



TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 1^{er} au 5 juin 1971

**ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS**

J. BERTHEAS, J. GUYOT et P. TOURNOIS

THOMSON-C.S.F. Division ASM - 06 Cagnes/Mer

RESUME

Après un rappel de l'analogie existant entre les propriétés dans le temps des filtres linéairement dispersifs et les propriétés dans l'espace des systèmes optiques, différents montages à filtres dispersifs permettant d'obtenir la transformée de Fourier d'un signal, sont décrits. Lorsque la largeur de bande du signal à analyser est supérieure à 50 KHz les filtres dispersifs sont utilisés sans compression de temps préalable. Dans le cas contraire, ceux-ci sont utilisés après une compression de temps qui ajuste l'échelle de temps du signal à l'échelle de temps de la réponse impulsionnelle des filtres, et permet le multiplexage temporel ou spectral. Les caractéristiques d'un analyseur à 100 points en temps réel de 25 KHz de bande maximale, sont ensuite données ainsi que ses résultats.

SUMMARY

After a survey of analogies between time properties of linearly dispersive filters and space properties of optical systems, several dispersive filter set ups which perform Fourier transform of signals are described. When the signal bandwidth is larger than 50 KHz, the dispersive filters are used directly without time compression. Otherwise, a time compression is achieved before the dispersive filter processing in order to match the signal time scale to the filter impulse response time scale, allowing furthermore time or spectrum multiplexing. The characteristics and performance of a 100 points real time analyser in a maximum bandwidth of 25 KHz, are then described.



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

I. - INTRODUCTION.

Au cours des dernières années, divers auteurs ont mis en évidence, puis précisé l'analogie qui existe entre les propriétés dans le temps des filtres linéairement dispersifs, et les propriétés dans l'espace des systèmes de lentilles optiques [1 à 5]. Cette analogie permet de construire les schémas de divers analyseurs spectraux en temps réel, utilisant des filtres dispersifs.

L'éventail des lignes à retard acoustiques dispersives actuellement disponibles [6] ne permet pas de traiter les signaux de bande supérieure à quelques centaines de MHz et, en ce qui concerne les signaux de bande inférieure à 50 KHz, il est nécessaire de faire précéder les lignes à retard d'une compression de temps destinée à adapter l'échelle des temps des signaux à l'échelle de temps de la réponse impulsionnelle des lignes. Cette compression de temps préalable présente en outre l'avantage de permettre le changement des bandes de fréquence analysées par un même filtre dispersif, le multiplexage temporel ou spectral de plusieurs signaux.

Un prototype d'appareil utilisant une ligne dispersive de 200 KHz de bande après une compression de temps de taux variable, a été construit. Il permet l'analyse en temps réel et en 100 points spectraux d'un signal dont la bande peut être choisie parmi les valeurs suivantes ; 100, 500, 2 000, 5 000, 10 000 ou 25 000 Hz.

2. - GENERALITES - PROPRIETES DES FILTRES DISPERSIFS.

Un filtre dispersif linéaire est un filtre passe-tout qui introduit un temps de retard de groupe variant linéairement avec la fréquence du signal.

Cette caractéristique est physiquement limitée aux signaux dont la fréquence est comprise dans une certaine bande. Nous utiliserons par la suite les notations :

- B_1 = bande de dispersion du filtre
- T_1 = variation du retard dans la bande B_1
- f_1 = fréquence moyenne du filtre
- T_m = retard moyen du filtre à la fréquence f_1

Dans le but de simplifier les calculs théoriques, nous adopterons la notation des signaux complexes (composantes basse fréquence), car on peut toujours considérer un filtre dispersif réel comme un filtre complexe précédé d'une démodulation complexe et suivi d'une modulation à bande latérale unique pour retrouver la porteuse.

Avec cette notation un filtre dispersif a pour réponse percussionnelle :

$$h(t) = e^{j\alpha t^2}$$

Sa fonction de transfert est :

$$H(\omega) = \sqrt{\frac{j\pi}{\alpha}} \cdot e^{-j\omega^2/4\alpha} = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \cdot e^{j\pi/4} \cdot e^{-j\omega^2/4\alpha}$$

Le filtre est bien un passe-tout introduisant un déphasage quadratique avec la fréquence :



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

$$\varphi(\omega) = \frac{\omega^2}{4\alpha} - \frac{\pi}{4} \quad (\text{voir Fig. 1})$$

Ce qui correspond à un temps de retard de groupe linéaire
avec la fréquence :

$$\tau(\omega) = \frac{d}{d\omega} [\varphi(\omega)] = \frac{\omega}{2\alpha} \quad (\text{voir Fig. 2})$$

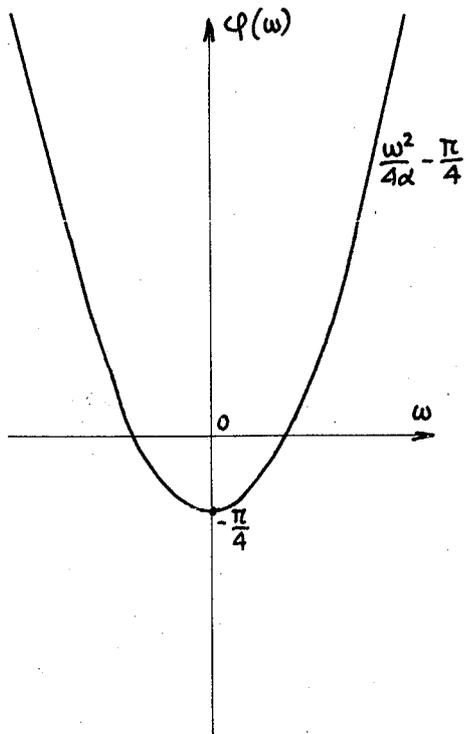


Fig. 1

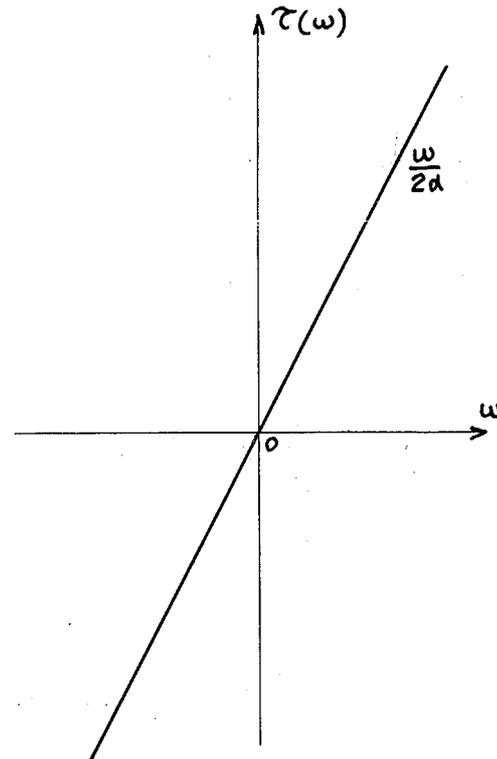


Fig. 2



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

3. - PRINCIPE DE L'ANALYSE SPECTRALE AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS.

3.1. Analyseur utilisant un filtre dispersif.

Pour obtenir la Transformée de Fourier du signal complexe $f(t)$, on utilise le système constitué par un multiplicateur et un filtre dispersif (voir Fig. 3)

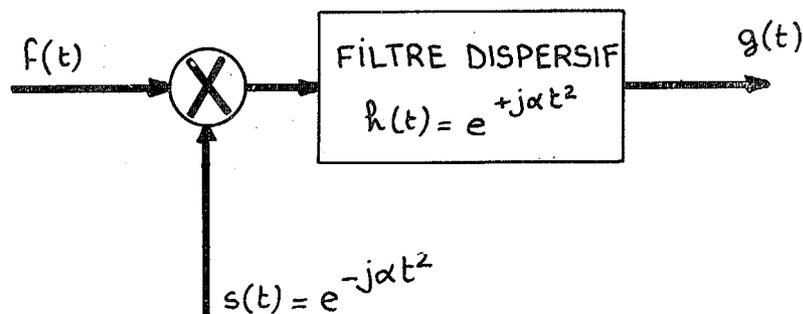


Fig. 3

Le multiplicateur effectue le produit de $f(t)$ par $s(t)$ qui est un signal complexe modulé paraboliquement en phase selon la loi :

$$s(t) = e^{-j\alpha t^2}$$

Le filtre dispersif reçoit le signal $f(t) \cdot e^{-j\alpha t^2}$, le signal de sortie $g(t)$ est alors :

$$g(t) = \left[f(t) \cdot e^{-j\alpha t^2} \right] \otimes h(t)$$

$$\text{soit } g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[f(\tau) \cdot e^{-j\alpha \tau^2} \right] \cdot e^{j\alpha (t-\tau)^2} d\tau$$



**ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS**

$$g(t) = e^{j\alpha t^2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \cdot e^{-j2\alpha t\tau} d\tau$$

si $F(\omega)$ est la transformée de Fourier de $f(t)$, l'intégrale est $F(2\alpha t)$,

d'où $g(t) = e^{j\alpha t^2} \cdot F(2\alpha t)$.

L'enveloppe de $g(t)$ représente le module de la transformée de Fourier de $f(t)$ avec comme échelle de correspondance fréquence-temps : $\omega = 2\alpha t$

$$g(t) \cdot g^*(t) = |F(2\alpha t)|^2 = \text{densité spectrale}$$

le de puissance de $f(t)$.

Si l'on désire obtenir la Transformée de Fourier complexe de $f(t)$, le terme de phase résiduel $e^{j\alpha t^2}$ peut être éliminé en multipliant $g(t)$ par une loi identique à $s(t) = e^{-j\alpha t^2}$. (Schéma de la Fig. 4)

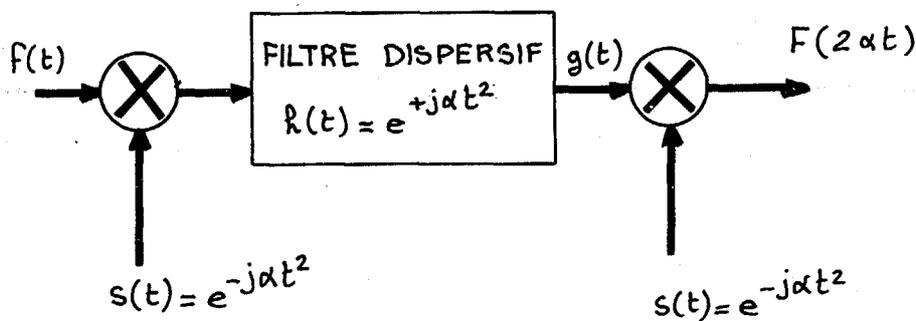


Fig. 4



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

3.2. Analyseur utilisant deux filtres dispersifs.

Une autre alternative pour éliminer le terme de phase résiduel est l'emploi du système suivant :

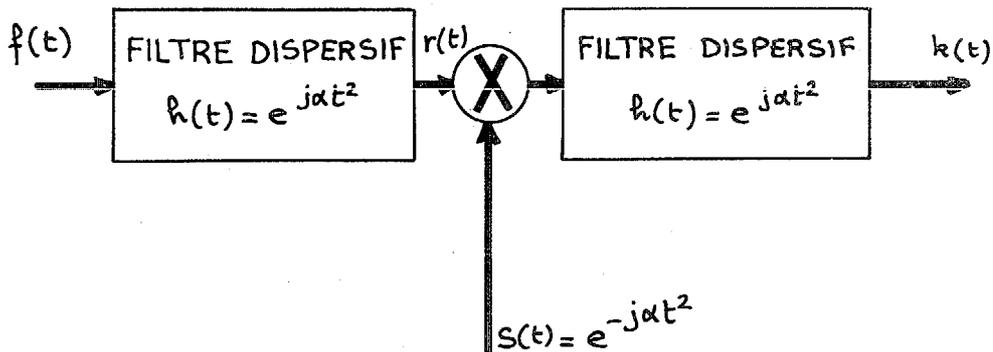


Fig. 5

Le signal de sortie du premier filtre dispersif est $r(t)$

$r(t) = f(t) \otimes h(t)$ dont la Transformée de Fourier est :

$$R(\omega) = F(\omega) \cdot H(\omega) \quad \text{avec } H(\omega) = \sqrt{\frac{j\pi}{\alpha}} e^{-j\omega^2/4\alpha}$$

$k(t)$ est donné par la relation démontrée précédemment

$$k(t) = e^{j\alpha t^2} \cdot R(2\alpha t)$$

d'où $k(t) = e^{j\alpha t^2} \cdot F(2\alpha t) \cdot H(2\alpha t)$

or $H(2\alpha t) = \sqrt{\frac{j\pi}{\alpha}} \cdot e^{-j\alpha t^2}$

donc

$$k(t) = \sqrt{\frac{j\pi}{\alpha}} \cdot F(2\alpha t)$$



**ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS**

On obtient donc le spectre de $f(t)$ sans modulation de phase résiduelle.

3.3. Analogies optiques de l'Analyse Spectrale.

L'Analyse Spectrale par filtre dispersif présente une analogie complète avec les montages optiques utilisés pour obtenir la Transformée de Fourier d'une loi d'illumination.

Le tableau de la Fig. 6 illustre ces analogies (d'après A. PAPOULIS [5]).

$f(t)$ signal d'entrée à pour analogue $f(x)$ la loi d'illumination.

Le multiplicateur par $e^{-j\omega t^2}$ a pour analogue une lentille convergente.

Le filtre dispersif a pour analogue la diffraction entre deux plans espacés de Z : convolution par $e^{jk \frac{x^2}{2Z}}$

3.4. Fonctionnement avec des filtres dispersifs limités.

Dans ce qui précède, nous avons supposé des signaux illimités dans le temps et des filtres dispersifs de caractéristiques infinies, dans la réalité il faut tenir compte des limitations physiques.



**ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS**

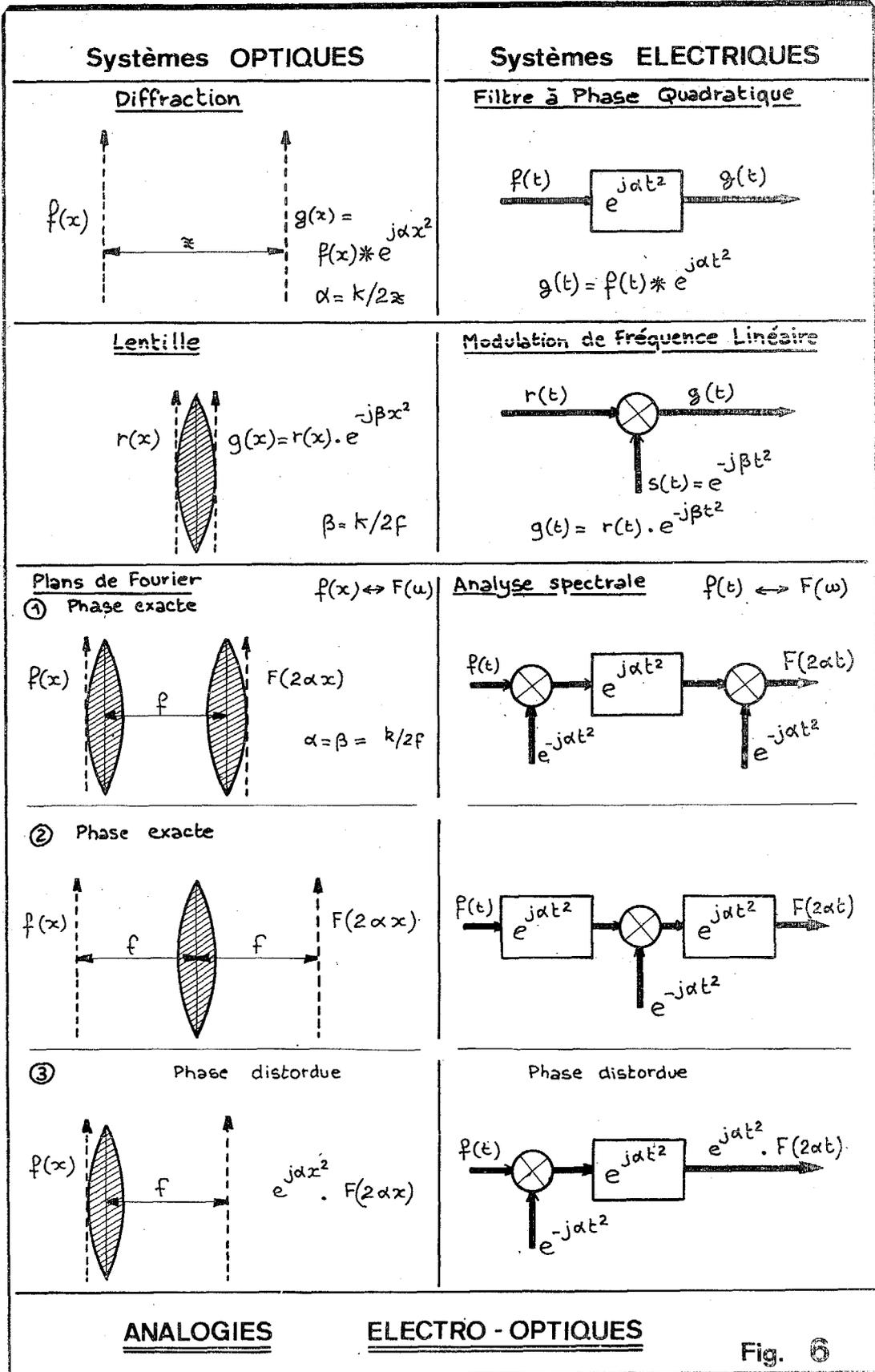


Fig. 6



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

3.4.1. Montage à 1 filtre dispersif.

Nous supposons la réponse percussionnelle du filtre dispersif limitée à la longueur T_1 :

$$h'(t) = h(t) \cdot \text{Rect} \left(\frac{t}{T_1} \right) = e^{j\alpha t^2} \cdot \text{Rect} \left(\frac{t}{T_1} \right)$$

De même la tranche de signal $f(t)$ sera découpée à la durée T_0 :

$$f'(t) = f(t) \cdot \text{Rect} \left(\frac{t}{T_0} \right)$$

Reprenons l'expression du signal de sortie $g'(t)$:

$$g'(t) = \left[f'(t) \cdot e^{-j\alpha t^2} \right] \otimes h'(t)$$

$$g'(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f'(\tau) \cdot e^{-j\alpha \tau^2} \cdot h'(t-\tau) d\tau$$

$$g'(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \cdot \text{rect} \left(\frac{\tau}{T_0} \right) \cdot e^{-j\alpha \tau^2} \cdot e^{j\alpha (t-\tau)^2} \cdot \text{rect} \left(\frac{t-\tau}{T_1} \right) d\tau$$

qui peut s'écrire :

$$g'(t) = e^{j\alpha t^2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \cdot \text{rect} \left(\frac{\tau}{T_0} \right) \cdot e^{-2j\alpha \tau^2} \cdot \text{rect} \left(\frac{t-\tau}{T_1} \right) d\tau$$

A l'extérieur de l'intervalle :

$$t > + \left(\frac{T_1 + T_0}{2} \right) \qquad t < - \left(\frac{T_1 + T_0}{2} \right)$$



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

le signal de sortie $g'(t)$ est nul.

A l'intérieur de l'intervalle :

$$-\left(\frac{T_1 - T_0}{2}\right) < t < +\left(\frac{T_1 - T_0}{2}\right)$$

$$g'(t) = e^{j\alpha t^2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \cdot \text{rect}\left(\frac{\tau}{T_0}\right) e^{-2j\alpha t \tau} \cdot d\tau$$

d'où :

$$g'(t) = e^{j\alpha t^2} \cdot \text{Transformée de Fourier de } \left(f(\tau) \cdot \text{rect}\frac{\tau}{T_0}\right)$$

avec $\omega = 2\alpha t$

$$g'(t) = T_0 \cdot e^{j\alpha t^2} \left[F(2\alpha t) \oplus \frac{\sin(\alpha T_0 t)}{\alpha T_0 t} \right]$$

Le terme entre crochets est bien la Transformée de Fourier de la tranche de signal d'entrée de durée T_0 .

Dans les intervalles restants

$$-\left(\frac{T_1 + T_0}{2}\right) < t < -\left(\frac{T_1 - T_0}{2}\right) \text{ et } \frac{T_1 - T_0}{2} < t < \frac{T_1 + T_0}{2}$$

l'expression de $g'(t)$ correspond à un régime transitoire sans relation simple avec le spectre du signal

L'intervalle où l'expression de $g'(t)$ est utilisable correspond à une limitation sur la bande de



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

fréquences qui peut être analysée correctement avec la sélectivité $\frac{1}{T_0}$.

Cette bande est égale à $B_0 = \frac{\alpha}{\pi}(T_1 - T_0)$.

Le nombre de raies séparables est donc :

$N = B_0 T_0 = \frac{\alpha}{\pi} T_0 (T_1 - T_0)$, il est maximum et égal à $\frac{\alpha}{\pi} \frac{T_1^2}{4}$ lorsque $T_0 = T_1/2$; en introduisant la largeur de bande B_1 du filtre dispersif :

$$B_1 = \frac{\alpha}{\pi} T_1$$

on trouve :

$$N_{\text{maxi}} = \frac{B_1 \cdot T_1}{4}$$

3.4.2. Montage à 2 filtres dispersifs.

Dans ce cas, l'optimum est obtenu lorsque $T_0 = T_1$ et le nombre de raies analysées en un passage est égal à $B_1 T_1$. La correspondance fréquence d'entrée-temps de sortie est :

$$f = \frac{B_1}{T_1} t$$

La sélectivité équivalente est $\frac{1}{T_1}$. La bande totale analysée est B_1 .



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

3.5. Représentation graphique du fonctionnement des analyseurs de spectre à filtres dispersifs.

Cette représentation graphique est obtenue en négligeant les effets de diffraction (représentés par des Intégrales de Fresnel), ce qui est valable pour des filtres dispersifs de produit BT très élevé.

On utilise un diagramme où le temps est compté en abscisse et la fréquence en ordonnées, l'amplitude du signal étant représentée par l'intensité du tracé.

Dans cette représentation approximative, un signal limité en bande B_0 et en durée T_0 est contenu à l'intérieur d'un rectangle, une fréquence pure étant représentée par un trait horizontal et une impulsion brève par un trait vertical.

Après passage dans un filtre dispersif retardant sélectivement les différentes fréquences, le signal est contenu à l'intérieur d'un parallélogramme, ses côtés horizontaux restant horizontaux.

L'effet d'une modulation de fréquence linéaire est analogue, mais selon l'axe des fréquences, les côtés verticaux du rectangle restent verticaux.

Il devient alors très simple de retrouver les résultats antérieurs avec cette représentation.

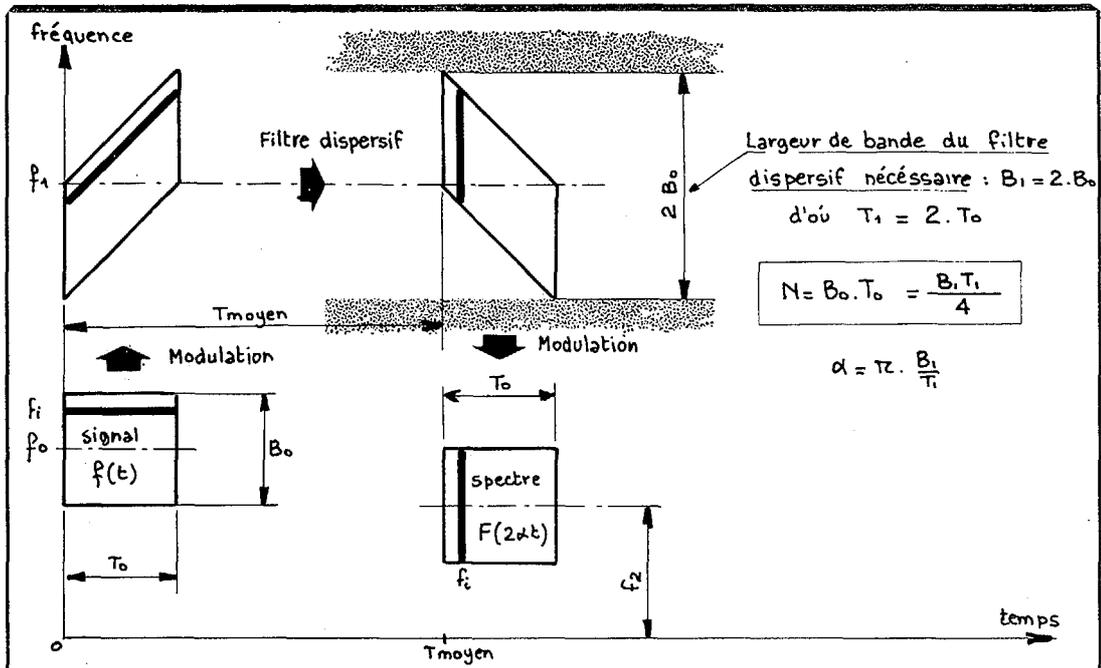
La Fig. 7a traduit le fonctionnement de l'analyseur à 1 filtre dispersif ; la modulation de phase résiduelle en sortie du filtre est bien apparente, ainsi que le rôle du deuxième modulateur pour éliminer cette phase.

On démontre aussi de façon évidente que le filtre dispersif doit avoir une bande double de celle du signal.

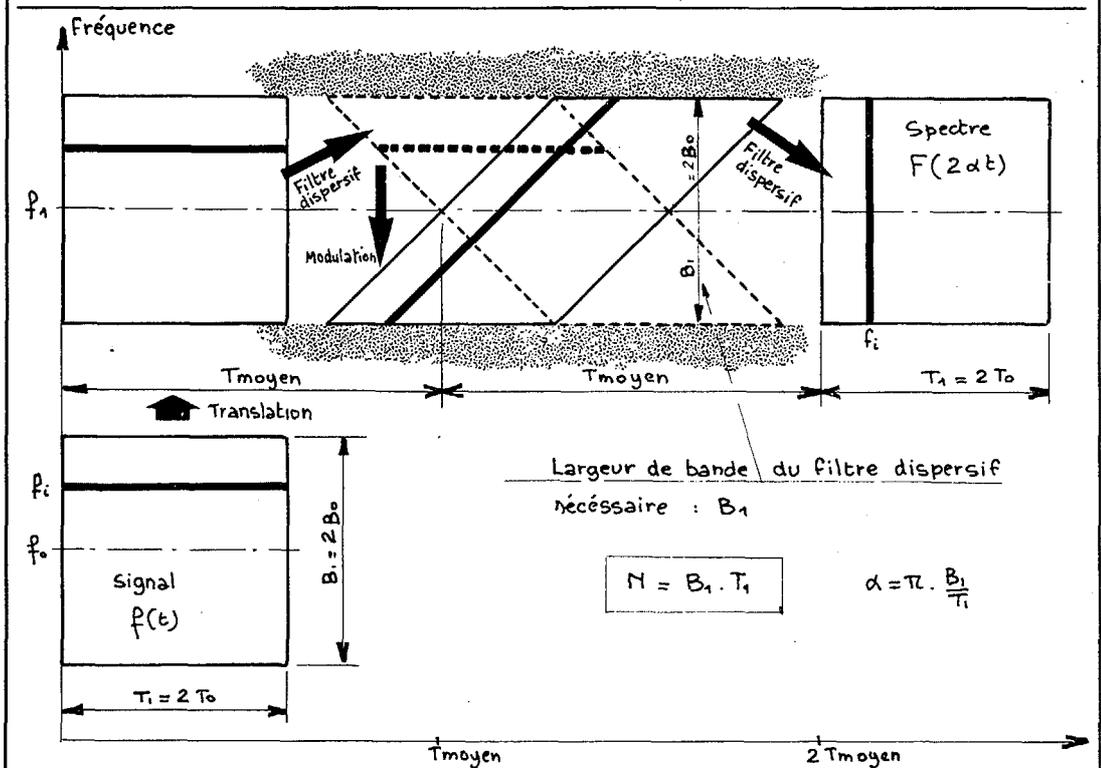
La Fig. 7b illustre le fonctionnement de l'analyseur à deux filtres dispersifs et le fait que la bande du filtre dispersif doit être égale à celle du signal.



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS



7a Analyser à UN Filtré Dispersif



7b Analyser à DEUX Filtrés Dispersifs

REPRESENTATION GRAPHIQUE SIMPLIFIEE

Fig. 7



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

4.- ANALYSEURS DE SPECTRE.

La constitution d'un analyseur de spectre dépendra :

- des caractéristiques du signal à étudier :
 - . bande passante, stationnarité, récurrence pour les signaux périodiques ;

- des caractéristiques des filtres dispersifs réalisables :
 - . bande dans laquelle le temps de retard varie linéairement avec la fréquence : B_1
 - . excursion de temps de retard : T_1

Un tableau récapitulatif des filtres dispersifs réalisables, est donné en annexe ;

- des performances recherchées :
 - . Densité spectrale ou Transformée de Fourier (selon que l'on désire extraire la phase ou non)
 - . sélectivité :
 - * largeur à 3 dB du filtre équivalent
 - * niveau des secondaires du filtre équivalent
 - . cadence de calcul du spectre (en temps réel ou non)

- du type d'exploitation désiré :
 - . visualisation sur oscilloscope
 - . visualisation sur table X Y
 - . enregistrement



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

sortie numérique.

Dans ce qui suit, nous considèrerons uniquement le cas où la visualisation a lieu sur un oscilloscope.

Deux familles d'analyseurs sont considérées :

- analyseurs à large bande (ou à analyse spectrale directe)
- analyseurs à bande étroite (analyse après compression de temps).

4.1. Analyseurs à large bande.

Cette définition correspond à la gamme de signaux pouvant être analysés directement (ou après une translation de fréquence porteuse) dans les filtres dispersifs actuellement réalisables.

Les limites de cette gamme varient en sens inverse des plages de variation de temps de retard linéaire des filtres dispersifs. L'excursion de retard maximum que l'on réalise couramment par des filtres analogiques (lignes dispersives de type "ruban") est de l'ordre de 1 à 2 ms.

Ceci conduit à considérer comme appartenant à la classe "large bande", les signaux dont la bande à analyser est supérieure à 50 KHz, et pour lesquels la sélectivité d'analyse cherchée est plus large que 1 KHz.

La limite supérieure est celle de la bande maximum de dispersion : quelques centaines de MHz (voir



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

le tableau de la Fig.16).

4.1.1. Analyseur à 1 filtre dispersif.

C'est le schéma le plus simple car généralement on ne désire conserver que la densité spectrale de puissance du signal (carré du module de sa Transformée de Fourier).

Par contre, il a l'inconvénient de délivrer un nombre de raies maximum égal au $\frac{1}{4}$ du produit $B_1.T_1$ du filtre dispersif employé.

Dans ce qui précède, nous avons supposé pour la commodité des calculs, que les signaux étaient complexes, dans la pratique on se contente de traiter des signaux à bande étroite et réels, la nécessité de manipuler les signaux sous forme complexe n'apparaissant que dans des cas très particuliers (par exemple lorsque l'on veut analyser séparément les bandes latérales d'une modulation ou lorsque la transposition en fréquence rend les problèmes de filtrage difficiles).

Nous supposons que le signal à analyser occupe la bande B_0 autour d'une fréquence moyenne f_0 .

Comme nous l'avons démontré au § 2.4.1., la plage de variation de temps de retard T_1 et la bande B_1 du filtre dispersif doivent être adaptées aux



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

caractéristiques du signal.

Le dernier paramètre à fixer est la sélectivité σ_0 de l'analyse spectrale désirée, à condition que le nombre de raies $\frac{B_0}{\sigma_0}$ soit inférieur au $\frac{1}{4}$ des produits $B_1 \cdot T_1$ réalisables pratiquement ($B_1 \cdot T_1$ est généralement compris entre 100 et 1000).

On doit choisir le filtre tel que :

$$\begin{cases} T_1 \geq \frac{2}{\sigma_0} \\ B_1 \geq 2 B_0 \end{cases}$$

Le schéma de principe d'un tel analyseur est donné Fig. 8.

Si on choisit comme origine $t = 0$, l'instant de déclenchement fourni par le Trigger, le signal d'oscillateur local modulé linéairement, en fréquence s'écrit :

$$\cos \left[\omega_1 t - \omega_0 t + \pi B_0 t - \alpha t^2 \right]$$

avec $\frac{\omega_1}{2\pi}$ = fréquence centrale du filtre dispersif

$\frac{\omega_0}{2\pi}$ = fréquence centrale du signal d'entrée

B_1 = bande du filtre dispersif

$\frac{\alpha}{\pi}$ = pente du filtre dispersif : $\frac{B_1}{T_1}$.



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

La durée du signal d'oscillateur local définit la longueur de la tranche de signal d'entrée découpée par le modulateur de 0 à $\frac{T_1}{2}$.

Le spectre utile en sortie du filtre dispersif a une durée $\frac{T_1}{2}$ entre les instants T_{moyen} et $T_{\text{moyen}} + \frac{T_1}{2}$,

T_{moyen} étant le temps de retard du filtre à la fréquence moyenne f_1 .

Le balayage horizontal de l'oscilloscope est donc une rampe de durée $\frac{T_1}{2}$ déclenchée avec un retard T_m par rapport à la rampe de commande de l'oscillateur à fréquence contrôlée (V.C.O.) générant le signal d'oscillateur local.

Deux modes de fonctionnement de l'analyseur sont possibles selon que le balayage de fréquence est indépendant de la nature du signal : "mode récurrent", ou que le balayage de fréquence est synchrone de l'instant d'arrivée du signal "mode déclenché".

Mode "récurrent"

Il est possible de répéter la rampe de commande de l'oscillateur local tous les $\frac{T_1}{2}$, ce qui correspond à l'analyse spectrale de tranches de signal jointives, les spectres de sortie étant eux-aussi jointifs dans le temps.

Le balayage de l'oscilloscope permettra soit de les superposer, soit de les représenter successivement en introduisant un décalage vertical entre chaque



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

analyse.

Cette cadence d'analyse sur des tranches de signal jointives, correspond à la définition couramment admise de l'analyse spectrale en temps réel (il y a en fait une perte d'information car le gabarit du filtre équivalent à l'analyse n'est pas un passe-bande idéal de sélectivité $\sigma_0 = \frac{2}{T_1}$, et selon la précision désirée, on peut être conduit à exiger un recouvrement plus ou moins grand des tranches analysées).

D'autre part, avec cette cadence, les extrémités des spectres élaborés seront légèrement perturbées par les lobes secondaires des spectres adjacents (cette perturbation disparaît si on prend comme cadence de renouvellement des spectres la durée T_1).

Les signaux correspondant à ce mode de fonctionnement sont représentés Fig. 9.

Mode "déclenché"

Lorsque le signal à analyser est une impulsion de durée égale ou inférieure à $\frac{T_1}{2}$ et que son instant d'arrivée est connu (soit par une synchro extérieure, ou soit par un système à seuil détectant l'arrivée de l'impulsion si son rapport $\frac{S}{B}$ est suffisant) il est avantageux de déclencher la rampe de commande de l'oscillateur local en synchronisme avec le signal.

Les signaux correspondant à ce mode de fonctionnement sont représentés Fig. 10.



ANALYSE SEPECTRALE ANALOGIQUE
 AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

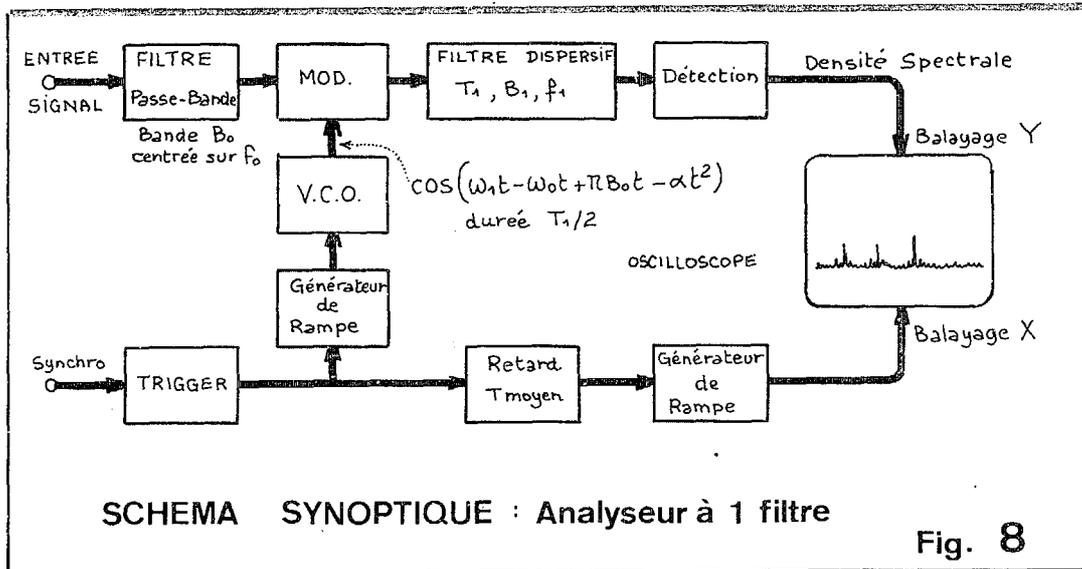


Fig. 8

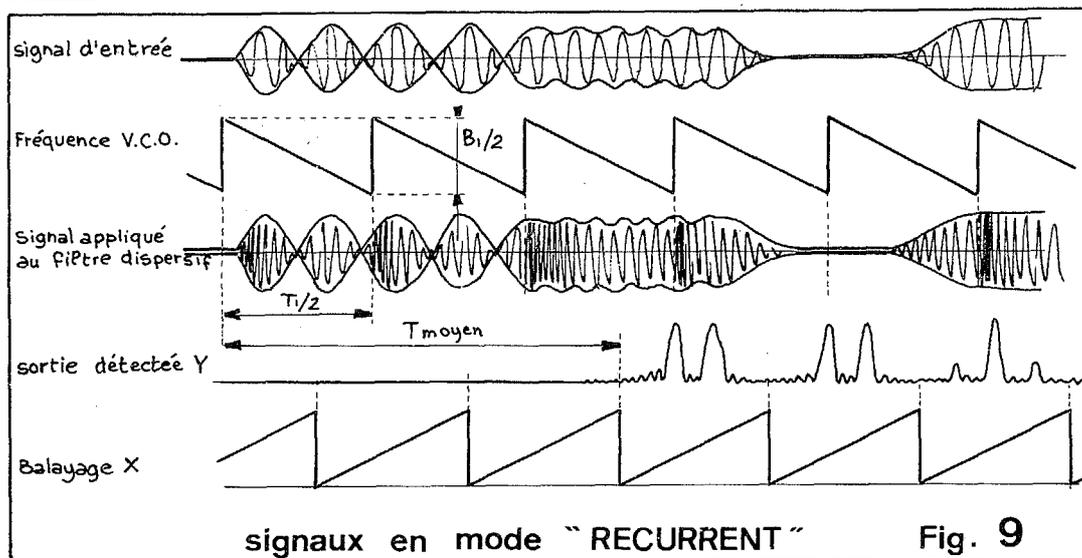


Fig. 9

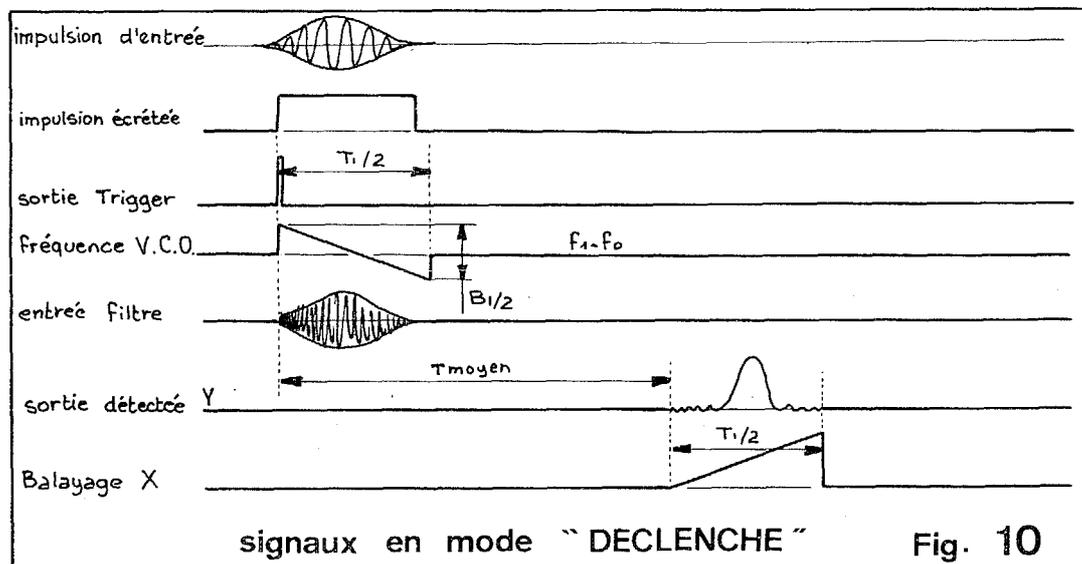


Fig. 10



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

4.1.2. Analyseurs à 2 filtres dispersifs.

Ce schéma d'analyseur permet d'obtenir quatre fois plus de raies spectrales que le montage à un filtre.

Il permet également d'extraire la phase de la Transformée de Fourier du signal, mais cette dernière est exploitée seulement dans les cas où l'analyseur sert d'interface à un autre système de traitement du signal (intercorrélateur par exemple).

Le schéma synoptique de cet analyseur est donné Fig. 11.

Soient : f_0 : la fréquence moyenne du signal d'entrée

B_0 : la bande à analyser

σ_0 : la sélectivité désirée

$f_1 = \omega_1/2\pi$: la fréquence moyenne du filtre dispersif

B_1 : la bande de dispersion du filtre

T_1 : la variation de temps de retard du filtre

T_m : le temps de retard du filtre à la fréquence moyenne f_1

$$Q = \pi \cdot \frac{B_1}{T_1}$$

$f_2 = \omega_2/2\pi$: une fréquence intermédiaire



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

On doit respecter les relations :

$$B_1 \geq B_0$$

$$T_1 \geq 1/\sigma_0$$

Si l'on choisit comme référence de temps $t=0$ l'instant de déclenchement fourni par le Trigger (sur une synchro extérieure ou sur le signal lui-même) le monostable va laisser passer une tranche du signal d'entrée dans l'intervalle $0 \rightarrow T_1$, cette tranche est transposée autour de la fréquence f_1 par un modulateur.

La sortie du filtre dispersif est transposée autour d'une fréquence intermédiaire f_2 , la bande utile B_1 est filtrée, puis ce signal subit la modulation de phase quadratique par un mélangeur recevant la fréquence :

$$f_1 - f_2 - \frac{\alpha}{\pi}(t - T_m) + \frac{B_1}{2}, \text{ c'est-à-dire le signal :}$$

$$\cos(\omega_1 t - \omega_2 t + \pi B_1 t + 2\alpha T_m t - \alpha t^2)$$

Le signal sortant du premier filtre dispersif débute à l'instant $T_m - \frac{T_1}{2}$ et se termine au temps $T_m + \frac{3T_1}{2}$.

Le signal sortant du deuxième filtre dispersif et qui représente la Transformée de Fourier de la tranche T_1 de signal prélevé à l'entrée, débute au temps $2T_m$, et se termine au temps $2T_m + T_1$.

La rampe de commande de l'oscillateur local a



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

donc une durée $2T_1$, tandis que la rampe de balayage de l'oscilloscope a une durée T_1 .

Comme pour l'analyseur à un filtre, deux modes de fonctionnement sont possibles :

Mode "récurrent"

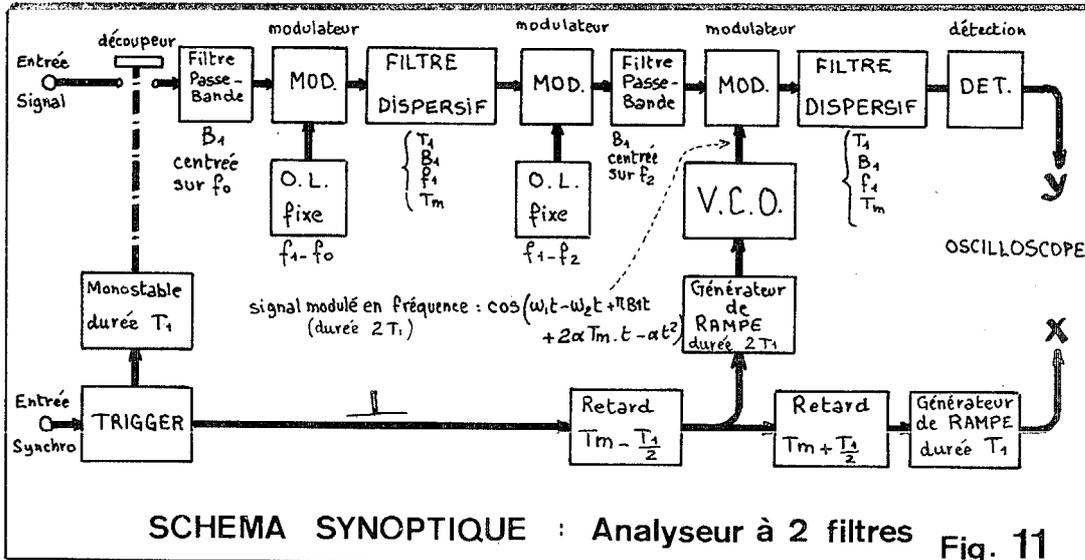
Du fait de la durée $2T_1$ de la rampe de commande du V.C.O., on ne peut recommencer une analyse qu'à cette cadence $2T_1$. La Fig. 12 montre les signaux présents dans l'analyseur dans ce mode de fonctionnement.

Mode "déclenché"

La Fig. 13 montre les signaux lorsque le signal lui-même synchronise une analyse isolée.



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS



SCHEMA SYNOPTIQUE : Analyseur à 2 filtres Fig. 11

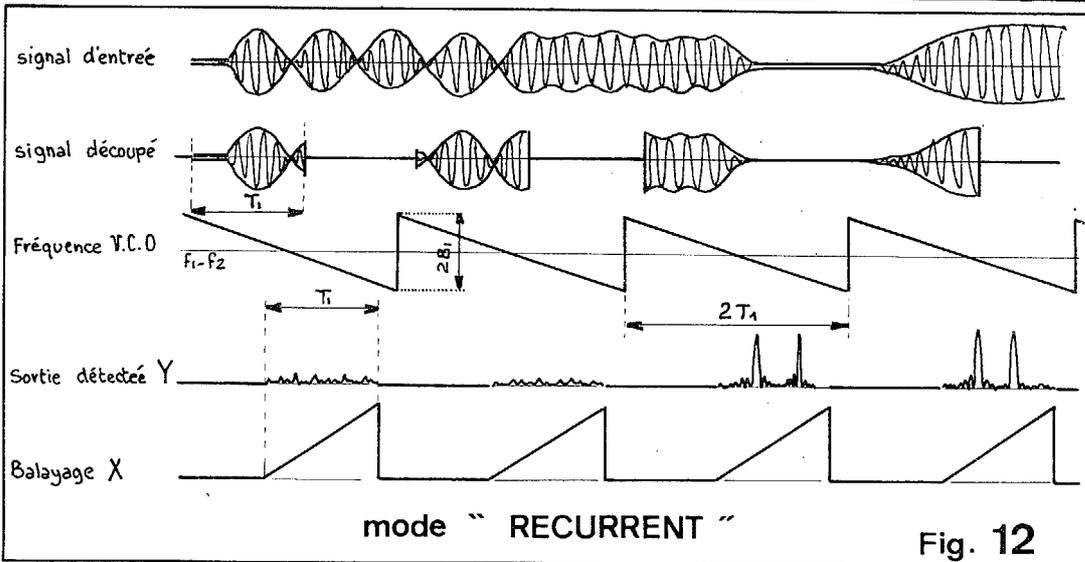


Fig. 12

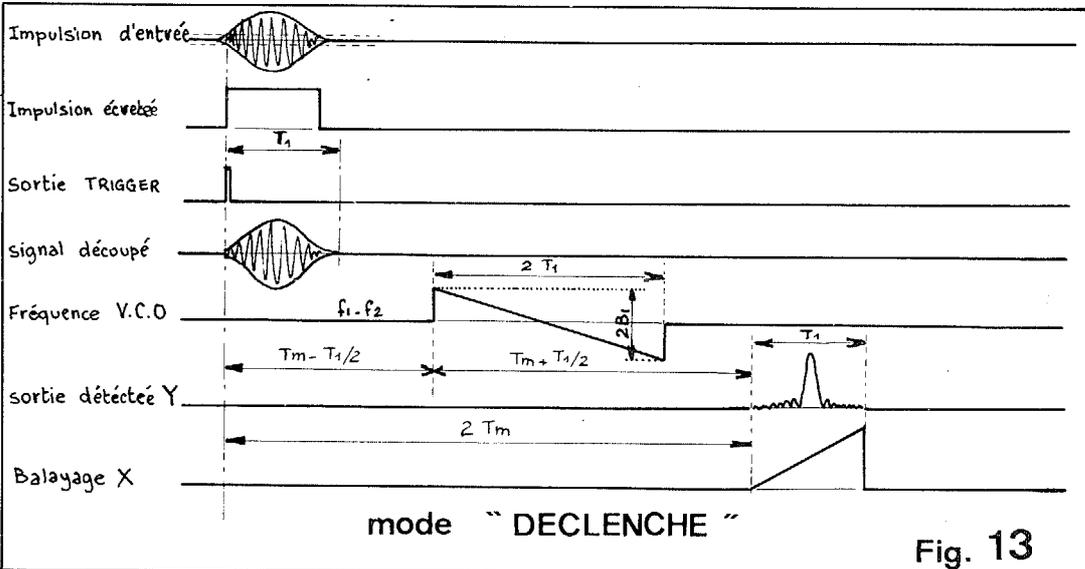


Fig. 13



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

4.2. Analyseur à bande étroite.

Lorsque la bande des signaux à analyser devient trop faible, et que parallèlement la sélectivité désirée devient trop grande, nécessitant des filtres dispersifs ayant des variations de temps de retard irréalisables pratiquement, on effectue une compression de temps sur les tranches du signal d'entrée.

Cette opération outre son intérêt d'étendre considérablement la gamme d'application de l'analyse spectrale par filtre dispersif, permet également le calcul des spectres successifs sur des tranches de signaux se recouvrant largement et de suivre fidèlement l'évolution du spectre d'un signal.

Un autre avantage de la compression de temps préalable est de permettre le multiplexage de plusieurs signaux sur le même filtre dispersif.

4.2.1. Principe de la compression de temps.

Le procédé employé consiste à numériser les tranches de signal d'entrée (échantillonnage et quantification), à stocker les échantillons dans une mémoire numérique (registres à décalage, mémoire à accès aléatoire à tores ou circuits intégrés, lignes à retard digitales ou mémoires magnétiques à disque), puis à relire les échantillons à une cadence accélérée et à reconstituer le signal analogique comprimé.



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

Le rapport de compression de temps est le rapport des cadences d'échantillonnage d'entrée et de sortie de la mémoire numérique.

Une tranche T_0 de signal d'entrée de bande B_0 peut donc être transformée en une tranche de durée $\frac{T_0}{K}$ et de bande KB_0 .

Le facteur K peut être modifié de façon continue en choisissant le rapport des fréquences d'entrée et de sortie de la mémoire (cependant le choix de certaines valeurs quantifiées peut conduire à une simplification de la mémoire numérique : c'est le cas du DELTIC [7]).

4.2.2. Analyse après compression de temps.

Un filtre dispersif donné peut donc être utilisé pour analyser un signal de bande quelconque. La cadence de calcul des spectres ne dépend que du filtre dispersif employé et du type de montage (à un ou deux filtres dispersifs).

Si l'on admet que les tranches analysées peuvent être jointives à l'entrée de l'analyseur utilisant un filtre dispersif de variation de temps de retard T_1 et de bande B_1 , dans le cas du montage à un filtre, on calculera un spectre de $\frac{B_1 T_1}{4}$ raies tous les $\frac{T_1}{2}$ tandis qu'avec le montage à deux filtres, on calculera un spectre de $B_1 T_1$ raies tous les $2T_1$. Par unité de temps on calcule K fois plus de spectres qu'un analyseur sans compression de temps utilisant un filtre dispersif de bande $\frac{B_1}{K}$ et de variation de retard KT_1 .



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

La compression de temps numérique n'ayant aucune limitation vers les très basses fréquences, on peut donc simuler des filtres dispersifs ayant des variations de retard très grandes et donc des sélectivités $\sigma_0 = \frac{1}{KT_1}$ aussi étroites qu'on le désire.

La Fig. 14 montre le schéma synoptique d'un analyseur à compression de temps dont les signaux sont représentés Fig. 15 (en mode récurrent).

En plus des deux modes de fonctionnement habituels la présence de la mémoire numérique permet un troisième mode en "mémoire permanente".

"Mode récurrent"

Ce mode est impératif si la mémoire numérique est du type circulante (Deltic), la rampe de modulation du V.C.O. doit être synchronisée par le début de la tranche qui circule.

"Mode déclenché"

Il faut disposer d'une mémoire numérique dont la lecture peut être provoquée à un instant quelconque.

Le signal de synchronisation (externe ou obtenu par un Trigger) provoque la lecture accélérée de la mémoire numérique avec un retard correspondant à la durée T_0 de la tranche intéressante, la rampe de commande du V.C.O. étant déclenchée simultanément (ou avec un retard $T_m = \frac{T_1}{2}$ si on utilise un montage à deux filtres).



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
 AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

Mode "mémoire permanente"

La tranche T_0 peut être "capturée" par la mémoire numérique rebouclée sur elle-même, ce qui permet l'entretien du spectre à la sortie de l'analyseur.

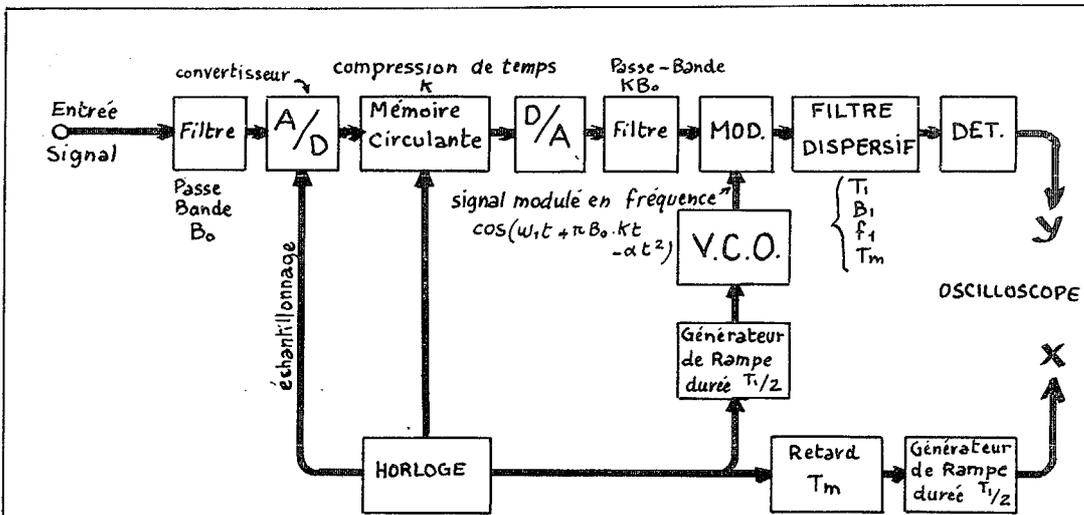
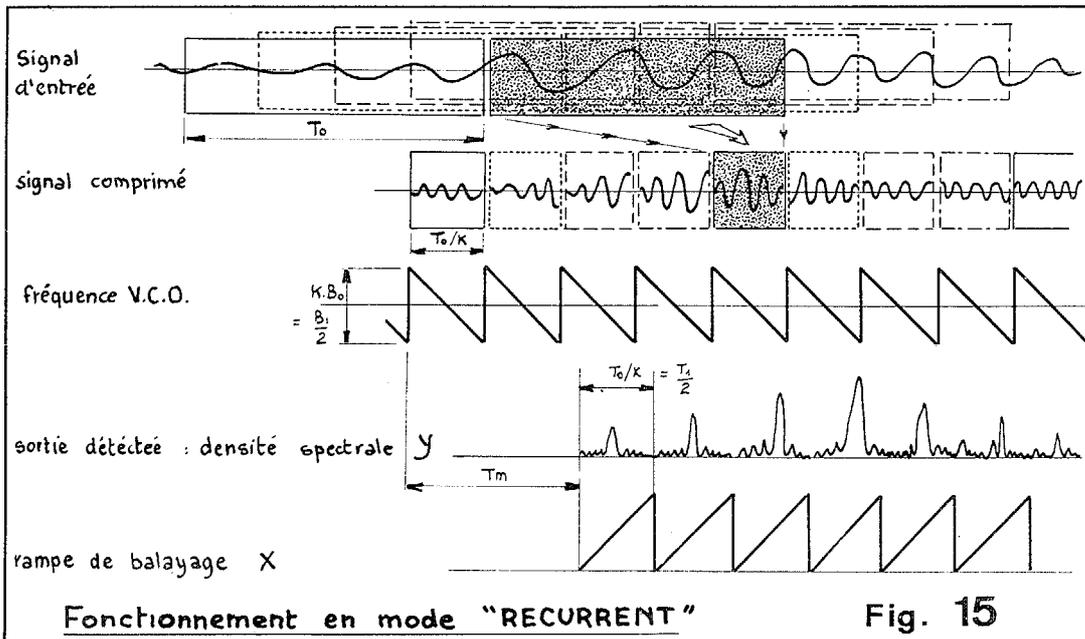


Schéma synoptique : Analyseur à Compression de Temps Fig. 14



Fonctionnement en mode "RECURRENT"

Fig. 15



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

4.2.3. Autres avantages de la Compression de temps.

4.2.3.1. Multiplexage de plusieurs signaux.

Lorsque la cadence de calcul des spectres est plus élevée que la cadence minimum nécessaire pour décrire l'évolution du spectre d'un signal il est possible d'entrelacer des analyses spectrales correspondant à plusieurs entrées.

Le signal appliqué au modulateur est prélevé aux sorties de plusieurs mémoires de compression de temps associées chacune à un signal à analyser.

Le démultiplexage des spectres est fait après détection pour des visualisations séparées.

4.2.3.2. Augmentation du nombre de raies analysées sur un signal.

Le multiplexage appliqué à l'analyse de bandes de fréquences adjacentes appartenant au même signal, permet d'augmenter les performances d'un analyseur dont le nombre de raies devient un multiple de $\frac{B_1 \cdot T_1}{4}$ (ou de $B_1 T_1$ dans le cas d'un analyseur à 2 filtres dispersifs).

La tranche de signal comprimé de durée $\frac{T_0}{K}$ et de bande n.K.B₀ sortant de la mémoire de compression de temps est appliquée "n" fois de suite au circuit d'analyse en décalant sa fré-



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

quence centrale de $KB_o = \frac{B_1}{2}$ (ou B_1) entre chaque passage.

Le nombre total de raies analysées est $n \cdot \frac{B_1 T_1}{4}$ (ou $n \cdot B_1 T_1$) et les septres adjacents sont raccordés après détection sur l'écran de l'oscilloscope.

4.2.3.3. Recirculation dans le filtre dispersif.

Cette méthode permet également d'augmenter le nombre de raies analysées (si la linéarité du filtre est suffisamment bonne).

Une tranche de durée $p \cdot \frac{T_o}{K}$ et de bande KB_o peut circuler "p" fois dans un filtre dispersif de caractéristiques T_1 et B_1 . La dispersion obtenue est celle d'un filtre de bande B_1 et de variation de temps de retard $p \cdot T_1$; à condition que les tranches restent disjointes, tout se passe comme si plusieurs filtres dispersifs étaient mis en série.

Pour le montage à un filtre dispersif on doit vérifier l'inégalité $p < \frac{2T_m}{T_1}$ tandis que pour le montage à deux filtres, on doit vérifier $p < \frac{T_m}{T_1} - \frac{1}{2}$.



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

4.3. Gabarit du filtre élémentaire équivalent.

Nous avons vu au paragraphe 3.4. que le signal de sortie d'un analyseur utilisant un filtre dispersif de réponse percussionnelle limitée était la convolution de la Transformée de Fourier du signal d'entrée par un $\sin t/t$. L'analyse spectrale ainsi effectuée correspond à un banc de filtres élémentaires ayant une sélectivité en $\sin f/f$.

Il est parfois souhaitable de faire un filtrage par des filtres ayant un affaiblissement plus rapide avec la fréquence. Cette caractéristique peut être obtenue par pondération temporelle sur la fenêtre T_0 du signal ou par pondération fréquentielle après analyse (seulement dans le cas où la modulation de phase résiduelle a été éliminée : schémas des Fig. 4 et 5).

Le taux de réduction des secondaires dépend de la fenêtre de pondération et de la linéarité du filtre dispersif.

La linéarité des filtres dispersifs actuellement réalisables ne permet pas de descendre en-dessous de 40 dB d'atténuation.

ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

5. - CARACTERISTIQUES DE QUELQUES LIGNES A RETARD DISPERSIVES.

Bande MHz	Fréquence centrale MHz	BT	Technologie	Référence
0,200	4	100	Ruban métallique onde d'extension	MEEKER
2,5	6	60	Onde de Rayleigh Electrodes interdi- gitaes quartz	DIEULESAINT HARTEMANN
8	32	160	Idem	Idem
10	10	130	Onde de Love	TOURNOIS-LARDAT
15	30	540	Onde de Rayleigh	SITTIG - COQUIN
28	66	100	Réseaux diffrac- tants	MORTLEY
30	32,5	240	Ondes de Love	TOURNOIS-LARDAT
34	100	1200	Réseaux diffractants	BURKETT-JONES MEEKER
50	100	200	Onde de Rayleigh quartz	DIEULESAINT HARTEMANN
100	300	100	Ondes de Rayleigh Niobate de Lithium	HOLLAND
100	150	100	Ondes de Love	TOURNOIS-LARDAT
100	200	1000	Idem	Idem - en projet
250	500	250	Réseaux diffrac- tants.	FLINCBAUGH CROFUT

Fig. 16



ANALYSE SEPCTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

6. - CARACTERISTIQUES ET RESULTATS OBTENUS AVEC UN ANALYSEUR PROTOTYPE.

L'analyseur de spectre en temps réel dont les caractéristiques sont rassemblées dans le tableau (17), utilise un montage à un seul filtre dispersif précédé d'une compression de temps (Voir 3.1., 4.2.2.).

Le filtre dispersif utilisé est une ligne à retard dispersive du type ruban à onde d'extension [6].

Fréquence centrale : 4 MHz
 Bande B_1 : 200 KHz
 Temps de retard T_1 : 1 ms
 $B_1 T_1$: 200

En utilisant la méthode exposée en 4.2.3.2., on traite par deux passages successifs une tranche de signal de durée $\frac{T_0}{K} = 0,5$ ms et de bande $KB_0 = 200$ KHz. A chaque passage la ligne dispersive fournit $\frac{B_1 T_1}{4} = 50$ raies. On obtient ainsi 100 raies au total.

Les photos 18, 19, 20, 21, 22, 23, montrent quelques exemples de spectres élaborés.

Les photos 18 montrent le spectre d'une fréquence pure sans pondération et les photos 19 le même spectre avec une pondération abaissant les secondaires à - 24 dB.

La photo 20 montre le spectre du mélange de deux fréquences pures espacées d'une raie, avec et sans pondération.

La photo 21 montre le spectre d'une impulsion isolée de forme rectangulaire et de durée égale au $\frac{1}{30}$ de la fenêtre temporelle d'analyse (inverse de la sélectivité).



ANALYSEUR DE SPECTRES - Temps réel

Fiche Technique

SPECIFICATIONS :

Entrée : Niveau minimum : 1 mV
 Impédance : 100 K Ω
 Indicateur de surcharge et réglage de niveau
 Dynamique : 40 dB

Echelles de Fréquences	Sélectivité	Durée analysée
0 → 100 Hz	1 Hz	1 000 ms
0 → 500	5 "	200 "
0 → 2 000	20 "	50 "
0 → 5 000	50 "	20 "
0 → 10 000	100 "	10 "
0 → 25 000	250 "	4 "

VITESSE : Temps de calcul d'un spectre complet : 4 ms

VISUALISATION :

Sortie pour Oscilloscope : X, Y, Z

Sortie pour traceur XY : durée de balayage : 400 secondes (sur une tranche de signal en mémoire permanente)

CONTROLE DE LA MEMOIRE :

Manuel

Déclenché : synchro. extérieure ou Trigger intérieur

PONDERATION :

Sans : fenêtre rectangulaire

Avec : fenêtre en cosinus donnant des lobes secondaires
à - 24 dB

Tableau 17



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

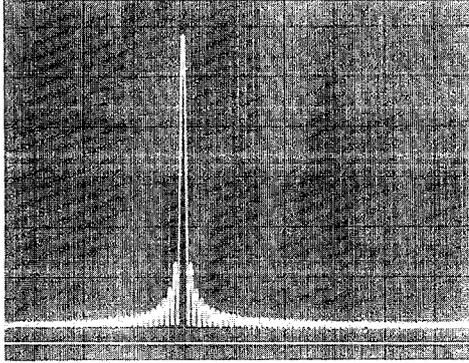
La photo 22 montre le spectre d'un signal modulé linéairement en fréquence de durée égale à la fenêtre temporelle d'analyse et de bande égale à 40 % de celle d'analyse, c'est-à-dire ayant un produit $BT = 40$.

La photo 23 montre le spectre d'un code pseudo-aléatoire récurrent.

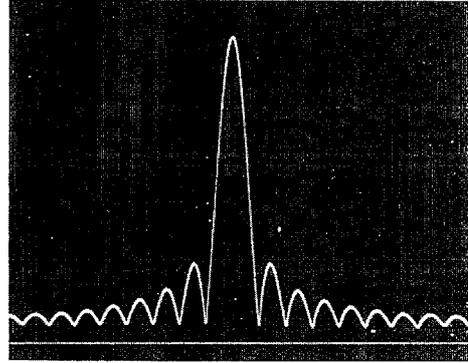
Sur toutes les photos l'échelle en fréquence est exprimée en raies, car ces résultats sont valables sur toutes les gammes de fréquences, la largeur de la raie prise comme unité pouvant être choisie parmi les valeurs : 1, 5, 20, 50, 100, 250 Hz.



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS



Echelle : 10 raies par division



Echelle : 2 raies par division

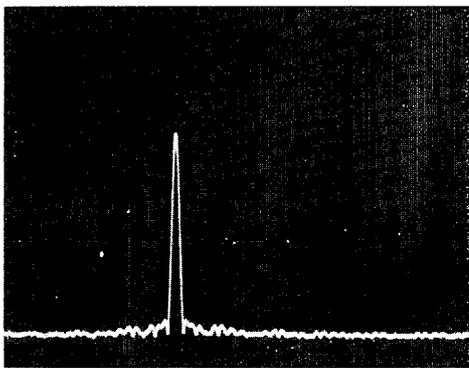
SPECTRE D'UNE FREQUENCE PURE

$$F = 40 \sigma$$

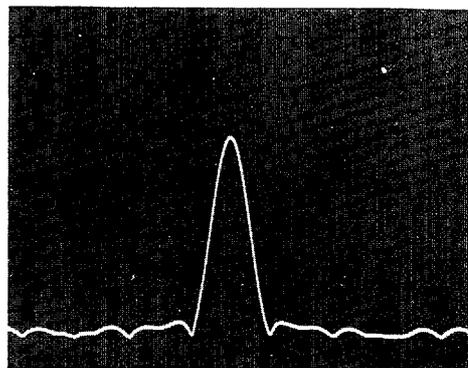
SANS PONDERATION

(réponse en $\sin x/x$)

Fig. 18



Echelle : 10 raies par division



Echelle : 2 raies par division

SPECTRE D'UNE FREQUENCE PURE

$$F = 40 \sigma$$

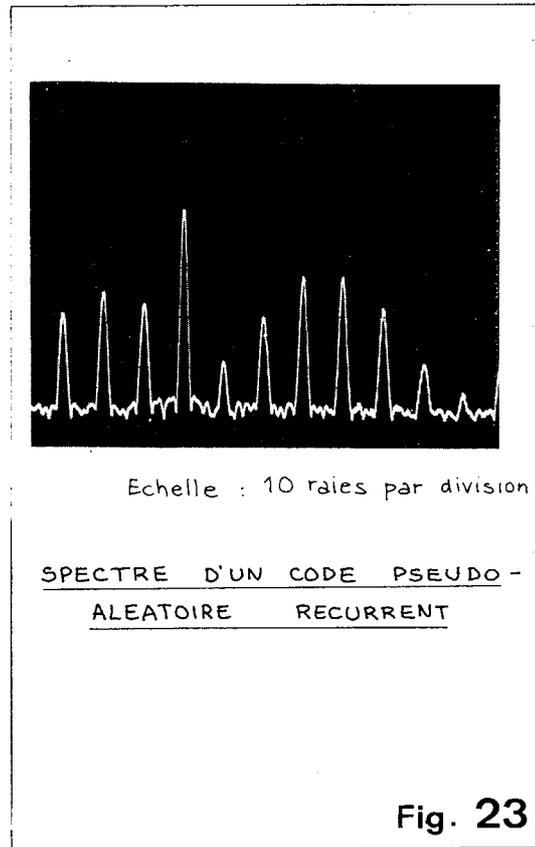
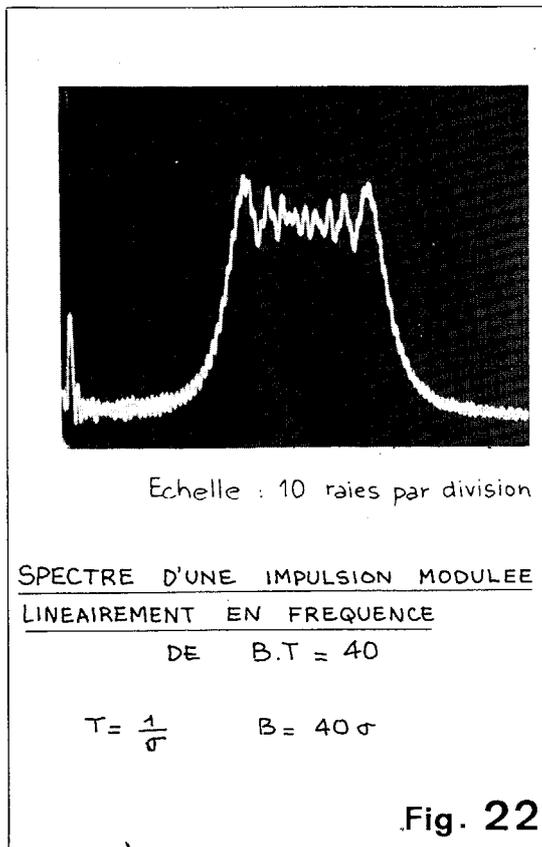
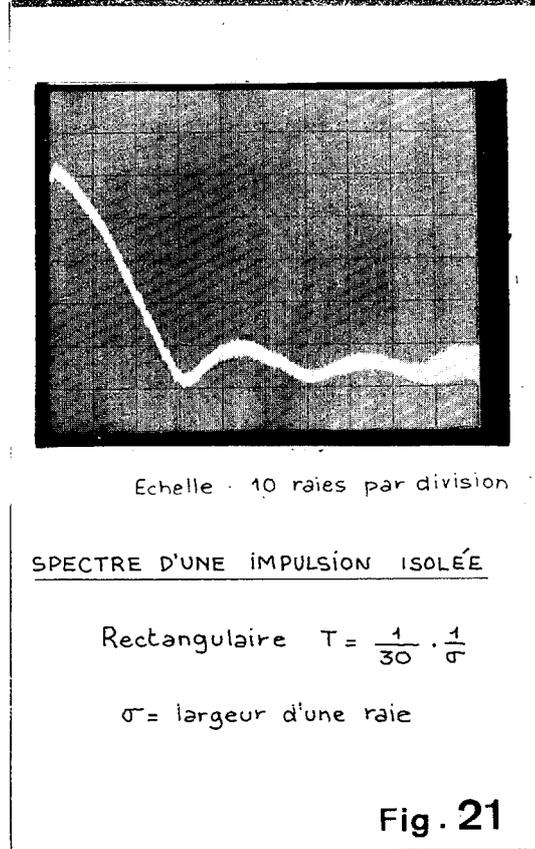
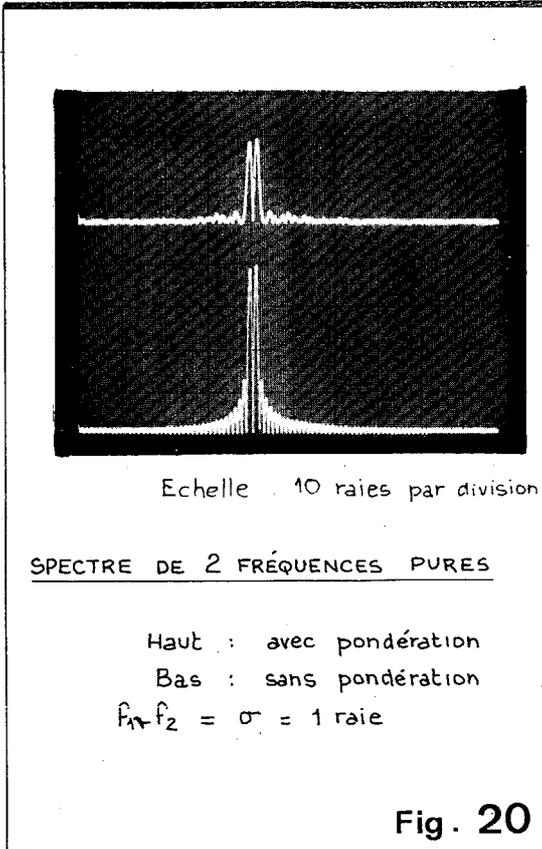
AVEC PONDERATION

(lobes secondaires à -24 dB)

Fig. 19



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS





ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

B I B L I O G R A P H I E
=====

- [1] P. TOURNOIS
"Analogie optique de la compression d'impulsion"
Compt. Rend. Acad. Sci. (Paris) Vol. 258 pp. 3839-3842
Avril 1964 et Ann. Radioelect. Vol. 19 pp. 267-280
Octobre 1964.
- [2] P. TOURNOIS, J.L. VERNET et G. BIENVENU
"L'analogie optique de certains montages électroniques:
Formation d'images temporelles de signaux électriques"
Compt. Rend. Acad. Sci. (Paris) vol. 267, pp. 375-378
Août 1968.
- [3] E.B. TREACY
"Optical pulse compression with diffraction gratings"
IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol. QE-5 n° 9
Sept. 1969.
- [4] S.W. MIKULKA
"Electrical Analogs for optical systems"
Microwave Laser Technology Sept. 1969 p. 94 ;
Nov. 1969 p. 116, Janv. 1970 p. 76, Mars 1970 p. 67.



ANALYSE SPECTRALE ANALOGIQUE
AU MOYEN DE FILTRES DISPERSIFS

B I B L I O G R A P H I E
=====

(Suite et fin)

- [5] A. PAPOULIS
"Systems and transforms with applications in optics"
Mac Graw Hill Book Company - 1968.
- [6] Voir les références [9] à [27] de l'article "Sonar
à Compression d'Impulsions"
Troisième Colloque sur le Traitement du Signal et
ses Applications - Nice 1er - 5 Juin 1971.
- [7] V.C. ANDERSON
"Deltic Correlator"
Harvard Acoust. Lab. Cambridge, Mass. Tech. Mem.
n° 37 (Jan. 1956).
-