



DEUXIÈME COLLOQUE SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET SES APPLICATIONS

29/1

NICE - 5 AU 10 MAI 1969

APPLICATION DE L'OPTIQUE A LA DETECTION SOUS MARINE

APPLICATION OF OPTICS TO UNDERWATER DETECTION

H. P. DEBART

On décrit essentiellement les applications de l'optique au traitement des signaux d'antennes à éléments multiples. D'abord, on rappelle comment, grâce à deux procédés, on reconstitue la position angulaire d'une cible par une transformation de FOURIER optique des signaux reçus. On examine le cas des cibles à distance finie.

Dans une seconde partie, on décrit une méthode goniométrique pour déterminer optiquement l'orientation d'une cible formée par un bâtiment (sous marin). Cette méthode repose sur le défaut de corrélation des signaux renvoyés par les diverses parties de la cible, à cause des différences de vitesses radiales qu'elles présentent et utilise le théorème de VAN CITTERT-ZERNIKE sur la corrélation des signaux reçus en deux points, à partir d'une source étendue. Elle emploie la figure d'interférence formée par la transformation optique des signaux reçus en deux points.

In the first part, a description of the optical applications to the treatment of signals from multiple-element antennas arrays is given. It is shown how, using two devices, the angular position of a target can be reconstituted, from a FOURIER optical transformation of received signals. The case of targets at finite range is specially examined.

In the second part, a goniometrical method is developed, to get a measurement of the orientation of a target consisting of a ship (submarine). This method rests upon the lack of correlation of the signals reflected by different parts of the target, because this radial speeds are slightly different; it uses VAN CITTERT-ZERNIKE theorem on the correlation of signals, when they are received in two points, from an extended source. It uses also the interference pattern given by the optical transformation of these signals.



DEUXIÈME COLLOQUE
SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL
ET SES APPLICATIONS
NICE - 5 AU 10 MAI 1969

29/3

APPLICATION DE L'OPTIQUE A LA DETECTION SOUS MARINE

H. P. DEBART

I - TRAITEMENT DES SIGNAUX D'UNE ANTENNE LINEAIRE A ELEMENTS MULTIPLES

I.1 - Notations

ξ	- abscisse d'un point sur l'antenne
b	- distance de deux éléments consécutifs de l'antenne
x, y	- coordonnées d'un point dans le plan objet
X, Y	- coordonnées d'un point dans le plan image
f	- distance focale de la lentille
c	- distance de deux pistes consécutives sur le film
V	- vitesse de propagation du son
Λ	- longueur d'onde acoustique
λ	- longueur d'onde optique
a	- vitesse de déroulement du film
δ	- largeur d'une piste

I.2 - Procédés utilisés

La facilité avec laquelle on obtient la transformée de FOURIER de la fonction de transmission d'un objet plan, éclairé en lumière monochromatique cohérente, a conduit à utiliser cette ressource pour effectuer sur les signaux un grand nombre d'opérations dont la réalisation électronique serait laborieuse et encombrante.

Il en est ainsi du traitement des signaux fournis par une antenne composée d'un ensemble d'hydrophones. Nous nous attacherons dans cette première partie au traitement d'antennes linéaires.

La lumière éclairant l'objet, provenant d'un laser, peut se représenter par une onde monochromatique plane.



APPLICATION DE L'OPTIQUE A LA DETECTION SOUS MARINE

$$E_0 e^{2\pi j / \lambda (ct - z)}$$

O z est la direction de propagation normale de l'objet. Si la fonction de transmission complexe de l'objet est $f(x, y)$, l'onde qui en émerge est de la forme :

$$E = E_0 f(x, y) e^{2\pi j / \lambda (ct - z)}$$

Dans le plan focal d'une lentille convergente dont l'axe est confondu avec O z, on obtient un champ lumineux de la forme :

$$F(X, Y, t) = K(t) \iint_S f(x, y) e^{-2\pi j / \lambda f (Xx + Yy)} dx dy$$

l'intégrale étendue à toute la surface de l'objet; on obtient donc la transformée de FOURIER à deux dimensions de la fonction de transmission $f(x, y)$. La grandeur immédiatement mesurable dans ce plan est évidemment l'intensité lumineuse, soit FF^* .

Le premier problème est donc de transformer les signaux, fonctions du temps, en fonctions de transmission d'objets plans.

On connaît pour cette opération deux méthodes simples.

La première est particulièrement indiquée pour le traitement des signaux Sonar en général, dont la fréquence est peu élevée. Elle consiste à enregistrer un signal sur une piste étroite d'un film photographique, suivant l'axe O y du plan objet.



APPLICATION DE L'OPTIQUE A LA DETECTION SOUS MARINE

Pour cela, on applique le signal à une diode électroluminescente, émettant dans le visible ($G_a PA_s$) ou l'infrarouge ($A_s G_a$) qui produit une intensité lumineuse proportionnelle à l'intensité de courant qu'elle reçoit. Pour conserver les parties négatives du signal, on lui superpose un courant continu de polarisation fixant le point moyen de fonctionnement assez haut.

Par ailleurs, la réponse en densité d'un film (densité = logarithme du rapport du flux lumineux transmis par unité de surface et du flux reçu) présente une zone linéaire, qu'on peut utiliser si la pente γ de la courbe de densité est égale à 2.

Un signal se caractérise par sa durée T et sa fréquence maximale F . Si ν est le pouvoir de résolution du film exprimé en nombre de lignes par millimètres et L la longueur de film dont on peut disposer pour enregistrer le signal, on a évidemment : $T F = L \nu$.

La vitesse de déroulement a du film doit être extrêmement régulière pour éviter l'apparition de spectres parasites.

Pour mémoire, on peut rappeler qu'il existe une autre méthode de transformation des signaux. Elle consiste à utiliser, pour chaque signal, un transducteur piézoélectrique alimenté par le signal en question. Il existe dans un milieu transparent des ondes de compression se propageant normalement à l'axe optique. Une onde plane monochromatique traversant le milieu, le long de l'axe optique, est modulée en phase.

Le signal $f(t)$ est transformé en une fonction de variation de phase, identique, soit $g(g)$.

L'opération de transformation de FOURIER, effectuée comme il a été dit, fournira alors la fonction :

$$G(Y) = \iint_S e^{j\psi_g(y)} e^{-2\pi j / \lambda f (Yg)} dy$$

ou, pour un ensemble de signaux se présentant sur des pistes parallèles :

$$G(X, Y) = \iint_S e^{j\psi_g(x,y)} e^{-2\pi j / \lambda f (Xx + Yy)} dx dy.$$

Si le coefficient ψ est assez faible, c'est à dire si la modulation de phase est peu profonde, on peut écrire :

$$G(X, Y) \sim \iint_S (1 + j\psi_g(x, y)) e^{-2\pi j / \lambda f (Xx + Yy)}$$

le premier terme est simplement la figure de diffraction correspondant à l'éclairement uniforme de l'objet.

Le second reproduit la transformée de FOURIER de la fonction de transmission de l'objet. Il existe évidemment les termes parasites, mais dont l'importance est faible. Ce procédé permet d'exploiter des signaux de courte durée ($< 100 \mu s$) à cause de la vitesse élevée de propagation du son, mais de fréquence haute (jusqu'à 100 MHz au moins).



APPLICATION DE L'OPTIQUE A LA DETECTION SOUS MARINE

I.3 - Traitement des signaux d'une antenne linéaire

Nous supposerons que les signaux sont enregistrés sur des pistes parallèles. Un signal reçu par un élément : $f(t)$ se transforme en une fonction identique $f(\frac{y}{a})$ si la réponse et le déroulement du film sont parfaits.

Nous supposerons d'abord que l'antenne est constituée par $2n+1$ éléments identiques, disposés régulièrement sur une droite.

Entre deux récepteurs consécutifs, le décalage en temps des signaux reçus est : $\tau = \frac{b \sin \alpha}{v}$; plus généralement, le décalage en temps des signaux parvenant en deux points distants de ξ est $\xi \frac{\sin \alpha}{v}$.

Dans le plan objet, le décalage en temps des signaux parvenant en deux points distants de x est : $\tau = \frac{b}{c} \frac{x \sin \alpha}{v} = \mu x$ si on pose $\mu = \frac{b}{c} \frac{\sin \alpha}{v}$.

Dans ces conditions, les fonctions de transmission des objets recouvrant les différentes pistes du film sont :

$$f\left(\frac{y}{a}\right) \quad f\left(\frac{y}{a} \pm \mu c\right) \dots\dots\dots f\left(\frac{y}{a} \pm n \mu c\right)$$

Nous supposons que la piste affectée à l'élément central est centrée sur l'axe Oy du plan objet. Dans ces conditions, on observe dans le plan focal la fonction :



$$\frac{\sin \frac{(2n+1)\pi c}{\lambda f} X}{\sin \frac{\pi c}{\lambda f} X}$$

Le premier zéro est à une abscisse X_0 telle que $(2n+1) \frac{\pi c}{\lambda f} X_0 = \pi$
 donc $X_0 = \frac{1}{2n+1} \frac{\lambda f}{c}$

Le spectre du signal suivant OY se réduit à un point Y_0 tel que
 $a Y_0 = \frac{\Omega}{k}$, Ω étant la pulsation du signal.

On admettra qu'une cible est séparée de la cible centrale quand son maximum d'amplitude diffractée coïncide avec le premier zéro de l'amplitude diffractée de la cible centrale. Elle est donc située à un angle α tel que $|\sin \alpha| = \frac{c}{b} \frac{X V}{a Y_0}$

$$\text{ou : } |\sin \alpha| = \frac{c}{b} \frac{V k}{\Omega} \cdot \frac{1}{(2n+1)} \frac{\lambda f}{c} \text{ ou } |\sin \alpha| = \frac{V \cdot 2n}{\Omega} \frac{1}{b} \frac{1}{2n+1}$$

$$\text{ou : } \boxed{|\sin \alpha| = \frac{\wedge}{b (2n+1)}}$$

ce qui représente sensiblement l'inverse de la longueur totale de l'antenne exprimée en longueurs d'onde acoustiques.

Si l'antenne est encore symétrique, mais avec des éléments différents, c'est à dire pondérés en amplitude d'une manière quelconque et disposés irrégulièrement, examinons ce qui se passe.



APPLICATION DE L'OPTIQUE A LA DETECTION SOUS MARINE

Si la cible est dans l'axe (pour simplifier le calcul) l'amplitude diffractée dans le plan focal est de la forme :

$$G(Y) = \sum_{-n}^n A_m e^{-jkD_m X}$$

si A_m est l'amplitude du même élément et D_m sa distance à l'origine.

Or, le diagramme de l'antenne est de la forme :

$$\sum_{-n}^n A_m e^{-j2\pi / \lambda D_m \sin \alpha}$$

L'apparence observée suivant OX reproduit donc le diagramme de l'antenne, la variable X prenant la place de la variable $\frac{2\pi}{\lambda k} \sin \alpha$.

I.4 - Distance focale fictive (signal quasi monochromatique)

Si le signal est quasi monochromatique, la figure de diffraction se réduit à une petite tache dont l'ordonnée centrale

$$\text{est } Y_0 = \frac{\Omega}{ak}.$$

$$\text{Son abscisse est } X_0 = \left(\frac{b}{c} \frac{\Omega}{kV} \right) \sin \alpha$$

On peut dire par conséquent que le décalage en abscisse de la tache par rapport à l'origine, est le même que celui qui serait produit par une lentille dont la distance focale F serait telle que $X_0 = F \sin \alpha$.

$$F = \frac{b}{c} \frac{\Omega}{kV} = f \left(\frac{b}{c} \right) \left(\frac{\lambda}{\Lambda} \right)$$



Cette distance focale fictive est beaucoup plus petite que la distance focale vraie de la lentille. Si, par exemple,

$$\lambda = 0,5 \mu \quad \Lambda = 15 \text{ cm} \quad b = 10 \text{ cm} \quad c = 0,1 \text{ mm}$$

$$F = f \times \frac{10}{10^{-2}} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-5}}{15} = f 3,3 \cdot 10^{-3}$$

Pour l'augmenter, il faut rétrécir le plan objet ou éclairer l'objet en lumière infrarouge.

I.5 - Cible à distance finie (signal quasi monochromatique)

Si une cible est à distance finie, l'expression des déphasages correspondant aux différents éléments de l'antenne comporte un terme quadratique.

On retrouve également cette disposition dans le plan objet. La répartition des déphasages des différentes pistes correspond à une cible qui serait à la distance $D \left(\frac{c}{b} \right) = f$ si D est la distance réelle de la cible.

En supposant une répartition continue de lumière sur l'axe $O X$, et une cible dans l'axe, on observe l'amplitude diffractée :

$$\int_{-A}^A \int_{-\infty}^{\infty} f \left(\frac{y}{a} - \mu x^2 \right) e^{-jk (xX + yY)} dx dy$$



APPLICATION DE L'OPTIQUE A LA DETECTION SOUS MARINE

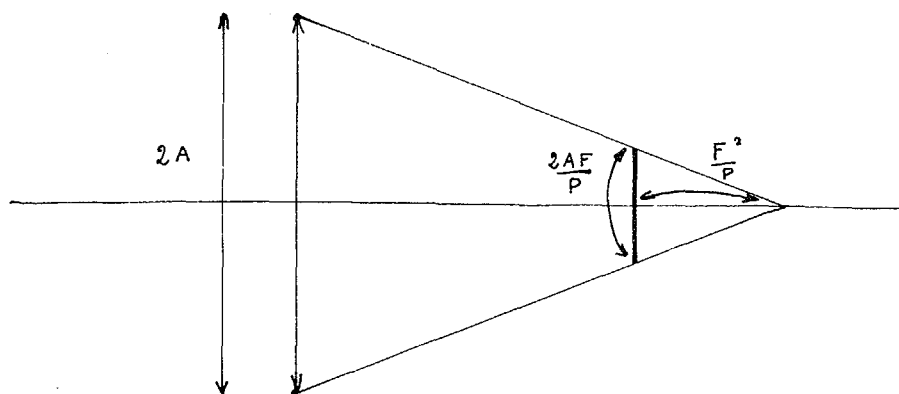
on retrouve ainsi un diagramme de diffraction de FRESNEL. Ce diagramme a une longueur moyenne qui est celle de la tache géométrique fournie par une lentille de distance focale F dans son plan focal image pour un objet situé à la distance p soit : $\frac{2 A F}{p}$ si $2 A$ est la longueur totale du plan objet.

$$\text{Ou } \frac{2 A F}{D \frac{c}{b}} = \frac{2 A}{D} F \frac{b}{c} = \frac{2 A}{D} f \frac{b}{c} = \boxed{\frac{2 A}{D} f \left(\frac{b}{c} \right)^2 \frac{\lambda}{\Delta}}$$

Reprenons l'exemple numérique précédent. La longueur de la tache géométrique est, encore, avec $D = 5000$ m par exemple et $2 A = 4$ cm

$$f \frac{4}{5 \cdot 10^{-5}} \cdot 10^6 \frac{5 \cdot 10^{-5}}{15} = 2,66 \cdot 10^{-5} f$$

L'élargissement est donc très faible, peu propre à une mesure directe de la distance.





II - TRAITEMENT DES SIGNAUX D'UNE CIBLE ETENDUE : Mesure de son orientation

Nous avons examiné, jusqu'à présent, les apparences optiques qu'on obtient quand ces signaux sont exactement semblables dans leur forme; ils sont seulement décalés dans le temps, les uns par rapport aux autres.

Nous allons maintenant décrire quelques phénomènes qu'on peut utiliser dans le cas où les signaux traités, provenant des différents éléments de l'antenne, ne sont pas semblables entre eux. Nous verrons d'abord dans quelles conditions ceci peut être réalisé, puis le parti qu'on peut en tirer dans le cas très simple où le traitement optique se borne à mettre en présence deux signaux.

II.1 - Source incohérente et cohérence de ses signaux en deux points de l'espace

Comment une cible, attaquée par un signal Sonar peut-elle se comporter comme une source de signaux incohérente ? Supposons deux points M et N pris sur sa surface; ces deux points émettent deux signaux, respectivement $S_M(t)$ et $S_N(t)$, il faut pour cela que

$$\int S_M(t) S_N(t) dt = 0$$

quel que soit le couple de points (M, N) envisagé.

Cette situation ne peut être intégralement réalisée. Cependant, on peut s'en rapprocher si on peut diviser la cible en un certain nombre de zones telles que les signaux globaux provenant d'un couple de zones sont incohérents entre eux. On l'obtient par exemple si on envoie un signal à spectre très étroit (fréquence pure et durée de signal élevée) sur une cible étendue et



animée d'une certaine vitesse; si on envisage deux points M et N sur la cible suffisamment éloignés entre eux, les fréquences centrales des signaux renvoyés par les deux zones entourant M et N sont différentes; les vitesses radiales des points M et N étant en général différentes. Si le spectre est suffisamment étroit (durée de signal assez grande) on peut effectivement diviser la cible en un assez grand nombre de zones telles que les signaux provenant de deux zones soient incohérents entre eux.

Essayons alors de résoudre le problème suivant :
une source étendue est incohérente, d'après la définition fournie plus haut. Les signaux qu'elle envoie en deux points P et Q de l'espace sont à spectre étroit. Quelle est la cohérence entre les signaux reçus en P et Q ?

Il n'y a aucun inconvénient, étant données les hypothèses faites, à raisonner sur les signaux analytiques associés aux signaux réels. Nous appellerons respectivement $S_P(t)$ et $S_Q(t)$ ces signaux analytiques et nous mesurerons leur corrélation par la fonction :

$$J(P, Q, \tau) = \int S_P(t) S_Q^*(t + \tau) dt$$

où pour le coefficient normalisé :

$$\mu(P, Q, \tau) = \frac{\int S_P(t) S_Q^*(t + \tau) dt}{\left(\int S_P(t) S_P^*(t) dt \cdot \int S_Q(t) S_Q^*(t) dt \right)^{\frac{1}{2}}}$$

Nous supposerons, par ailleurs, que la distance P Q est assez courte pour que le temps mis par le son à la parcourir soit petit devant le temps de corrélation des signaux de deux points quelconques de la source (temps T tel que

$$\int_{t < T} s_m(t) s_n(t) dt$$

voisin de 1).

Alors, la fonction $J(P, Q, \tau)$ est très lentement variable au voisinage de l'origine et nous nous contenterons d'évaluer $J(P, Q, 0)$ ou $\mu(P, Q, 0)$.

Nous divisons alors la source en petits éléments $d\sigma_1, d\sigma_2, \dots$ centrés aux points $S_1, S_2, \dots$. Si $s_{mP}(t)$ et $s_{mQ}(t)$ sont les signaux analytiques en P et Q dus aux contributions de l'élément $d\sigma_m$, les signaux en P et Q sont de la forme :

$$s_P(t) = \sum_m s_{mP}(t)$$

$$s_Q(t) = \sum_m s_{mQ}(t)$$

$$\text{et } J(P, Q, 0) = \overline{s_P(t) s_Q^*(t)} = \sum_m \overline{s_{mP}(t) s_{mQ}^*(t)} + \sum_{m \neq n} \overline{s_{mP}(t) s_{nQ}^*(t)}$$

Comme les contributions des diverses zones de la source sont incohérentes, on a :

$$\overline{s_{mP}(t) s_{nQ}^*(t)} = 0 \quad \text{si } m \neq n$$

Si R_{mP} et R_{mQ} sont les distances de P et Q à l'élément de source $d\sigma_m$, et si la propagation est uniforme avec la vitesse V :

$$s_{mP}(t) = A_m \left(t - \frac{R_{mP}}{V} \right) \frac{e^{\frac{2\pi i}{\lambda} \left(t - \frac{R_{mP}}{V} \right)}}{R_{mP}}$$

$$S_{mQ}(t) = A_m(t - \frac{R_{mQ}}{V}) \frac{e^{\frac{2\pi j}{\lambda}(t - \frac{R_{mQ}}{V})}}{R_{mQ}}$$

si on appelle $A_m(t)$ le signal émis par la zone $d\sigma_m$ et λ la longueur d'onde centrale de l'ensemble des signaux. Alors :

$$\begin{aligned} S_{mP}(t) S_{mQ}(t) &= A_m(t - \frac{R_{mP}}{V}) A_m^*(t - \frac{R_{mQ}}{V}) \frac{e^{\frac{2\pi j}{\lambda}(R_{mP} - R_{mQ})/V}}{R_{mP} R_{mQ}} \\ &= A_m(t) A_m^*(t - \frac{R_{mP} - R_{mQ}}{V}) \frac{e^{(2\pi j/\lambda)(R_{mP} - R_{mQ})/V}}{R_{mP} R_{mQ}} \end{aligned}$$

La différence $R_{mP} - R_{mQ}$ étant négligeable dans le calcul de la corrélation comme il a été dit plus haut, il reste :

$$J(P, Q, 0) = \sum_m A_m(t) A_m^*(t) \frac{e^{(2\pi j/\lambda)(R_{mP} - R_{mQ})/V}}{R_{mP} R_{mQ}}$$

La quantité $A_m(t) A_m^*(t)$ caractérise l'intensité du rayonnement émis par la zone $d\sigma_m$. On considèrera la source comme continue et on appellera $I(S)$ l'intensité de rayonnement par unité de surface en chaque point de la source :

$$I(S_m) d\sigma_m = A_m(t) A_m^*(t)$$

Il reste donc :

$$J(P, Q, 0) = \int_{\sigma} I(S) \frac{e^{(2\pi j/\lambda)(R_P - R_Q)}}{R_P R_Q} dS$$

R_P, R_Q , étant les distances entre un point quelconque de la source et les points P et Q.

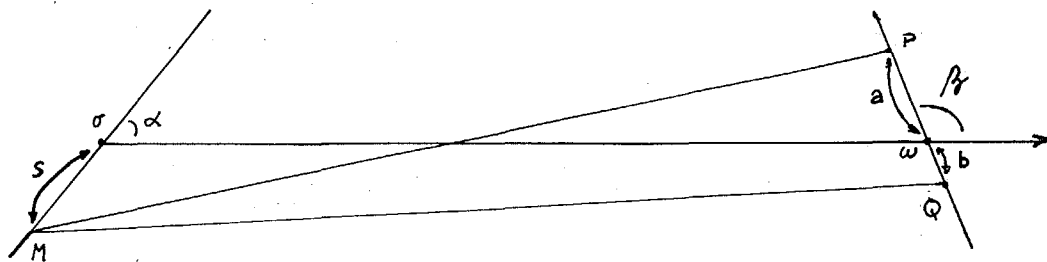
Il en résulte immédiatement que :

$$\mu(P, Q, 0) = \frac{1}{\left(\int_{\sigma} \frac{I(S) dS}{R_P^2} \int_{\sigma} \frac{I(S) dS}{R_Q^2} \right)^{\frac{1}{2}}} \int_{\sigma} I(S) \frac{e^{(2\pi j / \lambda) (R_P - R_Q)}}{R_P R_Q} dS$$

Ce résultat est connu en optique sous le nom de théorème de VAN CITTERT - ZERNIKE.

II.2 - Application à un bâtiment et une base formée de deux éléments

Appliquons les considérations précédentes à un cas très simple : la source est un bâtiment, assimilé à un rectangle de longueur 2ℓ ; la base est formée de deux récepteurs P et Q qui peuvent se déplacer sur un segment dont la longueur totale est : $2d$. Les angles du bâtiment et de la base, orientés comme l'indique la figure, sont respectivement α et β .



On se réfère à la ligne $O\omega$: O milieu du bâtiment, ω milieu du segment où se déplacent les récepteurs.

L'intensité sonore émise par le bâtiment est supposée constante et égale à I par unité de longueur.



Nous avons donc, dans les conditions précédentes, à évaluer :

$$J(P, Q, 0) = \int \frac{I e^{jk(R_P - R_Q)}}{R_P R_Q} dS \quad (k = 2\pi / \lambda)$$

dS est l'élément de longueur sur le bâtiment.

Les distances $2a$, $2b$ sont petites devant $0 < \omega = D$ et on peut confondre $R_P R_Q$ avec D^2 .

Dans ces conditions :

$$R_P^2 = (D + a \cos \beta - S \cos \alpha)^2 + (a \sin \beta - S \sin \alpha)^2$$

$$R_Q^2 = (D + b \cos \beta - S \cos \alpha)^2 + (b \sin \beta - S \sin \alpha)^2$$

ou :

$$R_P^2 = D^2 + a^2 \cos^2 \beta + S^2 \cos^2 \alpha + 2 a D \cos \beta - 2 S D \cos \alpha - 2 a S \sin(\alpha + \beta)$$

de même :

$$R_Q^2 = D^2 + b^2 \cos^2 \beta + S^2 \cos^2 \alpha + 2 b D \cos \beta - 2 S D \cos \alpha - 2 b S \sin(\alpha + \beta)$$

ou encore :

$$R_P^2 = D^2 \left(1 + \frac{a^2}{D^2} + \frac{S^2}{D^2} \right) + 2 a D \cos \beta - \frac{2 S D}{D} \cos \alpha - \frac{2 a S}{D^2} \sin(\alpha + \beta)$$

$$R_P \sim D \left(1 + \frac{a^2}{2D^2} + \frac{S^2}{2D^2} + \frac{a}{D} \cos \beta - \frac{S}{D} \cos \alpha - \frac{a S}{D^2} \sin(\alpha + \beta) \right)$$

donc :

$$R_P - R_Q \sim \frac{a^2 - b^2}{2D} + (a - b) \cos \beta - \frac{(a - b) S}{D} \sin(\alpha + \beta)$$

et à un facteur de module 1 près :

$$J(P, Q, 0) = \int_{-\ell}^{\ell} e^{jk \frac{(a-b)}{D^2} \sin(\alpha + \beta) S} dS$$

en posant $K = k \frac{(a-b)}{D^2} \sin(\alpha + \beta)$

$$J(P, Q, 0) = \frac{2 \sin k \ell}{k}$$

$$\text{ou : } \mu(P, Q, 0) = \frac{J(P, Q, 0)}{\int_{-\ell}^{\ell} dS} = \frac{2 \sin k \ell}{2 k \ell} = \boxed{\frac{\sin k \ell}{k \ell}}$$

Donc ceci permet d'évaluer le rayon de cohérence des signaux émis.

Si : $\sin(\alpha + \beta) = 1$ la cohérence devient nulle quand $\mu(P, Q, 0) = 0$.

Soit : $k \ell = \pi$ ou : $\frac{2 \pi}{\Lambda} \frac{(a-b)}{D} \ell = \pi$

ou $\boxed{2(a-b) \ell = \Lambda D}$

Si, en particulier les récepteurs sont placés aux extrémités de la base

$$a - b = 2d \quad \text{et} \quad 4d \ell = \Lambda D$$

Si, par exemple $\Lambda = 15\text{cm}$, $D = 5000\text{ m}$, $2 \ell = 100\text{ m}$, ceci impose :

$$2d = \frac{750}{200} = 3,75\text{ m}$$

Si $\sin(\alpha + \beta) = 0$ $K = 0$ et les deux signaux en P et Q sont parfaitement cohérents puisque $\mu(P, Q, 0) = 1$ du moins tant que les hypothèses faites restent valables.



Cette condition signifie : le bâtiment et la base sont également inclinés sur l'axe, donc sont antiparallèles.

II.3 - Application à la mesure optique de l'orientation

Revenons aux notations du chapitre précédent.

Deux éléments fournissent deux signaux dont les transformées de FOURIER optiques sont $G_1(Y)$ et $G_2(Y)$. Supposons pour simplifier les calculs que la cible est dans l'axe et que les fonctions $G_1(Y)$ et $G_2(Y)$ sont réelles.

L'intensité lumineuse observée en un point du plan focal de coordonnées (X, Y) et due aux deux éléments est :

$$(G_1(Y) e^{-jk c X} + G_2(Y) e^{+jk c X}) (G_1(Y) e^{+jk c X} + G_2(Y) e^{-jk c X})$$

avec les notations précédentes, soit :

$$G_1^2(Y) + G_2^2(Y) + 2 G_1(Y) G_2(Y) \cos k c X.$$

Si donc les signaux sont parfaitement cohérents, $G_1(Y) = G_2(Y)$ et il y a des minima nuls quand $\cos k c X = -1$. La largeur des franges d'interférence est alors minimale.

Si les signaux ne sont pas parfaitement cohérents, il n'y a plus de minima nuls. Bien plus, si Y_1 est tel que $G_1(Y_1) = 0$ $G_2(Y_1) \neq 0$, il n'y a plus aucune variation d'intensité en fonction de X .



Ceci se produit en particulier quand la cohérence est nulle entre les deux signaux; la transformée de FOURIER de l'un est nulle ou à peu près quand l'autre est maximale.

Donc on peut observer un bâtiment dans les conditions définies précédemment. Si la condition $\alpha + \beta = \pi$ est remplie (bâtiment et base antiparallèle) il y a cohérence parfaite entre les deux signaux reçus et donc maximum de contraste et minimum de largeur pour les franges d'interférence observées.

Si $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$, $\frac{2\pi}{2}$ et que les deux éléments sont assez éloignés, il y a cohérence nulle et donc absence de contraste et élargissement infini des franges.

Ce procédé peut donc fournir une méthode goniométrique permettant de mesurer par voie optique l'orientation de la cible.
