles θ et ϕ .

Nous nous limiterons, dans ce qui suit, au filtrage temporel, en donnant de la fonction de transfert en réception une expression nouvelle, tenant compte des désadaptations éventuelles entre l'antenne, la ligne de transmission et le récepteur, et du caractère vectoriel des champs ; de là nous déduirons la réponse impulsionnelle spatio-temporelle, ainsi que les diagrammes d'énergie traduisant, pour des signaux de spectres donnés, la variation de l'énergie transmise en fonction des paramètres angulaires.

Quant aux *performances de résolution angulaire*, elles dépendent des signaux transmis et on les caractérise, [9] à [13], par la



fonction d'ambiguïté multidimensionnelle définie, pour un couple antenne-signal, dans l'espace quadridimensionnel des variables : retard, décalage DOPPLER, dépointages angulaires (azimut et site).

Précisons enfin que nous faisons abstraction de tout aspect probabiliste : nous supposons les signaux certains, la propagation non fluctuante et non bruitée, et l'antenne parfaitement déterminée.

2. L'ANTENNE DE RECEPTION, FILTRE D'ESPACE-TEMPS

Nous considérons donc l'antenne comme un filtre temporel dépendant des paramètres angulaires (θ, ϕ) de la source de signal, qui est supposée produire une onde plane (figure 1) ; les angles sont repérés par rapport au trièdre trirectangle $(\vec{l}, \vec{m}, \vec{n})$ lié à l'ouverture de l'antenne ; celle-ci est connectée au moyen d'un organe de transmission (ligne, guide d'onde ou autre circuit passif) à une charge d'impédance Z_L ; aux bornes de l'organe de transmission, côté antenne et côté charge, nous supposerons qu'il n'existe qu'un seul et même mode d'onde, d'impédance caractéristique Z_C ; enfin, nous appellerons Z_A l'impédance de l'antenne mesurée à son point de branchement à l'organe de transmission.

En admettant, par commodité, que l'onde incidente est polarisée rectilignement, il est naturel de prendre, comme bornes d'entrée du filtre, deux points quelconques A et B situés dans un même plan d'onde incidente pris au voisinage de l'ouverture et sur le même axe de polarisation, et comme tension d'entrée, la circulation du vecteur champ électrique entre A et B. Comme bornes de sortie, nous prendrons évidemment les bornes C et D de la charge et comme tension de sortie la différence de potentiel entre ces deux points.

En régime harmonique de fréquence f , le champ reçu peut s'écrire $\vec{E}_0 \cdot e^{j2\pi f t}$; le rapport de la tension de sortie à la tension d'entrée donne alors la valeur de la fonction de transfert en réception $H_R(f, \theta, \phi)$ de l'antenne à la fréquence f , pour la direction θ, ϕ .

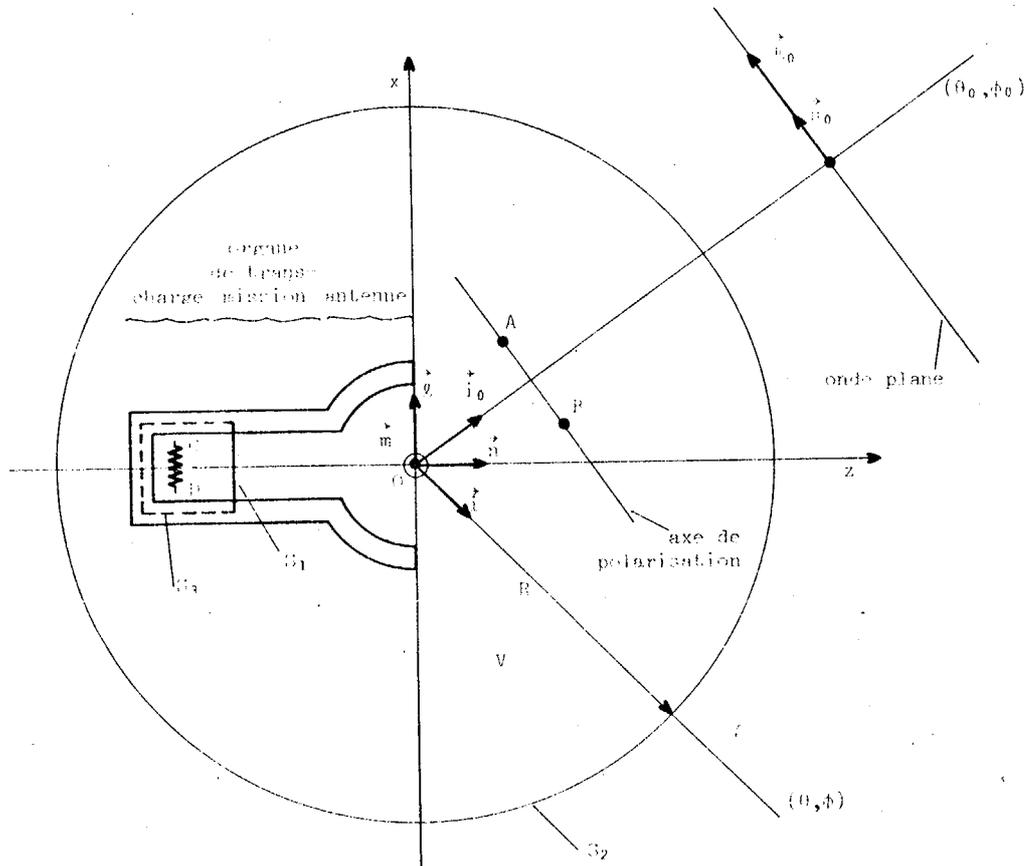
En régime quelconque, le champ reçu s'écrit $\vec{E}_0 \cdot s_{\theta, \phi}(t)$, expression où $s_{\theta, \phi}(t)$ caractérise le signal d'entrée provenant de la direction (θ, ϕ) . Le signal de sortie ou réponse temporelle $r_R(t, \theta, \phi)$ résulte, dans ce cas, de la convolution suivante :

$$r_R(t, \theta, \phi) = s_{\theta, \phi}(t) * h_R(t, \theta, \phi) \quad , \quad (1)$$

$h_R(t, \theta, \phi)$ étant la réponse impulsionnelle de l'antenne réceptrice, c'est-à-dire la réponse à une impulsion de DIRAC $\delta(t)$; c'est aussi la réponse impulsionnelle spatio-temporelle, puisque la source ponctuelle à l'infini produisant l'onde plane a les caractéristiques, vis à vis des variables angulaires, d'une impulsion de DIRAC. Cette réponse impulsionnelle est la transformée de FOURIER de la fonction de transfert définie précédemment :

$$h_R(t, \theta, \phi) \rightleftharpoons H_R(f, \theta, \phi) \quad (2)$$

FIGURE 1
Géométrie de l'an-
tenne réceptrice.



3. FONCTION DE TRANSFERT EN RECEPTION

Le principe du calcul de la fonction de transfert en réception est indiqué en annexe ; nous en donnerons ici une expression simplifiée valable, pour le plan équatorial ($\phi = 0$), sous les hypothèses suivantes :

- . l'ouverture de l'antenne est rectangulaire, de dimensions D selon Ox et d selon Oy ;
- . les polarisations de l'antenne et de l'onde incidente sont rectilignes et parallèles à \vec{m} ;
- . la loi d'illumination d'ouverture est équiphasé ;
- . $\cos \theta$ est assimilable à l'unité (approximation de GAUSS).

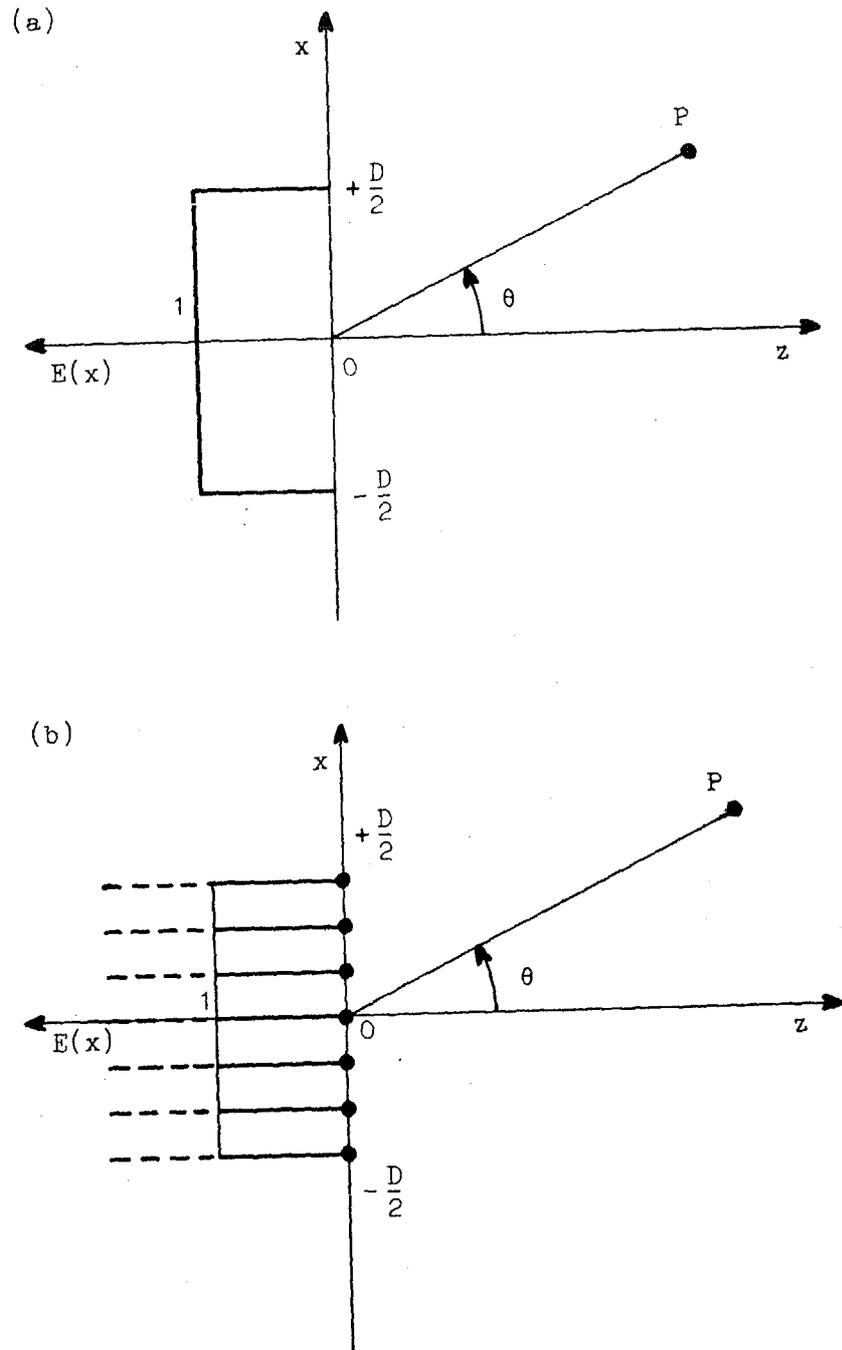
On obtient alors :



LE FILTRAGE SPATIO-TEMPOREL DES SIGNAUX ...

Y. POISSAC, J. MUNIER

FIGURE 2. Couverture continue et antenne-réseau à illumination uniforme





$$H_R(f,u) = \left(\frac{Z_C}{Z_0} \right)^{1/2} \frac{\int_{-D/2}^{D/2} E(x) e^{j2\pi f u x} dx}{\left(\iint_{\Sigma} |E(x,y)|^2 dx dy \right)^{1/2}}, \quad (3)$$

avec $u = \frac{\sin \theta}{c}$,

expression dans laquelle Z_0 est l'impédance du vide, c la vitesse de la lumière, Σ la surface d'ouverture de l'antenne et $E(x,y)$ la loi d'illumination d'ouverture. Par ailleurs, nous avons posé :

$$\int_{-d/2}^{d/2} E(x,y) dy = E(x) \quad (4)$$

Dans les conditions restrictives choisies, on reconnaît que la fonction de transfert, pour une direction donnée et moyennant un changement de variable, est la transformée de FOURIER de la distribution d'ouverture.

A titre d'exemples typiques, nous donnons les graphes de la fonction de transfert normée $H_R(f,u) / H_R(0,0)$ pour une antenne rectiligne (figure 3.a) et un réseau rectiligne de N éléments (figure 3.b), parallèles à Ox , dans le cas d'une loi d'illumination uniforme (figure 2).

En fait, puisqu'on ne considère que le plan $\phi = 0$, ces figures sont valables également pour une ouverture rectangulaire continue et pour un réseau de $M \times N$ éléments.

Dans le cas de l'ouverture continue, on aurait (*) :

$$E(x,y) = \text{Rect}\left(\frac{x}{D}\right) \cdot \text{Rect}\left(\frac{y}{d}\right), \quad (5)$$

ce qui donne :

$$H_R(f,u) = \left(\frac{Z_C}{Z_0} D d \right)^{1/2} \frac{\sin \pi f D u}{\pi f D u} \quad (6)$$

Pour un réseau, on aurait :

$$E(x,y) = \sum_{-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \sum_{-\frac{M-1}{2}}^{\frac{M-1}{2}} \delta(x - n\hat{a}_x) \cdot \delta(y - m\hat{a}_y), \quad (7)$$

ce qui donne :

$$H_R(f,u) = \left(\frac{Z_C}{Z_0} N M s \right)^{1/2} \frac{\sin N \pi \frac{f D u}{N-1}}{N \sin \pi \frac{f D u}{N-1}}, \quad (8)$$

s étant la surface de captation d'un élément du réseau, supposé non-directif.

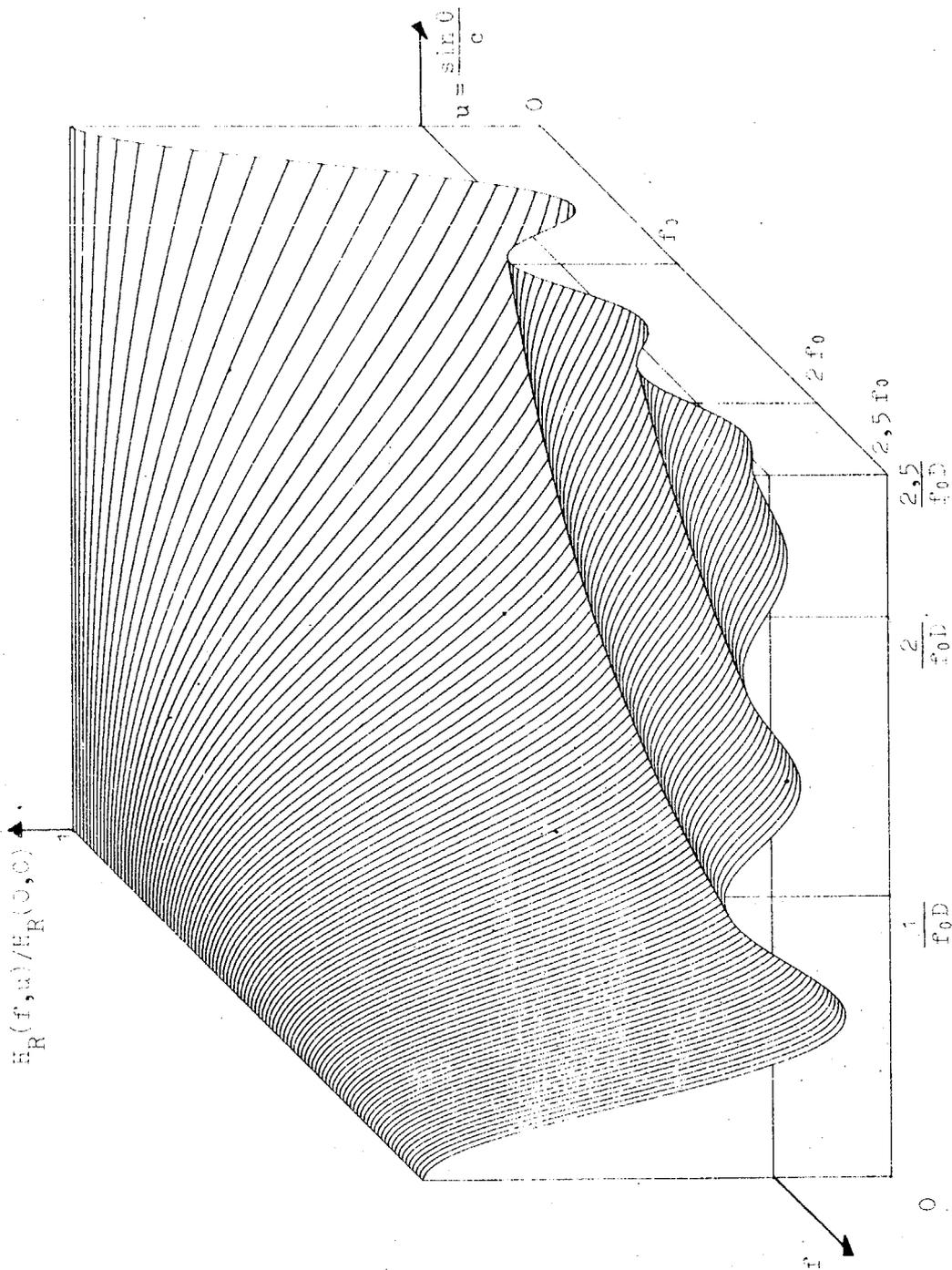
(*) La fonction "rectangle" est définie par :

$$\begin{cases} \text{Rect}(X) = 1 & \text{pour } |X| < 1/2 \\ \text{Rect}(X) = 0 & \text{pour } |X| > 1/2 \end{cases}$$



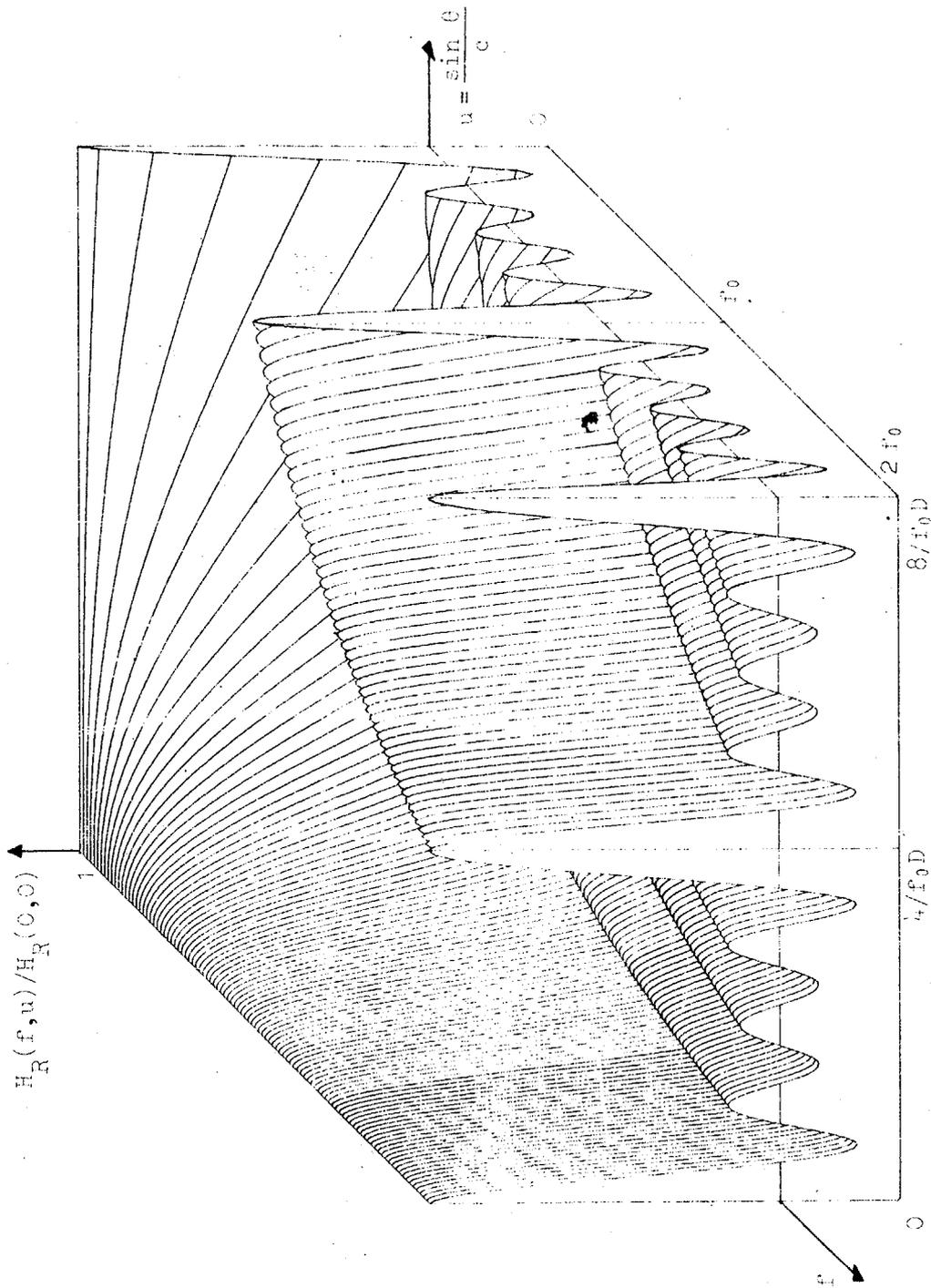
FIGURE 3. Fonction de transfert d'une antenne rectiligne de longueur D à illumination uniforme

Figure 3.a. Antenne continue



LE FILTRAGE SPATIO-TEMPOREL DES SIGNAUX ...
 Y. FOISSAC, J. MUNIER

Figure 3.6. Réseau de $N = 9$ éléments





LE FILTRAGE SPATIO-TEMPOREL DES SIGNAUX ...

Y. FOISSAC, J. MUNIER

On remarquera qu'on retrouve, pour $f = \text{constante}$, le diagramme polaire classique de l'antenne (défini en ondes monochromatiques). Pour $u = \text{constante}$, on obtient la fonction de transfert de l'antenne agissant comme filtre temporel ; ainsi, pour la direction normale au plan de l'ouverture ($u = 0$), l'antenne se comporte comme un filtre passe-tout.

Pour $u \neq 0$ (direction inclinée sur la normale à l'ouverture), l'antenne à ouverture continue illuminée uniformément a une fonction de transfert de la forme $\sin \xi / \xi$, donc une réponse impulsionnelle rectangulaire ; la durée de cette impulsion est égale au temps mis par l'onde incidente en impulsion de DIRAC pour balayer toute la longueur de l'ouverture.

Quant à l'antenne-réseau, elle peut être considérée comme résultant de l'échantillonnage de l'ouverture continue ; pour une direction θ donnée, la fonction de transfert du réseau, transformée de FOURIER de la distribution d'ouverture, s'obtient donc par périodisation de la fonction de transfert de l'ouverture continue. La période ν sur l'axe f est liée à la période $d_x = D / (N-1)$ sur l'axe x par la relation :

$$\nu = \frac{1}{u d_x} = \frac{N-1}{u D} \quad (9)$$

En conséquence, à fréquence f donnée, le diagramme polaire du réseau présente un premier *lobe discordant*, de niveau égal à celui du lobe principal, dans une direction correspondant à $u = (N-1) / fD$, ce qu'on observe effectivement sur la figure 3.b.

4. REPONSE IMPULSIONNELLE SPATIO-TEMPORELLE

Comme il a été dit au paragraphe 2, la réponse impulsionnelle spatio-temporelle $h_R(t, \theta, \phi)$ est la transformée de FOURIER de la fonction de transfert $H_R(f, \theta, \phi)$. Nous en donnons deux exemples, concernant une antenne rectiligne continue alignée selon Ox , pour laquelle la variable ϕ n'intervient pas, en posant comme précédemment $u = \sin \theta / c$. Le premier (figure 4.a) est relatif à une illumination uniforme et le second (figure 4.b) à une illumination en cosinus.

Dans les deux cas, on a, pour $u = 0$ (direction normale) :

$$h_R(t, 0) = \delta(t) \quad \forall t,$$

ce qui correspond au fait que l'antenne se comporte comme un filtre passe-tout pour cette direction (la fonction $h_R(t, u)$ ayant un pôle à l'origine, il a été nécessaire de tronquer la surface représentative à un certain niveau).

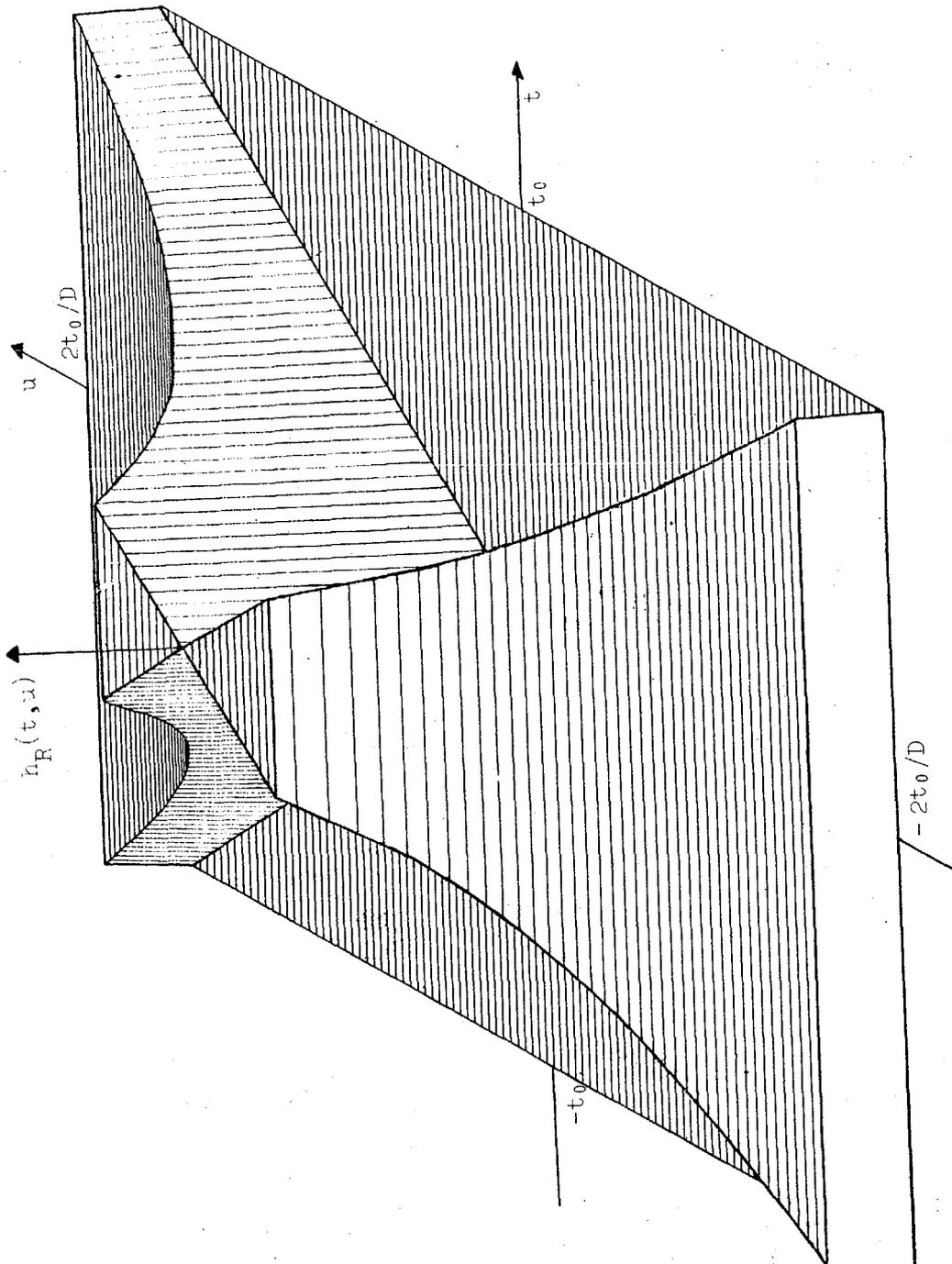
Pour $u \neq 0$, la réponse impulsionnelle est une impulsion de forme identique à la loi d'illumination d'ouverture et de durée proportionnelle à la valeur absolue de la variable u , donc croissante avec l'inclinaison de la direction de la source par rapport à la normale



LE FILTRAGE SPATIO-TEMPOREL DES SIGNAUX ...
Y. FOISSAC, J. MUNIER

FIGURE 4. Réponse impulsionnelle spatio-temporelle d'une antenne rectiligne continue de longueur D

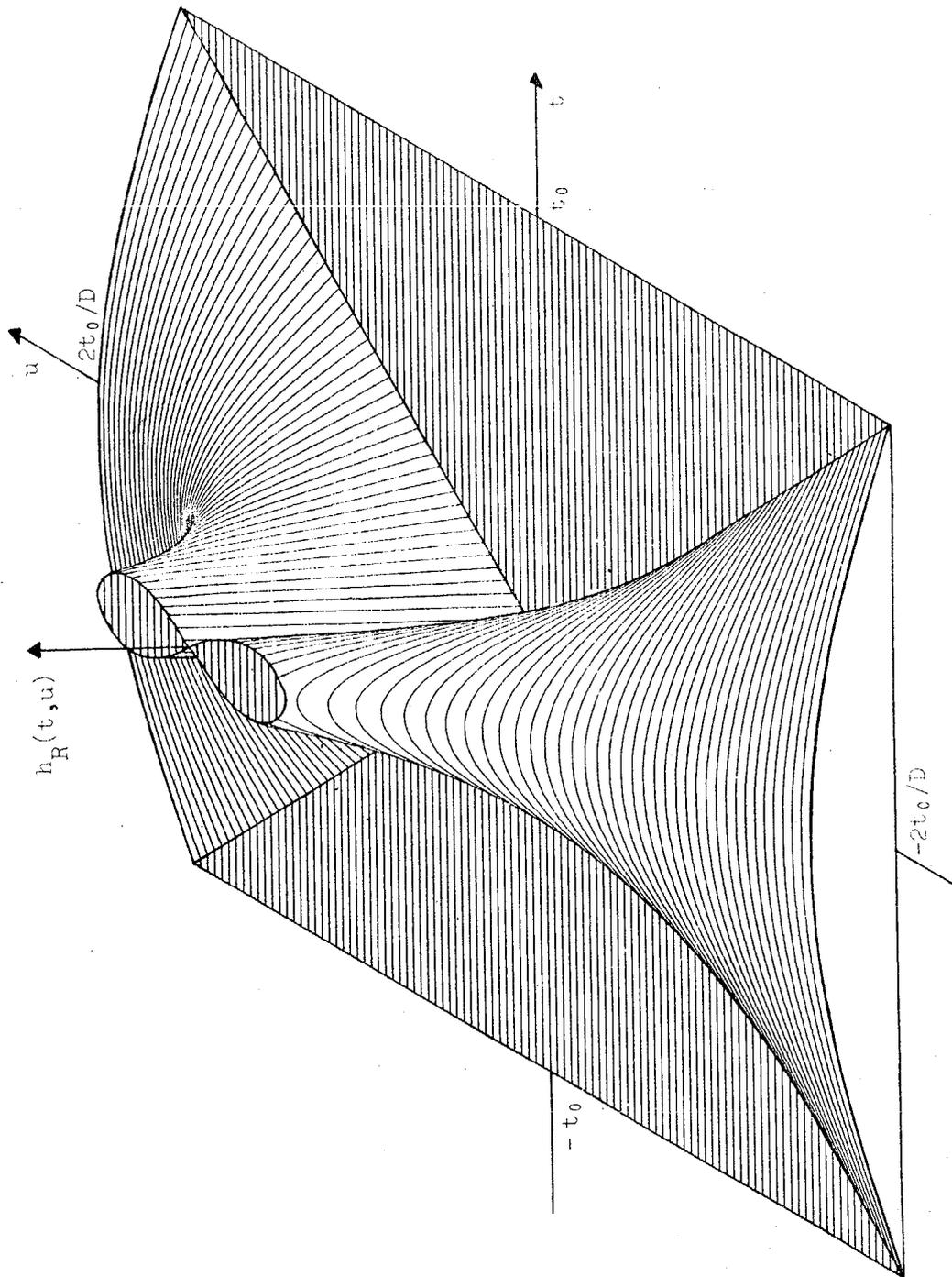
Figure 4.a. Illumination uniforme





LE FILTRAGE SPATIO-TEMPOREL DES SIGNAUX ...
Y. FOISSAC, J. MUNIER

Figure 4.b. Illumination en cosinus



à l'antenne ; corrélativement, la bande passante de l'antenne décroît quand l'inclinaison augmente.

Ces exemples illustrent clairement le fait que *l'antenne de réception est un filtre temporel à paramètres variables selon l'angle d'incidence du rayonnement capté.*

5. REPONSE ANGULAIRE POUR DES SIGNAUX A LARGE BANDE

La réponse temporelle $r_R(t, \theta, \phi)$ d'une antenne à un signal donné provenant d'une direction donnée est fournie par l'équation de convolution (1). Si on cherche à évaluer l'évolution de cette réponse en fonction des angles d'incidence, pour un signal donné émis par une source ponctuelle, sans vouloir pour autant aborder le véritable problème du filtrage spatial, il est nécessaire de la caractériser le plus simplement possible, en tenant compte du traitement que le récepteur fait subir au signal.

Nous considérerons le cas des antennes à *illumination d'ouverture équiphase*, destinées à détecter des cibles situées sur la normale ($\theta = \phi = 0$), direction pour laquelle l'antenne est un *filtre passe-tout* qui ne déforme pas le spectre de l'écho reçu ; le récepteur optimal est alors un *filtre adapté, suivi d'un détecteur d'enveloppe et d'une porte* prélevant un échantillon du signal de sortie à l'instant où il est maximal. La valeur de cet échantillon, pris toujours au même instant, varie si on écarte la source de la normale à l'antenne, ce qui caractérise la réponse angulaire, dans des conditions qui sont celles de la *détection active*.

En pratique, l'onde incidente est une porteuse modulée :

$$s(t) = \text{Re} \left[\tilde{s}(t) e^{j2\pi f_0 t} \right], \quad (10)$$

f_0 étant la fréquence porteuse et $\tilde{s}(t)$ l'enveloppe complexe, dont le spectre sera noté $\tilde{S}(f)$.

On montre aisément que l'enveloppe complexe $\tilde{r}_R(t, \theta, \phi)$ de la réponse $r_R(t, \theta, \phi)$ de l'antenne à un tel signal a pour expression :

$$\tilde{r}_R(t, \theta, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} H_R(f + f_0, \theta, \phi) \tilde{S}(f) e^{j2\pi f t} df. \quad (11)$$

Prenons comme exemple un signal à spectre rectangulaire de largeur ΔF (figure 5) à valeurs réelles ; la fonction de transfert du filtre adapté est identique à ce spectre, à un facteur près, d'où il résulte que le récepteur ne déforme pas le signal que lui fournit l'antenne. Par ailleurs, le maximum absolu de la réponse, pour une cible située sur la normale à l'antenne, se produit à l'instant $t = 0$; il s'ensuit que la réponse angulaire est caractérisée, dans ce cas précis, par la fonction $\tilde{r}_R(0, \theta, \phi)$.

Le cas d'antennes rectilignes, pour lesquelles on a pris comme variable angulaire $u = \sin \theta / c$, est illustré par les figures 6.a et 6.b, pour plusieurs valeurs de la largeur de bande relative.



LE FILTRAGE SPATIO-TEMPOREL DES SIGNAUX ...

Y. FOISSAC, J. MUNIER

$b = \Delta F / f_0$ du signal.

La valeur $b = 0$ correspond à une onde monochromatique qui donne, pour une antenne continue (figure 6.a), le diagramme classique en $\sin \xi / \xi$, dont le premier lobe secondaire est au niveau (-13 dB) ; on constate qu'*augmenter la largeur de bande a pour effet de réduire le niveau de lobes secondaires* (-24 dB pour $b = 1$), sans modifier sensiblement le lobe principal.

La figure 6.b montre qu'il en est de même du lobe discordant d'une antenne-réseau : pour une largeur de bande relative $b = 0,25$, ce lobe est réduit de moitié.

Dans le cas de la *détection passive de sources incohérentes*, il est préférable de caractériser le réponse angulaire par l'énergie que transmet l'antenne [14] ; à un facteur constant près, cette énergie a pour expression :

$$\mathcal{E}_R(u) = \int_{-\infty}^{\infty} |r_R(t, u)|^2 dt = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H_R(f + f_0, u) \tilde{S}(f)|^2 df. \quad (12)$$

Les diagrammes d'énergie sont donnés par les figures 7.a et 7.b, pour les mêmes antennes et le même spectre que précédemment. Là encore, on constate la réduction très sensible du niveau de lobes secondaires que procure une augmentation de largeur de bande. On remarquera la disparition totale des lobes secondaires de l'antenne continue, pour les valeurs élevées de b , s'accompagnant toutefois d'un élargissement du lobe principal.

FIGURE 5
Spectre rectangulaire de largeur ΔF et de fréquence centrale f_0 .

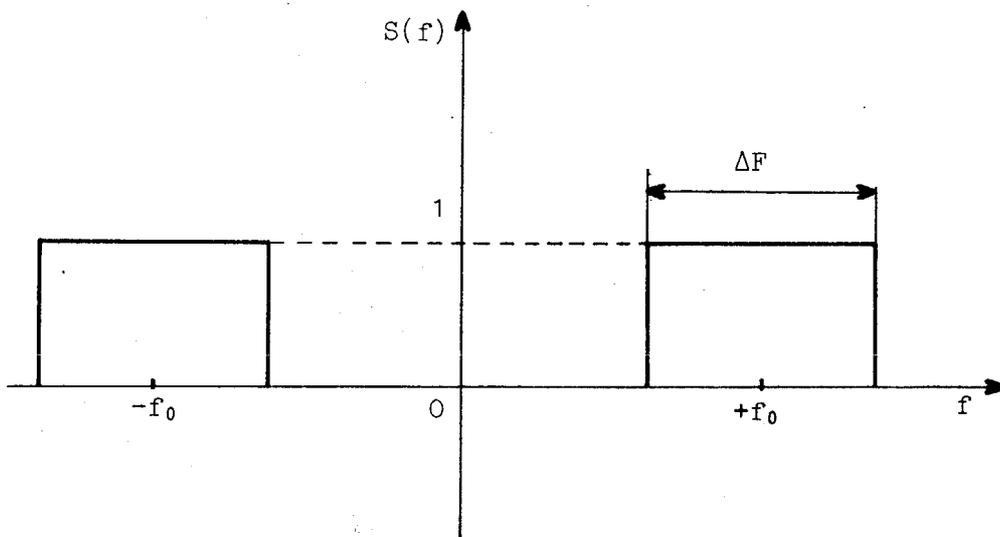
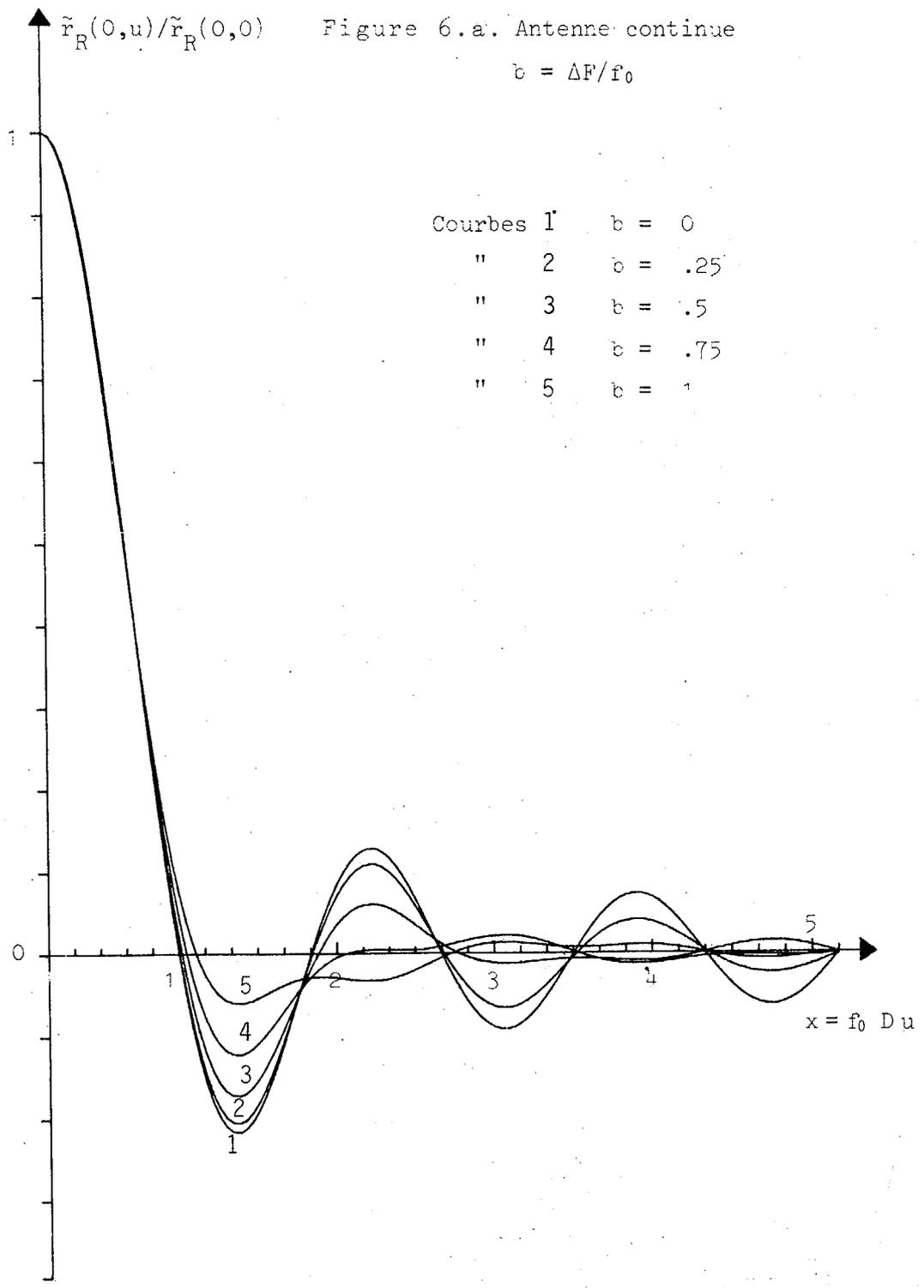


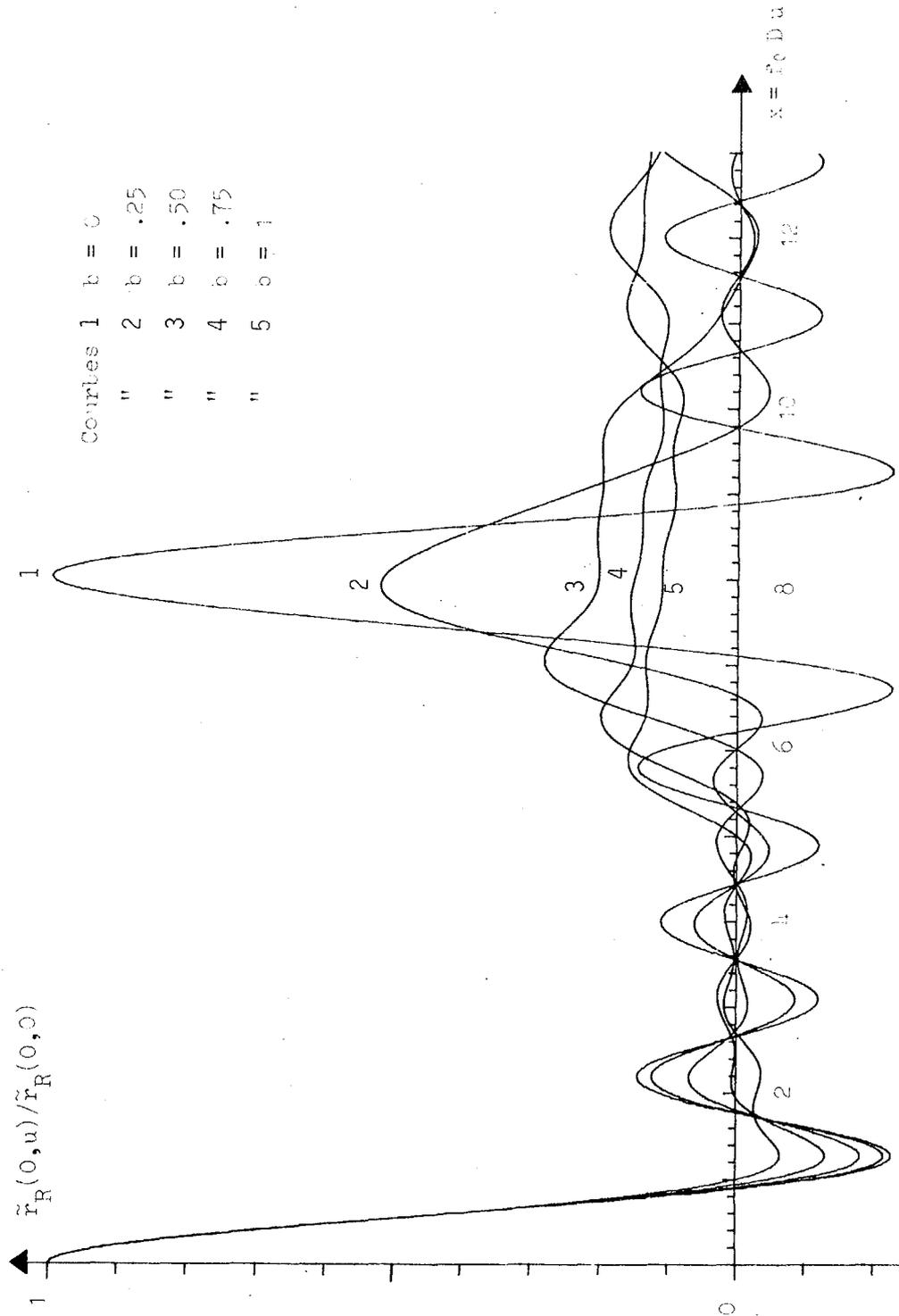
FIGURE 6. Réponse angulaire d'une antenne rectiligne, de longueur D avec illumination uniforme, à un signal de spectre rectangulaire de largeur ΔF centré sur f_0





LE FILTRAGE SPATIO-TEMPOREL DES SIGNAUX ...
Y. FOISSAC, J. MUNIER

Figure 6.b. Réseau de $N = 9$ éléments



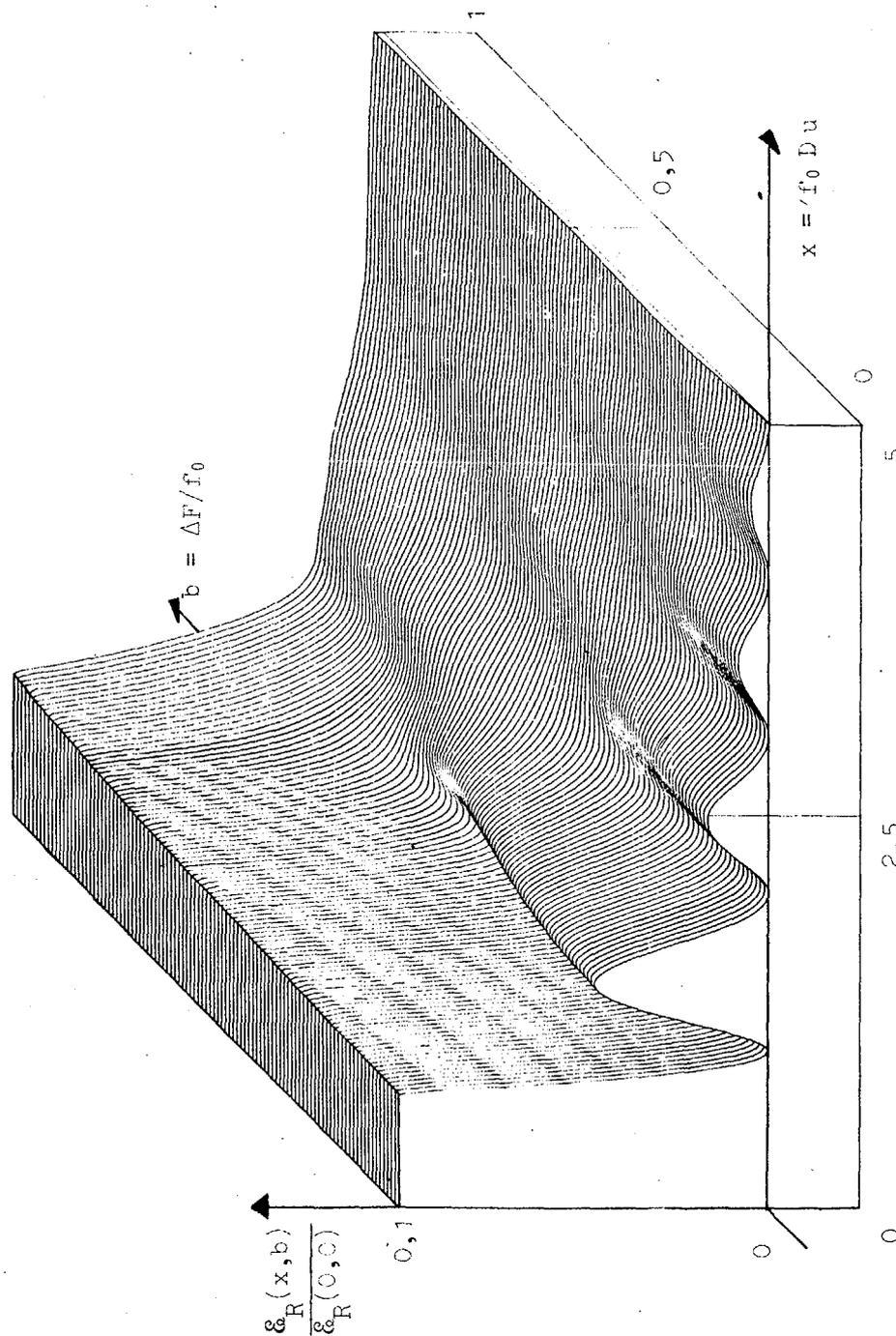


LE FILTRAGE SPATIO-TEMPOREL DES SIGNAUX ...

Y. FOISSAC, J. MUNIER

FIGURE 7. Diagramme d'énergie reçue pour une antenne rectiligne de longueur D avec illumination uniforme et un signal de spectre énergétique rectangulaire de largeur ΔF centré sur f_0

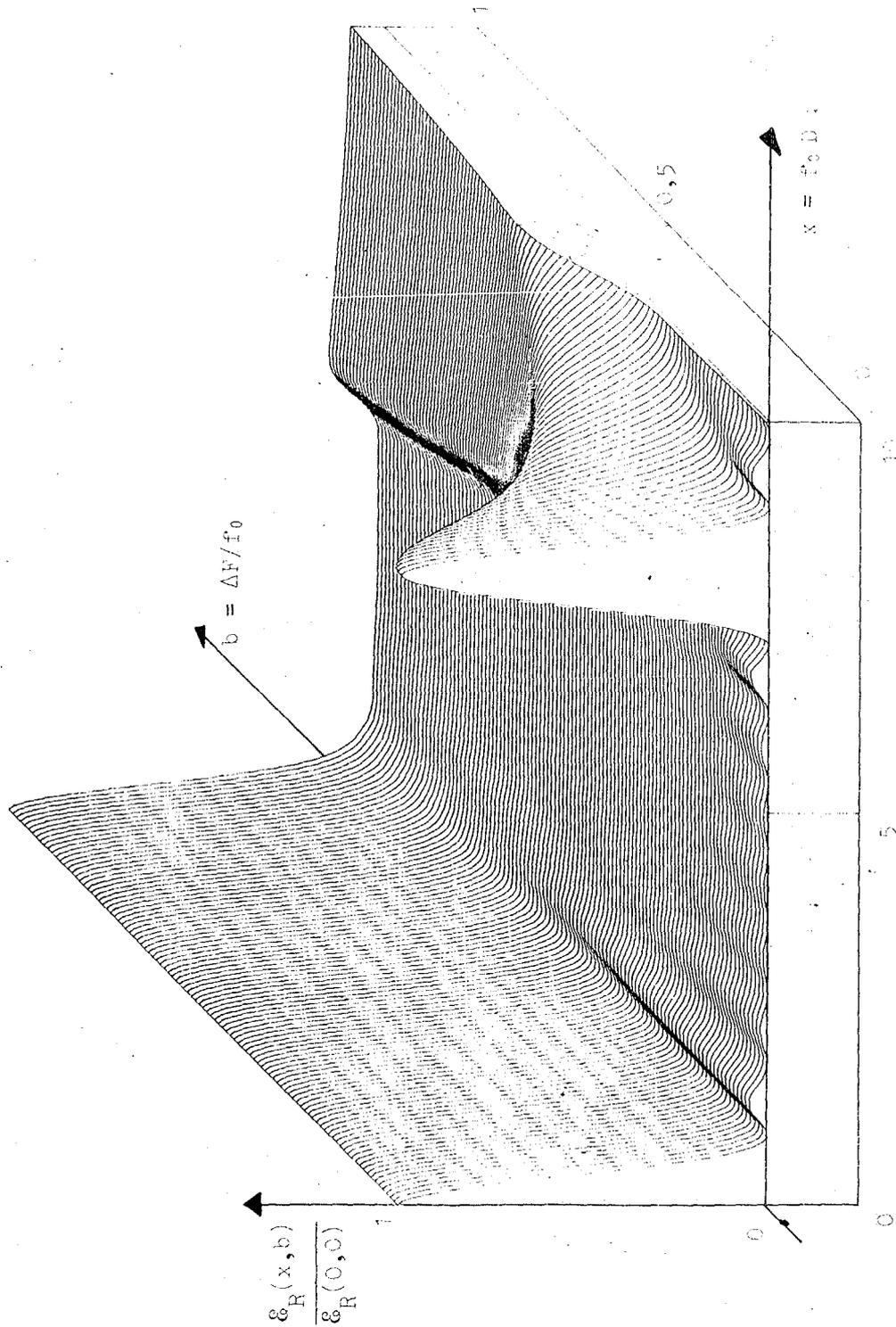
Figure 7.a. Antenne continue (le diagramme est représenté tronqué à l'ordonnée 0,1)





LE FILTRAGE SPATIO-TEMPOREL DES SIGNAUX ...
Y. FOISSAC, J. MUNIER

Figure 7.b. Réseau de $N = 9$ éléments



6. FONCTION D'AMBIGUÏTE MULTIDIMENSIONNELLE

La fonction d'ambiguïté, telle qu'elle a été définie par WOODWARD [9], caractérise les performances de résolution d'un signal quant au temps et à la fréquence. Appliquée au *signal de sortie d'une antenne de réception*, elle caractérise en outre la résolution angulaire résultant de l'association de l'antenne et du signal véhiculé par l'onde incidente.

Nous nous limiterons à deux variables seulement, le temps t et une variable angulaire $u = \sin \theta / c$ et considérerons les signaux de sortie S_1 et S_2 de l'antenne, relatifs à deux cibles dont les positions angulaires sont respectivement u et $u+v$ et dont les échos sont retardés respectivement de τ_0 et $\tau_0 + \tau$. L'ensemble des signaux S forme un espace métrique sur lequel on peut définir une distance entre deux signaux comme le carré de la norme dans L^2 de leur différence algébrique :

$$d(S_1, S_2) = \|S_1 - S_2\|^2 = \|S_1\|^2 + \|S_2\|^2 - 2 \operatorname{Re} \langle S_1, S_2 \rangle$$

La norme de chaque signal est indépendante des variables τ et v ; donc, dans l'expression de la distance ainsi définie, qui caractérise les performances de résolution, seul est significatif le dernier terme, partie réelle du produit scalaire des deux signaux ; ce terme définit ce que nous appellerons la *fonction d'ambiguïté angle-temps* :

$$A(\tau, v) = \operatorname{Re} \langle S_1, S_2 \rangle \tag{13}$$

Le calcul donne, en utilisant la formule (11) pour les signaux de sortie d'antenne et l'expression (3) de la fonction de transfert :

$$A(\tau, v) = \frac{\operatorname{Re} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(f)|^2}{f} |E(x)|^2 e^{-j2\pi f(vx+\tau)} dx df}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(f)|^2}{f} df \int_{-\infty}^{\infty} |E(x)|^2 dx} \tag{14}$$

Les figures 8.a et 8.b donnent un exemple typique de surface d'ambiguïté, à savoir celle d'une antenne continue à illumination uniforme recevant un signal constitué par une porteuse de fréquence f_0 modulée par une impulsion rectangulaire de durée T . Les tracés correspondent à deux valeurs particulières du produit $k = f_0 T$, pour lesquelles la largeur de bande relative est très grande : l'impulsion contient environ neuf périodes de la porteuse pour la première et environ deux périodes pour la seconde. Ces tracés reproduisent la structure fine de la fonction d'ambiguïté, due à la porteuse ; par ailleurs, on reconnaît, sur l'axe temporel y , l'enveloppe triangulaire qui est l'autocorrélation de l'impulsion rectangulaire. Pour des valeurs non nulles de la variable angulaire x , la réponse temporelle et, par suite, son autocorrélation s'étalent dans le temps, en raison du temps mis par l'onde incidente pour parcourir l'antenne sous incidence oblique.

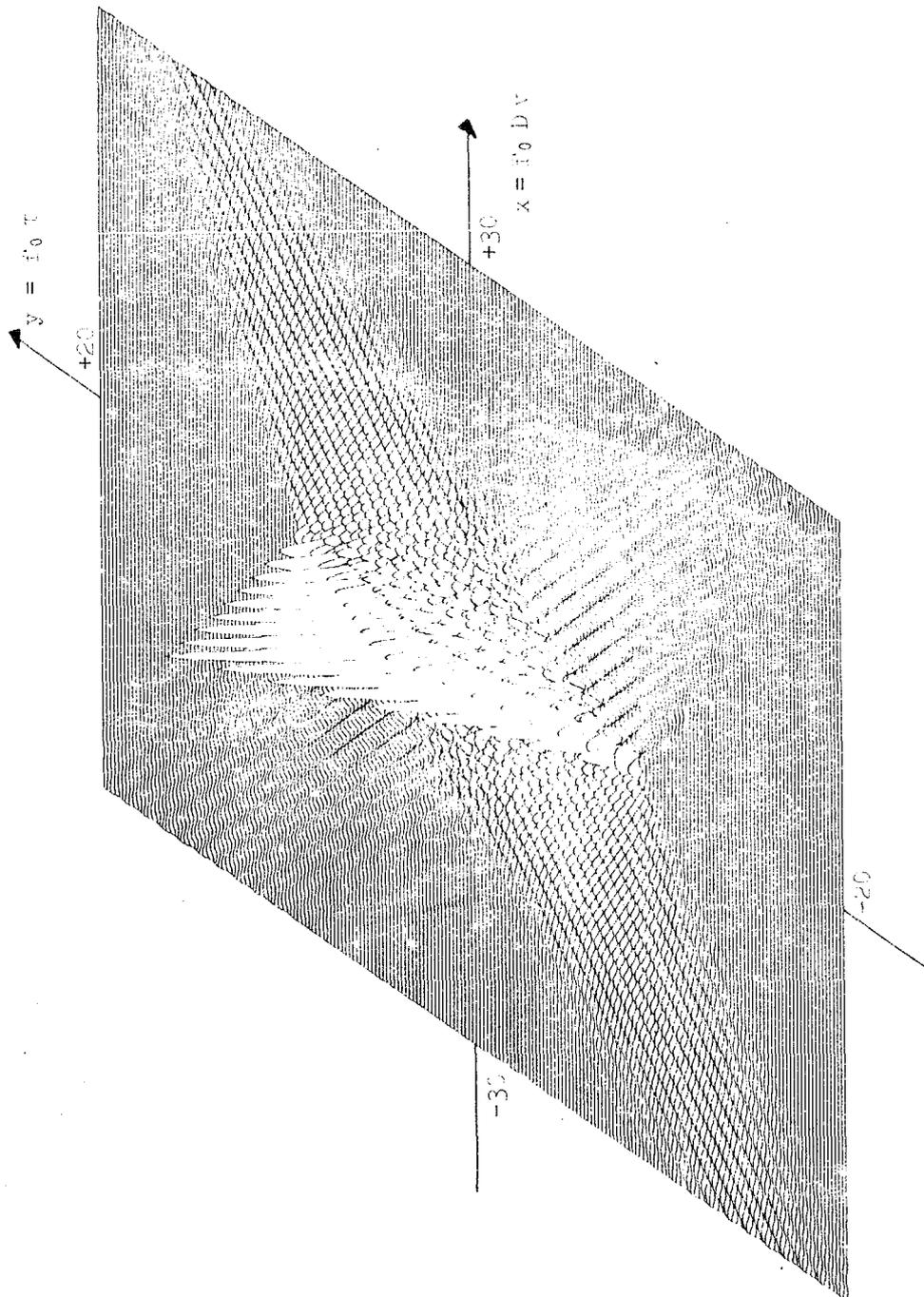


LE FENETAGE SPATIO-TEMPOREL DES SIGNAUX ...

Y. FOISSAC, J. MUNIER

FIGURE 6. Surface d'ambiguïté angle-temps pour une antenne continue de longueur D , avec illumination uniforme et un signal sinusoïdal de fréquence f_0 modulé par une impulsion rectangulaire de durée T

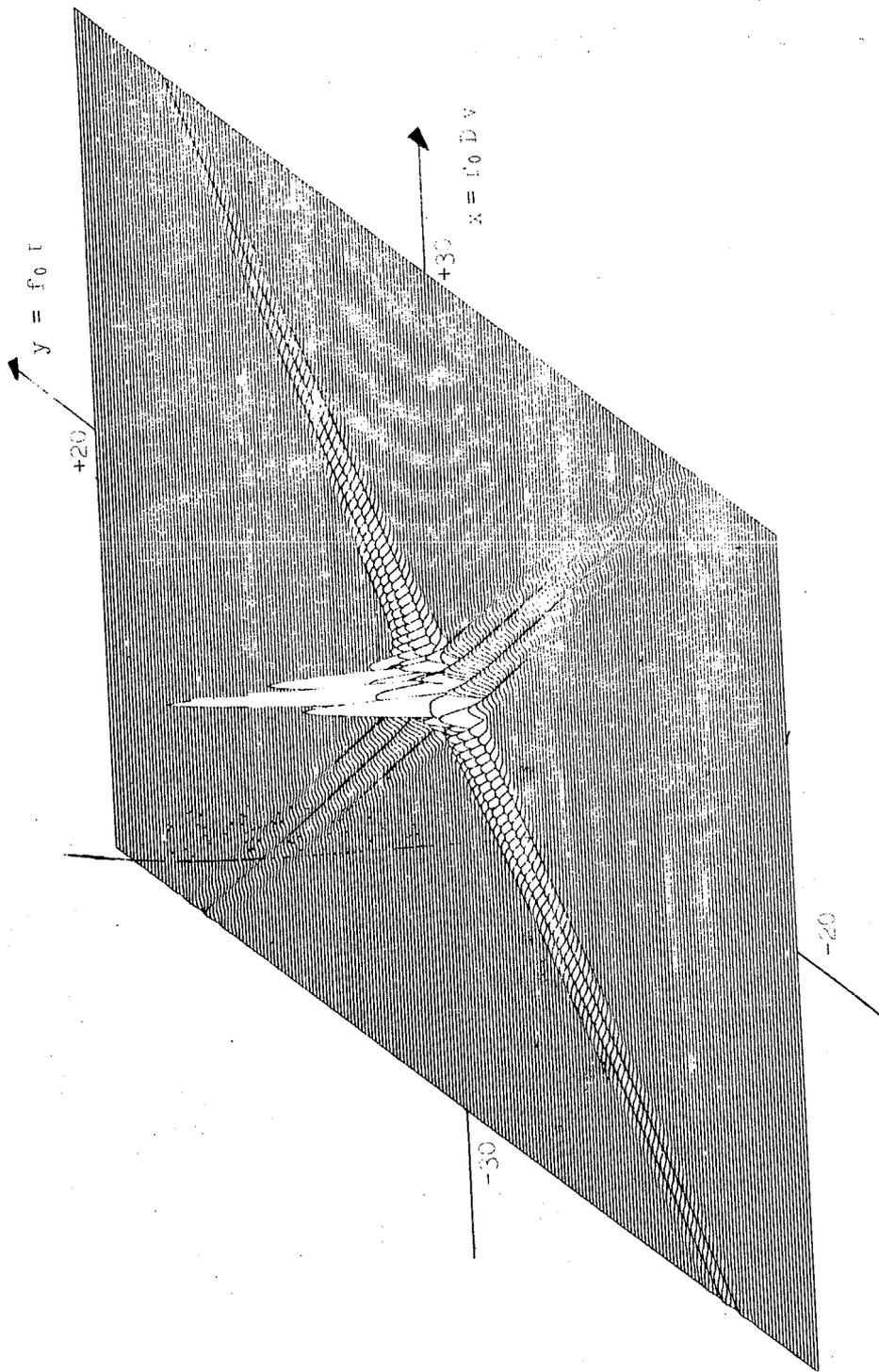
Figure 6.a. $\kappa = f_0 T = 9,2$





LE FILTRAGE SPATIO-TEMPOREL DES SIGNAUX ...

Y. FOISSAC, J. MUNIER

Figure 8.b. $k = f_0 T =$ 



Le fait important à signaler est la *disparition progressive des lobes secondaires de l'ambiguïté angulaire résultant de la réduction de durée des signaux.*

Le plus souvent, les signaux impulsionnels utilisés contiennent un assez grand nombre de périodes de la porteuse et, par suite, la structure fine de la fonction d'ambiguïté perd de son intérêt ; on est alors conduit à opérer sur les *enveloppes complexes* \tilde{S}_1 et \tilde{S}_2 des signaux et non sur les signaux eux-mêmes, d'où une nouvelle définition de la fonction d'ambiguïté :

$$A(\tau, \nu) = \operatorname{Re} \langle \tilde{S}_1, \tilde{S}_2 \rangle \quad (15)$$

On obtient, dans ce cas, l'expression suivante :

$$A(\tau, \nu) = \frac{\operatorname{Re} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{|\tilde{S}(f)|^2}{f+f_0} |E(x)|^2 e^{-j2\pi(f+f_0)\nu x} e^{-j2\pi f\tau} dx df}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\tilde{S}(f)|^2}{f+f_0} df \int_{-\infty}^{\infty} |E(x)|^2 dx} \quad (16)$$

où $\tilde{S}(f)$ est le spectre de l'enveloppe complexe $\tilde{s}(t)$ du signal incident.

Le cas d'un réseau à illumination uniforme recevant un signal à *spectre rectangulaire* est illustré par la figure 9.a pour une largeur de bande relative $b = \Delta f/f_0 = 0,25$ et par la figure 9.b pour $b = 1$. L'échelle angulaire a été choisie de manière qu'on puisse observer le premier lobe discordant qui se situe à une abscisse x voisine de 6 ; le fait le plus remarquable, corroborant ce qui a été déjà observé au paragraphe 5 au sujet de la réponse angulaire dans des conditions similaires (figure 6.b), est la disparition presque totale de ce lobe lorsqu'on opère avec des signaux à très large bande (au moins une octave). Par ailleurs, cette amélioration très sensible de l'ambiguïté n'est pas obtenue au détriment de la résolution, comme on peut le constater d'après les largeurs de lobe central prises au niveau (-3 dB) :

$$\nu = \frac{0,866}{f_0 D} \quad \text{pour } b = 1 \quad ,$$

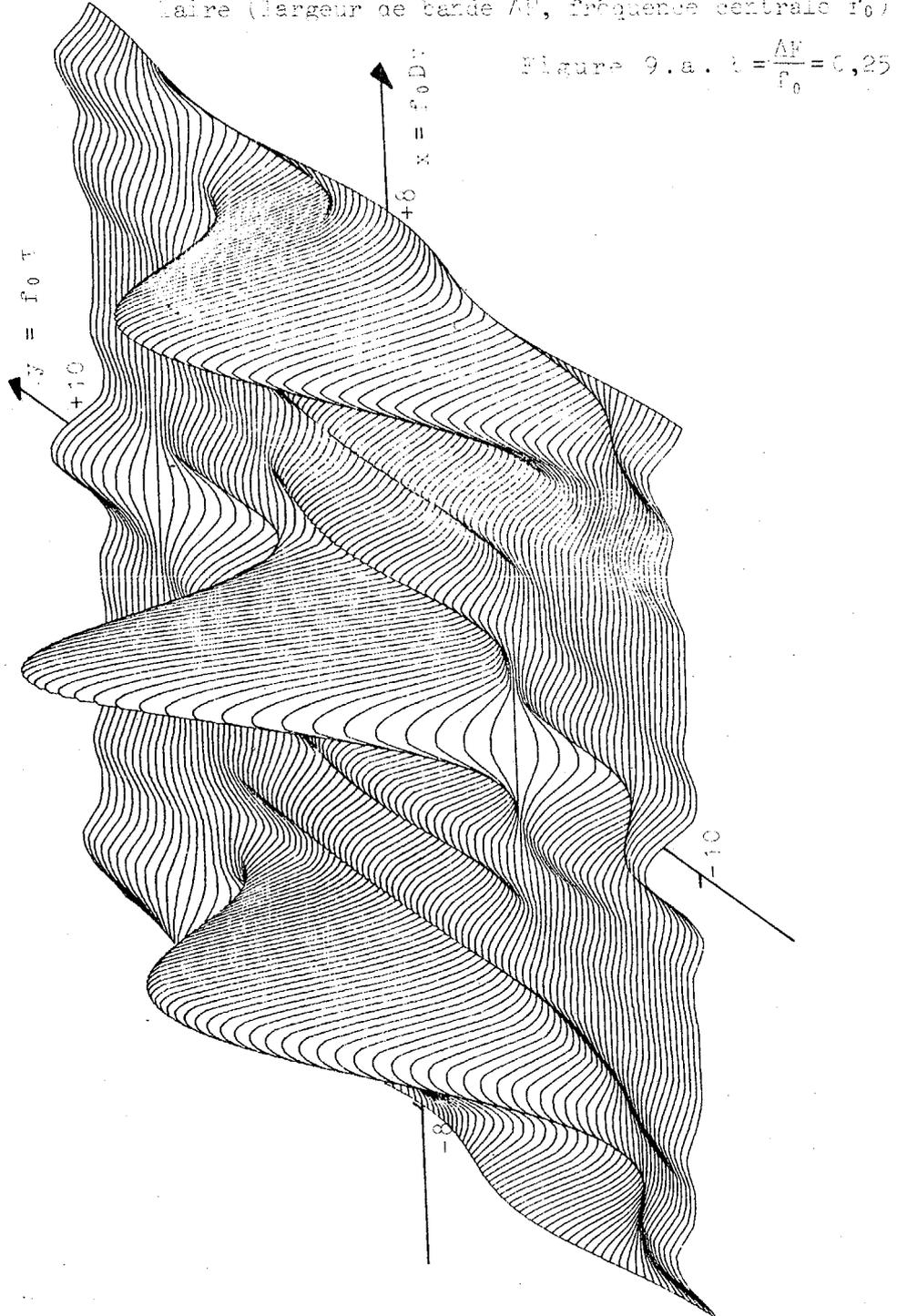
$$\nu = \frac{0,822}{f_0 D} \quad \text{pour } b = 0 \quad .$$



LE FILTRAGE SPATIO-TEMPOREL DES SIGNAUX ...

Y. FOISSAC, J. MUNIER

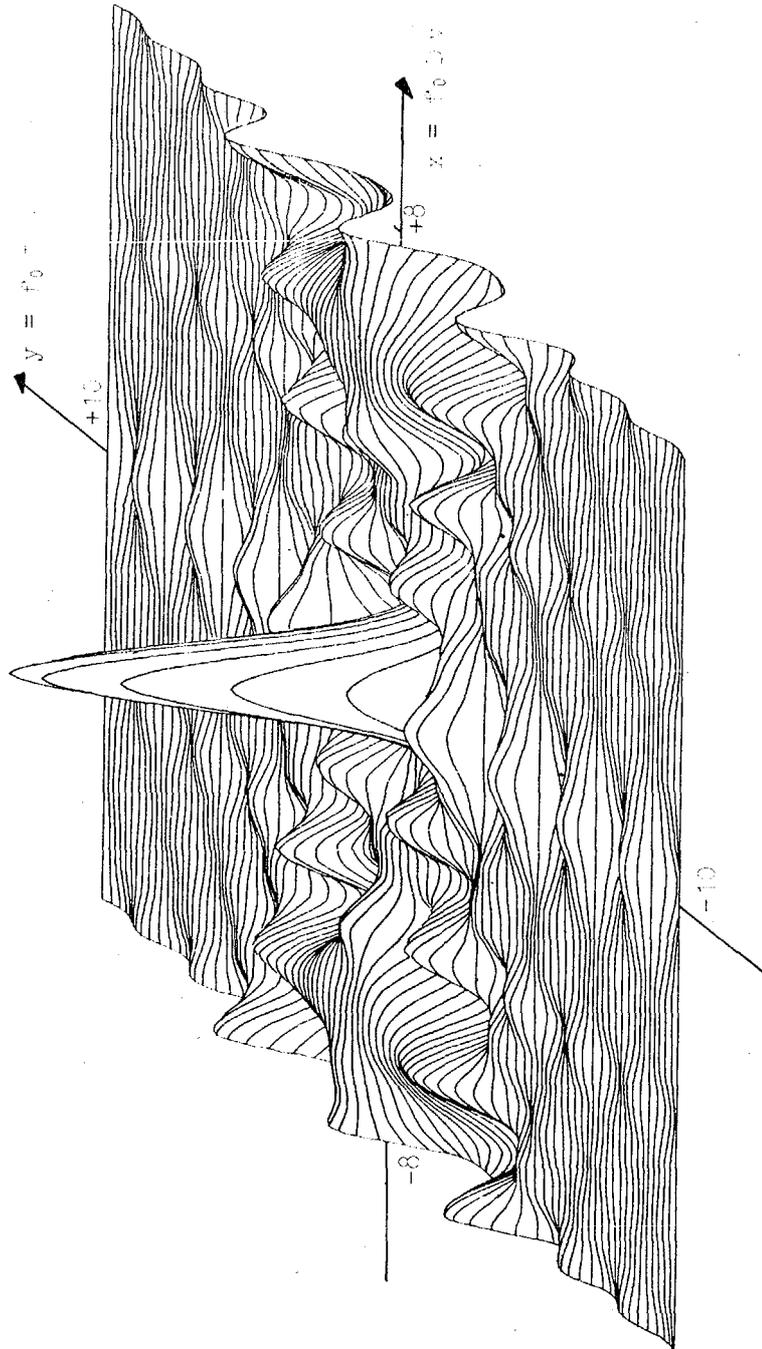
FIGURE 9. Surface d'ambiguïté angle-temps pour un réseau de $N = 7$ éléments et de longueur L , avec une illumination uniforme et un signal de spectre énergétique rectangulaire (largeur de bande ΔF , fréquence centrale f_0)





LE FILTRAGE SPATIO-TEMPOREL DES SIGNAUX ...
Y. NOISSAC, J. MUNIER

Figure 3.7. $\Omega = \frac{\Delta f}{f_0} = 1$



7. CONCLUSION

Il y a plusieurs façons d'aborder le problème purement déterministe du filtrage spatio-temporel des signaux à large bande par une antenne ; celle que nous avons adoptée consiste à considérer l'antenne comme un *filtre temporel* dont les propriétés dépendent des paramètres angulaires de la source unique ponctuelle, située à grande distance, qui produit le signal incident.

Les concepts classiques de *fonction de transfert* et de *réponse impulsionnelle* nous ont permis de caractériser ce filtre, en partant de ses propriétés physiques liées aux phénomènes de propagation. Nous avons défini, en outre, dans le cas de la détection active et dans celui de la détection passive, la *réponse angulaire* à un signal particulier et montré par des exemples dans quelle mesure le niveau de lobes parasites peut être abaissé grâce à l'utilisation de signaux à large bande. Cette propriété ressort également de l'étude de la *fonction d'ambiguïté angle - temps* du signal de sortie d'antenne, qui caractérise les performances de résolution du couple antenne - signal relatives aux retards et aux décalages angulaires.

Cependant, il convient de préciser à nouveau que cette étude n'aborde pas la question du filtrage spatial proprement dit, qui concerne la formation d'images d'objets étendus (notamment : cartographie RADAR ou radiométrique). On doit donc considérer qu'elle a pour principale application la détection et la poursuite d'objets ponctuels isolés ou en nombre restreint.



A N N E X E

PRINCIPE DU CALCUL DE LA FONCTION DE TRANSFERT EN RECEPTION

Nous n'indiquerons que les principales étapes de ce calcul (*) basé, comme le fit BROWN dans un cas semblable [15], sur l'application du théorème de réciprocité de LORENTZ.

Le modèle utilisé est celui de la figure 1. Nous définissons deux surfaces fermées $S = S_1 + S_3$ et $S' = S_2$:

- . S_1 caractérise la sortie de l'antenne à son raccordement au récepteur ; c'est une section droite de la ligne de transmission prise au voisinage de la charge ;
- . S_2 est une sphère de rayon R très grand, centrée en O ;
- . S_3 est une surface entièrement incluse dans les conducteurs, supposés à faibles pertes, et se raccordant à S_1 de manière à former la surface S englobant la charge.

Appelons (\vec{E}_1, \vec{H}_1) le champ existant sur les surfaces S et S' lorsque l'antenne fonctionne en émission et (\vec{E}_2, \vec{H}_2) lorsqu'elle fonctionne en réception ; d'après le théorème de réciprocité, on a :

$$\iint_{S+S'} (\vec{E}_1 \wedge \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \wedge \vec{H}_1) \cdot \vec{N} \, dS = 0 \quad (\text{A.1})$$

\vec{N} étant la normale intérieure aux parois du volume V délimité par S et S' ; on remarquera que le volume V est exempt de sources et de puits et qu'il peut être considéré comme continu (en particulier, les composantes tangentiels aux parois, qui seules interviennent dans le calcul, sont continues), ce qui justifie l'application du théorème. Par ailleurs, l'intégrale sur S_3 est nulle.

Le champ sur S_1 est caractérisé à l'émission par l'amplitude complexe A de l'onde progressive que produit l'émetteur et par le coefficient de réflexion de l'antenne, calculable à partir de son impédance Z_A et de l'impédance caractéristique Z_C de la ligne de transmission. A la réception, il est caractérisé par l'amplitude complexe B de l'onde progressive que produit l'antenne et par le coefficient de réflexion de la charge.

Sur la sphère S_2 , en un point de coordonnées (R, θ, ϕ) , le champ à l'émission s'écrit (**), pour une onde monochromatique de fréquence f :

$$\vec{E}_1 = \frac{j f e}{2 c R} \iint_{\Sigma} \vec{g}(x, y, \alpha, \beta, \gamma) \cdot E(x, y) e^{j 2 \pi \frac{f}{c} (\alpha x + \beta y)} \, dx \, dy$$

$$\vec{H}_1 = \frac{1}{Z_0} \vec{i} \wedge \vec{E}_1, \quad (\text{A.2})$$

(*) Une démonstration détaillée sera publiée ultérieurement.

(**) La justification de cette formule sera prochainement publiée dans les Annales des Télécommunications.



LE FILTRAGE SPATIO-TEMPOREL DES SIGNAUX ...

Y. FOISSAC, J. MUNIER

expressions où α , β et γ sont les cosinus directeurs de la direction (θ, ϕ) , de vecteur unitaire \vec{i} , et où Z_0 est l'impédance du vide, c la vitesse de la lumière et $E(x, y)$ la loi d'illumination complexe de l'ouverture rayonnante Σ .

Le vecteur \vec{g} est appelé *vecteur de rayonnement de l'antenne* ; il dépend de la loi de phase et de la polarisation imposées par l'antenne dans l'ouverture.

En un point (R, θ, ϕ) de la sphère S_2 , le champ à la réception produit par une source située dans la direction (θ_0, ϕ_0) et rayonnant une onde monochromatique de la forme $\vec{s}_0 \cdot e^{j2\pi f t}$ s'exprime de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \vec{E}_2 &= \vec{s}_0 \frac{j 2\pi f R}{c} (\sin\theta \cdot \sin\theta_0 \cdot \cos(\phi - \phi_0) + \cos\theta \cdot \cos\theta_0) \\ \vec{H}_2 &= \frac{-1}{Z_0} \vec{i}_0 \wedge \vec{E}_2 \end{aligned} \quad (A.3)$$

La formule (A.1) établit une relation entre A , B et \vec{E}_1 . Par ailleurs, le calcul de la puissance rayonnée par l'antenne en émission permet d'exprimer $|A|^2$ en fonction de $|E(x, y)|^2$, tandis que le calcul de la puissance délivrée à la charge en réception donne une relation entre $|B|^2$ et $|v_L|^2$, v_L étant la tension aux bornes de la charge. En éliminant les inconnues $|A|$ et $|B|$ entre ces trois relations, on obtient $|v_L|$, c'est-à-dire par définition et à condition de prendre une onde incidente de module unitaire (champ de un volt par mètre), le module de la fonction de transfert à la fréquence f considérée.

L'argument de la fonction de transfert, c'est-à-dire la phase de v_L , s'exprime aisément à partir de celui de l'amplitude complexe B , qui se déduit de celle de A au moyen de la relation de réciprocité (A.1). Si on prend l'origine des phases dans le plan S_1 , la phase de A est nulle.

L'expression qu'on obtient finalement pour la fonction de transfert est la suivante :

$$H_R(f, \alpha, \beta, \gamma) = \mathcal{Z} \cdot \mathcal{R} \cdot \frac{\vec{s}_0 \cdot \iint_{\Sigma} \vec{g}(x, y, \alpha, \beta, \gamma) E(x, y) e^{j2\pi \frac{f}{c} (\alpha x + \beta y)} dx dy}{\left(\iint_{\Sigma} |E(x, y)|^2 k(x, y) dx dy \right)^{1/2}} \quad (A.4)$$

où le facteur "impédance" \mathcal{Z} et le facteur "coefficient de réflexion" \mathcal{R} s'écrivent respectivement :

$$\mathcal{Z} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{Y_0}{\text{Re}[Y_L]} \right)^{1/2} \cdot \frac{\text{Re}[Y_C]}{Y_C}$$



$$\mathcal{R} = \frac{\left(1 - |\Gamma_T|^2 - 2|\Gamma_T| \sin \psi_T \operatorname{tg} \theta_C\right)^2 \cdot \left(1 - |\Gamma_L|^2 - 2|\Gamma_L| \sin \psi_L \operatorname{tg} \theta_C\right)^2}{1 - \Gamma_T \Gamma_L} e^{j\Phi_R}$$

avec $\Phi_R = \operatorname{Arg}((1 + \Gamma_T)(1 + \Gamma_L))$.

$Y_0, Y_L, Y_C = |Y_C|e^{-j\theta_C}$ sont respectivement l'admittance du vide, l'admittance de charge et l'admittance caractéristique du mode dominant dans la ligne de transmission.

$\Gamma_T = |\Gamma_T|e^{j\psi_T}$ et $\Gamma_L = |\Gamma_L|e^{j\psi_L}$ sont respectivement les coefficients de réflexion de l'antenne d'une part et de la charge d'autre part ramenées dans le plan S_1 .

La fonction $k(x,y)$ caractérise la loi de phase $\Phi(x,y)$ de l'illumination d'ouverture : elle est égale au cosinus de l'angle que fait la normale au front d'onde passant par le point (x,y) sur l'ouverture avec la normale au plan de l'ouverture.

Les facteurs \mathcal{Z} et \mathcal{R} peuvent être considérablement simplifiés moyennant un certain nombre d'hypothèses qui sont le plus souvent vérifiées :

- . l'impédance caractéristique de la ligne de transmission est réelle ($\theta_C = 0$) ;
- . la charge (ou le récepteur) est adaptée à la ligne de transmission ($\Gamma_L = 0$) ;
- . la ligne de transmission est à faibles pertes ($|\Gamma_T| = \left| \frac{Z_A - Z_C}{Z_A + Z_C} \right|$ où Z_A est l'impédance d'entrée de l'antenne).

Au paragraphe 3, nous avons fait en outre les hypothèses suivantes :

- a. l'antenne est adaptée à la ligne, ce qui entraîne $\Gamma_T = 0$ et $\Phi_R = 0$;
- b. la source de signal est dans le plan équatorial ($\phi = 0$) ;
- c. la loi d'illumination est équiphasé, d'où $k(x,y) = 1$;
- d. la polarisation de l'antenne est rectiligne et parallèle à \vec{m} , d'où il résulte la relation suivante : $\vec{g}(x,y,\alpha,\beta,\gamma) = (1 + \gamma)\vec{m}$;
- e. la polarisation de l'onde reçue est adaptée à celle de l'antenne, d'où : $\vec{s}_0 \cdot \vec{m} = 1$;
- f. la direction (θ_0, ϕ_0) est peu éloignée de la normale, d'où : $1 + \gamma \approx 2$.

==



BIBLIOGRAPHIE

- [1] N.H. ENENSTEIN
Transient build-up of the antenna pattern in end-fed linear arrays - I.R.E. Conv. Rec. part 2, 49-55 (1953)
- [2] W.E. KOCK, J.L. STONE
Space-frequency equivalence
Proc. I.R.E., 46, n° 2 (letters), 499 (1958)
- [3] D.G. TUCKER
Space-frequency equivalence in directional arrays with special reference to superdirectivity and reciprocity
Proc. I.E.E. part C, n° 15, 191-7 (1962)
- [4] L.R. DAUSIN, K.E. NIEBHUR, N.J. NILSSON
The effects of wide-band signals in radar antenna design
I.R.E. Wescon Conv. Rec. part 1, 40-8 (1959)
- [5] C. POLK
Transient behavior of aperture antennas
Proc. I.R.E., 48, n° 7, 1281-8 (1960)
- [6] B.R. MAYO, P.W. HOWELLS, W.B. ADAMS
Generalized linear radar analysis
Microwave Journal, 4, n° 8, 79-84 (1961)
- [7] J.V. DI FRANCO, W.L. RUBIN
Transient performance of array antennas
Proc. I.E.E.E. Int. Conv. Rec. part 1, 93-7 (1963)
- [8] H. ROSENBLATT
Short pulse radiation effect of a long array utilizing series and corporate series feed
Proc. I.E.E.E. Int. Conv. Rec. part 2, 179-84 (1964)
- [9] P.M. WOODWARD
Probability and information theory with application to radar
Pergamon Press, London (1953)
- [10] H. URKOWITZ, C.A. HAUER, J.F. KOVAL
Generalized resolution in radar systems
Proc. I.R.E., 50, n° 10, 2093-105 (1962)
- [11] H. URKOWITZ
The angular ambiguity function of a discrete-continuous array
Proc. I.R.E., 51, n° 12, 1775 (1963)
- [12] E. BROOKNER
Multidimensional ambiguity functions of linear, interferometer antenna arrays - Trans. I.E.E.E., AP12, n° 5, 551-61 (1964)
- [13] J.V. DI FRANCO, W.L. RUBIN
Spatial ambiguity and resolution for array antenna systems
Trans. I.E.E.E., MIL9, 229-37 (1965)
- [14] C.B. SHARPE, R.B. CRANE
Optimization of linear array for broadband signals
Trans. I.E.E.E., AP14, n° 7, 422 (1966)
- [15] J. BROWN
A generalized form of the aerial reciprocity theorem
Proc. I.E.E.E. part C, 105, n° 8, 472-5 (1958)