DEUXIÈME COLLOQUE
SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL
ET SES APPLICATIONS
NICE - 5 AU 10 MAI 1969

"SONAR ET THEORIE DE L'INFORMATION"

I.P.A. LEFAUDEUX

Centre d'Etude des Phénomènes Aléatoires (CEPHAG)
(associé au C.N.R.S) *

Laboratoire du BRUSC.

RESUME

Le schéma d'un récepteur sonar est analysé du point de vue de la théorie de l'information telle qu'elle a été développée par SHANNON. Cette analyse permet d'aborder de façon constructive quelques problèmes particuliers qui se posent actuellement aux techniciens du sonar :

- Comportement du sonar en présence de bruit non stationnaire.
- Problème de la classification.
- Exploitation des sorties classiques du sonar.

ABSTRACT

The diagram of a sonar receiver is analysed from the point of view of information theory, as developed by SHANNON. This analysis enables to deal in a constructive way with some pecular problems which claim at the present time the attention of sonar engineers :

- Behaviour of sonar in presence of non stationnary noise,
- Problem of classification,
- Utilization of the classical sonar outputs.

* 46, avenue Félix Viallet 38 GRENOBLE

DEUXIÈME COLLOQUE
SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL
ET SES APPLICATIONS
NICE - 5 AU 10 MAI 1969

"SONAR ET THEORIE DE L'INFORMATION"

I. P. A. LEFAUDEUX

La théorie du récepteur sonar s'est depuis quelques années considérablement développée, les progrès techniques accomplis par ailleurs ont déjà permis ou permettent actuellement de réaliser concrètement les schémas proposés par la théorie. Les portées des sonars ont fait des bonds spectaculaires.

Peut-on pour autant dire que tous les problèmes sont résolus et que le principal de notre effort doive maintenant porter sur l'amélioration de la réalisation technologique : amélioration de la sûreté de fonctionnement, réduction de l'encombrement et si possible du prix ? Sans pour autant mésestimer l'importance de ces points, je voudrais mettre ci-dessous l'accent sur quelques aspects théoriques qui arrivent aujourd'hui au premier plan des préoccupations des techniciens du sonar. Ces points sont les suivants :

- Comportement du sonar en présence de bruit non stationnaire :

Si la théorie du traitement optimum d'antenne de M. MERMOZ permet de traiter des bruits assez lentement variables la théorie du récepteur optimum est faite généralement dans l'hypothèse du bruit stationnaire. Or aucun sonar ne marche correctement sans un dispositif appelé C. A. G. dont le but est de "régulariser le bruit", ce qui résume toute la théorie faite à son sujet.

- Classification :

Cette préoccupation est née de l'augmentation de portée des sonars, elle est particulièrement importante dans le cas des sous - marins qui ne disposent pas d'autre source d'information sur le milieu extérieur que leurs sonars actifs ou passifs. Il s'agit essentiellement pour le récepteur sonar d'obtenir plus d'informations sur le but éventuel que la simple information de détection.

- Exploitation des sorties du sonar :

Comme nous le verrons ci-dessous l'information utile fournie par un sonar, même très complexe, est extrêmement faible. Mais une partie des fonctions du récepteur sonar est en fait effectuée par le ou les opérateurs du sonar, et il existe pour eux un risque non négligeable de saturation , leur capacité de traitement de l'information étant inférieure au débit informationnel des sorties des sonars tels qu'il sont conçus actuellement.

On a vu apparaître plusieurs fois, dans ce qui précède le mot information. Ceci suggère d'analyser le récepteur sonar à partir de la théorie de l'information. Cette analyse n'a rien d'original. Elle a été faite par SHANNON [5], WOODWARD [4]. Comme on le verra, on est de plus obligé d'introduire la théorie de la décision et on trouve dans MIDDLETON [1] [2]des équations décrivant globalement un récepteur radar ou sonar.

Ces théories ont, du moins en France, toujours été plus appliquées au radar qu'au sonar. Sans aller jusqu'à prétendre qu'elles constituent une panacée, il m'a paru intéressant de reprendre l'analyse du récepteur sonar à partir de ces théories, car elles permettent de voir le récepteur sous un autre angle qui peut donner une orientation utile avant de se replonger dans le détail des points évoqués ci-dessus.

Notons enfin que la plupart des problèmes de réception ont des liens étroits avec la statistique mathématique : estimation de grandeurs, tests d'hypothèse etc...

Intéressons nous pour l'instant au seul problème de la détection, et plaçons nous pour simplifier l'exposé dans le cas du bruit discontinu, c'est-à-dire du bruit représenté par une suite de variables aléatoires $X_i(t_i)$ $(t_i = t_o + i\tau)$ indépendantes. (Dans le cas de bruit continu on peut se ramener à ce cas en utilisant le théorème d'échantillonnage de SHANNON).

<u>1er cas</u> : Soit à détecter la présence ou l'absence d'un signal à l'instant t_i . Celà revient à déterminer si y_i signal reçu à l'instant t_i est

de la forme :

$$y_i = x_i + s$$

$$\text{ou} \quad y_i = x_i + 0$$

s ayant une valeur supposée connue $s = a$.

D'après la théorie de l'information, voir [4] chap. 4, le récepteur suffisant est celui qui permet d'obtenir les probabilités a posteriori :

$py(s)$ données par la formule :

$$py(s) = kp(s)\ p_s(y)$$

formule des probabilités inverses.

Nota : $py(s)$ et $p_s(y)$ représentent les probabilités conditionnelles de s si y est réalisé et réciproquement.

$p(s)$ est la probabilité a priori du signal.

L'information $p(s)$ est entièrement étrangère au récepteur, en ce sens qu'elle n'est pas fournie par l'étude du chenal de transmission. Le récepteur suffisant, est donc celui qui fournit $p_s(y)$. L'information $p(s)$ sera utilisé plus loin.

Le récepteur sans mémoire qui ne traite que l'information incidente y_i ne possède aucun élément lui permettant de passer de y_i à $p_s(y_i)$. Il faut donc fournir au récepteur ces lois . Elles peuvent être obtenues par des considérations théoriques sur la structure du chenal ou encore par l'analyse statistique, faite une fois pour toutes ou ajustée de façon continue en cours d'exploitation du bruit incident. Nous reviendrons sur ce point plus bas.

La relation $y_i \rightarrow p_s(y_i)$ est, dès que la loi $p_s(y)$ est donnée, biunivoque et la donnée de y_i ou $p_s(y_i)$ sont équivalentes.

On peut donc supprimer pratiquement dans le récepteur toute la partie traitement du signal.

Tout l'intérêt va se concentrer sur la deuxième partie du récepteur : l'organe de décision. Deux positions sont en effet possibles.

La première est de se contenter des probabilités de présence ou d'absence du signal, données par la relation déjà vue des probabilités inverses :

$$p_y(s) = k\, p(s) \cdot p_s(y)$$

On sait que $p_y(s)$ contient toute l'information possible sur la cible éventuelle. Mais cette connaissance ne constitue pas un principe d'action. Pour agir il faut prendre une décision ferme, c'est-à-dire tout en sachant qu'on a une certaine probabilité de se tromper, faire comme s'il y avait effectivement signal ou absence de signal. Cette décision peut être prise de façon rationnelle en cherchant à minimiser statistiquement le risque ou le coût (expressions équivalentes), compte tenu de la loi du bruit $p(x)$ et des probabilités a priori du signal $p(s)$.

Pour ce faire il faut en général se fixer des coûts correspondants aux différentes dicisions possibles, à savoir :

- Le signal est présent et on l'a décidé présent : C_1
- Le signal est présent et on l'a décidé absent : C_2
- Le signal est absent et on l'a décidé présent : C_3
- Le signal est absent et on l'a décidé absent : C_4

Ces grandeurs constituent la fonction de perte.

Il faut également se fixer un critère de performance qui permettra d'obtenir la solution minimisant le coût (ou le risque) moyen.

Dans le cas présent cette minimisation aboutiraà se fixer un seuil y_o de décision tel que :

si $y_i > y_o$ on décidera signal présent

si $y_i < y_o$ on décidera signal absent.

Les quantités qui interviendront dans la minimalisation seront les probabilités d'occurence des différentes décisions possibles étant donné y_o, à savoir :

$$p(s = a) \quad p_{s=a} \quad (Y > y_o)$$

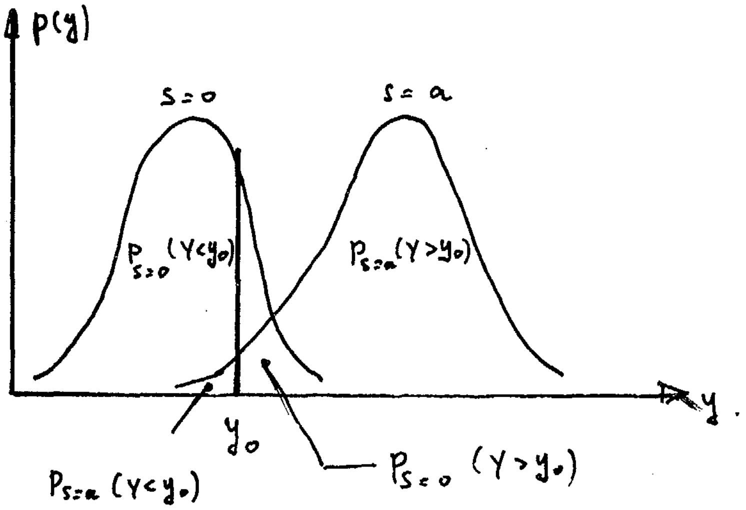
$$p(s=a)\ p_{s=a}\quad (Y < y_o)$$

$$p(s=o)\ p_{s=o}\quad (Y > y_o)$$

$$p(s=o)\ p_{s=o}\quad (Y < y_o)$$

probabilités qui font intervenir $p(s)$ et $p(x)$ (dans le cas de bruit additif $p_{s=o}(Y)$ et $p_{s=a}(Y)$ se déduisent l'une de l'autre par translation).

Les probabilités conditionnelles $p_s(Y \gtrless y)$ apparaissent clairement dans la figure ci-dessous.



Il faut ensuite passer de ces probabilités d'occurence aux fréquences d'occurence de ces différents évènements, qui sont les grandeurs finales entrant dans la minimalisation du risque, le problème de la détection ayant une dimension temporelle. En effet si les probabilités de présence ou d'absence du signal par unité de temps sont indépendants du système de détection, il n'en va pas de même du nombre de dépassements intempestifs du seuil qui est proportionnel, les probabilités élémentaires étant supposée inchangées, aux nombre d'échantillons disponibles par unité de temps, c'est-à-dire à la grandeur $\frac{1}{\tau}$ ou encore plus grossièrement à la bande passante du bruit, fonction du dispositif de détection utilisé. D'où l'intérêt de transporter la représentation ci-dessus de $p_{s=o}(Y)$ $p_{s=a}(Y)$ dans un plan

$$P_{det} = p_{s=a}(Y > y_o)$$

$$T_{?a} = \frac{1}{\tau} p_{s=o}(Y > y_o)$$

On peut discuter de l'opportunité de prendre la décision au niveau du sonar. Le principal inconvénient de séparer l'organe de décision de l'organe de traitement réside dans la quantité d'information à transmettre entre les deux : la sortie z et la loi $p(z)$ si on suppose que le récepteur la détermine continuement. On verra dans la troisième partie de cet exposé une illustration de cet inconvénient lorsque l'organe de décision est un opérateur humain.

L'interprétation d'une seule mesure exige beaucoup de connaissances a priori. La loi de probabilité $p_{s=o}(y)$ du bruit dépend intrinséquement des conditions d'expérience, nous reviendrons plus longuement sur elles plus bas. La loi de probabilité a priori de présence ou d'absence du signal intervient pour en quelque sorte biaiser le résultat de la mesure. Son introduction a été âprement discutée, en particulier parce qu"elle est mal connue. Il faut cependant remarquer qu'elle correspond à la réalité de l'exploitation quotidienne des sonars. Sans même rentrer dans le détail de ses conditions tactiques d'emploi, on peut noter qu'un sonar a deux modes d'exploitation bien distincts :

- Un mode veille : dans lequel l'opérateur suit la situation sur toute la zone couverte par le sonar. La probabilité de présence d'un signal en un point particulier est très faible. En cas d'apparition d'un écho en un point de son écran, l'opérateur attendra sa répétition au même endroit, ou sensiblement au même endroit, sur plusieurs balayages successifs avant de se prononcer.

- Un mode poursuite : Un écho ayant été ainsi classé l'opérateur le suivra sur l'écran, et à chaque balayage dira qu'il l'a vu, même s'il n'y a eu sur son écran qu'une seule déflexion très faible.

Il n'en reste pas moins que ces probabilités deviennent très mal connues et qu'il est tentant de chercher à s'en affranchir.

- Une première solution consiste à utiliser une solution minimax en lieu et place des solutions de BAYES. Une solution minimax est la solution de BAYES pour la distribution de probabilité a priori la plus défavorable. Une telle solution peut être valable en mode veille, elle ne peut donner que de mauvais résultats en mode poursuite.

- Une deuxième solution consiste à abandonner la théorie de la décision au profit de la théorie des tests d'hypothèse de NEYMAN PEARSON [3]. Cette théorie possède de grandes analogies avec la théorie de la décision sans faire intervenir les probabilités a priori. Mais je la considère comme mal adaptée aux problèmes de la détection. Elle conduit à une forte dissymétrie de traitement entre les deux hypothèses en présence. L'hypothèse H_o est fortement favorisé. Son rejet à tort étant fixé a priori avec un risque faible (1, 5, 10 %), alors que le risque de son acceptation à tort est simplement minimisé à une valeur qui peut être beaucoup plus grande.

Une telle façon de procéder qui est naturelle quand on teste par exemple l'appartenance d'une distribution à une loi normale peut être dangereuse en détection. De plus comme la précédente, elle ne permet pas de séparer les deux modes de fonctionnement du sonar de façon très nette, si ce n'est en modifiant arbitrairement le risque de première espèce.

- Les coûts et le critère de performance sont comme les probabilités a priori extérieurs au fonctionnement instantané du sonar. Je ne reviendrai pas sur eux. Notons seulement qu'ils ne constituent pas forcément une donnée définitive, mais qu'ils peuvent être fonction de la mission du bâtiment et de la situation tactique (en langage courant "le risque" que peut prendre un commandant de bâtiment n'est pas une donnée définitive).

Revenons maintenant à la loi de probabilité $p_{S=o}(y)$:

Cette loi doit être connue au moment de la mesure de y_i
Ce n'est évidemment pas la mesure unique y_i qui peut la donner. On est donc amené à faire sur le bruit un certain nombre d'hypothèses permettant d'obtenir cette loi, soit théoriquement, soit expérimentalement. L'hypothèse de stationnarité. Dans le cas traité cela revient à dire que les variables aléatoires $X_i(t)$ obéissent toutes à la même loi. Chaque valeur expérimentale x_i obtenue peut alors être considérée comme une réalisation particulière de cette loi, et l'observation de la suite $\{x\}$ dans des conditions telles qu'on est sûr qu'il n'y ait pas de signal, permet de définir les fréquences des x_i, fréquences qui tendent en probabilités vers la loi de probabilité de X_i.

On reprendra cette observation à chaque fois que les conditions expérimentales auront changé. Plus on aura de temps pour observer la suite $\{x_i\}$ mieux sera définie la loi de probabilité vraie des X_i et les erreurs d'estimation de cette loi deviendront rapidement négligeables, du moins vers le centre de la loi correspondant à des fréquences importantes.

Il faudra déjà plus longtemps pour avoir une estimation correcte des bords de la loi (zône éloignée de la moyenne observée de plusieurs σ), les fréquences étant beaucoup plus faibles. Ceci est sans importance dans le cas stationnaire puisqu'on peut toujours se donner un temps suffisant d'observation, mais deviendra gênant dans le cas non stationnaire. La connaissance de la loi a plusieurs σ est importante car on peut montrer qu'en veille le seuil de décision y_0 devra généralement être placé à plusieurs σ de la moyenne du bruit seul.

Venons en au cas non stationnaire.

Il est bien évident que le stationnaire mathématique du temps $-\infty$ au temps $+\infty$ est une vue de l'esprit commode et qui sera plus ou moins bien approché selon les situations expérimentales. Aucun bruit physique n'est mathématiquement stationnaire, pas même un bruit de résistance, ne serait-ce que parce qu'elle n'existe pas depuis la nuit des temps.

Cela ne nous empêche pas de parler quotidiennement de bruits stationnaires et de bruit non stationnaires. Il suffit de prendre garde que ces définitions ne sont pas précises en soi, mais sous-entendent un certain critère de proximité à la stationnarité mathématique et sont donc des définitions relatives.

Ce critère qui n'est jamais explicité n'est d'ailleurs pas fixé une fois pour toutes et dépend essentiellement des expériences dans lesquelles tel ou tel bruit intervient.

Ces explications qui peuvent paraître confuses vont s'éclairer ci-dessous à l'analyse de notre cas de réception.

Le cas stationnaire traité ci-dessus correspondait au cas où toutes les variables aléatoires X_i étaient supposées posséder la même loi. Il est bien évident qu'il ne s'agissait pas de tous les X_i de t allant de $-\infty$ à $+\infty$ mais des X_i situés dans la fenêtre temporelle de l'expérience ou des différentes expériences faites (expériences permettant de déterminer la loi puis expériences ou expérience de détection).

Quand dira-t-on qu'on est en présence de bruit non stationnaire ?

Idéalement quand des considérations théoriques (variations de certains paramètres définissant les conditions expérimentales - cas d'une résistance dont la température varie par exemple) permettant d'affirmer qu'on n'est plus dans des conditions telles qu'il y ait stationnarité, ou quand des tests expérimentaux de stationnarité donneront des résultats négatifs. En pratique, beaucoup plus prosaïquement, quand l'abandon de l'hypothèse de stationnarité permettra d'espérer des résultats plus intéressants que son maintien. Ainsi reprenons l'exemple de la résistance dont la température varie. On peut se trouver dans un certain nombre de situations différentes :

a) Sa température varie de façon quelconque et elle est mesurée en permanence. On sait qu'à chaque température correspond une certaine loi du bruit (fonction de répartition ayant θ en paramètre $F(x, \theta)$) et cette loi est connue. On aura tout intérêt si le phénomène observé est court à l'échelle des variations de θ à utiliser pour l'observation de la variable $Y_i = X_i + s$ la loi $F(x, \theta_i)$.

b) Sa température fluctue rapidement autour d'une valeur moyenne, et elle n'est pas mesurée. On ne pourra faire mieux que de considérer θ comme une variable aléatoire centrée sur θ_o et faire comme si le bruit était stationnaire.

c) Sa température varie lentement et à l'échelle de l'expérience on ne peut pas dire qu'elle fluctue autour d'une valeur moyenne mais plutot qu'elle dérive . Par ailleurs elle n'est pas mesurée parce que par exemple, la résistance est hors de portée de l'observateur, ce qui est le cas général des sources de bruit en sonar. Comme les variations sont lentes, on pourra faire une détermination valable de la loi de probabilité du bruit sur N échantillons, N étant suffisamment grand, cette détermination étant régulièrement remise à jour au fur et à mesure que le temps s'écoule et que θ varie. La meilleure estimation de la loi de probabilité de X_i pour un i particulier ne sera sûrement pas éloigné de la détermination de la loi sur les échantillons de $i - N/2$ à $i + N/2$. On ne saura évidemment pas si tous ces échantillons ne contiennent que du bruit ou si certains contiennent bruit et signal. Si la probabilité d'un signal est très faible, ce qui est le cas normalement, et si N est suffisamment grand, l'estimation ainsi faite aura peu de chance d'être biaisée par la présence d'échantillons contenant du signal et si elle est biaisée elle le sera très peu.

Le sonar représente une combinaison des cas (b) et (c) ci-dessus, le cas (a) ne se rencontre que pour une fraction faible des sources de bruit et n'a en fait jamais été exploité. On voit quelles sont les limites à l'introduction de la notion de bruit, non stationnaire dans son étude.

En l'absence de mesures directes de paramètres caractérisant les sources de bruit, on est pris entre deux impératifs contradictoires : suivre de près les fluctuations des sources de bruit, avoir une estimation suffisamment bonne des propriétés statistiques du bruit.

Suivre de près des fluctuations des sources de bruit conduit à réduire N, le nombre d'échantillons utilisés dans l'estimation, mais alors d'une part l'estimation devient intrinsèquement moins sûre, d'autre part elle risque d'être biaisée de façon non négligeable par la présence d'échantillons contenant du signal. Prendre N trop grand par ailleurs conduit à utiliser pour X_i une loi qui peut être assez éloignée de la loi vraie particulière de X_i et également à commettre des erreurs importantes.

On est donc conduit à rechercher, comme toujours une solution de compromis.

Notons cependant que toute connaissance a priori du bruit attendu, qu'elle soit d'origine théorique ou expérimentale sera très utile. Ainsi si on sait a priori que le bruit est gaussien centré, il suffit de déterminer son σ ce qui peut se faire avec une exellente approximation pour N de 30 à 100, alors que si toute la loi est à déterminer quelques milliers de points ne seraient pas de trop. C'est l'hypothèse qui est faite implicitement dans les C.A.G. Une telle hypothèse a l'avantage de la simplicité mais elle explique les limitations d'emploi de ces dispositifs en particulier quand on veut utiliser des dispositifs d'extraction automatique (voir plus bas). Une analyse des bruits qu'on doit s'attendre à rencontrer dans les diverses situations expérimentales est donc indispensable si on veut aboutir à des solutions opérationnelles acceptables.

La solution idéale semble être toujours d'aboutir à une loi fonction d'un seul paramètre (σ dans l'exemple ci-dessus) aisément estimable, mais rien ne prouve que cette solution existe toujours. (*). Elle suppose qu'on est capable de faire sur le bruit les hypothèses a priori nécessaires pour compléter sa description, ces hypothèses devront bien sûr être en accord raisonnable avec l'expérience.

Disons enfin pour en finir avec ce sujet quelques mots de la réverbération. On sait que ce parasite est certainement le plus gênant actuellement dans le cas du sonar actif. Il se caractérise par des fluctuations importantes et rapides, ce qui le situerait dans le cas b, cas où il n'y a pratiquement rien à faire (après, bien entendu, dans le cas du sonar réel, traitement cohérent dans la boite traitement du signal). La seule remarque qui puisse être faite, c'est qu'il manifeste une certaine stabilité moyenne entre émissions successives, comme le montrent les photographies ci-dessous, la valeur moyenne à un instant donné à partir de l'émission peut donc être assez bien connue, mais de larges fluctuations autour de cette valeur restent à attendre.

CAS DES SONARS REELS :

On a traité jusqu'à présent le cas du bruit discontinu et du signal ponctuel d'amplitude connue s'il existe.

(*) Nota : Même dans le cas de bruit gaussien la loi ne dépend pas seulement de σ mais aussi de toute la fonction de corrélation $C(\tau)$. $C(\tau)$ n'apparaît pas ici car on a considéré pour simplifier une succession d'échantillons indépendants.

Une première généralisation est celle du signal ponctuel d'amplitude aléatoire. La loi de probabilité $p(s)$ qui se réduisait aux deux valeurs $p(s = 0) + p(s = a) = 1$ devient une loi continue encore plus arbitraire que la première, mais que l'on est bien obligé d'introduire.

Du point de vue du traitement mathématique par la théorie de la décision, il n'y a pas de différence sensible entre le cas de l'échantillon isolé et le cas du n - échantillon. Il est théoriquement toujours possible de définir une solution de BAYES ou une solution minimax.

La réalisation pratique soulève cependant des problèmes importants. La solution de facilité consiste à utiliser un gros ordinateur en temps réel et à se décharger du problème sur les analystes et programmeurs. On risque fort d'aboutir à des monstres. On tourne ainsi le dos à la conception classique des sonars, la séparation en deux ensembles très différents, à savoir,

- Une partie traitement du signal pratiquement figée dans ses fonctions et sa réalisation, plus ou moins auto adaptative ou adaptable (CAG, possibilité de traiter plusieurs types de signaux).

- Une partie organe de décision extérieure et souple et adaptable aux conditions de réception puisqu'il s'agit très généralement jusqu'à ce jour de l'opérateur humain.

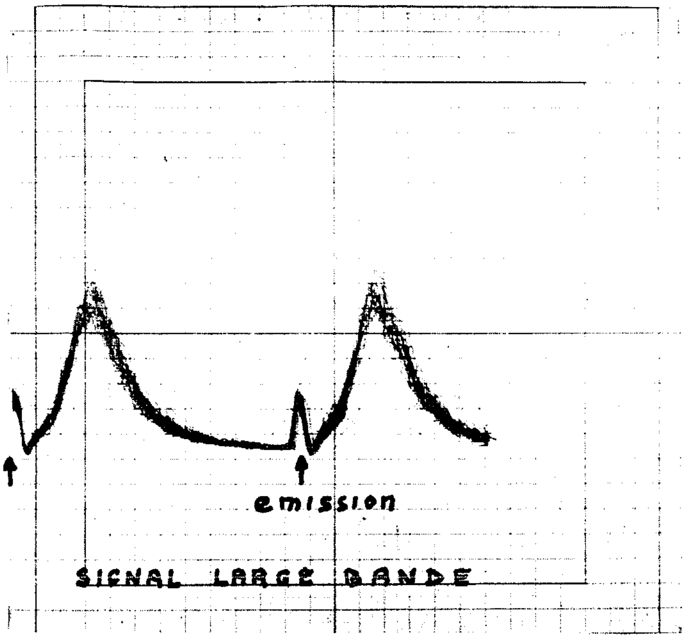
On sait l'avantage des machines spécialisées sur les machines universelles chaque fois qu'il s'agit de résoudre des problèmes bien définis et répétitifs, d'où l'intérêt de chercher à calquer l'organisation d'un système sonar automatique sur celle des sonars à opérateurs humains, qui malgré leurs lacunes ont fait leurs preuves. Le problème est alors le suivant ;

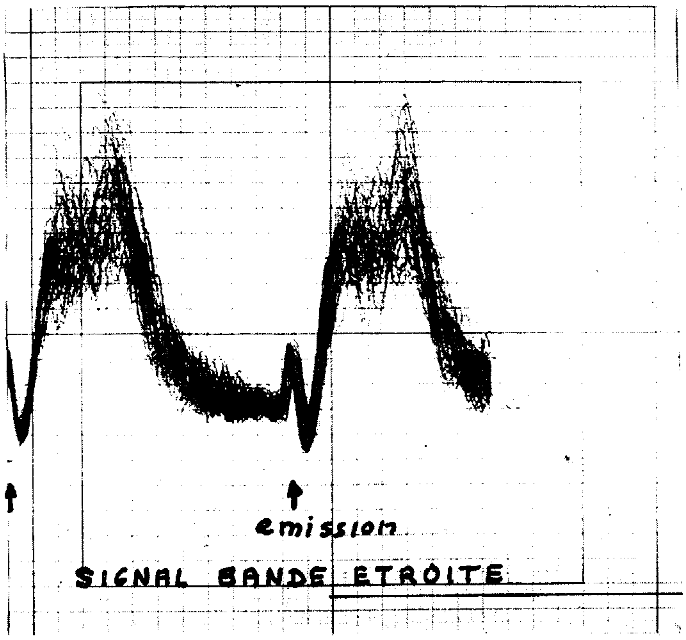
Est-il possible, étant donné un certain nombre connu et fini de types de signaux à traiter, un certain nombre de modèles de bruit également fini de décomposer la solution globale du problème de réception en deux sous-ensembles séparés, appelés l'un traitement du signal et l'autre organe de décision, optimalisables séparément ; le premier ne connaissant que le signal et le bruit reçu, toute l'adaptation aux données extérieures (probabilités a priori, fonction de risque etc...) se faisant dans la deuxième partie ?

[illegible] simple si toute l'information utile portée par le n - échantillon d'entrée est reporté sur un échantillon unique, comme on l'a vu dans le premier cas ; l'organe de décision est alors un dispositif à seuil. Cette transformation d'un n - échantillon en un échantillon unique portant la même information correspond à la philosophie du récepteur classique.

Une telle solution physique est-elle compatible avec l'obtention d'un système globalement optimal ? La réponse peut être obtenue sur chaque cas particulier par comparaison et identification des différentes parties de l'appareil projeté avec les équations mathématiques de la solution optimale au sens de la

REVERBERATION





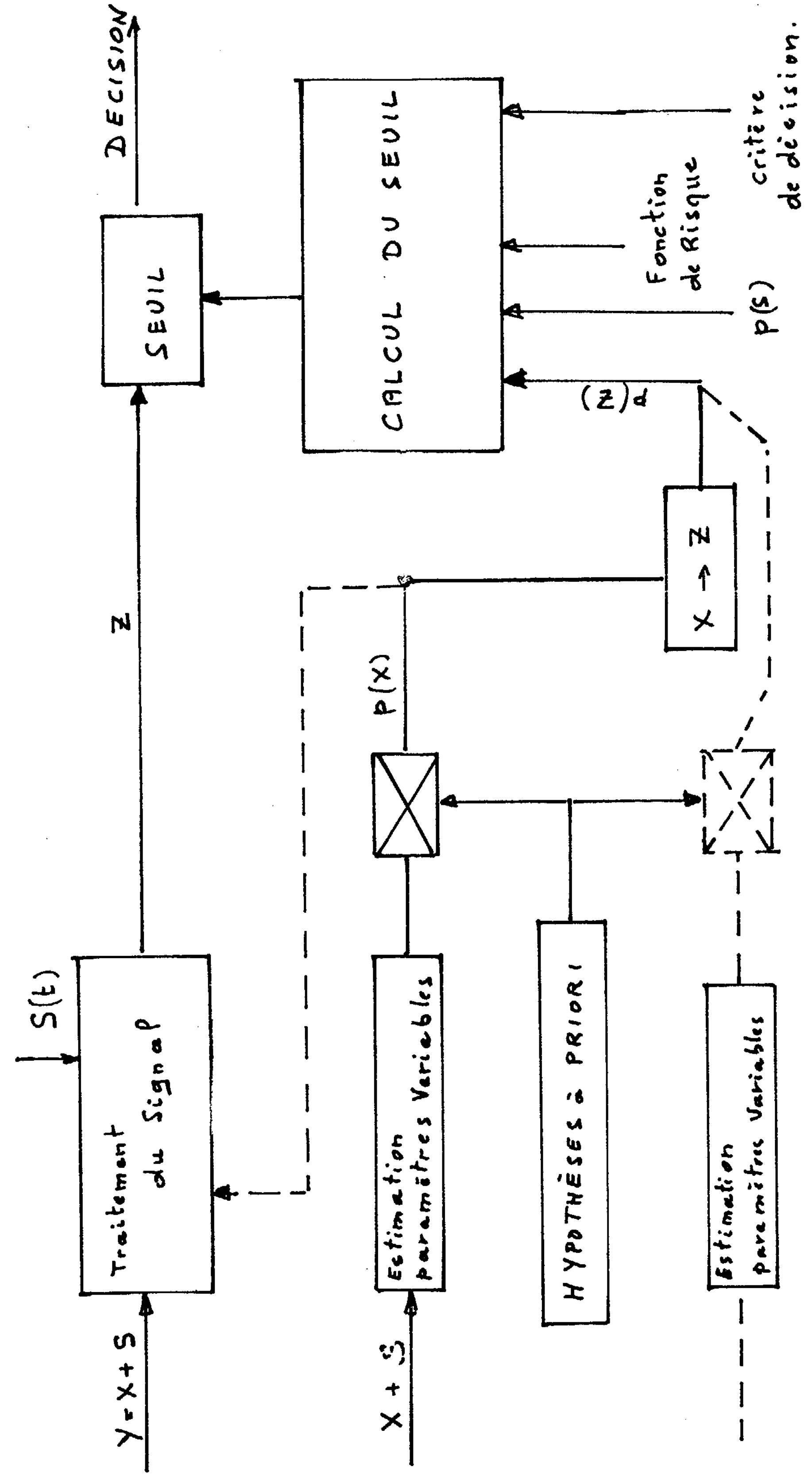
théorie de la décision. On peut également chercher une réponse générale à ce problème. Elle est fournie par la théorie de l'information [4]. La séparation en deux sous-ensembles séparés ne préjugera pas de la possibilité de rendre le système globalement optimal si la première partie-traitement du signal transmet toute l'information utile. Cette définition constitue le critère d'optimalisation du traitement du signal.
Elle ne conduit pas à une solution unique et il faut introduire la contrainte supplémentaire : le traitement du signal réalisera la condensation de l'information utile contenue dans le n échantillon susceptible de contenir le signal dans un échantillon unique.

Dans ces conditions on démontre que le traitement du signal optimal dans le cas de bruit gaussien est le filtre optimum au sens de la théorie du traitement du signal, filtre optimum qui est dans les applicationsqui nous intéressent très généralement "le filtre adapté", ce qui rassurera les spécialistes de cette discipline, bien que la question se pose de savoir si cette équivalence se maintient, et avec quelle approximation, dans le cas de lois de bruits différents.

Nous pouvons donc maintenant dessinerle schéma synoptique d'un appareil de détection réel.

La qualité d'un organe de traitement du signal sera définie intrinsèquement dans des conditions de bruit données par des courbes :

$p_{s=o}(z)$ $\qquad$ $p_{s=a}(z)$



SCHEMA IMPLICITE DU SONAR

ou leurs équivalentes dans un plan $p_{det} = p_{s=a}(E > z_o)$

$$p_{fa} = p_{s=o}(E > z_o)$$

Le remplacement de la coordonnée p_{fa} par la coordonnée

$$T_{f.a} = \frac{1}{\tau} p_{f.a}$$

a l'avantage supplémentaire de permettre la comparaison directe de récepteurs conduisant pour la même information incidente à des τ différents. (Pour un signal donné l'optimalisation du sous-ensemble traitement du signal conduit à un τ donné, mais il peut être intéressant de comparer les résultats que fournissent des signaux différents, ou de comparer un récepteur optimal à un récepteur sous-optimal qui peut conduire à un τ différent).

Dernier point méritant d'être signalé, lorsque le sous-ensemble traitement du signal fait intervenir des dispositifs non linéaires, la comparaison de deux systèmes différents peut faire apparaître un avantage de l'un pour une certaine force du signal, de l'autre pour une autre force. Il s'agira alors dans tous les cas de récepteurs sous-optimaux s'éloignant plus ou moins de l'optimum selon la force du signal. Le choix ne peut se faire que moyennant une hypothèse a priori sur le p(s) rencontré.

Il ne s'agit plus alors d'un problème théorique, mais d'un problème de compromis pratique.

ABORDONS MAINTENANT RAPIDEMENT LE PROBLEME DE LA CLASSIFICATION : On peut le décomposer en deux problèmes distincts le premier problème est celui du recueil d'informations supplémentaires : le problème de la détection à une distance déterminée correspond à 1bit d'information globale : absence ou présence de signal.

Compte tenu des probabilités à priori la quantité d'information supplémentaireapportée par une émission est en général plus faible. La classification qui se traduira par une décision plus nuancée, c'est-à-dire à plus de bits demandera un apport d'information plus important. Plus grande sera la quantité d'information fournie par la sonar, plus fine pourra être la classification.

Le deuxième problème posé par la classification est celui de l'exploitation de cette information, c'est celui de la définition d'un certain nombre de classes possibles pour le signal reçu et celui de l'utilisation d'un critère de décision d'appartenance du signal à telle ou telle classe, il s'agit d'un problème de même nature que celui de la détection, qui n'est en somme qu'une classification en deux classes présence ou absence, mais bien entendu plus complexe.

Je ne m'étendrai pas sur ce deuxième problème qui sort du sujet de cette conférence, mais constitue l'essentiel du problème de la classification, je dirai seulement que la nature du critère de décision choisi influe sur la nature de l'information à recueillir vice et versa.

En ce qui concerne la premier problème le plus simple est d'écrire l'équation bien connue de SCHANNON [5]

$$C = W \log_2 \frac{P + N}{N}$$

qui donne la capacité d'un chenal de communication en fonction de W largeur de bande pour une puissance signal moyenne P donnée et une puissance de bruit N donnée, le bruit étant supposé gaussien.

C se mesure en bits par seconde.

Il faut bien avoir à l'esprit le caractère de limite de cette équation; pratiquement il ne faut pas s'attendre vraisemblablement à plus du quart de cette capacité, et encore avec un taux d'erreur non nul.

En sonar actif les deux paramètres sur lesquels on peut jouer sont la largeur de bande W et T durée du signal.

$$Q = CT = WT \log_2 \frac{P + N}{N}$$

Prenons comme premier exemple $BT = 1$ signal classique fréquence pure, un rapport signal à bruit égal à 0 dB (seuil de perception) :

$$P = N \qquad \log_2 2 = 1$$

$$Q = 1 \text{ bit}$$

On voit que l'information recueillie dans ce cas est au maximum de 1 bit soit juste suffisante pour la détection. Cela justifie dans une certaine mesure le choix de $S/B = 0$ comme limite de perception d'un signal, mais montre que dans la pratique compte tenu de la remarque sur le caractère de limite de la formule de SHANON , il faille pour la détection un S/B nettement supérieur. On ne saurait attendre aucune précision sur le niveau de la cible ou son doppler.

Deuxième exemple $BT \gg 1$

Par exemple $BT = 100$

Cas d'une cible ponctuelle : La quantité d'information fournie est :

$$Q = 100 \log_2 \frac{S + B}{B}$$

Pour le même rapport signal à bruit la quantité d'information est alors de 100 bits ce qui parait déjà plus intéressant.

Mais la répartition de ces bits entre les différentes grandeurs qu'on peut mesurer est délicate. Elle dépend de la connaissance à priori qu'on a de la cible et logiquement le codage adopté pour le signal doit dépendre de cette connaissance.

Ainsi par exemple considérons la grandeur position dans le temps du signal. Nous utiliserons des raisonnements n'ayant aucune prétention à la rigueur mathématique et même réputés faux.

Sur la durée T du signal, le pouvoir discriminateur de ce signal permet de définir 100 intervalles séparables. Supposons que l'on sache qu'il existe une cible et une seule. Sa position sera définie par $\log_2 100$ soit 6,6 bits.

Supposons maintenant que nous ne sachions pas s'il y a ou non cible et même qu'il puisse y avoir 100 cibles séparables sur l'intervalle. Alors la localisation des cibles sur l'intervalle occupe les 100 bits disponibles. On ne peut rien faire d'autre que la détection...

En réalité la situation est légèrement différente. On a dans l'affaire supposé P constant, ce qui revient à dire que la puissance unitaire par cible a été divisée par 100 s'il y a effectivement 100 cibles (étant admis que les cibles sont séparables, les fonctions d'intercorrélation de leurs réponses sont nulles et donc les énergies renvoyées par chacune d'elle additives). Si on s'intéresse à la cible i les réponses des autres cibles s'interprètent vis-à-vis de celle de la $i^{ème}$ comme du bruit.

On était parti de $P = N$

Supposons 100 cibles, il vient :

$$P_i = \frac{P}{100} \quad \text{et} \quad N_i = N + 0{,}99\ P$$

Portons dans la relation de SHANNON. Il vient :

$$Q = 100 \ \log. \frac{P/100 + 1{,}99P}{1{,}99P}$$

$$Q = 100 \log \frac{2}{1{,}99} \sim 100 \log_2 1{,}005$$

On ne retrouve plus que $Q = 0{,}65$ bits pour la $i^{ème}$ cible. Ceci montre la différence pour le même signal reçu, entre décodage parfaitement cohérent, premier cas : 100 bits et un décodage partiellement cohérent : 65 bits. La différence est certes sensible, mais somme toute acceptable. Revenons au cas d'une cible unique de rapport S/B = 0dB en supposant le bruit gaussien. On a donc 100 bits d'information sur cette cible. La précision de mesure de cette cible sera généralement supérieure au pouvoir séparateur du signal.

On a en effet vu que l'obtention du pouvoir séparateur en distance occupait 6,6 bits. L'obtention du pouvoir séparateur en doppler occupe approximativement le même nombre de bits : par exemple avec une excursion maximale en doppler $\Delta f = 100$Hz et un signal de 1 seconde la séparation en doppler est de 100 points soit encore 6,6 bits. (Cela suppose évidemment un codage du signal tel que des dopplers éventuels supérieurs à Δf soient par exemple codés comme le doppler $\Delta f = 100$ Hz, ce qui ne sera pas généralement possible.

Il n'y a pas de pouvoir séparateur en niveau. Si la cible est séparée en distance et/ou en doppler (fonction d'ambiguité) son niveau sera mesurable.

L'obtention du pouvoir séparateur demandera donc en théorie environ 13 bits, mettons 20 en pratique; même en supposant du fait du codage imparfait du signal le canal exploité au quart de sa capacité maximum il reste dans ce cas quelques bits disponibles pour une description plus précise de la cible en particulier doppler fin, distance fine (si elle est exploitable), niveau.

Je n'ai pas parlé ici du pouvoir séparateur angulaire et de la mesure angulaire, mais on trouverait des résultats semblables : existence d'un certain pouvoir séparateur fonction de l'antenne et du signal, possibilité de mesure angulaire fine si la cible est séparée et le rapport signal à bruit suffisant, tous résultats bien connus en optique par exemple.

Cas d'une cible complexe :

Soit une cible composée de p points séparables et P la puissance renvoyée par chaque point. Supposons encore BT = 100. Si on sait recevoir de façon cohérente l'énergie pP totale renvoyée, on sera capable de détecter une cible complexe d'énergie pP totale voisine de N/100 comme on l'a vu ci-dessus. On ne pourra obtenir aucune autre information sur la cible, ce qui serait d'ailleurs totalement inutile puisque ce procédé de détection suppose connue cette structure. Ce n'est généralement pas le cas et il faut se résigner à faire la détection sur les réflecteurs élémentaires ce qui exigera une puissance globäle renvoyée à N constant - p fois supérieure.

Mais on obtiendra ainsi outre la détection la structure de la cible. A la limite de perception sa distribution temporelle, avec un meilleur rapport signal à bruit sa silhouette, d'autant plus détaillée que BT sera grand.

L'utilisation de signaux à large bande est pratiquement, à ce jour en sonar actif, le seul moyen permettant d'obtenir sur la cible plus d'informations que la simple détection.

Sans que cela soit un impératif on utilise assez généralement actuellement les mêmes signaux en détection et en classification, en raison principalement du manque de souplesse des solutions technologiques les plus fréquemment adoptés jusqu'à présent. Notons que des solutions beaucoup plus souples sont maintenant disponibles.

Quoiqu'il en soit il est intéressant d'examiner le comportement des signaux à large bande dans l'opération de détection. Ils présentent des aspects contradictoires.

- <u>Cas du bruit de fond dominant</u> : Seule l'énergie du signal reçu intervient. Peu importe alors la largeur de bande dans la mesure ou la cible n'est pas séparée par le signal en une multitude de réflecteurs distincts. Cette remarque conduirait à utiliser des signaux à faible pouvoir séparateur en temps, c'est-à-dire à B faible. Cette conclusion demande à être nuancée : les signaux sonars étant centrés autour d'une porteuse f_o l'utilisation de signaux à bande étroite favorise les phénomènes d'interférences sur la porteuse et l'index de réflexion de la cible sera très fluctuant. L'utilisation de signaux à large bande réduira notablement ces phénomènes de fluctuations. Une post-intégration de durée voisine de celle de la cible permettra de récupérer une bonne partie de l'énergie globale renvoyée.

- <u>Cas de la réverbération dominante</u> : (cibles à doppler nul). Le comportement dépendra de la distance de corrélation des réflecteurs élémentaires de la cible et de celle du milieu réverbérant. Tant qu'on ne descend pas en dessous de la distance de corrélation des réflecteurs élémentaires de la cible leur index reste pratiquement constant alors que l'influence de la réverbération diminue proportionnellementà B. Un autre avantage est que les fluctuations de l'énergie réverbérée diminuent beaucoup quand B augmente, ce qui facilite la réception.

Une post-intégration est comme dans le cas précédent possible.

Un inconvénient commun aux deux cas lorsque l'on augmente B sans faire de post détection est l'augmentation de nombre de décisions à prendre par unité de temps : toute conditions égales. Par ailleurs le seuil de décision se trouve approximativement augmenté de 0,5 dB à chaque fois qu'on double la largeur de bande.

Le problème du sonar passif n'est pas abordé ici. On n'y est pas maître des caractéristiques du signal et le seul moyen d'action est dans l'amélioration des caractéristiques d'antenne. Abordons maintenant le dernier volet de cet exposé celui de l'exploitation des sorties du sonar. Sur les sonars tels qu'ils sont conçus actuellement, la sortie à un instant donné est approximativement proportionnelle à la probabilité intrinsèque de présence d'une cible à la distance et dans l'azimut correspondant ; probabilité qui se déduit des probabilités introduites dans la première partie de cet exposé. C'est-à-dire que le récepteur sonar s'arrête à la sortie traitement du signal. L'estimation de la loi de variation du bruit l'élaboration d'un seuil de détection et son utilisation sont laissés à l'opérateur.

On voit donc l'importance et la complexité du rôle dévolu à l'opérateur. En affectant un rôle équivalent aux différentes opérations l'opérateur constitue les 3/4 du récepteur.

On peut alors se demander à juste titre si l'opérateur du sonar est à même de remplir dans de bonnes conditions ce rôle. Il doit lire et interpréter toute l'information incidente. Le premier point sur lequel doit porter notre attention est de savoir si la quantité d'information qui lui arrive dépasse ou non sa capacité de lecture. La réponse n'est pas aussi simple qu'il peut le paraître de prime abord.

La capacité d'un canal continu n'est définie de façon absolue que si l'on se donne simultanément puissance moyenne de signal et puissance moyenne de bruit. On obtient ainsi la capacité maximale du canal, capacité qui est rarement utilisée.

Dans le cas du sonar on présente normalement à l'opérateur le mélange de bruit et de signal redressé intégré et ce avec un certain ébasage (recul de grille). L'information n'est pas extraite de ce mélange, c'est le rôle de l'opérateur. Il est assez difficile de décider quelle est la quantité d'information utile et inutile que représente ce mélange. Une solution consiste à utiliser dans la formule de SHANNON pour N le bruit électrique et pour P le bruit accoustique moyen, étant entendu que les "échos" rares, représentent une puissance moyenne très faible. Cette décomposition est moins arbitraire qu'il pourrait le paraître à priori : Dans un récepteur bien fait, le bruit électronique est effectivement nettement plus faible que le bruit accoustique. Ce bruit peut par ailleurs être considéré comme stationnaire et son analyse permanente n'est pas necessaire, contrairement, comme on l'a vu, au bruit accoustique. On obtient ainsi la quantité maximum d'information disponible pour l'analyse du du bruit , analyse nécessaire à l'exploitation du sonar. Il est intéressant d'écrire le débit correspondant. Soit une largeur de bande de réception de 400 Hz et un rapport bruit accoustique à bruit électrique de 20 dB on obtient la capacité suivante :

$$C = 400 \log_2 \frac{I + N}{N} - \frac{400 \times 2}{0,3} \sim 2\ 600 \text{ bits par seconde.}$$

l'introduction de l'ébasage réduirait quelque peu cette capacité mais correspond à une perte d'information. Le calcul précis fait intervenir la distribution de bruit accoustique.

Si le sonar possède plusieurs voies de réception il faut évidemment multiplier par le nombre de voies. Le débit devient alors, en prenant l'exemple d'un sonar à 48 voies :

$$C = 48 \times 2\ 600 \sim 125\ 000 \text{ Bits/seconde}$$

Les résultats précédents veulent dire approximativement que le niveau P moyen est analysé par $\frac{2}{0,3}$ = 6,6 bits et peut donc être séparé en $2^{6,6}$ = 100 niveaux.
ce qui dépasse un peu les possibilités de l'analyse "à vue" par l'opérateur.

Nous supposerons donc que l'opérateur est capable d'une analyse en 4 bits soit 2^4 = 16 niveaux de cette puissance moyenne, ce qui parait raisonnable. mais montre déjà une perte d'information dans la transmission sonar opérateur. Le débit qui n'est déjà plus celui du sonar proprement dit, mais celui théoriquement possible de l'opérateur est :

$$C = 400 \times 4 = 1\ 600 \text{ bits/sec.}$$

$$\text{et} \quad C = 1\ 600 \times 48 = 76\ 800 \text{ bits/sec.}$$

Reste maintenant à savoir quel est la capacité réelle de lecture de l'opérateur.

Le débit instantané de la vue est très grand 10^7 bits/sec. environ, mais ce chiffre n'a aucun sens, il correspond à la définition de l'image rétinienne, une telle image n'est que très partiellement exploitéepar le cerveau. Ainsi la vue est capable de photographier avec une exellente définition et très rapidement une page d'écriture ,d'enregistrer de plus de grandes quantités d'informations qui forment globalement l'ambiance entourant cette page (bureau pièce...), mais personne n'est capable de lire une page d'un bloc. Les lecteurs hésitants lisent lettre après lettre ou syllabe par syllabe, les lecteurs moyens par mots, rares sont les gens capables d'analyser une ligne globalement. Le débit est d'ailleurs dans ces conditions essentiellement fonction du traitement de l'information dans le cerveau. On ne lit pas à la même vitesse un C. R. à l'académie des Sciences et un roman.

Même dans le cas d'opérations très simples sur l'information, tri de symboles, reconnaissance de lettresou de chiffres donnés dans une suite de débit devient très faible. Des expériences rapides faites au Brusc ont montré qu'un opérateur travaillant à 30 bits/ sec.se fatigait en 5 à 10 minutes et devenait au bout de ce temps incapable de suivre ce rythme sans faire d'erreurs. RAISBECK [8] donne des indications recoupant les précédentes : 0,2 bits/sec sans fatigue pour une exploitation complexe de l'information incidente. Peu . 40 bits/seconde pour un survol rapide de l'information incidente. Peu importe le chiffre exact qu'on avance pour un opérateur sonar travaillant dans l'ambiance particulière d'un bateau, chiffre qui ne dépasse certainement pas 10 bits/ seconde, il est de toutes façons de plusieurs ordres de grandeursinférieur au débit des sorties traitement du signal.

Une seule conclusion s'impose alors, le sonar moderne ne peut plus s'arrêter à la boite traitement du signal mais doit aller beaucoup plus loin, vraisemblablement jusqu'à et y compris la décision qui est la seule opération non réversible et non triviale au sens de la théorie de l'information, opération qui correspond à une réduction énorme de l'information. Il y a là un champ d'étude important dans lequel d'ailleurs nos collègues du Radar ont une avance non négligeable sur nous, ce problème s'étant posé à eux il y a plus longtemps.

Les problèmes posés sont cèpendant légèrement différents. Le nombre de cibles suivies simultanément en sonar et leur évolution ne sont jamais tels qu'ils représentent une quantité d'information après décision dépassant les capacités d'un opérateur, contrairement à ce qui se passe en radar, ce qui conduit les radaristes à automatiser non seulement l'extraction des cibles, mais également l'exploitation des données. Cette dernière automatisation qui peut être souhaitable en sonar pour des raisons de commodités d'exploitation tactique n'est pas techniquement indispensable et sort assez nettement du concept récepteur sonar.

L'utilisation de la théorie de l'information ne permet pas de résoudre tous les problèmes, mais elle a le mérite de permettre une approche assez globale et de mettre en évidence les différentes hypothèses sur lesquelles repose la détection, hypothèses qui ne se dégagent pas avec une égale évidence quand on utilise les schémas classiques du récepteur sonar et qui suivent de près le schéma de réalisation technologique. C'est ce que j'ai essayé de montrer dans cet exposé.

Outre l'analyse des quelques points particuliers abordés ici elle me parait permettre une analyse de la cohérence et de l'adaptation entre elles des différentes parties de la réalisation technologique d'un sonar et de leur adaptation au problème de détection et aux caractéristiques du milieu de transmission. Comme les impédances des différentes parties d'un circuit électronique doivent être adaptées entre elles les capacités et débits des différentes parties d'une chaine de transmission et de traitement de l'information doivent être adaptées.

BIBLIOGRAPHIE

[1] MIDDLETON - "Introduction to statistical information theory" Mc Graw Hill 1960

[2] MIDDLETON - "Topics in communication theory" Mc Graw Hill 1965

[3] NEYMAN - "Basic ideas and some recent results of the theory of testing statistical hypothesis" IRS. 105 (1962)

[4] WOODWARD : - "Probability and information theory with applications to radar" Pergamon Press (1953)

[5] SHANNON - "The mathematical theory of communication" The university of Illinois Press 1963

[6] FOURGEAUD et FUCHS - "Statistiques" Dunod 1967

[7] CARPENTIER - "Radars theories modernes" Dunod 1963

[8] RAISBECK - "Théorie de l'information" Masson 1967