



TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

Nice 1^{er} au 5 juin 1971

PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN PRESENCE DE BRUITS CORRELES

C. GIRAUDON - CIT-ALCATEL

RESUME

On étudie le corrélateur analogique et le corrélateur à échantillonnage lorsque les bruits sur les 2 capteurs ne sont plus indépendants. On montre que la dégradation du rapport signal sur bruit de sortie est plus sévère dans le cas de l'échantillonnage que dans le cas analogique.

SUMMARY

We derive an expression for the output signal to noise ratio of a clipped cross correlator under partially correlated noise conditions. Comparing the result with the analog case one sees that the performance decreases faster with the clipped case than with the analog one.



PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN PRESENCE DE BRUITS CORRELES

1.- INTRODUCTION

L'intercorrélation entre des tranches temporelles de signaux et bruits provenant de deux capteurs distincts est un procédé de traitement du signal très employé en détection passive. On détermine ainsi la présence et la direction d'une source ponctuelle noyée dans un bruit spatialement diffus.

On peut envisager ce traitement comme étant un cas particulier de filtrage adaptatif dans le cas où les bruits sur les deux capteurs sont supposés indépendants et blancs.

En effet, on recherche sur le 2ème capteur une tranche temporelle dont la copie serait la tranche temporelle que l'on a isolée à la sortie du 1er capteur. Il s'agit donc bien d'un filtrage adapté-adaptatif.

Ce procédé de corrélation fonctionne "parfaitement" si les bruits sont indépendants. Dans la plupart des réalisations, cette hypothèse d'indépendance des bruits est peu ou mal vérifiée.

Les principaux paramètres influençant la liaison statistique entre les bruits des deux capteurs sont :

- la bande de fréquence utilisée
- la distance entre les capteurs
- la directivité du bruit.

La technologie de réalisation de l'intercorrélation influe elle aussi sur le résultat, c'est ce que nous nous proposons de montrer en comparant un corrélateur analogique à un corrélateur à échantillonnage.



PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN PRESENCE DE BRUITS CORRELES

2.- CORRELATEUR ANALOGIQUE, RAPPEL DE RESULTATS CLASSIQUES

On considère le corrélateur de la figure 1 où le retard τ sert uniquement à pointer l'antenne ainsi formée dans la direction supposée du signal.

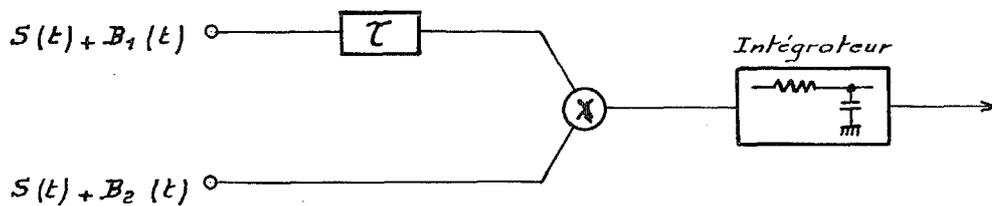


Figure : 1

On suppose le signal $S(t)$ et les bruits $B_1(t)$, $B_2(t)$ aléatoires, stationnaires d'ordre 2, gaussiens, centrés.

Le rapport signal sur bruit de sortie au sens classique (1) est donné par :

$$\left[\frac{S}{B_s} \right]^2 = \frac{\sigma_s^4 |\rho_s(\tau)|^2 \cdot T}{\int |\gamma_B(F)|^2 dF + \int |\gamma_{B_1 B_2}(F)|^2 \cos(4\pi F\tau) dF}$$

Les bruits $B_1(t)$ et $B_2(t)$ ont la même densité spectrale de puissance $\gamma_B(F)$ et une densité spectrale croisée $\gamma_{B_1 B_2}(F) \rightleftharpoons C_{B_1 B_2}(\tau)$.



PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN PRESENCE DE BRUITS CORRELÉS

On démontre (2), (3), (4), (5) que, connaissant la directivité (distribution spatiale) du bruit, on peut calculer la densité spectrale croisée.

Ainsi, pour un bruit omnidirectionnel et isotrope :

$$\gamma_{B_1 B_2}(F) = \gamma_B(F) \frac{\sin(2\pi F \frac{d}{c})}{2\pi F \frac{d}{c}}$$

où d est la distance entre les capteurs et c la célérité du son.

Utilisant ce résultat il vient :

$$\left(\frac{S_s}{B_s}\right)^2 = \frac{\sigma_s^4 |\rho_s(\tau)|^2 \cdot T}{\sigma_B^4 \int |\tilde{\gamma}_B(F)|^2 dF + \sigma_B^4 \int \left| \frac{\tilde{\gamma}_B(F) \sin(2\pi F \frac{d}{c})}{2\pi F \frac{d}{c}} \right|^2 \cos(4\pi F \tau) dF}$$

Supposons le bruit blanc et limité à une bande $B = 2 \Delta F$ (Fig.2)

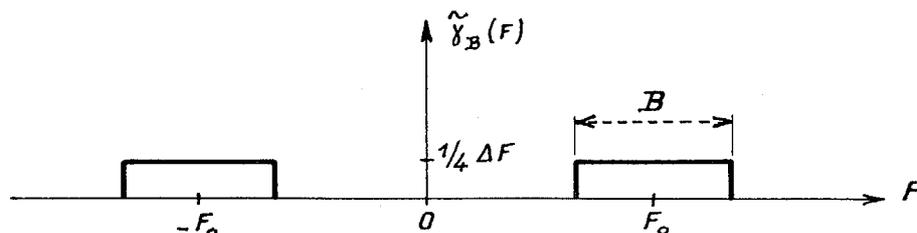


Figure : 2

$$\left(\frac{S_s}{B_s}\right)^2 = \left(\frac{S_e}{B_e}\right)^2 2BT |\rho_s(\tau)|^2 \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{B} \int_{F_0 - \Delta F}^{F_0 + \Delta F} \left| \frac{\sin 2\pi F \frac{d}{c}}{2\pi F \frac{d}{c}} \right|^2 \cos(4\pi F \tau) dF} \quad (1)$$



PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN PRESENCE DE BRUITS CORRELÉS

Les bruits $B_1(t)$ et $B_2(t)$ deviennent indépendants si $d \rightarrow \infty$

Dans ce cas on retrouve la formule bien connue :

$$\text{Bruits indépendants : } \left(\frac{S_s}{B_s} \right)_I^2 = \left(\frac{S_e}{B_e} \right)^2 2BT \left| \rho_s(\tau) \right|^2$$

$$\text{Bruits corrélés } \left(\frac{S_s}{B_s} \right)_c^2 = \frac{\left(\frac{S_s}{B_s} \right)_I^2}{1 + \frac{1}{B} \int_{F_0 - \Delta F}^{F_0 + \Delta F} \left| \frac{\sin 2\pi F \frac{d}{c}}{2\pi F \frac{d}{c}} \right| \cos(4\pi F \tau) df}$$

A la limite, lorsque le bruit est complètement corrélé, on retrouve le résultat obtenu avec une détection intégration :

$$\text{Si le signal est dans l'axe } \left(\frac{S_s}{B_s} \right)^2 = BT \left(\frac{S_e}{B_e} \right)^2$$

Ceci signifie qu'étant en présence d'un signal en provenance d'une source ponctuelle et de bruit dont la provenance varie d'une distribution spatiale isotrope à une distribution ponctuelle, toutes choses étant égales par ailleurs, la perte maximum sur le rapport signal sur bruit de sortie est de 3 dB.

Néanmoins, dans ce dernier cas de distribution ponctuelle du bruit, le concept de rapport signal sur bruit devient ambigu puisque l'on ne saura pas distinguer, τ variant, quel est le "pic" dû au bruit ou au signal.



PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN PRESENCE DE BRUITS CORRÉLES

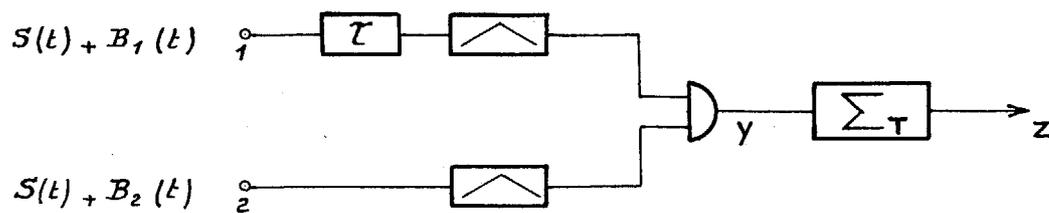
3.- CORRELATEUR A ECRETAGE

Figure : 3

On effectue sur $S(t)$, $B_1(t)$, $B_2(t)$ les mêmes hypothèses qu'au paragraphe II.

3.1.- Calcul du signal de sortie :

Le signal de sortie est $z(t) = y(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t-\theta) h(\theta) d\theta$

où $h(t)$ est la réponse percussionnelle de l'intégrateur

$$E[z(t)] = E[y(t)]$$

En convenant d'utiliser le signe : $\hat{\quad}$ pour l'écrêtage, on a en présence de signal et de bruit :

$$E[z_{S+B}(t)] = E[\hat{x}_1(t-\tau) \hat{x}_2(t)]$$

$$\text{où } x_1(t) = S(t) + B_1(t)$$

$$x_2(t) = S(t) + B_2(t)$$



PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN PRESENCE DE BRUITS CORRELES

x_1 et x_2 sont des processus gaussiens centrés, puisque sommes de tels processus.

On peut donc appliquer le théorème de Price (6).

$$\text{Il vient } E(z_{S+B}) = \frac{2}{\pi} \text{Arcsin} \left[\rho_{x_1 x_2}(\tau) \right]$$

Les bruits $B_1(t)$ et $B_2(t)$ étant supposés de même puissance σ_B^2 .

de coefficient d'intercorrélation $\rho_{B_1 B_2}(t)$, on trouve :

$$E \left[z_{S+B} \right] = \frac{2}{\pi} \text{Arcsin} \left(\frac{\frac{S_e}{B_e} \rho_s(\tau) + \rho_{B_1 B_2}(\tau)}{1 + \frac{S_e}{B_e}} \right)$$

$$\text{où } \frac{S_e}{B_e} = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_B^2}$$

Le signal de sortie est donc :

$$S_S = \frac{2}{\pi} \text{Arcsin} \left(\frac{\frac{S_e}{B_e} \rho_s(\tau) + \rho_{B_1 B_2}(\tau)}{1 + \frac{S_e}{B_e}} \right) - \frac{2}{\pi} \text{Arcsin} \rho_{B_1 B_2}(\tau)$$

3.2.- Calcul du bruit de sortie :

$$\sigma_S^2 = E \left[z_B^2 \right] - E^2 \left[z_B \right]$$

$$E \left[z_B^2 \right] = \frac{\gamma_{yB}(0)}{T}$$



PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN PRESENCE DE BRUITS CORRELES

où $\gamma_{y_B}(F)$ est la densité spectrale de puissance à la sortie de l'opération produit, en bruit seul.

$$\gamma_{y_B}(F) \Leftrightarrow C_{y_B}(\theta) = E \left[\widehat{b_1(t-\tau)} \widehat{b_2(t)} \widehat{b_1(t-\tau-\theta)} \widehat{b_2(t-\theta)} \right] \quad (3)$$

La propriété classique des processus gaussiens centrés qui permettrait de poursuivre le calcul à partir de (3) dans le cas analogique n'est plus applicable puisque $B_1(t)$ n'est plus gaussien.

Plusieurs approches sont possibles pour calculer ce moment du 4e ordre, en particulier celle détaillée en annexe qui utilise une forme particulière du théorème de Price (7), (8)

Le calcul peut être poursuivi sous certaines conditions restrictives, en particulier si l'on pose :

$$\tau = 0 \quad (4)$$

$$\rho_{B_1 B_2}(\theta) = \rho_{B_1 B_2}(0) \rho_B(\theta)$$

(3) devient :

$$C_{y_B}(\theta) = \frac{4}{\pi^2} \left\{ \left| \text{Arcsin} \rho_B(\theta) \right|^2 - \left| \text{Arcsin} \rho_{B_1 B_2}(\theta) \right|^2 + \left| \text{Arcsin} \rho_{B_1 B_2}(0) \right|^2 \right\}$$

On en déduit le bruit de sortie :



PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN PRESENCE DE BRUITS CORRELES

$$B_S^2 = \frac{4}{\pi^2 T} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \left| \text{Arcsin } \rho_B(\theta) \right|^2 - \left| \text{Arcsin } \rho_{B_1 B_2}(0) \rho_B(\theta) \right|^2 \right\} d\theta$$

Sous ces conditions restrictives, le rapport signal sur bruit de sortie s'écrit donc :

$$\left(\frac{S_s}{B_s} \right)^2 = T \frac{\left\{ \text{Arcsin} \left[\frac{\frac{S_e}{B_e} + \rho_{B_1 B_2}(0)}{1 + S_e / B_e} \right] - \text{Arcsin } \rho_{B_1 B_2}(0) \right\}^2}{\int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \left| \text{Arcsin } \rho_B(\theta) \right|^2 - \left| \text{Arcsin } \rho_{B_1 B_2}(0) \rho_B(\theta) \right|^2 \right\} d\theta} \quad (5)$$

3.3.- Validité de cette formule

Les conditions (4) de validité du calcul ont la signification suivante; $\tilde{\tau} = 0$ signifie que le signal attendu est situé dans l'axe de l'antenne.

$\rho_{B_1 B_2}(\theta) = \rho_{B_1 B_2}(0) \cdot \rho_B(\theta)$: proportionnalité entre l'inter-corrélation et l'autocorrélation.

Cette dernière condition doit être analysée de plus près.

$$\rho_B(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\gamma}_B(F) e^{i2\pi F\theta} dF \quad (6)$$



PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN PRESENCE DE BRUITS CORRELÉS

Ce qui donne dans le cas d'un bruit blanc de bande $2 \Delta F$:

$$\rho_B(\theta) = \frac{\sin(2\pi\Delta F\theta)}{2\pi\Delta F\theta} \cos(2\pi F_0\theta)$$

Dans le cas d'un bruit isotrope on a :

$$\rho_{B_1 B_2}(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\gamma}_B(F) \frac{\sin(2\pi F \frac{d}{c})}{2\pi F \frac{d}{c}} e^{i 2\pi F\theta} dF \quad (7)$$

On voit d'après (6) et (7) que la condition est réalisée si la densité croisée est constante dans la bande utile : $2\Delta F$; c'est-à-dire si la fonction $\text{sinc}(2F \frac{d}{c})$ est constante dans la bande utile (Figure 4).

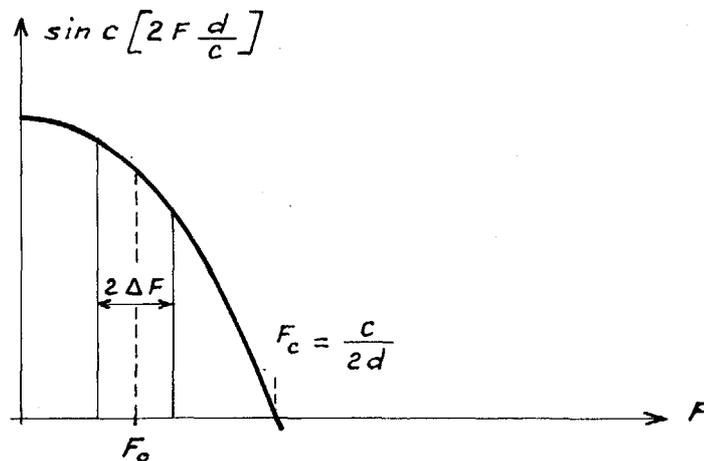


Figure : 4

Pour un signal basse fréquence pour lequel l'intercorrélacion risque d'être la plus forte, cette condition s'écrit :

$$f_0 + \Delta f \ll \frac{c}{2d} \quad (8)$$



Cette condition étant vérifiée, on aura :

$$\rho_{B_1 B_2}(\theta) = \text{sinc}\left(\frac{2d}{c} F_0\right) \cdot \rho_B(\theta)$$

Ce cas correspond donc à l'utilisation de capteurs placés à une distance telle que dans la bande de travail l'intercorrélacion des bruits est élevée.

4.- Comparaison des détériorations sur le rapport signal sur bruit de sortie :

Dans le cas du corrélateur analogique, la détérioration est donnée par (2) :

$$D = 10 \log \left(\frac{S}{B_s c} \right)^2 - 10 \log \left(\frac{S}{B_s l} \right)^2$$

$$= -10 \log \left\{ 1 - \frac{1}{B} \int_{F_0 - \Delta F}^{F_0 + \Delta F} \left| \frac{\sin 2\pi F \frac{d}{c}}{2\pi F \frac{d}{c}} \right|^2 dF \right\}$$

Dans le cas du corrélateur à écrêtage on l'a par (5)

$$D = 20 \log \left\{ \frac{\text{Arcsin}\left(\frac{r \cdot \rho_{12}(0)}{r+1}\right) - \text{Arcsin}\left(\frac{\rho_{12}(0)}{r+1}\right)}{\text{Arcsin}\left(\frac{r}{r+1}\right)} \right\}$$

$$+ 10 \log \left\{ \frac{\int |\text{Arcsin}\left(\frac{\rho_B(\theta)}{B}\right)|^2 d\theta}{\int \left\{ |\text{Arcsin}\left(\frac{\rho_B(\theta)}{B}\right)|^2 - |\text{Arcsin}\left(\frac{\rho_{12}(\theta)}{r+1}\right)|^2 \right\} d\theta} \right\}$$



PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN PRESENCE DE BRUITS CORRELES

Une application conduite avec un signal de bande $B = 1$ kHz centré sur $F_0 = 1$ kHz donne des résultats valables si $d \ll 0,5$ m.

On trouvera les courbes en figure 5.

Dans le cas du corrélateur à écrêtage, le rapport signal sur bruit d'entrée $r = \frac{S_e}{B_e}$ intervient dans la perte D , mais ce facteur est pratiquement sans influence sur la perte.

La courbe figure 5 correspond au cas $r = 10^{-1}$; 10^{-2} ; 10^{-3} qui donnent une même courbe de perte.

Une vérification expérimentale a été effectuée en Laboratoire par Monsieur LEVASSEUR, utilisant 3 générateurs de bruit blanc gaussien dans une bande de 740 Hz centrée sur 800 Hz. Les résultats obtenus sont consignés en figure 6 ainsi que les courbes théoriques calculées par (5) avec ces nouvelles valeurs.

On constate, d'une manière générale que l'intercorrélacion des bruits amène une détérioration du rapport signal sur bruit de sortie plus importante dans un corrélateur à écrêtage que dans un corrélateur analogique.

5.- CONCLUSION :

On ne peut donner une formule générale et néanmoins tractable chiffrant l'effet de l'intercorrélacion des bruits dans un corrélateur à écrêtage, cependant avec certaines restrictions dans l'application, on peut calculer le rapport signal sur bruit de sortie en présence de bruits corrélés.

Cet effet d'intercorrélacion des bruits est plus néfaste dans un corrélateur à écrêtage que dans un corrélateur analogique.



PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN PRESENCE DE BRUITS CORRELES

Dans un corrélateur analogique, la perte en détection sur le signal est limitée à 3 dB et s'accompagne d'une "fausse alarme" lorsque le bruit passe d'une distribution spatiale uniforme à une distribution ponctuelle, toutes choses égales par ailleurs.

La même évolution du bruit produit dans un corrélateur à écrêtage un phénomène de capture : Le signal est fortement diminué et peut éventuellement disparaître alors que subsiste une "fausse alarme" due au bruit ponctuel.



PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN PRESENCE DE BRUITS CORRELES

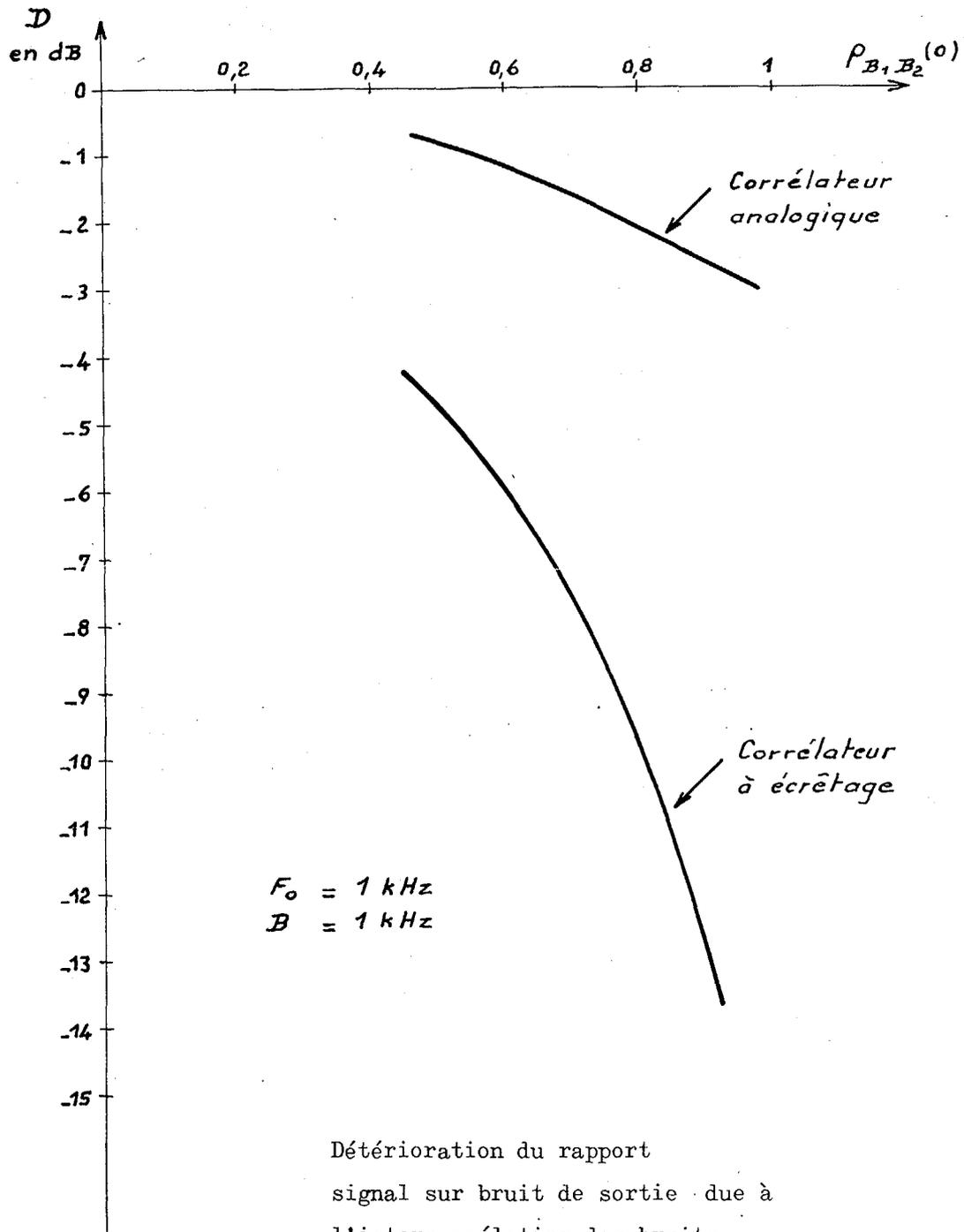
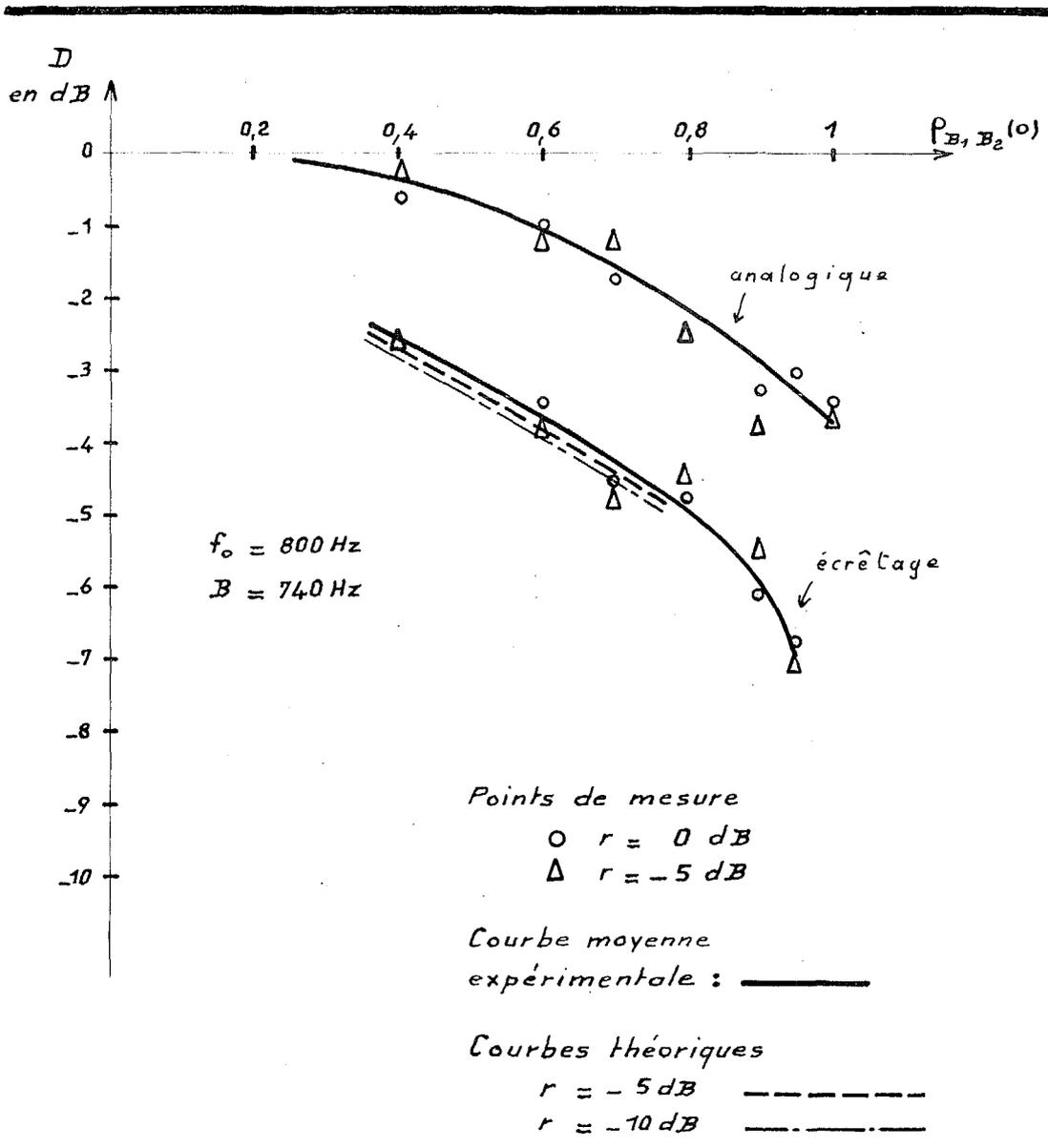


Figure : 5



PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN PRESENCE DE BRUITS CORRELÉS



Détérioration du rapport
 signal sur bruit de sortie due à
 l'intercorrélacion des bruits.

Figure : 6



PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN PRESENCE DE BRUITS CORRELÉS

A N N E X E

Méthode de calcul d'un moment du 4e ordre de processus gaussien centré, et écrêté :

Soient X_1, X_2, X_3, X_4 des processus aléatoires, stationnaires, centrés, de variance unité, gaussiens dans leur ensemble.

Passons de $X_i(t)$ à $Y_i(t)$ par une opération d'écrêtage infini.

$$\text{Soit } \rho_{mn}(t_0) = E \left[X_m(t) X_n(t+t_0) \right]$$

On doit évaluer le moment :

$$W(t_1, t_2, t_3) = E \left[Y_1(t) Y_2(t-t_1) Y_3(t+t_2) Y_4(t+t_3) \right]$$

$$\text{posons } x_i = X_i(t+t_{i-1}) \quad y_i = Y_i(t+t_{i-1})$$

$$t_0 = 0$$

$$W(t_1, t_2, t_3) = \iiint\limits_{-1}^1 y_1 y_2 y_3 y_4 \rho(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_1 dx_2 dx_3 dx_4$$

$$\text{où } \rho(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{1}{4\pi^2 |\Lambda|^{1/2}} \exp \left[\frac{-1}{2|\Lambda|} \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 \Lambda_{mn} x_m x_n \right]$$

Les éléments de la matrice Λ sont :

$$\lambda_{mn} = E \left[x_m x_n \right] = \rho_{mn}(t_{m-1} - t_{n-1})$$

Λ_{mn} est le cofacteur de rang m, n

$W(t_1, t_2, t_3)$ dépend des t_i à travers les éléments λ_{mn}



$$W(t_1, t_2, t_3) = \tilde{W}(\lambda_{12}, \lambda_{13}, \lambda_{14}, \lambda_{23}, \lambda_{24}, \lambda_{34})$$

$$\text{où } dW = \frac{\partial W}{\partial t_1} dt_1 + \frac{\partial W}{\partial t_2} dt_2 + \frac{\partial W}{\partial t_3} dt_3$$

$$\text{et } \frac{\partial W}{\partial t_{m-1}} = \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^4 \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \lambda_{mn}} \frac{d\lambda_{mn}}{dt_{m-1}} \quad m = 2, 3, 4$$

Donc :

$$dW = \sum_{m=2}^4 \frac{\partial W}{\partial t_{m-1}} dt_{m-1} = \sum_{m=2}^4 \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^4 \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \lambda_{mn}} \frac{\partial \rho_{mn}(t_{m-1} - t_{n-1})}{\partial t_{m-1}}$$

Evaluer $\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \lambda_{mn}}$ est un cas particulier d'application du théorème

de Price.

$$\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \lambda_{mn}} = E \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_m \partial x_n} \right] = \iiint \frac{dy_m}{dx_m} \frac{dy_n}{dx_n} x_k x_l \rho(x_m, x_n, x_k, x_l) dx_m dx_n dx_k dx_l$$

où m, n, k, l constituent une permutation de 1, 2, 3, 4

ce qui donne :

$$\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \lambda_{mn}} = \frac{-4}{\pi^2} \left[\frac{|\Lambda|}{\Lambda_{kk} \Lambda_{ll} - \Lambda_{kl}^2} \right] \text{Arcsin} \left(\frac{\Lambda_{kl}}{|\Lambda_{kk} \Lambda_{ll} - \Lambda_{kl}^2|^{1/2}} \right)$$



PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN RESENCE DE BRUITS CORRELES

Soit :

$$\frac{\partial W(t_1, t_2, t_3)}{\partial t_{m-1}} = \frac{-4}{\pi^2} \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^4 \left[\frac{|\Lambda|}{\Lambda_{kk} \Lambda_{ll} - \Lambda_{kl}^2} \right]^{\frac{1}{2}} \text{Arcsin} \left[\frac{\Lambda_{kl}}{|\Lambda| \sqrt{\frac{1}{2}}} \right] \frac{\partial \rho_{mm}(t_{m-1} - t_{n-1})}{\partial t_{m-1}}$$

Ce qui précède est un rappel de la méthode exposée en (8)

Appliquons cette méthode au calcul de

$$C_{y_B}(\theta) = E \left[\widehat{B_1(t-\tau)} \quad \widehat{B_2(t)} \quad \widehat{B_1(t-\tau-\theta)} \quad \widehat{B_2(t-\theta)} \right]$$

Posons $\tau = 0$, la matrice Λ est :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12}(\theta) & \rho(\theta) & \rho_{12}(\theta) \\ \rho_{12}(0) & 1 & \rho_{12}(\theta) & \rho(\theta) \\ \rho(\theta) & \rho_{12}(\theta) & 1 & \rho_{12}(0) \\ \rho_{12}(\theta) & \rho(\theta) & \rho_{12}(0) & 1 \end{bmatrix}$$

$$dW(t_1, t_2, t_3) = dW(0, \theta, \theta) = \frac{\partial W}{\partial t_2} \frac{dt_2}{d\theta} + \frac{\partial W}{\partial t_3} \frac{dt_3}{d\theta}$$

On constate sur la matrice qu'un certain nombre de cofacteurs sont

$$\begin{aligned} \text{égaux : } \Lambda_{11} &= \Lambda_{22} = \Lambda_{33} = \Lambda_{44} \\ \Lambda_{12} &= \Lambda_{21} = \Lambda_{34} = \Lambda_{43} \\ \Lambda_{13} &= \Lambda_{31} = \Lambda_{24} = \Lambda_{42} \\ \Lambda_{14} &= \Lambda_{41} = \Lambda_{32} = \Lambda_{23} \end{aligned}$$



On obtient :

$$\frac{dW}{d\theta} = -\frac{8}{\pi^2} \left(\frac{|\Lambda|}{\Lambda_{11}^2 - \Lambda_{14}^2} \right)^{1/2} \cdot \text{Arcsin} \left[\frac{\Lambda_{14}}{|\Lambda_{11}|} \right] \frac{d\rho_{12}(\theta)}{d\theta} + \left(\frac{|\Lambda|}{\Lambda_{11}^2 - \Lambda_{13}^2} \right)^{1/2} \text{Arcsin} \left[\frac{\Lambda_{13}}{|\Lambda_{11}|} \right] \frac{d\rho(\theta)}{d\theta}$$

Les cofacteurs se simplifient notablement si $\rho_{12}(\theta) = \rho_{12}(0) \rho(\theta)$

et on obtient

$$\frac{dW}{d\theta} = C'_{y_B}(\theta) = \frac{8}{\pi^2} \left[\frac{\text{Arcsin} \rho(\theta)}{(1 - \rho^2(\theta))^{1/2}} - \frac{\rho_{12}(0)}{(1 - \rho_{12}^2(0))^{1/2}} \text{Arcsin} \rho_{12}(\theta) \right] \frac{d\rho(\theta)}{d\theta}$$

Ce qui donne en intégrant par parties avec $C_{y_B}(0) = 1$

$$C_{y_B}(\theta) = \frac{4}{\pi^2} \left\{ \left| \text{Arcsin} \rho_B(\theta) \right|^2 - \left| \text{Arcsin} \rho_{B_1 B_2}(\theta) \right|^2 + \left| \text{Arcsin} \rho_{B_1 B_2}(0) \right|^2 \right\}$$



PERFORMANCES DES CORRELATEURS EN PRESENCE DE BRUITS CORRELES

Références

- (1) "Propriétés statistiques du bruit de fond" Blanc-Lapierre,
Picinbono
- (2) "Space time correlation in spherical and circular noise fields"
M.J. Jacobson JASA July 1962.
- (3) "Internal structure of the noise field"
R.J. TALHAM, Nato Lerici 1967.
- (4) "Spatial correlation functions for various noise models"
Cron and Sherman JASA Nov. 1962.
- (5) "Comparison of theoretical and experimental values of spatial
correlation".
Cron, Hassell, Keltonic JASA March 1965.
- (6) "Méthode d'étude pratique des fonctions aléatoires"
Stern, de Barbeyrac, Poggi.
- (7) "A modified version of Price's theorem"
R.F. Pawula IEEE Information Theory April 1967.
- (8) "Second order properties of products of clipped gaussian processes"
D.A. Pitassi IEEE Information theory, Sept. 1969.